This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

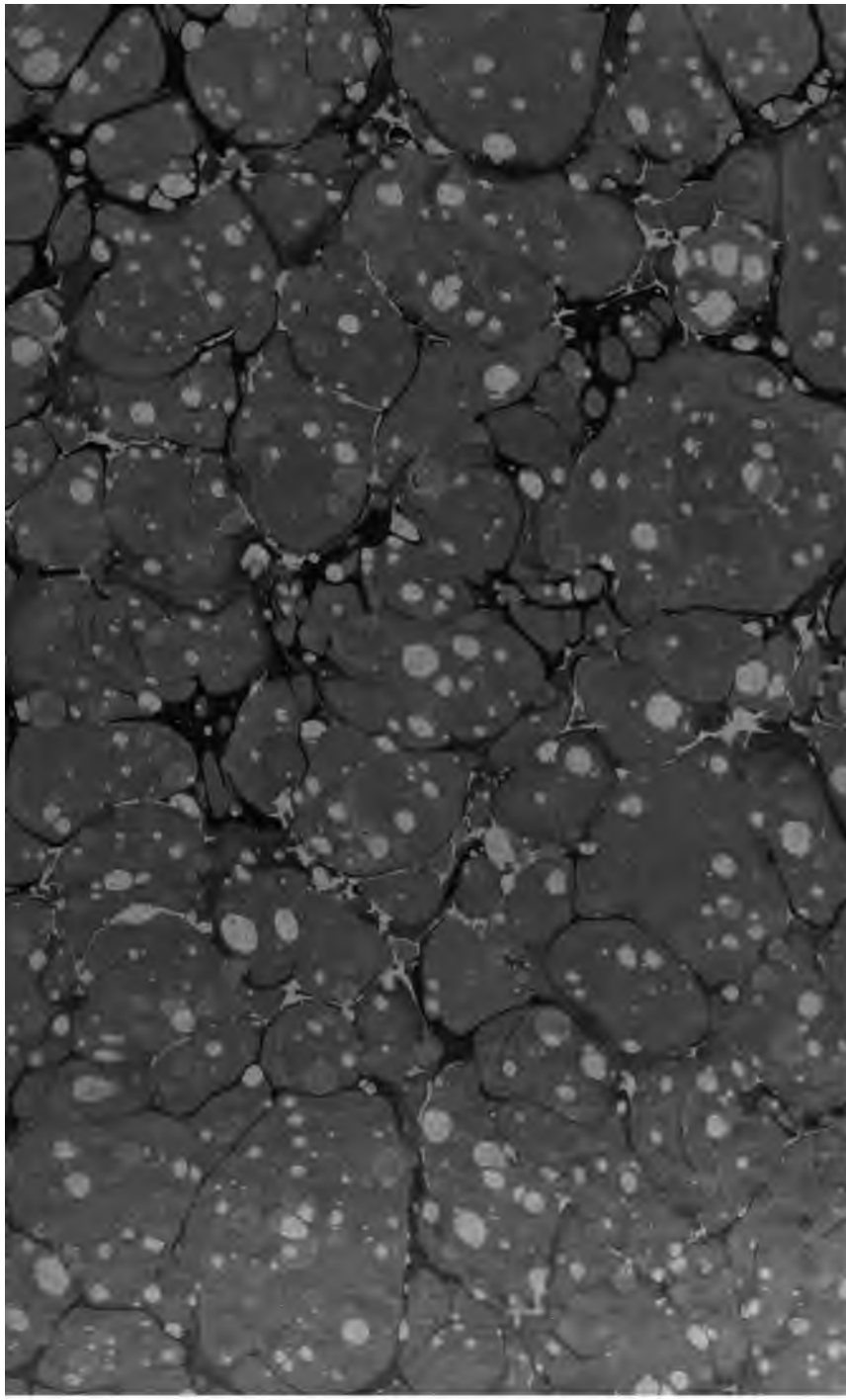
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

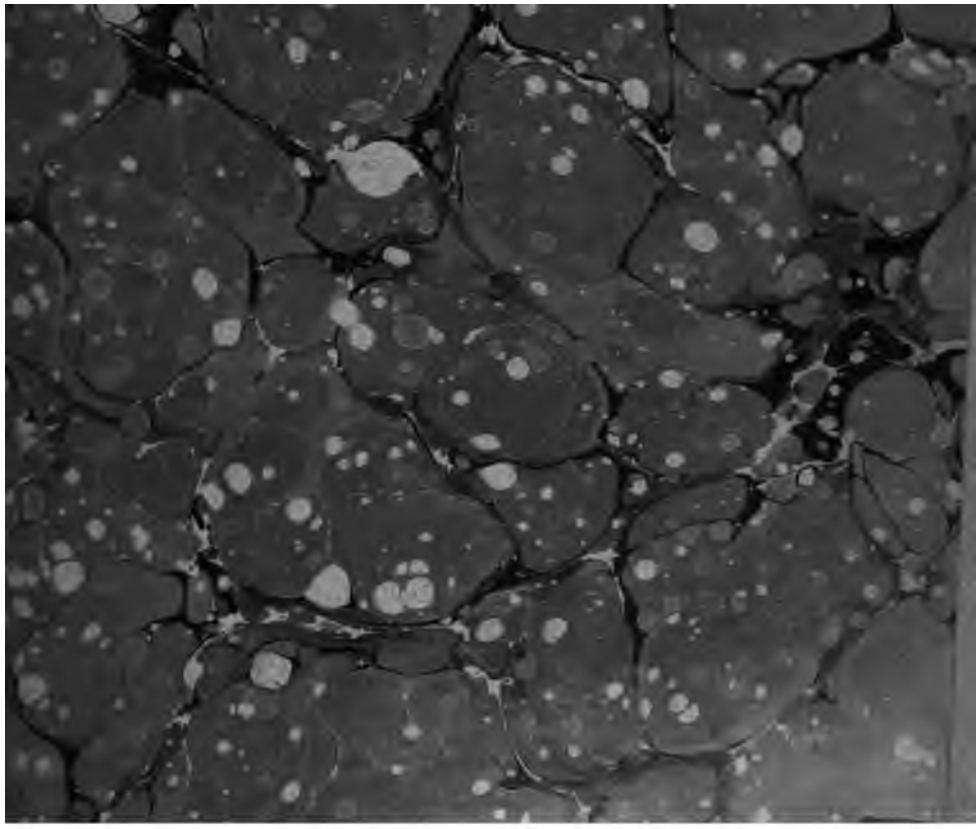
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Stanford University Libraries
3 6105 000 664 230





1904. № 11.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 15. HEFT 1.

DER GANZEN REIHE 320. BANDES 1. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT EINER TAFEL.

LEIPZIG, 1904.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
ROSSPLATZ 17.

Bestellungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.

(Ausgegeben am 27. September 1904.)

Inhalt.

		Seite
1.	G. Quincke. IX. Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen	1
2.	G. Quincke. Über Ausbreitung und Extensionskraft	55
3.	A. Bestelmeyer und S. Valentiner. Über die Dichte des Stickstoffs und deren Abhängigkeit vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft	61
4.	Siegfried Valentiner. Über die Abhängigkeit des Verhältnisses c_p/c_v der spezifischen Wärmen des Stickstoffs vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft	74
5.	Alfred Arthur Robb. Beiträge zur Theorie des Zeemaneffektes	107
6.	K. R. Koch. Über Beobachtungen, welche eine zeitliche Änderung der Größe der Schwerkraft wahrscheinlich machen	146
7.	Willy Hechler. Fluidität und Leitfähigkeit einiger konzentrierter wässeriger Salzlösungen unter 0°	157
8.	A. Winkelmann und R. Straubel. Über die Einwirkung von Röntgenstrahlen auf Flußspat. (Hierzu Taf. I.)	174
9.	Adolf Heydweiller. Zur Bestimmung der Selbstinduktion von Drahtspulen	179
10.	F. Himstedt und G. Meyer. Über die Bildung von Helium aus der Radiumemanation	184
11.	V. Rothmund und A. Lessing. Versuche mit dem elektrolytischen Wellendetektor	193
12.	Emil G. Bausenwein. Änderung des Peltiereffektes mit der Temperatur	213

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude,** zu senden. Seine Adresse ist **Giessen,** Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren tunlichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE.

BAND 15.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH
F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 15.

DER GANZEN REIHE 320. BAND.

KURATORIUM:
F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG
DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT
UND INSBESONDERE VON
M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT EINEM PORTRÄT UND VIER FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1904.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

10882

78801

Document Delivered by Virginia Department of Transportation Library

Inhalt.

Vierte Folge. Band 15.

Elftes Heft.

Seite

1. G. Quincke. IX. Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen 1
2. G. Quincke. Über Ausbreitung und Extensionskraft . . . 55
3. A. Bestelmeyer und S. Valentiner. Über die Dichte des Stickstoffs und deren Abhängigkeit vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft 61
4. Siegfried Valentiner. Über die Abhängigkeit des Verhältnisses c_p/c_v der spezifischen Wärmen des Stickstoffs vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft 74
5. Alfred Arthur Robb. Beiträge zur Theorie des Zeemaneffektes 107
6. K. R. Koch. Über Beobachtungen, welche eine zeitliche Änderung der Größe der Schwerkraft wahrscheinlich machen 146
7. Willy Hechler. Fluidität und Leitfähigkeit einiger konzentrierter wässeriger Salzlösungen unter 0° 157
8. A. Winkelmann und R. Straubel. Über die Einwirkung von Röntgenstrahlen auf Flußspat. (Hierzu Taf. I.) 174
9. Adolf Heydweiller. Zur Bestimmung der Selbstinduktion von Drahtspulen 179
10. F. Himstedt und G. Meyer. Über die Bildung von Helium aus der Radiumemanation 184
11. V. Rothmund und A. Lessing. Versuche mit dem elektrolytischen Wellendetektor 193
12. Emil G. Bausenwein. Änderung des Peltiereffektes mit der Temperatur 213

Ausgegeben am 27. September 1904.

Zwölftes Heft.

1. P. Lenard u. V. Klatt. Über die Erdalkaliphosphore. (Hierzu Tafel II u. III) 225
2. G. E. Leithäuser. Über den Geschwindigkeitsverlust, welchen die Kathodenstrahlen beim Durchgang durch dünne Metall-

Seite

schichten erleiden, und über die Ausmessung magnetischer Spektren 283
3. Otto Berg. Zur Messung der Absorption elektrischer Wellen (Hierzu Taf. IV, Figg. 1—3) 307
4. L. Zehnder. Ein Volumometer für große Temperaturintervalle 328
5. Fritz Hasenöhrl. Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern 344
6. L. Pfaundler. Über die dunkeln Streifen, welche sich auf den nach Lippmanns Verfahren hergestellten Photographien sich überdeckender Spektren zeigen (Zenkersche Streifen) 371
7. W. Feussner. Zur Berechnung der Stromstärke in netzförmigen Leitern 385
8. Adolf Schmidt. Werte der erdmagnetischen Elemente zu Potsdam für die Jahre 1902 und 1903 395
9. Leo Grunmach. Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung und des Molekulargewichtes von verflüssigtem Stickstoffoxydul 401
10. B. Walter. Über die Erzeugung sehr hoher Spannungen durch Wechselstrom 407
11. W. Wien. Poyntingscher Satz und Strahlung 412
12. Adolf Heydweiller. Über die Villarische Wirkung beim Nickel. Entgegnung an die Herren Honda und Shimizu . 415
13. R. Gans. Zur zweiten Heydweillerschen Kritik meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion ferromagnetischer Körper" 418
14. A. Bestelmeyer. Bemerkung zu der Abhandlung des Herrn Markowski über die innere Reibung von Sauerstoff, Wasserstoff, chemischen und atmosphärischem Stickstoff und ihre Änderung mit der Temperatur 423

Ausgegeben am 25. Oktober 1904.

Dreizehntes Heft.

F. Braun. Hermann Georg Quincke. (Mit Porträt).
1. P. Lenard u. V. Klatt. Über die Erdalkaliphosphore . . 425
2. P. Lenard. Über sekundäre Kathodenstrahlung in gasförmigen und festen Körpern 485
3. E. Gehrcke. Über den Einfluß von Glaswänden auf die geschichtete Entladung in Wasserstoff 509
4. Emil Kohl. Über die elektromagnetische Energie der Elektronenbewegung 531
5. G. Bakker. Untersuchungen über kritische Dichte und die Theorie von Andrews-van der Waals 543
6. Erich Brunner. Zur Kenntnis der Elektrizitätszerstreuung in erhitzter Luft 554
7. F. Kirchner und R. Zsigmondy. Über die Ursachen der Farbenänderungen von Gold—Gelatinepräparaten 573

Seite

8. Arthur W. Gray. Über einen automatischen Kommutator und Galvanometerschlüssel zum Messen periodisch wiederkehrender Erscheinungen 596
9. Arthur W. Gray. Ein automatischer Potentialregulator . . 602
10. Arthur W. Gray. Über die Ozonisierung des Sauerstoffs in dem Siemensschen Ozongenerator 606
11. K. A. Hofmann, L. Gonder und V. Wölfl. Über die induzierte Radioaktivität 615

Ausgegeben am 15. November 1904.

Vierzehntes Heft.

1. P. Lenard u. V. Klatt. Über die Erdalkaliphosphore . . . 633
2. A. Sommerfeld. Über das Wechselfeld und den Wechselstromwiderstand von Spulen und Rollen 673
3. P. Drude. Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke 709
4. Eugen Nesper. Strahlung von Spulen 768
5. H. Sieveking u. A. Behm. Akustische Untersuchungen . . 793
6. F. Henning. Beobachtungen mit astatischen Torsionsmagnetometern 815
7. S. Valentiner. Über den maximalen Wirkungsgrad umkehrbarer Kreisprozesse 829
8. W. Nernst u. F. von Lerch. Über die Verwendung des elektrolytischen Detektors in der Brückenkombination 836
9. Heinrich Wommelsdorf. Einfluß der Polarisatorstellung auf die Stromleistung der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung . 842
10. K. Honda u. S. Shimizu. Über den Villarischen kritischen Punkt beim Nickel 855
11. C. Dieterici. Über den Dampfdruck des Wassers bei hohen Temperaturen 860

Ausgegeben am 6. Dezember 1904.

Fünfzehntes Heft.

1. John Koch. Einige Untersuchungen über den elektrischen Funken, besonders über die physikalischen Bedingungen für sein Erlöschen 865
2. Ernst Wagner. Metallmanometer als Hochdruckpräzisionsmesser, geprüft mit dem Amagatschen Manometer 906
3. John James. Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle und ihre Anwendung zur Bestimmung der Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren 954

Seite

4. Richard Heilbrun. Über den sogenannten Halleffekt in Elektrolyten 988
5. Eduard Riecke. Über Evakuation Geisslerscher Röhren durch den elektrischen Strom 1003
6. E. Take. Über etwaige Korrektionen an der von Richarz und Krigar-Menzel ausgeführten Gravitationsbestimmung . 1010
7. Heinrich Wommelsdorf. Über den Scheibenabstand der Influenzmaschinen (schädliche Ladungen, Ozongebläse) . . . 1019
8. Friedrich Wolfgang Adler. Über einen Kontrollapparat für Thermoelemente 1026
9. Friedrich Wolfgang Adler. Über einen Disjunktor für hohe Potentiale 1033
10. G. van der Mensbrugghe. Über Ausbreitung und Extensionskraft 1043
11. S. Scharbe. Über die Bestimmung der Kurve fest-heterogen binärer Gemische durch kalorimetrische Messungen 1046
12. F. Giesel. Bemerkung zu der Arbeit von K. A. Hofmann, L. Gonder und V. Wölfl: „Über induzierte Radioaktivität“ 1048
13. Josef Pollak. Notiz einen Quecksilberdestillierapparat betreffend 1049

Namenregister zum Jahrgang 1904 1051
Namenregister zur Festschrift für Ludwig Boltzmann 1059

Ausgegeben am 23. Dezember 1904.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Tafel I. Winkelmann und Straubel, Figg. 1—4.
„ II u. III. Lenard und Klatt.
„ IV. Berg, Figg. 1—3.

1904. № 11.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 15.

1. *IX. Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen; von G. Quincke.*

(Fortsetzung von p. 885 Bd. 14.)

§ 159. *Doppelbrechung von Kieselsäure beim Einschrumpfen.* Wässerige Lösungen von kolloidaler Kieselsäure oder Eisenoxydhydrat können auf Quecksilber zu runden Lamellen mit Randfalten eintrocknen und mit einer Gipsplatte die Polarisationsfarben eines negativen Sphärokristalles zeigen, mit optischer Achse normal zum Umfang (§ 42). Oft sind diese auf Quecksilber eingetrockneten Lamellen von Kieselsäure oder Eisenoxydhydrat auch einfach brechend.

Eine Kieselsäurelösung aus Natronwasserglas war einen Monat lang dialysiert worden, in einem Glaskolben bis zum spezifischen Gewicht 1,022 eingedickt und in dem verkorkten Kolben $2^1/_2$ Jahr lang aufgehoben worden. Die Lösung war sehr klebrig, nahe dem Gerinnen und bildete Klöße, die bei Berührung ineinander flossen. Es war also eigentlich schon eine flüssige Gallerte. Einzelne Tropfen dieser Lösung wurden in ein Gemisch von Chloroform mit Äther oder Olivenöl, oder von Schwefelkohlenstoff mit Äther in einer flachen Glasschale getropft, welche Gemische nahezu gleiches spezifisches Gewicht wie die Kieselsäurelösung hatten.

Die kugelförmigen Tropfen waren nach 12 Tagen zu einer einfach brechenden Gallerte erstarrt. Mit einer Nadel wurden die Gallertkugeln aus der Mutterflüssigkeit herausgenommen und in eine andere flache Glasschale mit Benzol, Glyzerin oder Alkohol gebracht, in der sie etwas einschrumpften, ohne Doppelbrechung zu zeigen. Auf Glas oder Quecksilber trockneten sie langsam zu einer einfach brechenden Lamelle ein.

Wurden sie aber in einem warmen Luftstrom über einer Glasflamme bei etwa 80° schnell getrocknet, wobei ihr Volumen

78801

sehr beträchtlich (etwa auf $^1/_5$) abnahm, so entstand eine linsenförmige Lamelle von 4—5 mm, welche mit polarisiertem Licht das dunkle Kreuz und mit einer Gipsplatte die Polarisationsfarben eines negativen Sphärokristalles gab, und in der Mitte gewöhnlich eine kleine Vertiefung hatte. In einzelnen Fällen zeigte der Rand negative, die Mitte der Lamelle positive Doppelbrechung.

Mit dem Babinetschen Kompensator zeigte der Interferenzstreifen normal zum Linsenrande eine Verschiebung von $-0{,}1$ bis $-0{,}15\ \lambda$ in der Nähe des Randes und in der Mitte keine Verschiebung oder einen Hügel von $+0{,}05\ \lambda$ Höhe.

In Glasröhrchen von 10×1 mm gab dieselbe Kieselsäurelösung langsam eingetrocknet keine Doppelbrechung; bei 80° schnell eingetrocknet an einem Ende einen Kieselsäurebrocken mit negativer Doppelbrechung und optischer Achse parallel der Röhrenachse.

Ebenso zeigte diese Kieselsäurelösung, unter einem Deckglas in 1 mm dicker Schicht langsam eingetrocknet, keine Doppelbrechung. Bei 80° schnell eingetrocknet negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zu den Seiten des Deckglases.

Die maximale Verschiebung des dunklen Kompensatorstreifens durch den Kieselsäurebrocken im Glasröhrchen oder unter dem Deckglas betrug $-0{,}1\ \lambda$.

Diese Kieselsäure quoll in Wasser nicht mehr auf.

Diese Versuche sind in Übereinstimmung mit den Versuchen § 72, wo die in einem Platindeckel bei 100° getrocknete oder geglühte Kieselsäure einfach oder doppeltbrechende Lamellen gab.

§ 160. *Doppelbrechung von Eiweiß beim Aufquellen.* Hühnereiweiß und Blutserum zerfallen beim Eintrocknen in einem Uhrglas in Brocken mit nahezu normalen Seitenflächen. Die Brocken können einfach brechend sein oder positive oder negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Bruchfläche zeigen und diese Eigenschaften jahrelang behalten.

Festes Eiweiß wird durch Druck negativ doppeltbrechend mit optischer Achse parallel der Druckrichtung.

In Wasser quellen die Eiweißbrocken auf, der Rand zeigt mit der Polarisationsfarbe einer gleichzeitig eingeschalteten

Gipsplatte kurze Zeit positive Doppelbrechung mit optischer Achse normal zum Rande, die bald abnimmt und ganz verschwindet.

Hiermit in Übereinstimmung sieht man mit Babinetschem Kompensator und Interferenzstreifen normal zum Rande des aufquellenden Eiweißbrockens (von $10 \times 3{,}4 \times 2{,}5$ mm) an diesem Rande eine Verschiebung des Interferenzstreifens um $+0{,}3\ \lambda$, die aber bald in einen Hügel übergeht, der allmählich flacher und breiter wird und langsam nach dem Innern des Brockens fortrückt.

In dickeren Stücken Hühnereiweiß habe ich beim Aufquellen in Wasser an dem Kompensatorstreifen drei Hügel entstehen sehen. Der größte Hügel von $0{,}25\ \lambda$ Höhe lag dem Rande zunächst, der niedrigste am meisten vom Rande entfernt.

Zuweilen entsteht in dem aufquellenden Eiweiß plötzlich ein Sprung. Beide Ränder des Sprunges zeigen dann für einige Zeit positive Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Sprungrichtung.

Eine Verschiebung des Kompensatorstreifens nach der negativen Seite habe ich bei aufquellendem Eiweiß bisher nicht beobachtet.

Aber gelegentlich tritt für einige Zeit beim Aufquellen eines dicken Eiweißbrockens am Rande positive, in einiger Entferung vom Rande negative Doppelbrechung auf. Die Größe der letzteren ließ sich aber mit der Verschiebung des Kompensatorstreifens nicht mehr messen.

Diese Versuche zeigen, daß Zugkräfte parallel der Normale der Oberfläche des aufquellenden Eiweißbrockens auftreten, deren Größe periodisch mit der Entfernung von der Oberfläche wechselt. Zwischen zwei Maximis der Zugkraft liegt ein Minimum, das positiv, Null oder negativ sein kann. Letzteres würde einer Kompression der Eiweißgallerte an der betreffenden Stelle entsprechen.

Die Schaumzellen der Gallertbrocken von Hühnereiweiß und Blutserum, die 5 Jahre eingetrocknet gelegen hatten, quollen in Wasser am Rande weit stärker auf als in der Mitte. Bei Hühnereiweiß entstanden am Rande große kugelförmige Blasen, deren Volumen oft 10- und 40 mal größer war, als das Volumen des trockenen Brockens.

Beim Eintrocknen auf Quecksilber geben Hühnereiweiß und Blutserum runde Lamellen mit Randfalten und negativer Doppelbrechung mit optischer Achse normal zum Lamellenrande, wie Leim (§ 89, Ann. d. Phys. 10. p. 498).

Blutfibrin gerinnt in faserigen Massen, welche, wie Lud. Herrmann[1]) gezeigt hat, positiv einachsig doppeltbrechend sind mit optischer Achse parallel der Faserrichtung, oder also negativ doppeltbrechend mit optischer Achse normal zur Faserrichtung. Ich sehe auch hier den Grund der Doppelbrechung, wie bei den auf Quecksilber eingetrockneten Lamellen mit Randfalten, in den normal zur Oberfläche der Fibrinfasern ausgeschiedenen Schaumwänden und deren Oberflächenspannung.

§ 161. *Seifengallerte. Myelin.* Bei Einwirkung von wässerigen alkalischen Lösungen auf Ölsäure oder ölsäurehaltige Öle entstehen eigentümliche Gebilde mit glatter Oberfläche und einfach oder doppeltbrechendem Inhalt, die Virchow zuerst beschrieben und Myelin genannt hat. Ich[2]) habe schon 1894 den Anteil festgestellt, den die Oberflächenspannung an der Grenze von Öl und alkalischer Flüssigkeit oder Seifenwasser auf die Bildung dieser Myelinformen hat.

Ich habe damals mit E. von Brücke die doppeltbrechenden Massen im Innern der mit einer Ölhaut bekleideten Schläuche für feste, radial nebeneinander gelagerte Seifenkristalle gehalten, die normal zur Oberfläche der Ölhaut abgeschieden waren, weil ich damals noch nicht gefunden hatte, daß auch die äußere Oberfläche von Schaummassen mit vielen aneinander hängenden Schaumkammern bestrebt sein kann, Kugelgestalt anzunehmen unter dem Einfluß der in ihr wirkenden Kräfte der Oberflächenspannung. Daß dies geschieht, zeigen meine oben (§ 98, Ann. d. Phys. 11. p. 65; § 106, Ann. d. Phys. 11. p. 93) beschriebenen Versuche mit Leimtannat.

Ich habe seitdem gelernt, die oft schnell wechselnden optischen Eigenschaften der Schaummassen und Gallerte mit verbesserten Apparaten zu untersuchen und dieselben Erscheinungen bei Myelinformen gefunden, wie bei eingeschrumpfter oder aufgequollener Leimgallerte. Auf Grund der nun ge-

1) L. Herrmann, Physiologie 1. p. 253. 1879.
2) G. Quincke, Wied. Ann. 35. p. 593. 1894.

fundenen Tatsachen muß ich die doppeltbrechende Substanz im Innern der Myelingebilde für Gallerte oder Schaummassen mit gedehnten oder komprimierten Schaumwänden halten (vgl. § 60, Nr. 18; Ann. d. Phys. 9. p. 43).

Neutrale ölsaure Alkalien oder Seifen sind in Ölsäure löslich.

Bringt man unter ein Deckglas mit untergelegten Deckglasstreifen auf einen Objektträger ein Tröpfchen Ölsäure, so daß es Deckglas und Objektträger berührt, und setzt kaustisches Ammoniak zu, so treten aus der Oberfläche des Ölsäuretröpfchens glatte Ölzylinder hervor, die mit einer Haut von konzentrierter Seifenlösung bedeckt sind. Aus dieser Haut entstehen hohle Zylinder, deren Durchmesser staffelförmig abnimmt (Fig. 205, *a*) oder hohle dünne Fäden mit Anschwellungen und runden Köpfen (Fig. 205, *b*, *c*, *d*). Auf der äußeren Oberfläche der Seifenlösung entsteht durch Hydrolyse wieder Ölsäure, die ölsaures Ammoniak gelöst enthält, und später eine dünne Außenhaut von festem, saurem ölsauren Ammoniak.

Der außen von einer dünnen, oft unsichtbaren Ölsäurehaut bedeckte hohle Zylinder von Seifenlösung wird durch die Strömung der umgebenden wässerigen Flüssigkeit von dem dicken Ölzylinder fortgezogen. Von der Außenseite des Ölzylinders strömt nun Seifenlösung nach, es entsteht ein dünner, mit einer Ölsäurehaut bedeckter und mit Seifenlösung gefüllter Faden (Fig. 205, *a*). Indem Wasser von außen durch die Ölsäurehaut zu der Seifenlösung im Innern diffundiert, vergrößert der Schlauch sein Volumen. Das von außen eindringende Wasser spaltet durch Hydrolyse die konzentrierte Seifenlösung im Innern in Ölsäure, welche Schaumwände bildet, und in alkalische Flüssigkeit, welche die Schaumkammern füllt. Die Schaummassen können den ganzen Hohlraum des Zylinders erfüllen oder einen Hohlzylinder

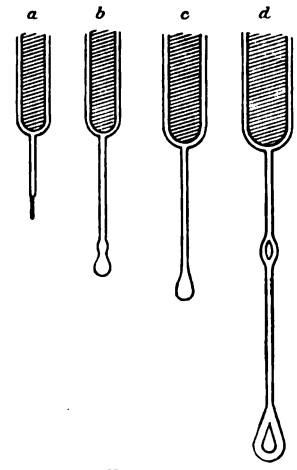


Fig. 205.

bilden. Der lange Faden bildet unter dem Einfluß der Oberflächenspannung der äußeren Ölsäurehaut Anschwellungen (Fig. 205, *b*, *c*, *d*) und verkürzt sich, während die Flüssigkeitsströmung ihn zu verlängern sucht. Am Kopfende des langen hohlen Fadens entsteht durch Einwirkung von Ammoniak auf die Ölsäure neue Seife, die sich als Seifenlösung an der Oberfläche des Kopfendes ausbreitet und mit den Ausbreitungswirbeln Kopfende und daran hängenden dünnen Faden weiter in die wässerige Ammoniaklösung hineinzieht.

Die Schaumwände der Schaumkammern im Innern der aufgequollenen Fäden oder Ölsäureschläuche stehen nahezu normal zur äußeren Ölsäurehaut.

Neben den massiven Ölsäurefäden quellen aus dem Muttertröpfchen von Ölsäure dickwandige Röhren von seifehaltiger

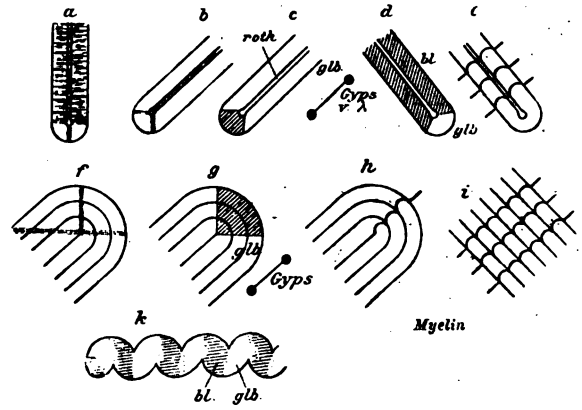


Fig. 206.

Ölsäure hervor mit rundem Kopf (Fig. 206) oder massive Fäden seifehaltiger Ölsäure, deren Enden am Muttertröpfchen hängen bleiben.

Fig. 206, *l* (Photographie) gibt ein Bild der glatten und gewundenen Myelinformen am Rande eines Muttertropfens.

Wird die Oberflächenspannung der Ölsäurefäden an einzelnen Stellen durch frisch gebildete wässerige Seifenlösung verkleinert, so werden diese Stellen konvex und der Ölsäurefaden bildet Schraubenwindungen oder Wellenlinien. Dabei nehmen die dickwandigen Hohlzylinder oder massiven Fäden

von seifehaltiger Ölsäure von außen Wasser auf und bilden kleine, mit Seifenlösung gefüllte Hohlräume, kugelförmige Blasen oder aneinander hängende Schaumkammern. Es entsteht also auch hier wieder ein von Ölsäure bedeckter Zylinder von Schaummassen oder Seifengallerte, dessen öligen Schaumwände normal zur Zylinderoberfläche stehen.

Fig. 206, *l*.
Myelin aus ölsaurem Ammoniak.

Unter dem Einfluß der Oberflächenspannung der Ölsäurehaut, die durch einen dünnen Überzug von Seifenwasser gelegentlich vorübergehend verkleinert wird, nehmen die hohlen mit Seifengallerte gefüllten Ölsäureschläuche neue Formen an. Verschiedene Fäden oder verschiedene Teile eines wellenförmig oder schraubenförmig gebogenen Fadens legen sich dicht nebeneinander, Teile der Ölsäurehaut oder des Inhaltes fließen ineinander, bilden kugelige Anschwellungen. Die Seifen-

gallerte im Innern quillt oder schrumpft durch Aufnahme oder Abgabe von Wasser, welches durch die dünne Ölsäurehaut schnell diffundiert.

Diese mit dicker oder dünner, oft unsichtbarer, Ölhaut bedeckte Seifengallerte gibt die formenreichen Gebilde, welche Virchow Myelin genannt hat. Diese Myelinmassen sind wenig schwerer als Wasser und leicht beweglich.

Kugeln und Zylinder der Myelinformen zeigen Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche. Die Doppelbrechung kann positiv, negativ oder Null sein.

Ohne Nicolsche Prismen ist oft gar keine Struktur an denselben zu erkennen, die aber im polarisierten Licht, besonders mit gleichzeitig eingeschalteter Gipsplatte, sofort hervortritt. Nach kurzer Einwirkung von konzentriertem Ammoniak überwiegt stark positive, nach längerer Einwirkung oder neuem Wasserzusatz schwächere negative Doppelbrechung oder die Formen erscheinen einfach brechend.

Mit gekreuzten Nicolschen Prismen sieht man in dem runden Kopfe einer Myelinform das schwarze Kreuz eines Sphärokristalles, den zylindrischen Teil im Azimut 45° hell mit einem dunklen zentralen Streifen von einfach brechender Substanz (Fig. 206, *a*, *b*). Mit einer Gipsplatte von λ erscheint der Zylinder blau oder gelb, je nachdem die Mittellinie des Gipses parallel oder normal zur Zylinderachse steht (Fig. 206, *c*, *d*). Zuweilen enden die Zylinder in kolbenartige Anschwellungen mit vielen aneinander gebackenen kugelförmigen positiven Sphärokristallen im Innern.

Häufig legen sich mehrere mit Seifengallerte gefüllte Ölsäureschläuche ringförmig nebeneinander (Fig. 206, *f*, *g*), oder bilden umeinander gewundene Schrauben oder Wellenlinien.[1]) Die einzelnen Windungen zeigen dann mit gekreuzten Nicolschen Prismen und einer gleichzeitig eingeschalteten Gipsplatte von λ dieselben Polarisationsfarben, wie ein Quadrant eines positiven Sphärokristalles, dessen Peripherie parallel der gebogenen Zylinderfläche steht. Saugt sich zufällig ein Ölsäureschlauch normal an das Deckglas an, so sieht man genau die Erscheinungen eines positiven Sphärokristalles II. Klasse (§ 42 d,

1) G. Quincke, Wied. Ann. 53. Taf. VIII. Fig. 7. 1894.

Fig. 62). Bei den gewundenen Schläuchen lagern sich die Polarisationsfarben der sich kreuzenden Windungen übereinander und geben dann sehr komplizierte Farbenerscheinungen.

Mit einem Babinetschen Kompensator und Interferenzstreifen normal zur Zylinderachse zeigten die Interferenzstreifen bei Zylindern von 0,08—0,04 mm Durchmesser an beiden Zylinderseiten konvexe Wellenberge oder Hügel, einem maximalen Gangunterschied δ der ordinären und extraordinären Lichtwellen von 0,2—0,02 λ entsprechend (Fig. 206, *e*) Am Rande und in der Mitte des Zylinders ist der Gangunterschied Null. In seltenen Fällen habe ich in der Mitte des Zylinders sehr schwache negative Doppelbrechung beobachtet.

Bei einem positiven Sphärokristall von 0,22 mm Durchmesser zeigte der Kompensatorstreifen vier Hügel, zwei große von 0,8 λ Höhe in der äußeren Kugelschale, und zwei kleinere von 0,2 λ Höhe in der mittleren Kugel von 0,11 mm Durchmesser (Fig. 207, *a*).

Bei einem anderen Sphärokristall von 0,25 mm mit positiver Doppelbrechung zeigte der Kompensatorstreifen im Azimut 45° zwei Hügel am Rande und ein breites flaches Tal in der Mitte, also am Rande positive, in der Mitte sehr schwache negative Doppelbrechung (Fig. 207, *b*).

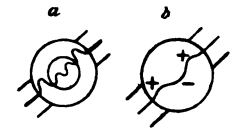


Fig. 207.

In drei nebeneinanderliegenden ringförmigen Ölsäureschläuchen (Fig. 206, *h*) zeigte der Kompensatorstreifen drei Hügel von 0,1, 0,2 und 0,3 λ Höhe. Der Gangunterschied δ der ordinären und extraordinären Lichtwellen war am Rande der Ringe Null, in der Mitte wieder am größten; für den äußeren Ring am größten, für den inneren Ring am kleinsten.

An vier nebeneinander gelegenen Ölsäurefäden war der Kompensatorstreifen in der Mitte um + 0,3 λ, am Rande um + 0,2 λ verschoben.

Vier nebeneinanderliegende Ölsäureschläuche von 0,07 mm Durchmesser zeigten nach einigen Stunden Wandfalten von 0,01 mm Breite und entsprechende Querschichten mit größerer und kleinerer Doppelbrechung. Während der Faltenbildung hatte das Volumen sich nicht merklich geändert. Es war also die Schlauchwand länger geworden und im Innern derselben

hatten sich unsichtbare Schaumwände gebildet, wie bei den auf Quecksilber eingetrockneten Lamellen von Leim, Kieselsäure etc. (§ 96, Nr. 22). Der Kompensatorstreifen zeigte in jedem Schlauch zwei Hügel von 0,2 λ Höhe, die am Rande und in der Mitte des Schlauches mit dem unverschobenen Teile des Kompensatorstreifens zusammenfielen. Der Schlauch enthielt also einen hohlen Zylinder von Seifengallerte. Nach einer weiteren Stunde hatte der Durchmesser der Schläuche bedeutend zugenommen und der Kompensatorstreifen war in der Mitte der Hügel um 0,5 λ, am Rande um 0,3 λ verschoben.

Nimmt der Wassergehalt der Ammoniaklösung unter dem Deckglas zu durch Verdunstung des Ammoniaks oder durch Zufluß von Wasser aus einer Kapillarpipette, so quellen die hohlen Schläuche auf, ändern dabei ihre Gestalt, die positive Doppelbrechung wird kleiner oder geht in negative Doppelbrechung über. Ein langer gerader Schlauch kann mehrere kugelförmige Anschwellungen bilden, die zu einer größeren Kugel zusammenfließen oder in halbkreisförmige Schraubenwindungen oder Wellenlinien übergehen, die sich dann wieder in aneinanderhängende Blasen oder Sphärokristalle verwandeln.

Ich habe mit Polarisationsfarben am Kopfe und an einer Reihe benachbarter Anschwellungen eines Schlauches positive Doppelbrechung, an entfernter liegenden Anschwellungen desselben Schlauches negative Doppelbrechung beobachtet. Positive und negative Doppelbrechung etwa in gleicher Intensität. Gelegentlich sah ich auch einen Schlauch von 0,15 mm Durchmesser mit Querschichten von 0,03 mm Dicke, die abwechselnd positive und negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Schlauchoberfläche zeigten.

Diese Doppelbrechung kann stundenlang sichtbar bleiben und auch nach stundenlanger Einwirkung des Wassers kommen Myelinformen und Sphärokristalle mit positiver Doppelbrechung vor. Im allgemeinen überwiegt aber im ersten Stadium der Myelinbildung die positive, im späteren die negative Doppelbrechung, um später bei der Bildung einfach brechender dünnwandiger, einzelner oder aneinanderhängender Schaumblasen ganz zu verschwinden.

Bei anderen Versuchen ließ ich Kalihydrat statt Ammoniak

auf das Ölsäuretröpfchen unter dem Deckglas einwirken und erhielt runde Kugeln von 0,16 mm Durchmesser, welche zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen ein schwarzes Kreuz, und 0,004 mm vom Umfang einen blauvioletten Kreis zeigten, einem Gangunterschiede $\delta = +1\,\lambda$ entsprechend. Damit in Übereinstimmung zeigte ein Interferenzstreifen des Babinetschen Kompensators normal zur Kugeloberfläche im Azimut 45° einen Hügel von $+1\,\lambda$ Höhe, der nach der Kugelmitte bis $-0{,}3\,\lambda$ herabging. Es war also ein negativer Sphärokristall von einem positiven Sphärokristall umhüllt, wie bei aufgequollenen Leimkugeln (§ 149, Fig. 194, *b*).

Das Verhalten der Myelinformen gegen polarisiertes Licht ist nicht vereinbar mit der Annahme fester Kristallnadeln, die radial und normal gegen die Oberfläche der Ölsäureschichten angeordnet sind, dagegen ganz analog den Erscheinungen bei schrumpfender oder aufquellender Leimgallerte.

§ 162. *Doppelbrechung beim Aufquellen und Einschrumpfen von Chabasit und Heulandit.* Der Chabasit zeigt gewöhnlich positive, selten negative Doppelbrechung. Brewster[1]) fand an einem Chabasitkristall einen Kern mit regelmäßiger Doppelbrechung. Rings um den Kern nahm die Doppelbrechung ab, wurde Null und nahm dann das entgegengesetzte Vorzeichen an. Ähnlich habe ich beim Einschrumpfen von Leimgallertkugeln (§ 149) einen Kern mit positiver Doppelbrechung, umgeben von einer Hülle mit negativer Doppelbrechung, erhalten. Andere Erscheinungen sprechen ebenfalls dafür, daß der Chabasit wie eine Gallerte Wasser abgeben und aufnehmen kann.

Nach Klein[2]) und Rinne[3]) nehmen Chabasite mit positiver Doppelbrechung bei Erhitzen und Wasserabgabe negative Doppelbrechung an, deren Größe mit dem Wassergehalte schwankte. Die hexagonalen Kristalle gehen in trikline Kristalle über. Ein weiteres Erhitzen verändert beide Arten der Chabasite gleichmäßig zu stark positiv doppeltbrechenden. In allen Erhitzungszuständen bleibt die Zwillingsbildung und

1) D. Brewster, Pogg. Ann. **19.** p. 536. 1830.

2) C. Klein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1890. 1. p. 732.

3) F. Rinne, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1890. 2. p. 1163, 1199.; Neues Jahrb. f. Min. 1. p. 139. 1896; 2. p. 37. 1897.

das trikline System erhalten. Die einmal optisch abnormal (triklin) gewordene Substanz behält diese Gleichgewichtslage bei. Auslöschungsrichtungen und Lage der optischen Achsen wechseln nach Rinne und Friedel[1]) mit dem Gehalte an Wasser, Alkohol, Kohlensäure, Schwefelkohlenstoff oder anderen Flüssigkeiten, die man von dem Kristallgerüst absorbieren läßt.

Ich habe dünngeschliffene Platten oder Splitter von Chabasit von Aussig unter einem Deckglas mit untergelegten Deckglasstreifen auf einem Objektträger oder in einem Flüssigkeitstropfen untersucht, der an der Unterseite eines Deckglases über einem Uhrglasobjektträger hing und durch einen Ring Paraffinöl vor dem Verdunsten geschützt war. Die Flüssigkeitstropfen konnten von dem umgekehrten Deckglas mit einem spitzen Streifen Fließpapier abgesogen und durch einen Tropfen anderer Flüssigkeit ersetzt werden, der in einer Platinöse hing.

Bei abwechselndem Trocknen und Einlegen in Wasser zeigten die Chabasitplatten keine merklichen Volumenänderungen, aber Formänderungen oder Verwerfungen und Doppelbrechung, deren Größe und Auslöschungsrichtungen vom Rande nach dem Innern sich kontinuierlich oder sprungweise änderten. Mit einer Gipsplatte von λ zeigte der Rand häufig eine andere Polarisationsfarbe als das Innere. Stellen mit gelber und blauer Farbe oder negativer und positiver Doppelbrechung lagen neben- oder nahe beieinander, wie bei schrumpfenden oder quellenden Kugeln und Zylindern von Leimgallerte. Änderte sich die Polarisationsfarbe nicht kontinuierlich, so waren die verschiedenen farbigen Felder durch eine geradlinige oder wellenförmige Grenze voneinander getrennt, ähnlich der Peripherie der Vegetationen von Leimchromat (Fig. 179, § 131). Aber die Auslöschungsrichtung lag nur in einzelnen Fällen normal zur Grenzfläche, der Wassergehalt war nur in einzelnen Fällen symmetrisch um die Normale der Grenzfläche verteilt.

In Alkohol und konzentrierter Schwefelsäure zeigten sich ähnliche Erscheinungen.

Beim Einlegen in verdünnte Schwefelsäure wurde die Chabasitplatte einfach brechend. An der Oberfläche und im

---

1) G. Friedel, Bull. de la Société Française de minéralogie p. 94. 1896.

Innern zeigten sich Schaumkammern von 0,02—0,04 mm Durchmesser mit Schaumwänden von 0,0025 mm Dicke, in denen wieder kleine Linsen verteilt waren. Die Schaumwände waren meist unter 120° gegeneinander geneigt. Nach längerer Einwirkung zerfielen die Platten in einzelne einfach brechende Brocken, die oft die Form eines Würfels mit muscheligem Bruch, aber mit einer daran hängenden Kugel hatten.

Neben den Brocken hatten sich winzige doppeltbrechende Kristalle (Kaliumsulfat?) abgeschieden, einzeln oder in Haufen, radial um eine unsichtbare Kernblase gelagert. An einzelnen Kristallen war im Innern eine gewundene Schraube zu erkennen.

Da die Schaumwände sich eher auflösen als der Inhalt der Schaumkammern, so ist für beide eine verschiedene Zusammensetzung (wasserarmes und wasserreiches Silikat?) anzunehmen. Die Schaumwände hatten sich bei der Kristallisation des Chabasits an schon erstarrte Schaumwände angesetzt, ähnlich wie bei Leimtannat (§ 98, Ann. d. Phys. 11. p. 65). Nur in seltenen Fällen waren sie flüssig gewesen oder beim Aufquellen flüssig geworden, wie einzelne Winkel von 120° zeigten. Die Erscheinungen waren denen ähnlich, welche Leimgallerte beim Aufquellen und Einschrumpfen zeigte.

Die Schaumwände mit eingelagerten Linsen hätten auch von dem flüssigen Leim herrühren können, in welchen die Dünnschliffe von Chabasit eingelegt waren. Ich habe daher diese Versuche mit Chabasitsplittern wiederholt, welche von einer Kristalldruse abgespalten waren, und ähnliche Resultate erhalten, wie mit den Dünnschliffen.

Die Chabasitsplitter hatten die Form eines spitzen Kegels und zeigten nach dem Erwärmen über einer Alkoholflamme negative Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Längsrichtung. Diese negative Doppelbrechung nahm in Wasser, Alkohol und konzentrierter Schwefelsäure allmählich ab, indem die Interferenzfarben allmählich nach dem dickeren Ende des Splitters rückten. Auf einzelnen Spaltungsflächen lagen kleine, runde, scharf begrenzte Linsen.

Der dunkle Interferenzstreifen eines Babinet'schen Kompensators im Okular des Polarisationsmikroskopes wurde par-

allel der Längsrichtung normal zur Basis des kegelförmigen Kristallsplitters gestellt und zeigte 24 Stunden nach Einlegen des Splitters in Wasser am Rande der Basis ein Wellental von $-0{,}8\,\lambda$ Tiefe. Nach 48 Stunden bildete er einen geraden Streifen bei $-1{,}1\,\lambda$. Die Länge des Splitters hatte dabei von 0,540 mm auf 0,544 mm zugenommen.

Bei einem Chabasitsplitter in Alkohol bildet der dunkle Kompensatorstreifen normal zur Längsrichtung nebeneinander liegende Wellenberge von 0,2, 0,4, 0,6 λ Höhe; nach 24 Stunden einen Wellenberg, der am Rande 0, im Innern 1 λ Höhe hatte.

In konzentrierter Schwefelsäure bildete der Kompensatorstreifen parallel der Längsrichtung an der Basis eines Splitters nach 0,5, 1, 3 Stunden am Rande der Basis einen Wellenberg von $+0{,}25$, 0,3, 0,2 λ Höhe; im Innern ein Wellental von $-0{,}1\,\lambda$ Tiefe, das nach 3 Stunden ebenfalls in einen breiten Wellenberg von 0,2 λ übergegangen war. Normal zur Längsrichtung zeigte nach 48 Stunden an einer anderen Stelle des Randes desselben Splitters der Kompensatorstreifen nebeneinander Wellenberge und Wellentäler von 0,3 und $-0{,}2\,\lambda$ oder geringerer Tiefe.

In verdünnter Schwefelsäure krümmten sich die haarfeinen Spitzen der Splitter, die Länge nahm um 1 Proz. zu und später wieder um 4 Proz. ab. An einzelnen Stellen quollen Schaummassen hervor, die im Laufe einiger Tage in winzige Kristallnadeln oder sternförmige Kristallhaufen übergegangen waren. Die Doppelbrechung des ganzen Kristallsplitters nahm kontinuierlich ab. Die Polarisationsfarben rückten mit der Zeit nach dem dickeren Ende des kegelförmigen Splitters fort und waren die Farben eines positiven Kristalles mit optischer Achse parallel der Kegelachse. Nach mehrtägiger Einwirkung der verdünnten Schwefelsäure auf einen Chabasitsplitter waren langgestreckte Schaumkammern von 0,0024 mm Breite mit Schaumwänden von 0,0003 mm Dicke entstanden. Die Schaumwände zeigten mit einer Gipsplatte negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche und normal zur Längsrichtung des Splitters. Der Inhalt der Schaumkammern war in demselben Sinne, aber schwächer doppeltbrechend wie die Schaumwände. Neben dem Splitter und auf seiner Oberfläche waren viele Kristalle (von Kaliumsulfat?) entstanden,

einzeln oder zu sternförmigen Kristallhaufen vereinigt, mit positiver Doppelbrechung und optischer Achse parallel der Längsrichtung.

Um kleinere Splitter getrennt untersuchen zu können, wurden dieselben in ein Probierröhrchen geschüttet, dessen unterer Teil zu einem hohlen Glasfaden ausgezogen und zugeschmolzen war. Durch Klopfen wurden die Splitter in dem hohlen Glasfaden verteilt und der Glasfaden zwischen den Splittern über einer kleinen Alkoholflamme ausgezogen. Die einzelnen Teile des Glasfadens wurden mit Wasser oder anderen Flüssigkeiten gefüllt, an beiden Enden zugeschmolzen, paarweise unter ein Deckglas in Wasser gelegt und mit dem Polarisationsmikroskop untersucht.

Einzelne Splitter lösten sich in Wasser und bildeten viele ölartige Tropfen von 0,025—0,0015 mm Durchmesser, die mit einer Gipsplatte von λ die Polarisationsfarben eines positiven Sphärokristalles zeigten und wohl aus unsichtbaren, radial angeordneten Schaumkammern mit Wänden von alkalihaltiger Kieselsäure bestanden, wie ich sie früher beim Eintrocknen von wässeriger Kieselsäurelösung erhalten habe (Fig. 96, *a*, § 70).

Zuweilen saugten die Chabasitsplitter das Wasser der Röhrchen auf und quollen unter Volumenvermehrung auf zu Schaummassen, deren Wände negative Doppelbrechung zeigten mit optischer Achse normal zur Oberfläche. Nach 14 Tagen hatten sich Schaumkammern von 0,02 mm und größer gebildet. Die Doppelbrechung der Schaumwände war in den ersten Tagen des Aufquellens stärker als später.

Gewöhnlich zeigten die Chabasitkristalle in den zugeschmolzenen Röhren mit Wasser, Alkohol, Schwefelsäure ähnliche Erscheinungen wie in den hängenden Tropfen dieser Flüssigkeiten, welche ich oben beschrieben habe. In verdünnter Schwefelsäure zerfielen die Splitter zu einfach brechenden Brocken oder zeigten aneinander hängende Schaumkammern mit Randwinkeln von 90° und schwacher positiver Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Längsrichtung. Neben den Splittern lagen doppeltbrechende Kristalle von 0,03 × 0,008 mm mit positiver Doppel-

Fig. 208. Japanischer Spiegel aus Chabasit.

brechung und optischer Achse parallel der Längsrichtung (Kaliumsulfat und Gips).

Eine Rhomboederfläche eines Chabasitkristalles reflektierte Sonnenlicht auf ein Papierblatt wie ein japanischer Spiegel und ließ Schaumkammern mit Anschwellungen und Schaumwände mit 90° Neigung erkennen, wie sie sich auch beim Aufquellen in verdünnter Schwefelsäure zeigen (Fig. 208) [Photographie].

Rinne[1]) hat Kristallplatten von Heulandit von Eskifjord durch Liegen über geschmolzenem Chlorcalcium oder gelindes Erwärmen Wasser entzogen. Am Rande der Spaltblättchen erschienen mit einem Gips von λ rote, gelbe und blaue Zonen, die sich nach dem Innern des Blättchens bewegten. Die Erscheinung war also analog den Dilatations- und Kompressionswellen, welche Kugeln oder Zylinder von Leimgallerte beim Einschrumpfen oder Aufquellen zeigen (§§ 149 bis 151). Daß dabei der Winkel und die Ebene der optischen Achsen sich änderten, ist erklärlich, sobald der Wasserverlust nicht gleichmäßig um die Normale der Oberfläche erfolgte.

§ 163. *Kristalle von Serumalbumin*, nach dem von Gürber[2]) angegebenen Verfahren von Hrn. Dr. Shiga dargestellt, sind mir durch freundliche Vermittelung des Hrn. Professor Kossel zur Verfügung gestellt worden. Die weichen Kristalle liegen in einer konzentrierten Lösung von Ammoniumsulfat, und bilden gewöhnlich sechsseitige Säulen, die an einem Ende durch einen Kugelabschnitt, am anderen Ende durch die Pyramide eines Dihexaeders begrenzt sind (Fig. 209, *a*). Wenige größere Kristalle von 0,4 × 0,04 mm liegen zwischen zahlreichen kleineren Kristallen von 0,1 × 0,006 mm oder kleiner. Mit einer Gipsplatte von λ zeigen große und kleine Kristalle positive Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der hexagonalen Säule. Die großen Kristalle zeigen mit einem Babinetschen Kompensator einen Gangunterschied δ von 0,1—0,4 λ, gewöhnlich von 0,2 λ.

Bringt man die Kristalle in ihrer Mutterlauge in hohlen Glasfäden von 1 mm Durchmesser unter ein Deckglas mit

1) F. Rinne, Neues Jahrb. f. Min. 1. p. 12. 1892.

2) A. Gürber, Verhandl. Phys. med. Gesellsch. zu Würzburg. 1895. p. 124 u. 139; 1896. p. 348.

Wasser, so fließt der Kristallbrei langsam aus dem Glasfaden aus, die großen Kristalle quellen auf und werden später kleiner, indem sie sich allmählich in Wasser auflösen. Das spitze Ende der Kristalle zerfällt zuerst in einzelne Fäden von 0,001 mm Durchmesser mit runden Köpfen (Fig. 209, *b*). Dann verwandelt sich die sechsseitige Säule in rechts- oder linksgewundene Schrauben mit großen Löchern (Fig. 209, *c*, *d*) unter Abnahme der Doppelbrechung. Die schraubenförmigen Röhren scheinen aus Schaumkammern mit ölartigen Schaumwänden aus klebriger Flüssigkeit mit Oberflächenspannung zu bestehen. Der schraubenförmige Bau entspricht der Entstehung von Kristallnadeln aus Kupfersulfat aus schraubenförmig aneinander gereihten Kugeln (§ 49, Fig. 72, *c*, Ann. 9. p. 17).

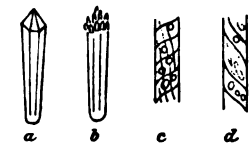


Fig. 209.
Serumalbumin.

Da die großen Serumalbuminkristalle sich schnell, die kleinen Serumalbuminkristalle nur sehr langsam in Wasser lösen, so haben beide wahrscheinlich verschiedene Zusammensetzung.

Gelegentlich zeigten sich beim Auflösen in Wasser Bruchstücke eines Sphärokristalles erster Klasse (§ 42) mit schwacher positiver Doppelbrechung.

Werden die Kristalle in ihrer Mutterlauge im Wasserbade auf 100° erhitzt, so werden sie nach Gürber in Wasser unlöslich und verlieren ihr Doppelbrechungsvermögen, sind aber sonst in Ansehen und Form mit den nicht koagulierten Kristallen identisch (vgl. § 59, Ann. 9. p. 40).

Beim Erwärmen auf 100° in der Ammoniumsulfatlösung unter einem Deckglas fand ich die kleinen Kristalle von Serumalbumin einfach brechend. Die großen Kristalle nehmen, scheinbar ohne Formänderung, schwache negative Doppelbrechung an, mit optischer Achse parallel der Säulenachse ($\delta = -0{,}05\ \lambda$ bis 0). Die Größe der negativen Doppelbrechung wechselt und scheint von der Geschwindigkeit der Erwärmung abzuhängen. In einzelnen Fällen zeigte das eine Ende eines Kristalles sehr schwache positive, das andere Ende sehr schwache negative Doppelbrechung nach dem Erwärmen. Die erwärmten Kristalle waren in Wasser löslich.

Erwärmt man den Kristallbrei in zugeschmolzenen hohlen

Glasfäden von 1 mm Durchmesser und legt diese in Wasser unter ein Deckglas, so zeigen die großen Kristalle viele Blasen im Innern, und sehr schwache positive Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Säulenachse. Die kleinen Kristalle erscheinen einfach brechend.

Der Wechsel von Größe und Vorzeichen der Doppelbrechung beim Aufquellen und Erwärmen der Serumalbuminkristalle, oft ohne merkliche Änderung der äußeren Gestalt, das Auftreten von kugelförmigen Endflächen oder schraubenförmigen Schaummassen mit Schaumwänden aus ölartiger Flüssigkeit entspricht ganz dem Verhalten der Chabasitkristalle beim Aufquellen in Wasser, Schwefelsäure etc. (§ 162).

§ 164. *Übersicht der Erscheinungen bei der Doppelbrechung der Gallerte oder geronnener Kolloidlösungen* (Kieselsäure, Eisenoxydhydrat, Leim, Eiweiß, Stärke, Gerbsäure), *gallertartiger Niederschläge* (Calciumcarbonat, Calciumphosphat, Ferrocyankupfer, Arseniktrisulfid, Schwefel, Seifengallerte und Myelin), *gallertartiger Salzlösungen* (alkoholhaltige wässerige Lösung von Mangansulfat, Aluminiumsulfat, Ammoniumsulfat, Magnesiumsulfat, Zinksulfat).

Durch Kompression oder Dehnung wird Leimgallerte negativ oder positiv doppeltbrechend mit optischer Achse parallel der Druck- oder Zugrichtung (§§ 147, 152), ähnlich wie Gallerte von Eiweiß, Gerbsäure, Stärke oder wie Glas.

Bei dem gebogenen Prisma von Glas oder Leimgallerte (§ 147) liegen immer zwei Schichten mit positiver und negativer Dilatation nebeneinander.

Durch Schrumpfen oder Aufquellen wird die Oberfläche der Leimgallerte negativ oder positiv doppeltbrechend, mit optischer Achse parallel der Oberflächennormalen.

Aber bei weiterem Fortschreiten des Schrumpfens oder Aufquellens treten neben den Stellen mit negativer oder positiver Doppelbrechung auch Stellen mit positiver oder negativer Doppelbrechung auf. Beide schreiten langsam nach dem Innern der Gallerte fort und ändern dabei Verteilung und Intensität der Doppelbrechung. Neben einer Verdichtungswelle tritt auch eine Dilatationswelle auf oder umgekehrt, neben einer Dilatationswelle eine Verdichtungswelle, deren Größe von der Geschwindigkeit abhängt, mit der die Leim-

gallerte Wasser nach außen abgibt oder Wasser von außen aufnimmt (§§ 149—156).

Bei langsamem Eintrocknen oder Aufquellen kann die Leimgallerte einfach brechend bleiben. Schon Brewster[1]) fand Gallerte von Kalbsfüßen und Hausenblase nur während des Eintrocknens doppeltbrechend, vorher und nach dem Trockenwerden gar nicht doppeltbrechend.

Wenn die Leimgallerte in dilatiertem oder komprimiertem Zustande erstarrt, so bleibt sie doppeltbrechend und zeigt dauernd die vorhandene Doppelbrechung auch in kleinen Bruchstücken, die aus einer größeren doppeltbrechenden Platte ausgeschnitten werden (§§ 85, 146, 154).

Die charakteristischen Erscheinungen, welche doppeltbrechende Leimgallerte beim Einschrumpfen und Aufquellen zeigt, finden sich nun bei allen Gallerten, welche ich untersucht habe, in ähnlicher Weise wieder.

Leimkugeln bilden beim Schrumpfen oder Aufquellen negative oder positive Sphärokristalle mit wechselnder Größe der Doppelbrechung, oder negative Sphärokristalle, die von einem positiven Sphärokristall umhüllt sind.

Analog fand ich nebeneinander *positive und negative Sphärokristalle* mit verschieden stark ausgeprägter Doppelbrechung (vgl. § 83, Nr. 20):

a) beim Eintrocknen der kolloidalen Lösungen von

Kieselsäure (§ 70, Fig. 96, *a*, *b*; 97, 98; Ann. d. Phys. 9. p. 824—827; § 159).
Eisenoxydhydrat (§ 73, l. c. 9. p. 974).
Eiweiß (§ 90, l. c. 10. p. 502).
Stärke (§ 94, l. c. 10. p. 677 u. 679).
Tannin, Gerbesäure (§ 92, l. c. 10. p. 515).
Leimbichromat (§ 135, l. c. 13. p. 94).

b) bei Bildung chemischer Niederschläge, die einige Zeit flüssig bleiben, und dabei Gallerte bilden, bei:

Calciumcarbonat (§ 37, Fig. 49, *f*, *g*, Ann. d. Phys. 7. p. 714, 716).
Calciumphosphat (§ 37, l. c. 7. p. 715).
Ferrocyankupfer (§ 27, l. c. 7. p. 658).
Arsentrisulfid (§ 78, Fig. 112, l. c. 9. p. 985).
Schwefel (§ 79, l. c. 9. p. 993).
Seifengallerte (Myelin) (§ 161).

1) D. Brewster, Pogg. Ann. 19. p. 536. 1830. Philos. Transact. 1815. p. 61.

c) durch Wasserentziehung mit Alkohol bei wässerigen Lösungen von:

Mangansulfat (§ 51, Ann. d. Phys. 9. p. 20).
Aluminiumsulfat (§ 52, l. c. 9. p. 22).

Negative Sphärokristalle von einem positiven Sphärokristall umhüllt (oder umgekehrt) wurden beobachtet, außer bei Leim, bei

Kieselsäure (§ 70, Fig. 96, *x*, *e*, Ann. d. Phys. 7. p. 824; § 79, l. c. 9. p. 995; § 159).
Calciumcarbonat (§ 24, l. c. 7. p. 697).
Seifengallerte (Myelin) (§ 161).

Negative Sphärokristalle fand ich

bei Eintrocknen von Eisenoxychlorid (§ 75, Ann. d. Phys. 9. p. 980);
bei Bildung von Schwefel (§ 79, Fig. 114, *c*, l. c. 9. p. 995);
bei Bildung von Kaliumferrocyanid (§ 28, l. c. 7. p. 661);
β-Leimbichromat (§ 132, l. c. 13. p. 83).
β-Eiweiß (§ 91, l. c. 10. p. 104).

Analog den Leimkugeln mit positiver Doppelbrechung, die durch Druck zweiachsig doppeltbrechend werden (Fig. 197, § 152), habe ich *doppeltbrechende Kugeln mit dunklen Hyperbeln* beobachtet bei

Kieselsäure (Fig. 96, *h*, *n*, § 70, Ann. d. Phys. 9. p. 824).
Calciumcarbonat (Fig. 49, *i*, § 37, l. c. 7. p. 714).
Schwefel (Fig. 114, *g*, § 79, l. c. 9. p. 995).
Stärke (Fig. 130, § 94, l. c. 10. p. 676).
Stärke mit Kalksalzen (Fig. 169, § 118, l. c. 11. p. 483).

Daß bald positive, bald negative Sphärokristalle mit großer oder kleiner Doppelbrechung bei derselben Substanz vorkommen, beweist schon, daß diese Sphärokristalle nicht von radial angeordneten Kristallen gebildet sein können, und ich habe sie (§ 42, Ann. d. Phys. 7. p. 739) als Sphärokristalle zweiter Klasse bezeichnet und dort ihre optischen Eigenschaften näher besprochen. Sie bestehen aus Schaumkammern mit ölartigen Wänden aus wasserarmer Lösung *A*, die mit wasserreicher Lösung *B* gefüllt sind. Die Schaumkammern sind radial oder parallel dem Umfang angeordnet, ähnlich wie bei den großen Sphärokristallen mit sichtbaren Schaumkammern

von Kieselsäure (Fig. 86, *a*, *b*, § 64, Ann. d. Phys. 9. p. 804 oder β-Eiweiß (§ 95, l. c. 10. p. 304).

Den Übergang vom Sphärokristall mit sichtbaren zu solchen mit unsichtbaren Schaumkammern konnte ich gut verfolgen bei

Kieselsäure (Fig. 186, § 140, Ann. d. Phys. 13. p. 226).
Calciumcarbonat (Fig. 46, § 35, l. c. 7. p. 708, 714, 731; Fig. 49, § 37; Fig. 61, § 38).
Arseniktrisulfid (Fig. 112, § 78, l. c. 9. p. 985).

In *halb eingetrockneten Gallerten* beobachtete ich am *Rande von Sprüngen positive* (oder negative), *im Innern der Gallertbrocken negative* (oder positive) *Doppelbrechung* von wechselnder Intensität mit optischer Achse normal zur Oberfläche der Sprünge oder bald positive, bald negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche.

a) bei Gallerten aus eingetrockneter Kolloidlösung von

Kieselsäure (§ 70, Ann. d. Phys. 9. p. 821).
Eisenoxydhydrat (§ 73, Fig. 103, *a*, l. c. 9. p. 971).
Leim (§ 85, l. c. 10. p. 483).
Eiweiß (§ 90, l. c. 10. p. 501).
Tannin (§ 93, l. c. 10. p. 515).
Stärke (§ 94, l. c. 10. p. 678).

b) bei Gallerten aus Salzlösungen, denen Wasser durch Alkohol entzogen war, von

Ammoniumsulfat (§ 54, Ann. d. Phys. 9. p. 24).
Magnesiumsulfat (§ 55, l. c. 9. p. 28).
Zinksulfat (§ 56, l. c. 9. p. 29).

c) Bei gequollenen und geschrumpften Kristallsplittern von

Chabasit,
geschrumpftem Heulandit (§ 162).
Bei gequollenem Serumalbumin (§ 163).

Kieselsäurebrocken zeigten positive Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Bruchfläche und zur Längsrichtung der offenen Schaumzellen (Fig. 95, *a*, § 70, Ann. d. Phys. 9. p. 821). Kieselsäure war am Rande der Sprünge positiv, im Innern negativ doppeltbrechend oder einfach brechend (§ 72, Ann. d. Phys. 9. p. 836), umgekehrt wie Eisenoxydhydrat (§ 73, Fig. 103, *a*, Ann. d. Phys. 9. p. 971). Die Doppelbrechung der Kieselsäure änderte sich langsam beim Aufquellen (§ 70, Ann. d. Phys. 9. p. 826), wie bei Leimgallertkugeln (§ 149).

In der *Nähe von Luftblasen, die in der eintrocknenden Gallerte eingeschlossen waren*, beobachtete ich *negative Doppelbrechung* mit optischer Achse normal zur Oberfläche der Luftblase bei

Kieselsäure (§ 70, Ann. d. Phys. **9.** p. 832);
Eisenoxychlorid (§ 75, l. c. **9.** p. 980);
α-Leim (§ 87, l. c. **10.** p. 488; § 154);
Eiweiß (§ 96, Nr. 23, l. c. **10.** p. 701);
Leimtannat (§ 98, l. c. **11.** p. 65)

entsprechend dem Zuge der Schaumwände, welche normal zur Oberfläche der Luftblase wirkten, wie in Fig. 147 (§ 101, Ann. d. Phys. **11.** p. 81). Beim Aufquellen von Leim in Wasser ging die negative Doppelbrechung in der Nähe der Luftblasen in positive Doppelbrechung über.

Große Tropfen kolloidaler Lösungen von Leim[1]), Hausenblase, Eiweiß, Gerbsäure, Kieselsäure, Eisenoxydhydrat, welche auf Quecksilber eintrocknen, werden allmählich klebriger und geben *Gallertelamellen mit Randfalten oder Schaumwänden im Innern, welche negative Doppelbrechung* zeigen, mit optischer Achse normal zum Rande, wie wenn die Gallerte normal zum Rande komprimiert wäre, ähnlich wie Leimkugeln, welche in Luft eintrocknen (§ 149). Randfalten und Doppelbrechung nehmen mit der Klebrigkeit der Flüssigkeit zu und bleiben auch noch nach dem Erstarren der Gallerte jahrelang bestehen.

Bei 100° getrocknete oder im Platindeckel geglühte Kieselsäure blieb positiv doppeltbrechend am Rande, negativ doppeltbrechend im Innern mit optischer Achse normal zur Sprungrichtung (§ 72, Ann. d. Phys. **9.** p. 836 u. § 159), analog wie schnell gekühltes Glas doppeltbrechend bleibt.

Das früher beschriebene, im Uhrglas eingetrocknete Eisenoxydhydrat (§ 72, Fig. 103, *a*, Ann. d. Phys. **9.** p. 971) war nach $1^1/_2$ Jahren in Wasser nicht mehr löslich, hatte aber seine Doppelbrechung behalten.

Langsam erstarrte Kieselsäurelösung ist gewöhnlich einfach brechend.

Schnell erstarrte oder schnell geronnene Leimlösung ist doppeltbrechend, langsam erstarrt oder geronnen ist sie einfach brechend.

---

1) G. Quincke, Wied. Ann. **35.** p. 567. 1886.

Ich schließe daraus, daß doppeltbrechende Gallerte, wenn die flüssigen Schaumwände in ihrem Innern bei dem Erstarren verschiedene Spannungen haben, auch nach dem Erstarren doppeltbrechend bleibt. Aus flüssiger Gallerte mit gedehnten Schaumwänden entsteht feste doppeltbrechende Gallerte.

Doppeltbrechende Gallertbrocken mit optischer Achse normal zu einer Begrenzungsfläche zeigen zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen in der Lage größter Dunkelheit manchmal zwei Systeme heller Streifen, die unter $\pm 45^0$ gegen die Auslöschungsrichtungen geneigt sind. Ich habe dieselben besonders bei eingetrockneter Stärkegallerte beobachtet (§ 94, Ann. d. Phys. **10.** p. 684, 687, 688; § 96 Nr. 33). Diese hellen Streifen rühren von einer Doppelbrechung durch scherende Kräfte her und sind bei gebogenen Glasstreifen von W. König[1]) näher untersucht worden.

§ 165. *Doppelbrechung in bewegten Flüssigkeiten. Leimlösung. Eisenoxydhydrat.* Nach Mach[2]) wird zähflüssige Phosphorsäure durch einseitigen Druck, nach Maxwell[3]) zähflüssiger Canadabalsam durch schnelles Umrühren vorübergehend doppelbrechend. Die Doppelbrechung verschwindet wieder, wenn die durch die schnelle Bewegung erzeugten Spannungen sich nach einiger Zeit in der klebrigen Flüssigkeit wieder ausgeglichen haben. Maxwell nennt diese Zeit Relaxationszeit.

In dem 4 mm breiten ringförmigen Raume zwischen einem schnell rotierenden Messingzylinder von 50 mm Durchmesser und einem ruhenden Messinghohlzylinder fand Kundt[4]) eine konzentrierte Gelatinelösung doppeltbrechend, mit Auslöschungsrichtungen, welche unter $\pm 45^0$ gegen die Hauptschnitte der gekreuzten Nicolschen Prismen geneigt waren. Kundt erklärt die Doppelbrechung durch die Differenz der Winkelgeschwindigkeiten zweier benachbarter Flüssigkeitsringe, welche mit wachsendem Radius abnimmt. Dadurch wurde ein tangentialer Zug auf jedes Volumenelement ausgeübt und in einer elastischen Flüssigkeit ein Maximum der Dilatation und Kompression herbeigeführt in Richtungen, welche unter $\pm 45^0$ gegen

1) W. König, Ann. d. Phys. **11.** p. 847. 1903.
2) E. Mach, Optisch akustische Versuche p. 28. Prag 1873.
3) J. C. Maxwell, Pogg. Ann. **151.** p. 152. 1874.
4) A. Kundt, Wied. Ann. **18.** p. 117 u. 128. 1881.

den Radius geneigt sind. Die Doppelbrechung nahm zu mit der Rotationsgeschwindigkeit des rotierenden Zylinders. Die Größe der Doppelbrechung wurde in etwas anderer Weise als mit dem Babinetschen Kompensator durch Verschiebung eines dunklen Interferenzstreifens in einem Spektrum gemessen. Für kleine Rotationsgeschwindigkeiten nahm die Doppelbrechung in der Nähe des rotierenden Zylinders schnell ab und hatte der dunkle Interferenzstreifen die Gestalt Fig. 210, *a*, wo *A* die ruhende; *B* die bewegte Zylinderfläche ist.

Bei großen Rotationsgeschwindigkeiten von mehr als 5000 Umläufen in der Minute schlug die Erscheinung um. Der dunkle Streifen hatte die Gestalt Fig. 210, *b*. Die Doppelbrechung war Null in der Mitte des ringförmigen Raumes und nahm zu nach der ruhenden und bewegten Zylinderfläche. Die Gelatinelösung war während der Versuche flüssig, gelatinierte aber bei längerem Stehen. Kundt „hat nicht ermitteln können, woher die Erscheinung rührt. Es schien fast, als ob der Leim in der Mitte zwischen dem rotierenden und festen Zylinder durchriß. Doch sei dann schwer verständlich, weshalb die erhebliche Streifenverschiebung auch in der Nähe des festen umschließenden Metallzylinders eingetreten sei."

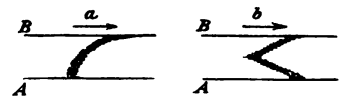


Fig. 210.

Kundt hat auch andere reibende Flüssigkeiten auf diese Doppelbrechung untersucht und für Kollodium die Auslöschungsrichtung um 25° im Sinne der Drehung gegen das Azimut 45° verschoben gefunden, also nicht in Übereinstimmung mit der angegebenen Theorie.

Umlauf[1]) hat die Kundtschen Versuche wiederholt mit kleineren Rotationsgeschwindigkeiten und hat die Doppelbrechung mit dem Babinetschen Kompensator gemessen. Derselbe beobachtete eine gekrümmte Gestalt des dunkeln Kompensatorstreifens „derart, daß die stärkste Krümmung dem

1) K. Umlauf, Wied. Ann. **45**. p. 307. 1892; vgl. auch P. Drude Winkelmanns Handbuch d. Phys. II. 1. p. 741. 1894; G. de Metz, Wied. Ann. **35**. p. 497. 1888; Th. Schwedoff, Journ. d. Phys. (3) **1**. p. 49. 1892; J. E. Almy, Phil. Mag. **44**. p. 501. 1897; B. V. Hill, Phil. Mag. **48**. p. 489. 1899; L. Natanson, Phil. Mag. **2**. p. 469. 1901.

rotierenden Zylinder am nächsten war; mit wachsender Entfernung von demselben nahm die Größe der Verschiebung zunächst rasch ab, um in der Nähe des festen Zylinders allmählich wieder zu wachsen." Lösungen von Traganth und Kirschgummi, deren Gallerte durch Druck positiv doppeltbrechend werden, zeigten bei schneller Rotation vorübergehende positive Doppelbrechung, umgekehrt wie Lösungen von Gummi arabicum, Kollodium und Gelatine, deren Gallerte durch Druck negativ doppeltbrechend werden.

Nach Schwendener[1]) zeigen Faden aus Kirschgummi schon im flüssigen Zustand, nicht erst beim Eintrocknen, Doppelbrechung. Die Doppelbrechung soll von anisotropen Teilchen herrühren, die sich in bestimmter Weise orientieren. Von Spannungen in einer bestimmten Richtung, durch welche die Anisotropie bedingt würde, könne in Flüssigkeiten nicht die Rede sein, wenigstens nicht für eine längere Dauer.

H. Ambronn[2]) hat schon 1889 vermutet, daß der Grad und der Sinn der vorübergehenden Doppelbrechung in schnell bewegten Mischungen zweier Kolloidlösungen von der Schnelligkeit der Bewegung und dem Wassergehalt abhängen und hat später[3]) darauf hingewiesen, daß die Resultate von Kundt und Umlauf auf Grund der Annahme anisotroper Teilchen in den Kolloiden erklärt werden können.

Schnell gezogene Fäden aus Wasserglas sind nach H. Ambronn[4]) kurze Zeit schwach doppeltbrechend.

Bei der Erklärung der Doppelbrechung verschieden schnell bewegter Kolloidlösungen hat man bisher den Einfluß der in ihnen schwebenden unsichtbaren Blasen und Schaumwände aus wasserarmer Kolloidlösung nicht berücksichtigt. Nach meiner Meinung wird aber das bisher unerklärte Verhalten der Gelatinelösungen für große Rotationsgeschwindigkeiten durch flüssige, sehr klebrige Schaumwände bedingt, welche an der Oberfläche des festen und des rotierenden Zylinders haften oder langsam gleiten, bei schneller Rotation in der Mitte durchreißen und

1) S. Schwendener, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1889. 1. p. 236.

2) H. Ambronn, Wied. Ann. 38. p. 160. 1889.

3) H. Ambronn, Leipz. Ber. 1898. 6. 6. p. 16.

4) H. Ambronn, Ber. Bot.-Ges. 7. p. 110. 1889.

von der rotierenden Flüssigkeit zwischen beiden Zylindern gezerrt werden. Die Zerrung und Doppelbrechung muß am befestigten Ende der Schaumwände am größten, am losen Ende der Schaumwände — in der Mitte des Flüssigkeitsringes — Null sein, wie es der Versuch ergab.

Ich brachte in den ringförmigen Raum zwischen zwei vertikalen Glaszylindern von 10 und 5 cm Durchmesser eine 1 cm hohe Schicht Plateauscher Seifenlösung, trieb mit einem Blasebalg aus einem Glasröhrchen mit einer Öffnung von 1 mm Durchmesser Luft durch die Seifenlösung und füllte den ringförmigen Raum mit aneinanderhängenden Schaumblasen von etwa 8 mm Durchmesser. Wurde der äußere Glaszylinder mit einer Zentrifugalmaschine langsam um den festen zentralen Zylinder herumgedreht, so verlängerten sich die Schaumwände in dem ringförmigen Raum in der Rotationsrichtung, und stellten sich schräg gegen die Zylinderflächen. Beim Aufhören der Rotation verschoben sich die Schaumwände am inneren Zylinder im Sinne der Rotation, am äußeren Zylinder im entgegengesetzten Sinne der Rotation. Bei schneller Rotation rissen die schräg gegen den Radius geneigten Schaumwände in der Mitte des Ringes durch. Die äußere und innere Zylinderfläche blieben von Schaumzellen bedeckt, welche durch einen schaumfreien Raum voneinander getrennt waren.

In analoger Weise werden die zähflüssigen Schaumwände aus wasserarmer Gelatinelösung *A* an den Zylinderwänden haften, vom rotierenden Zylinder mitgerissen, vom ruhenden Zylinder zurückgehalten, werden an der bewegten Zylinderfläche am meisten gezerrt werden, und müssen hier die größte Doppelbrechung zeigen, wie es der Versuch ergab.

Die Richtung der am stärksten gedehnten Schaumwand und deren Normale werden die Auslöschungsrichtungen oder Polarisationsebenen der Doppelbrechung bestimmen und nahezu unter 45^0 gegen die Zylinderachse geneigt sein.

Außer der von der Klebrigkeit der Flüssigkeit herrührenden Zugkraft wirkt auch noch die Zentrifugalkraft mit, welche die wasserarme und spezifisch schwerere ölartige Leimlösung *A* von der Rotationsachse in der Richtung des Radius forttreibt. Die Resultante der beiden nahezu parallel dem Umfang und parallel dem Radius wirkenden Kräfte muß die Richtung der

Ölfäden bestimmen. Jedenfalls ist die Erscheinung sehr kompliziert. Die Richtung größter Dehnung müßte aber der optischen Achse bei positiver Doppelbrechung entsprechen, wie es tatsächlich der Fall ist.

Bei kleinen Rotationsgeschwindigkeiten verschieben sich die Enden der Schaumwände auf der rotierenden Zylinderfläche, sind an dieser Stelle am stärksten gezerrt, und hier zeigt sich die stärkste Doppelbrechung.

Daß die Doppelbrechung der rotierenden Gelatinelösung mit der Rotationsgeschwindigkeit und der Konzentration der Leimlösung oder der Anzahl Schaumwände von ölartiger wasserarmer Gelatinelösung A zunimmt und von dem Radius des ruhenden und rotierenden Zylinders abhängt, ist mit der eben gegebenen Erklärung dieser Doppelbrechung ebenfalls in Übereinstimmung.

Ich möchte nicht unerwähnt lassen, daß B. V. Hill[1]) ähnliche Versuche wie Kundt angestellt hat, auch mit sehr verdünnten Gelatinelösungen ($^1/_2$—1 proz.). Bei schwachen scherenden Kräften, Drehungen des Zylinders um $\pm 30^0$ wurde schon Doppelbrechung sichtbar und blieb sichtbar bei Hemmung der Drehung. Bei fortgesetzter Drehung verschwand die Doppelbrechung plötzlich. Hill schließt daraus auf eine Struktur im Innern der Gelatinelösung, ähnlich der Struktur von Leimgallerte, welche bei Überschreitung der Elastizitätsgrenze zusammenbricht, deren Brocken bei weiterer Drehung übereinander gleiten und dabei von neuem Doppelbrechung als sekundäre Erscheinung hervorrufen. Wiederholtes Kochen und Abkühlen der Gelatinelösung vermehrte die Doppelbrechung, ständiges Kochen verminderte sie. Bei 0,4 proz. Gelatinelösung war die Doppelbrechung unabhängig von der Rotationsgeschwindigkeit.

Diese Erklärung der Doppelbrechung und der Eigenschaften kolloidaler Lösungen stimmt im allgemeinen mit der von mir vertretenen Auffassung überein (vgl. oben §§ 62 und 80), ebenso mit den Untersuchungen von Garrett[2]) über Viskosität und Beschaffenheit der Kolloidlösungen.

1) B. V. Hill, Phil. Mag. 48. p. 485. 1899.

2) H. Garrett, Viskosität und Zusammensetzung einiger Kolloidlösungen, Diss. p. 66. 8°. Heidelberg. 1903; Phil. Mag. 6. p. 374. 1903.

Garrett fand die Viskosität der Kolloidlösungen mit schwingenden Scheiben abhängig von der Größe der Amplitude. Bei Kieselsäure und Eiweiß nahm die Viskosität mit der Amplitude zu, bei Leimlösungen ab. Erstere haben dicke Schaumwände aus wasserarmer Kolloidlösung, die Leimlösungen sehr dünne Schaumwände, deren Oberflächenspannung abnimmt, wenn durch größere Amplituden der schwingenden Scheibe die Dicke der Schaumwände vermindert wird. Die Dicke dieser Schaumwände muß dann dünner als die doppelte Wirkungsweite der Molekularkräfte sein. Die Viskosität hing im allgemeinen vom Alter und der Vorgeschichte der Kolloidlösung ab, und wurde mit der Durchflußzeit durch Kapillarröhren kleiner gefunden als mit schwingenden Scheiben.

Doppelbrechung von bewegter Eisenoxydhydratlösung. In § 74 habe ich die vorübergehende Doppelbrechung von schnell bewegter kolloidaler Lösung von Eisenoxydhydrat beschrieben. Bei dieser 12 Jahre alten Kolloidlösung war die Doppelbrechung schon für kleine Geschwindigkeiten sehr merklich, weil in ihr viele unsichtbare Schaumwände von ölartiger wasserarmer Kolloidlösung enthalten waren, die auch ein halbes Jahr später erstarrten und eine steife Gallerte erzeugten.

Frisch bereitete Lösung von kolloidalem Eisenoxydhydrat zeigt unter gleichen Umständen keine Doppelbrechung, enthält weniger ölartige Schaumwände als alte Lösung.

Andere Kolloidlösungen verhalten sich ähnlich. In 5 proz. *Tannin*lösung zeigten sich (§ 92, Ann. d. Phys. **10**. p. 512) nach 1 Tage Schlieren in der Nähe der Röhrenwand, als ob sich hier Schaumwände mit anderer Lichtbrechung abgeschieden hätten.

Bei der Bildung von *Ferrocyankupfer* (§ 27, Ann. d. Phys. **7**. p. 659) leuchten kurze Zeit zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen doppeltbrechende Massen auf, welche meines Erachtens auch aus klebriger Flüssigkeit bestanden, die durch Dilatation vorübergehend doppeltbrechend wurde.

Sehr klebrige *Kieselsäure*lösung, welche $2^1/_2$ Jahre in einem verkorkten Glaskolben aufgehoben worden war, zeigte keine Doppelbrechung, wenn sie wie kolloidales Eisenoxydhydrat in einer 1 mm dicken Schicht auf dem Objekttisch eines Mikroskopes schnell bewegt wurde. Die wasserarme Kolloidlösung *A*

in den Schaumwänden der Kieselsäure ist eben weniger klebrig, als in den Schaumwänden von Leimlösung oder Eiweiß, wie auch die schwache Doppelbrechung der ersteren bei langsamem Eintrocknen beweist (vgl. § 166).

§ 166. *Positive und negative Doppelbrechung durch Druck.* Durch Druck werden doppeltbrechend mit optischer Achse parallel der Druckrichtung:

negativ		positiv	
Spiegelglas		Flintglas, bleireich (Pockels)[1]	
Steinsalz		Phosphorsäure (Mach)[2]	
Canadabalsam		Wachs	
Leim	Gallerte	Indigo (von Seherr-Thoss)	
Gelatine		Traganthgallerte	(v. Ebner)[3]
Hausenblase		Kirschgummigallerte	
Agar			
Stärke			
Eiweiß			
Tannin			
Kautschuk			
Guttapercha			
Kollodium			
Arabischer Gummi			
Trockener Kirschgummi			

Lösungen von Agar und arabischem Gummi geben auf Quecksilber eingetrocknet Lamellen mit großen Randfalten und negativer Doppelbrechung, mit optischer Achse normal zum Umfang (§ 95), wie Gelatine. Die eingetrockneten Lamellen von arabischem Gummi zerspringen leicht durch Belichtung.

Traganthschleim auf Quecksilber eingetrocknet gibt Lamellen mit weniger Randfalten als Stärkekleister und mit positiver Doppelbrechung, mit optischer Achse normal zum Rande (§ 95, Ann. d. Phys. 10. p. 696).

H. Ambronn[4]) hat arabischen Gummi, welcher durch Druck negativ doppeltbrechend wird, mit Kirschgummi ge-

1) F. Pockels, Ann. d. Phys. 7. p. 771. 1902.
2) E. Mach, Pogg. Ann. 146. p. 315. 1872.
3) V. v. Ebner, Anisotropie p. 25 u. 29. 1882.
4) H. Ambronn, Wied. Ann. 38. p. 160. 1889.

mischt, dessen Gallerte durch Druck positiv doppeltbrechend wird. Die in dünnflüssigem Zustande gemischten Kolloide gaben, je nach dem Mischungsverhältnis, beim Eintrocknen Fäden ohne Doppelbrechung oder mit positiver oder negativer Doppelbrechung. Eingetrocknete Fäden ohne Doppelbrechung gaben bei Dehnung wieder Doppelbrechung im Sinne des arabischen Gummi.

§ 167. *Feste Körper und klebrige Flüssigkeiten. Elastische Nachwirkung. Ursache der Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen.* Die in § 163 gegebene Übersicht der Erscheinungen der Doppelbrechung bei quellenden oder schrumpfenden Gallerten zeigt, daß im allgemeinen bald positive, bald negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche vorkommt, deren Größe mit dem Abstande vom Rande periodisch wechselt.

Gewöhnlich hat bei normalem Verhalten die äußerste Schicht beim Aufquellen der Gallerte positive, beim Eintrocknen negative Doppelbrechung. Bei einem für längere Zeit konstanten, nicht zu kleinen Wassergehalt ist die Doppelbrechung Null.

Diese Versuche beweisen, daß die Doppelbrechung nicht von Kristallbildungen im Innern der Gallerte herrühren kann.

Ich habe früher[1]) (§§ 22, 34, 83, 85, 96, 106) gezeigt, daß die Gallerte aus sichtbaren und unsichtbaren Schaumkammern bestehen, deren Wände von ölartiger, klebriger, wasserarmer Lösung *A*, und deren Inhalt von wasserreicher Lösung *B* desselben Kolloids (Kieselsäure, oder Eisenoxydhydrat, oder Leim, oder Eiweiß etc.) gebildet wird.

Bei Dehnung oder Kompression werden die klebrigen Schaumwände vorübergehend doppeltbrechend, wie ein gedehnter fester Körper, den man nach den Versuchen von Tresca[2]) und v. Obermayer[3]) als eine Flüssigkeit mit außer-

1) G. Quincke, Wied. Ann. **53.** p. 616. 1894; Ann. d. Phys. **7.** p. 631, 679; **9.** p. 1033. 1902; **10.** p. 478, 697. 1903; **11.** p. 91. 1903.

2) H. Tresca, Mém. prés. Paris **8.** p. 733. 1868.

3) A. v. Obermayer, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **58.** 2. p. 733. 1869.

ordentlich großer Klebrigkeit auffassen kann. Daß in der Tat klebrige Flüssigkeiten durch plötzliche Dehnung oder Compression für einige Zeit doppeltbrechend werden, beweisen die in § 164 erwähnten Versuche.

Die Doppelbrechung der klebrigen Flüssigkeiten ist vorübergehend und verschwindet nach Verlauf einer gewissen Zeit, der Relaxationszeit, wenn die durch Dehnung oder Kompression in der klebrigen Flüssigkeit erzeugten Dilatationen sich ausgeglichen haben. Die vorübergehende Doppelbrechung verschwindet um so langsamer, je größer die Dilatation und Viskosität, je größer die Relaxationszeit der dilatierten Flüssigkeit ist.

Die Relaxationszeit wächst mit der Größe der Dilatation. Sie hängt aber auch ab von den Dilatationen und der Viskosität der benachbarten Flüssigkeitsschichten. Mit der Art der Verteilung der Dilatationen in diesen Flüssigkeitsschichten, mit der Geschwindigkeit ihrer Entstehung und mit der Dauer ihrer Wirkung muß die Relaxationszeit und die sichtbare Doppelbrechung sich ändern.

Dilatierte klebrige Flüssigkeit mit großer Relaxationszeit muß auf benachbarte, weniger klebrige Flüssigkeit mit kleiner Relaxationszeit ähnlich wirken, wie dauernd dilatierte feste Substanz auf benachbarte, vorübergehend dilatierte Substanz (Gelatine, F. E. Neumann, H. Ambronn § 146) und in dieser vorübergehende Doppelbrechung erregen, von entgegengesetzter Art als sie selbst besitzt. Solche Stellen mit entgegengesetzter Doppelbrechung zeigen die von positiven Sphärokristallen oder Kugeln umhüllten negativen Sphärokristalle und Kugeln von Kieselsäure, Calciumcarbonat und Leim (§ 163).

Feste Körper sind Flüssigkeiten mit großer Viskosität und großer Relaxationszeit. Die Relaxationszeit ist verhältnismäßig klein für kleine Verschiebungen der Teilchen oder kleine Dilatationen. Sie wird sehr groß (unendlich), sobald dauernde Dehnung oder Verkürzung eingetreten ist. Dauernde Dehnung oder Verkürzung werden eintreten, sobald die Verschiebungen der kleinsten Teilchen nicht mehr außerordentlich klein sind. Von der Größe dieser Verschiebungen und der Geschwindigkeit, mit der sie an einer bestimmten Stelle und in den Nachbarschichten dieser Stelle auftreten, und von der Wirkungs-

weite der Molekularkräfte hängt die Relaxationszeit und die elastische Nachwirkung ab.

Von den Molekularkräften hängt die Größe der Elastizität und der Oberflächenspannung ab bei klebrigen Flüssigkeiten und bei festen Körpern.

Bei festen Körpern erzeugt die elastische Nachwirkung ähnliche Änderungen der Gestalt und der Dimensionen wie bei klebrigen Flüssigkeiten. Die elastische Nachwirkung muß auch bei festen Körpern von den Dilatationen der Nachbarschichten abhängen und von der Geschwindigkeit, mit der diese Dilatationen aufgetreten sind. Damit sind die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung in Übereinstimmung (F. Braun).[1])

Die Doppelbrechung klebriger Flüssigkeiten entspricht der Doppelbrechung fester Körper durch bleibende Dehnung oder bleibende Dilatation bei Verlängerung oder Verkürzung.

Wasser ist eine Flüssigkeit mit kleiner Viskosität und verschwindend kleiner Relaxationszeit. Zwischen festen Körpern und Wasser gibt es alle möglichen Übergänge, alle möglichen Werte der Viskosität und der Relaxationszeit.

Die ölartige wasserarme Flüssigkeit der Schaumwände von alter kolloidaler Eisenoxydhydratlösung zeigte eine Relaxationszeit von wenigen Sekunden und merkliche vorübergehende Doppelbrechung bei schneller Dehnung und Kompression. Die ölartigen Schaumwände von verdünnter kolloidaler Leimlösung können viel kleinere Viskosität und viel kleinere Relaxationszeit haben als diese Eisenoxydhydratlösung, und zeigen dann nur vorübergehende Doppelbrechung bei schneller Dehnung oder Kompression.

Die ölartigen Schaumwände der Schaumkammern in flüssiger Gallerte haben eine große Relaxationszeit. Bei Leimgallerte beträgt sie 10 Minuten bis 1 Stunde und mehr (vgl. auch Reiger § 146).

Starre Gallerte haben festgewordene Schaumwände mit unendlich großer Relaxationszeit.

---

1) F. Braun, Pogg. Ann. 159. p. 337. 1876; Winkelmann, Handb. d. Phys. p. 330 u. flg. 1891.

Mit abnehmendem Wassergehalt einer Gallerte nimmt Menge und Viskosität und Relaxationszeit der ölartigen Flüssigkeit *A*, also auch die Anzahl und die vorübergehende Doppelbrechung der Schaumwände zu. Die ölartige Flüssigkeit wird allmählich einem festen Körper immer ähnlicher. Ein Teil oder die Gesamtheit der Schaumwände erstarrt, die flüssige Gallerte mit flüssigen Schaumwänden hat sich in eine feste oder steife Gallerte mit festen Schaumwänden verwandelt.

Ein rechtwinkliges Prisma von Leimgallerte wird durch Biegung positiv und negativ doppeltbrechend, wie ein ähnliches Prisma aus Glas. Die Doppelbrechung muß bei gleicher Dilatation mit Anzahl und Dicke der Schaumwände der Leimgallerte zunehmen, und um so größer sein, je größer die Viskosität und Relaxationszeit der Flüssigkeit *A* der Schaumwände ist, je älter die abgeschiedenen Schaumwände sind. Es ist zu erwarten, daß die vorübergehende Doppelbrechung des gebogenen Leimgallerteprismas viel kleiner als die des festen Glasprismas ist. In der Tat zeigen die Versuche des § 147, daß die Leimgallerte bei gleicher Dilatation 400 mal weniger doppeltbrechend ist als Glas, und daß die Doppelbrechung bedeutend mit Leimgehalt und Alter der Gallerte zunimmt.

Nach den früher beschriebenen typischen Versuchen bei Leimtannat (§ 100, Figg. 143, *a*, *b* und 144, Ann. d. Phys. **11**. p. 79), Schwefel (§ 79, Ann. d. Phys. **9**. p. 1005) und Eiweiß (§ 160) quellen die geschlossenen Schaumkammern am Rande von Schaummassen viel schneller auf als im Innern. Dadurch nimmt das Volumen der Schaumkammern zu und die Dicke der Schaumwände ab. Die Schaumwände werden gedehnt und dadurch vorübergehend doppeltbrechend mit optischer Achse parallel der Dehnung.

Die geschlossenen Schaumkammern können nur aufquellen, wenn das Wasser durch flüssige Kammerwände nach dem Innern der Schaumkammern diffundiert. Feste Wände der Schaumkammern würden beim Aufquellen brechen. Es ist anzunehmen, daß sowohl die ölartige wasserarme Flüssigkeit *A* der Schaumwände, als die wasserreiche Flüssigkeit *B* im Innern der Schaumkammern Wasser aufnehmen. Aber die Volumenzunahme der wasserreichen Flüssigkeit *B* ist bedeu-

tend größer, als die der wasserarmen Flüssigkeit *A*, nach der stärkeren Volumenzunahme zu urteilen, welche die sichtbaren Schaumkammern am Rande der Schaummassen zeigen und welche auch für die unsichtbaren Schaumkammern einer Gallerte anzunehmen ist. Hiermit in Übereinstimmung quillt nach v. Ebner[1]) ein kreisförmiges Stück einer Gelatineplatte in Wasser, indem es sehr bedeutend an Dicke zunimmt, verhältnismäßig wenig in der Richtung des Durchmessers. Es findet also eine Dehnung der Schaumwände statt. Das durch sogenannte Imbibition bei der Quellung aufgenommene Wasser ist Lösungswasser, welches die Konzentration der wasserarmen und der wasserreichen Kolloidlösung *A* und *B* verringert. Eine hin und wieder angenommene Adhäsion oder Adsorption des Wassers an der Oberfläche der Schaumwände ist meiner Meinung nach ohne Einfluß oder gar nicht vorhanden.

Da die Schaumwände in der Richtung der Oberflächennormalen der Gallerte sich frei ausdehnen können und normal zu dieser Richtung durch die Nachbarzellen in der Ausdehnung gehindert sind, so liegen in den Randkammern die vorwiegend gedehnten Schaumwände in der Richtung der Normalen der Oberfläche, d. h. man sieht positive Doppelbrechung am Rande der Gallertmasse mit optischer Achse parallel der Oberflächennormalen.

Die Vergrößerung des Volumens der Schaumkammern am Rande muß einen Druck auf die mehr nach innen gelegenen Schaumkammern ausüben, und deren flüssige oder klebrige Schaumwände parallel der Oberflächennormalen (vorübergehend) komprimieren oder negative Doppelbrechung erzeugen. Diese Kompression wird wieder die Gestalt der Schaumkammern und die Dilatation der Schaumwände in den benachbarten Zonen der Gallerte modifizieren. Dehnung und Kompression müssen mit der Geschwindigkeit der Volumenzunahme der Schaumkammern oder der Geschwindigkeit des Aufquellens zunehmen und vom Unterschied der Geschwindigkeiten der Volumenzunahme der Schaumkammern an den verschiedenen Stellen der Gallerte abhängen. Mit der Zeit werden sich die Dehnung der Schaumwände der äußeren und die Kompression der

1) V. v. Ebner, Anisotropie p. 19. 1882.

Schaumwände der angrenzenden inneren Zone in der klebrigen Flüssigkeit *A* ausgleichen. Die Doppelbrechung muß mit der Zeit kleiner werden. Gleichzeitig dringt das Wasser von außen durch die flüssigen Schaummassen weiter nach dem Innern der Gallertkugel oder Gallertbrocken vor, Dehnung und Kompression werden kleiner und über eine größere Strecke der Oberflächennormalen verteilt, der Hügel und das Tal des dunklen Streifens im Babinetschen Kompensator müssen flacher und breiter werden, nach dem Innern der Gallerte vorrücken und schließlich verschwinden. Dann ist die Doppelbrechung Null.

Dünn geschichtete Schaummassen, in denen sich die Schaumkammern beim Quellen oder Schrumpfen frei ausdehnen können, werden positive oder negative Doppelbrechung zeigen mit optischer Achse normal zur Oberfläche. Bei ihnen werden nebeneinander liegende Schichten entgegengesetzter Doppelbrechung fehlen, und um so eher fehlen, je dünner sie sind und je langsamer die Wasseraufnahme oder -abgabe erfolgt.

Alles dies ist in Übereinstimmung mit meinen oben beschriebenen Versuchen.

In Röhrchen mit festen Wänden ist — bei gleicher Dilatation der Schaumwände in der äußeren Zone — die Kompression und negative Doppelbrechung der Schaumwände in der inneren Zone größer als in frei beweglicher Gallerte (§§ 149, 151 und §§ 153 und 155).

Beim Eintrocknen oder Schrumpfen der Gallerte ist der Vorgang umgekehrt wie beim Aufquellen. Die Schaumkammern am Rande geben zuerst das Wasser ab, verkleinern ihr Volumen und verkürzen dadurch die Schaumwände schneller als in der mehr nach dem Innern gelegenen Zone. Es muß also negative Doppelbrechung nahe dem Rande und eventuell schwächere positive Doppelbrechung in der benachbarten, mehr nach innen gelegenen Zone auftreten.

Erstarren die Schaumwände aus klebriger Flüssigkeit *A* während des vorübergehenden Zustandes der Dilatation oder Kompression, so bleibt dieser Zustand und damit die Doppelbrechung bestehen; ebenso wie glühende und schnell abgekühlte und erstarrte Glaswürfel den Zustand der Dilatation oder Doppelbrechung dann dauernd zeigen.

Auch dies wird durch die Erscheinungen an schrumpfender und erstarrter Gallerte bestätigt.

Kleine Brocken der im dilatierten doppeltbrechenden Zustande erstarrten Schaum- oder Glasmasse müssen nach der Trennung von der Hauptmasse doppeltbrechend bleiben, in Übereinstimmung mit der Erfahrung.

Mit den Zugkräften oder positiver Dilatation ist stets ein Auseinanderrücken der Teilchen in der Zugrichtung und eine Näherung der Teilchen normal zur Zugrichtung verbunden. Mit den Druckkräften oder negativer Dilatation (Kompression) ist umgekehrt stets eine Näherung der Teilchen in der Druckrichtung und ein Auseinanderrücken der Teilchen normal zur Druckrichtung verbunden. Ob man die Ursache der Doppelbrechung in den Zug- oder Druckkräften, oder in dem geänderten Abstand und der geänderten Anordnung der kleinsten Teilchen sehen will, bleibt der Willkür überlassen.

Mit dem Lebensalter der Schaumwände nimmt die Viskosität der ölartigen wasserarmen Kolloidlösung A, aus der die Schaumwände bestehen, kontinuierlich zu. Gleichzeitig nehmen Relaxationszeit und vorübergehende Doppelbrechung kontinuierlich zu. Der feste Zustand ist erreicht, sobald Viskosität und Relaxationszeit sehr groß (unendlich groß) geworden sind. Anordnung und Spannung der Schaumwände ändern sich dabei auch kontinuierlich.

Erstarren die Schaumwände aus wasserarmer Kolloidlösung A unter Wasserabgabe, so wird die Anordnung der kleinsten Teilchen nahezu dieselbe bleiben können, während die Zug- und Druckkräfte stark geändert werden. Wie sehr die Doppelbrechung bei wenig veränderter Anordnung der Teilchen und stark veränderten Zug- und Druckkräften sich geändert hat, ist nicht vorher zu sagen und hängt von den physikalischen Eigenschaften der wasserhaltigen und wasserfreien Substanz der Schaumwände ab.

Besteht der Inhalt der Schaumkammern aus wasserreicher Flüssigkeit B mit großer Viskosität, so wird diese Flüssigkeit B auch vorübergehende Doppelbrechung annehmen durch die von der Volumenzunahme der Schaumkammern herbeigeführte Änderung von Größe und Richtung der Zug- und Druckkräfte.

Haben die beiden klebrigen Flüssigkeiten, die wasserarme Kolloidlösung *A* und die wasserreiche Kolloidlösung *B*, verschiedene Elastizität und verschiedene Relaxationszeit, und werden Wände und Inhalt der Schaumkammern um gleiche Strecken gedehnt, so werden trotz gleicher Dilatation die Kräfte verschieden groß sein, mit der gleich dicke Fasern beider Flüssigkeiten *A* und *B* ihre ursprüngliche Lage und Gestalt anzunehmen streben. Diese verschiedenen Kräfte werden die Lage und Gestalt der Schaumwände, auch für die Nachbarkammern, mit bestimmen. Aber bei gleicher Dilatation wird dieselbe klebrige Flüssigkeit dieselbe Doppelbrechung zeigen, welche von der Oberflächenspannung und der Elastizität oder Relaxationszeit der betreffenden Flüssigkeit abhängt.

Die Doppelbrechung der wasserreichen Flüssigkeit *B* addiert sich zu der Doppelbrechung der wasserarmen Flüssigkeit *A*. Viskosität und Doppelbrechung der wasserreichen Flüssigkeit *B* machen sich natürlich beim Schrumpfen der Leimgallerte in Luft, Alkohol, Glyzerin etc. mehr geltend, als beim Aufquellen in Wasser, und hängen auch noch von der Quantität Luft, Alkohol, Glyzerin etc. ab, die unter Wasserabgabe gleichzeitig von den Flüssigkeiten *A* und *B* aufgenommen werden.

Ähnlich wie Leimgallerte verhalten sich alle anderen Gallerten beim Aufquellen und Schrumpfen.

Auch wenn die Dilatation der wasserreichen Kolloidlösung *B* wegen zu geringer Viskosität zu vernachlässigen ist, können die Erscheinungen andere werden, als eben geschildert wurde, sobald die Dimensionen der Schaumwände nicht nach allen Richtungen gleich verteilt sind, also wenn langgestreckte Schaumkammern wie bei manchen Sphärokristallen vorkommen, oder wenn die Schaumkammern offen sind und die ölartige wasserarme Kolloidlösung *A* gerade oder gewundene Röhren oder Zylinder bildet, welche Anschwellungen haben und normal (oder parallel) zur Oberfläche liegen, wie ich dies bei Kieselsäureschäumen (§ 70, Fig. 95, *a*, *b*, Ann. d. Phys. 9. p. 821) und bei Eiweiß (§ 89, Fig. 121, Ann. d. Phys. 10. p. 496) direkt beobachtet habe.

Je nachdem die Längsrichtung der langen Schaumwände

normal oder parallel zur Oberfläche der Gallerte steht, wird bei gleicher Volumenvermehrung der geschlossenen Schaumkammern die Doppelbrechung normal oder parallel zur Oberfläche überwiegen, kann positive oder negative Doppelbrechung auftreten mit optischer Achse parallel der Oberflächennormalen. Analog ist es bei der Volumenverminderung der Schaumkammern durch Wasserverlust beim Schrumpfen der Gallerte.

In der Tat findet man bei wiederholtem Aufquellen und Schrumpfen derselben Gallertmasse leicht Verschiedenheiten, da sich beim Eintrocknen einer Kolloidlösung die ersten unsichtbaren Schaumwände von periodisch abgeschiedener ölartiger Flüssigkeit *A* bald normal, bald parallel der Oberfläche abscheiden, an die sich dann die andere später abgeschiedene ölartige Flüssigkeit durch Kontaktwirkung anlagert. Wie verschieden diese ersten unsichtbaren Schaumwände bei verschiedenen Versuchen liegen können, zeigen die an Stelle dieser Schaumwände später entstehenden Risse bei Kieselsäure (§ 69, Figg. 93—94, Ann. d. Phys. 9. p. 819), Eiweiß (§ 90, Fig. 124, Ann. d. Phys. 10. p. 50), Tannin (§ 94, Fig. 130, *v*, *w*, *x*, Ann. d. Phys. 10. p. 676).

Die Lage der ersten langen Schaumwände parallel oder normal zur Oberfläche bestimmt dann auch die Doppelbrechung der Gallerte beim Eintrocknen und Aufquellen.

Dadurch wird es verständlich, daß die kleinen Leimgallertkugeln III und IV, Tab. IV, § 149 beim Schrumpfen oder Aufquellen andere Doppelbrechung zeigten als ihre größeren Schwestern I und II.

Andere Beobachter haben ähnliche Verschiedenheiten bei ein und derselben Substanz gefunden.

Viel komplizierter als bei geschlossenen Schaumkammern werden die Verhältnisse bei Wasseraufnahme oder Abgabe der Gallerte mit offenen Schaumkammern, weil sich der hydrostatische Druck in den klebrigen Massen nur sehr langsam ausgleicht und eine Volumenänderung der wasserreichen Kolloidlösung dann eine Gestaltsänderung der klebrigen wasserarmen Schaumwände herbeiführen und neue, geschlossene Schaumkammern schaffen kann. Daß halb eingetrocknete Gallerte derselben Substanz (Kieselsäure, Leim, Eiweiß) bei Zusatz von Wasser bald stark, bald schwach quillt und der Grad der

Quellung mit der Geschwindigkeit der Wasseraufnahme wechselt, hängt vielleicht davon ab, ob sich zufällig viel geschlossene und wenig offene, oder viel offene und wenig geschlossene Schaumkammern gebildet haben.

Die gewundenen Fäden und Röhren aus klebriger Flüssigkeit werden beim Aufquellen und Schrumpfen nicht bloß gedehnt oder verkürzt, sondern auch tordiert und müssen wie eine Wendeltreppe übereinander gelegter doppeltbrechender Kristallblättchen wirken, oder nach den Untersuchungen von Reusch[1]) und Sohncke[2]) die Polarisationsebene des Lichtes drehen wie eine Quarzplatte, normal zur optischen Achse geschnitten. Dies erklärt die von mir an Sphärokristallen von Calciumcarbonat (§ 37, Fig. 51, Ann. d. Phys. 7. p. 717), Kieselsäure (§ 70, Fig. 96, *k*, Ann. d. Phys. 9. p. 824) und Leimchromat (§ 134, Ann. d. Phys. 13. p. 92) beobachteten Airyschen Spiralen, sobald man annimmt, daß die obere Halbkugel des Sphärokristalles links gewundene, die untere Halbkugel rechts gewundene gedehnte Röhren enthalten hat. Dieser Annahme steht nichts entgegen. Sie macht aber auch das verhältnismäßig seltene Auftreten der Airyschen Spiralen verständlich.

Die Geschwindigkeit der Volumenvermehrung oder Verminderung der Schaumkammern muß auf Größe und Verteilung der vorübergehenden Doppelbrechung der Gallerte einen erheblichen Einfluß haben. Die Doppelbrechung muß um so stärker sein, je schneller die Dehnung oder Kompression der Schaumwände auftritt, und je klebriger die Flüssigkeit *A* ist, aus der sie bestehen.

Langsam eingetrocknete Kieselsäuregallerte ist einfach brechend, schnell eingetrocknete ist doppeltbrechend. Dagegen ist bei Gallerte aus Leim und Eiweiß schon bei verhältnismäßig langsamem Eintrocknen Doppelbrechung merklich. Ich schließe daraus, daß die Schaumwände der Kieselsäuregallerte weniger klebrig sind als bei Leim oder Eiweiß.

Je größer die Oberfläche und je geringer die Dicke der flüssigen Wände der Schaumkammern ist, um so schneller

---

1) E. Reusch, Pogg. Ann. 138. p. 628. 1869.
2) L. Sohncke, Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 8. p. 16. 1878.

wird das Wasser durch dieselben hindurchgehen, um so schneller wird das Volumen der Schaumkammern oder der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen sich ändern. Die Änderungen, welche die Gestalt der Wände dadurch erfährt, wird außer von dem hydrostatischen Druck der Nachbarkammer von Dicke, Klebrigkeit und Oberflächenspannung der Schaumwände aus ölartiger Flüssigkeit abhängen. Die Richtung der größten Quellung wird mit der Normalen der Gallertoberfläche oder der Achse der optischen Doppelbrechung zusammenfallen, wie es v. Ebner[1]) bei Gelatineplatten, oder N. J. C. Müller[2]) bei Traganth beobachtet hat. Sie kann aber auch anders liegen, wie ich es beim Quellen von Leimtannat, Eiweiß etc. beobachtet habe, wenn die Oberflächenspannung der äußeren Oberfläche eine Formänderung der Schaummasse herbeiführt.

Lange geschlossene Schaumkammern mit Wänden gleicher Dicke müssen beim Aufquellen kürzer und dicker werden, um so mehr, je näher sie der Oberfläche der Schaummasse liegen und je weniger der hydrostatische Druck benachbarter ähnlicher Schaumkammern diese Formänderung hindert. Ungleichmäßigkeiten in Dicke, Elastizität, Viskosität oder Relaxationszeit der Wände müssen diese Formänderung modifizieren. Langgestreckte, kugelförmige oder zylindrische oder in dünnen Schichten angeordnete Schaummassen werden beim Aufquellen sich verkürzen, wenn sie aus langen, parallel der Längsrichtung angeordneten geschlossenen Schaumkammern aufgebaut sind, die durch Wasseraufnahme ihr Volumen vergrößern. Dabei wird die von der Quellung herrührende neue Dilatation der Schaumwände neue Doppelbrechung hervorrufen oder schon vorhandene Doppelbrechung modifizieren.

§ 168. *Doppelbrechung organisierter Substanzen.* Vegetabilische Membranen und tierische Gewebe hat man nach ihren physikalischen Eigenschaften als aufgequollene oder geschrumpfte Gallerte aufzufassen, deren sichtbare oder unsichtbare Schaumkammern aus sehr klebriger oder erstarrter Flüssigkeit bestehen. Dieselben zeigen positive oder negative Doppelbrechung in verschiedener Stärke mit optischer Achse normal

1) V. v. Ebner, Anisotropie p. 19.
2) N. J. C. Müller, Handbuch der Botanik I. p. 164. 1880.

zur Oberfläche, wie Gallerte von Leim, Kieselsäure etc. (§§ 163, 166). Wie bei anderen flüssigen oder starren Gallerten bleiben auch kleinere, von der Hauptmasse getrennte Teile dieser vegetabilischen oder tierischen Substanzen doppeltbrechend, solange die Anordnung oder Struktur der kleinsten Teilchen durch die Zerkleinerung nicht geändert wird.

Nach Schwendener[1]) kann die nämliche *Pflanzenzelle* in der einen Längshälfte optisch negativ, in der anderen optisch positiv reagieren. Jede Gallerte, welche genügend schnellem Wechsel von Quellen und Schrumpfen unterworfen wird (§ 163), zeigt diese Erscheinung, und zwar dauernd, wenn die Schaumwände der unsichtbaren Schaumkammern in dilatiertem Zustande erstarrt sind.

Wenn durch die Dehnung vegetabilischer Fasern die Doppelbrechung derselben nur wenig geändert, oder gar keine Doppelbrechung erzeugt wird, oder wenn nach Naegeli die vegetabilischen Membranen gegen Zug und Druck optisch unempfindlich sind, wie auch von Ebner[2]) und Schwendener[3]) gefunden haben, so kann das nicht überraschen, da die durch diese Dehnung hervorgerufenen Dilatationen kleiner sind als die beim Quellen und Schrumpfen erzeugten Dilatationen. Für Leimgallerte war die durch Quellen oder Schrumpfen erzeugte Dilatation und Doppelbrechung 4—6 mal größer als die größte Dilatation oder Doppelbrechung, die ich durch Biegung, Dehnung oder Druck hervorrufen konnte.

Wenn Schwendener[4]) niemals eine Verstärkung der Doppelbrechung durch Quellung und ebensowenig eine Verminderung derselben durch Eintrocknen gesehen hat, so sind die erstarrten doppeltbrechenden Schaumwände der untersuchten Membran durch Quellen oder Schrumpfen eben nicht weiter dilatiert worden. Die Schaumwände haben vielleicht offene Schaumkammern begrenzt. Übrigens können sie beim Quellen noch langsam Wasser aufgenommen, wieder klebrige

---

1) S. Schwendener, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1887. p. 686.

2) V. v. Ebner, Anisotropie. p. 211. 1882.

3) S. Schwendener, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1887. p. 787.

4) S. Schwendener, l. c. p. 696.

ölartige Flüssigkeit gebildet und ihr Volumen vergrößert haben, ebenso wie der eingetrocknete oder geschrumpfte Inhalt der (unsichtbaren) Schaumkammern. Bei genügend langsamer Wasserabgabe und Schrumpfen braucht trotz Volumenverminderung auch keine Doppelbrechung aufzutreten, da die Geschwindigkeit der Wasseraufnahme und Abgabe, wie ich § 163 gezeigt habe, die Dilatation und Doppelbrechung bedingt.

Die Doppelbrechung der Stärkekörner habe ich § 94 und 163 ausführlich erörtert und gezeigt, wie Kieselsäure und andere Gallerte ganz ähnliche doppeltbrechende Formen, positive und negative Sphärokristalle bilden. Daß natürliche Stärkekörner stets positive Sphärokristalle sind, erklärt sich durch die stets gleichen Bedingungen des Wachstums.

Tierische Gewebe können ebenfalls sehr verschiedenen optischen Charakter zeigen, z. B. verschiedene Hornbildungen [1]), indem sie bald positiv, bald negativ doppeltbrechend sein können.

Die Achse größter Quellung entspricht nach Schwendener [2]) bei tierischen Geweben der kürzesten Achse des optischen Elastizitätsellipsoids (oder der optischen Achse bei negativer Doppelbrechung), bei vegetabilischen Objekten liegt sie bald parallel der kürzesten, bald parallel der längsten optischen Elastizitätsachse.

Da die Doppelbrechung von dilatierten Schaumwänden herrührt, wird sie an den Stellen am stärksten auftreten, wo das Volumen der unsichtbaren Schaumkammer durch Quellung und Schrumpfung am stärksten geändert worden ist.

Die *quergestreiften Muskeln* bestehen aus vielen dünnen parallelen Fasern, und diese wieder aus noch dünneren parallelen Fibrillen. In jeder Fibrille liegen abwechselnd viele dünne Querschichten von doppeltbrechender und einfach brechender Substanz. Die doppeltbrechenden Schichten zeigen positive Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Längsrichtung der Fasern. Bei der Kontraktion des Muskels werden die einzelnen Fibrillen kürzer und dicker, indem die doppeltbrechenden Schichten dünner und breiter werden. Nach

1) V. v. Ebner, Anisotropie p. 223. 1882.

2) S. Schwendener, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 7. Juli 1887. p. 674.

Engelmann[1]) nimmt während der Kontraktion des Muskels die anisotrope Substanz an Volumen zu, die isotrope um ebensoviel an Volumen ab. Dabei nimmt die erstere Wasser auf und quillt. Die letztere gibt Wasser ab und schrumpft.

V. von Ebner[2]) fand eine Abnahme der positiven Doppelbrechung bei der Kontraktion des Muskels. Je mehr der Muskel ermüdet, um so geringer ist die Abnahme der Doppelbrechung. Sowie der Muskel seine möglichste Verkürzungsgröße erreicht hat, beginnt wieder ein Steigen der Polarisationsfarbe, eine Zunahme der Doppelbrechung.

Nach Engelmann fällt die Richtung der Verkürzung bei allen kontraktilen Formelementen der Muskelfaser zusammen mit der optischen Achse, auch wo bei schräggestreiften Muskelfasern die morphologische und die optische Achse der kontraktilen Fibrillen nicht gleiche Richtung haben. Zwischen Doppelbrechungsvermögen und Verkürzungsvermögen imbibitionsfähiger Körper bestehe ein kausaler Zusammenhang.

Meiner Ansicht nach enthalten die dünnen doppeltbrechenden Querschichten der Fibrillen viele langgestreckte, geschlossene Schaumkammern, deren Längsrichtung mit der Längsrichtung der Muskelfaser zusammenfällt. Bei der Kontraktion des Muskels nehmen diese Schaumkammern aus noch unbekannter Ursache aus der benachbarten Flüssigkeit Wasser auf, quellen schnell, werden kürzer und breiter. Die Wände der Schaumkammern werden dabei gedehnt und die schon vorhandene positive Doppelbrechung dadurch vermehrt. Aber gleichzeitig kommen dabei gegenüberliegende Seitenwände derselben Schaumkammer in gekreuzte Lage, und dadurch nimmt die vorher sichtbare Doppelbrechung ab. Diese Abnahme ist größer als die Zunahme der Doppelbrechung durch Dehnung der Seitenwände. Hat die Muskelfaser die größte Verkürzung erreicht, so ändert sich die gekreuzte Lage der Seitenwände nicht mehr merklich, und jetzt tritt die Zunahme der Doppelbrechung durch Dehnung weiter hervor, die positive Doppelbrechung erscheint wieder größer. Alles in Übereinstimmung mit den Beobachtungen von von Ebner.

1) Th. W. Engelmann, Über den Ursprung der Muskelkraft. p. 13—14. 8°. Leipzig 1893.

2) V. v. Ebner, Anisotropie etc. p. 88—98. 1882.

Die dauernde positive Doppelbrechung der nicht verkürzten Muskelfasern beweist, daß die doppeltbrechenden Querschichten starre Gallerte mit festgewordenen doppeltbrechenden Schaumwänden enthalten. Da aber nur geschlossene Schaumkammern durch flüssige Wände Wasser aufnehmen und quellen können, so müssen die doppeltbrechenden starren Gallertmassen in ölartige flüssige Schaumwände eingelagert sein und Öffnungen oder offene Schaumkammern enthalten, die mit klebriger Flüssigkeit bedeckt und geschlossen sind. Diese klebrige Flüssigkeit wird bei der Quellung der Schaumkammern gedehnt und vorübergehend positiv doppeltbrechend.

In welcher Weise von den Nervenenden aus die Quellung der geschlossenen Schaumkammern und der doppeltbrechenden Querschichten der Muskelfasern eingeleitet und längs der Muskelfaser mit einer Geschwindigkeit von 1 cm bis 100 cm in der Sekunde fortgeleitet[1]) und die Kontraktionswelle erzeugt wird, muß die weitere Untersuchung lehren.

Daß von dünnen, ölartigen Flüssigkeitshäutchen umschlossene Kammern sehr rasch Wasser durch die flüssigen Wände aufnehmen und abgeben, sehr rasch quellen und schrumpfen können, beweisen meine oben (§ 115) beschriebenen Versuche. Dabei brechen die festgewordenen Flüssigkeitshäutchen durch die Quellung, wie ich bei Eiweiß (§ 115) und Leimtannat (§ 98) an sichtbaren Blasen und Schaumkammern nachgewiesen habe. Daß dünne Schichten Gallerte oder Schaummassen bei Wasserverlust Öffnungen bilden können, zeigen die Versuche mit Stärke (Fig. 130, *s*, § 94) und kalkhaltigem Eiweiß (§ 142).

Die ölartige Flüssigkeit an der Außenfläche der unsichtbaren Schaumkammern in den doppeltbrechenden Schichten der Muskelfaser enthält also ebenso ein Gerüst fester Lamellen, wie feste Eiweißfäden und Bänder in der dünnen, unsichtbaren Ölhaut enthalten sind, welche den Inhalt der Pflanzenzelle umhüllt.[2])

---

1) L. Herrmann, Physiologie. I. .1 p. 57. 1879.

2) G. Quincke, Wied. Ann. 35. p. 636. 1888. Hr. Pfeffer hat auf meine Widerlegung (Wied. Ann. 52. p. 627. 1894) seiner Angriffe (Abhandl. d. K. Sächs. Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig. 16. p. 247 u. 279. 1890) in einer Fußnote (Pflanzenphysiologie I. p. 94 1897) in-

§ 169. *Resultate.*

1. Flüssige Gallerte besteht aus unsichtbaren Schaumkammern mit flüssigen Schaumwänden. Starre Gallerte aus unsichtbaren Schaumkammern mit erstarrten Schaumwänden.

2. Brocken von flüssiger Gallerte fließen zusammen wie Schaumflocken von Seifenschaum. Brocken von starrer Gallerte fließen nicht zusammen.

Doppelbrechung von Leimgallerte durch Biegung oder Dehnung.

3. Durch Erkalten warmer Gelatinelösung erhält man Leimgallerte ohne Doppelbrechung, welche aus unsichtbaren Schaumkammern mit flüssigen Wänden von sehr klebriger ölartiger Flüssigkeit besteht.

4. Prismatische Stäbe dieser Leimgallerte werden durch Biegen doppeltbrechend. Die Doppelbrechung ist wie bei gebogenen Glasstreifen positiv an den Stellen mit positiver Dilatation, negativ an den Stellen mit negativer Dilatation, mit optischer Achse parallel der Zug- oder Druckrichtung. Die Doppelbrechung nimmt mit dem Alter der Leimgallerte, der Dilatation und dem Leimgehalt zu. Bei gleicher Dilatation zeigen gebogene und gedehnte Stäbe nahezu gleiche Doppelbrechung.

5. Bei gleicher Dilatation ist die Doppelbrechung des gebogenen Spiegelglases 400- und 200 mal größer als die Doppelbrechung von 10- und 20 proz. gebogener Leimgallerte. Die Elastizität des Spiegelglases ist 2 Millionen mal größer als von 10 proz. Leimgallerte.

6. Verschiedene Stellen derselben Leimgallerte können bei derselben Dilatation verschiedene Doppelbrechung zeigen, je nach der Menge unsichtbarer Schaumwände, die sich zu-

---

direkt zugegeben, daß seine Angabe, Methylenblau sei in Öl unlöslich, irrtümlich war. Wenn er dazu bemerkt, „die Sachlage sei (durch meine Widerlegung von 1894) nicht verschoben", so ist diese Entgegnung ungenügend. Eine Erklärung der Tatsache, daß bei der Plasmolyse der geschrumpfte Inhalt einer Pflanzenzelle von Kugelflächen begrenzt erscheint, ist bisher von Hrn. Pfeffer ebensowenig gegeben worden, wie die von ihm in Aussicht gestellte Erklärung der Protoplasmabewegung durch elektrische Kräfte. Ich halte meine Behauptungen von 1888 auch heute noch für richtig.

fällig bei dem Entstehen der Leimgallerte aus der erkaltenden Leimlösung abgeschieden haben.

7. In einem mit Wasserdampf gesättigten Raume schrumpfen prismatische Stäbe aus Leimgallerte tagelang langsam ein, und zeigen in den Außenschichten negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche. Wahrscheinlich wird durch langsame Oxydation die Temperatur der feuchten Leimgallerte über die der Umgebung gesteigert, wie bei feuchtem Heu.

Doppelbrechung von Leimgallerte durch Aufquellen und Schrumpfen.

8. Prismen, Kugeln und Zylinder von Leimgallerte zeigen beim Aufquellen in Wasser an der Außenseite vorübergehende positive Doppelbrechung, daneben im Innern vorübergehende negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche.

9. In einem gleichzeitig eingeschalteten Babinetschen Kompensator zeigt der zentrale Interferenzstreifen normal zur Oberfläche der aufquellenden Gallerte einen Wellenberg an der Stelle positiver, ein Wellental an der Stelle negativer Dilatation der Gallerte. Wellenberg und Wellental werden beim Aufquellen der Leimgallerte zuerst größer, rücken dabei nach dem Innern fort, werden flacher und breiter, und verschwinden schließlich, ähnlich wie Wellenberg und Wellental in einer Wellenrinne mit Wasser allmählich abflachen und verschwinden. Aber die Erscheinung verläuft in einer Wellenrinne in einigen Sekunden oder Minuten, bei den Interferenzstreifen der Leimgallerte in Stunden oder Tagen. Bei dünnen Gallertmassen schneller, bei dicken Gallertmassen langsamer.

10. Beim Schrumpfen in Luft, Alkohol, Glyzerin zeigen Prismen, Kugeln und Zylinder von Leimgallerte an der Außenseite vorübergehende negative Doppelbrechung, daneben im Innern vorübergehende positive Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche. Die Erscheinungen verlaufen umgekehrt wie beim Aufquellen.

11. Der zentrale Interferenzstreifen eines gleichzeitig eingeschalteten Babinetschen Kompensators zeigt normal zur Oberfläche der schrumpfenden Leimgallerte ein Wellental und

negative Dilatation nahe der Oberfläche. Daneben im Innern einen Wellenberg und positive Dilatation. Wellental und Wellenberg rücken langsam nach dem Innern fort und werden dabei flacher und breiter.

12. Beim wiederholten Aufquellen und Schrumpfen geht die positive Doppelbrechung der Leimgallerte durch einen isotropen Zustand in negative Doppelbrechung über, und umgekehrt.

13. Kugeln aus Leimgallerte werden durch Aufquellen in Wasser ein positiver, durch Schrumpfen in Luft, Alkohol, Glyzerin ein negativer Sphärokristall mit optischer Achse normal zur Oberfläche. Beim Übergang aus dem geschrumpften in den gequollenen Zustand ist ein negativer Sphärokristall von einem positiven umhüllt. Beim Übergang aus dem gequollenen Zustand in den geschrumpften erscheint ein positiver Sphärokristall von einem negativen umgeben.

14. Leimgallertkugeln gehen durch äußeren Druck parallel dem Durchmesser über in ein Ellipsoid mit negativer Doppelbrechung und optischer Achse parallel der Druckrichtung. Bei Druck im Azimut 45° verwandelt sich das dunkle Kreuz zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen in dunkle Hyperbeln, die bei zunehmendem Druck in der Druckrichtung immer weiter auseinander rücken. Drückt man eine Leimkugel, die durch Aufquellen ein Sphärokristall mit starker positver Doppelbrechung geworden ist, im Azimut 0° oder 45°, so behalten die vom schwarzen Kreuz oder den dunklen Hyperbeln begrenzten Quadranten ihre Polarisationsfarben.

Die vom Druck hervorgerufenen Anderungen der Gestalt und Doppelbrechung verschwinden sofort mit Aufhören des Druckes.

15. Zylinder aus Leimgallerte zeigen beim Aufquellen und Schrumpfen ähnliche positive und negative Doppelbrechung wie Kugeln.

16. Durch das Gewicht der Prismen, Kugeln und Zylinder aus Leimgallerte ändert sich deren Gestalt im Verlauf mehrerer Tage bei konstantem Wassergehalt, indem die flüssigen sehr klebrigen Schaumwände langsam auseinander und ineinander fließen.

17. In der Nähe von Luftblasen zeigen Leimgallerte beim Aufquellen und Einschrumpfen ähnliche vorübergehende positive und negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche der Luftblasen, wie Kugeln aus Leimgallerte in Luft.

18. Leimgallerte in kurzen Glasröhrchen, welche in Wasser aufquillt, oder in Luft, Alkohol, Glyzerin einschrumpft, zeigt im allgemeinen an der nicht von Glas bedeckten Oberfläche ähnliche vorübergehende positive und negative Doppelbrechung wie Kugeln aus Leimgallerte. Daneben im Innern entgegengesetzte Doppelbrechung, wie außen. Stellen mit positiver und negativer Doppelbrechung können mehrere Male im Innern wechseln.

19. Größe und Verlauf der vorübergehenden Doppelbrechung hängen von der Geschwindigkeit des Aufquellens und und Schrumpfens ab. Die Doppelbrechung der Leimgallerte ist um so größer, je schneller die Leimgallerte das Wasser aufnimmt oder verliert.

20. Genügend langsam aufgequollene oder geschrumpfte Leimgallerte zeigt keine Doppelbrechung.

21. Die Viskosität der ölartigen Schaumwände und die Doppelbrechung der Leimgallerte wird durch die Mengen Luft, Alkohol, Glyzerin, Benzol modifiziert, welche beim Schrumpfen und Aufquellen in der wasserarmen Leimlösung *A* der Schaumwände und in der wasserreichen Leimlösung *B* im Innern der Schaumkammern verschieden stark löslich sind.

22. Durch Aufquellen und Schrumpfen können in Leimgallerte größere (4—6 mal größere) Dilatation und Doppelbrechung erzeugt werden, als durch Biegung, Dehnung oder Druck.

23. Leimgallerte, deren Schaumwände in dilatiertem Zustande erstarrt sind, und Bruchstücke dieser Gallerte bleiben dauernd doppeltbrechend.

Doppelbrechung von Gallerten.

24. Ähnliche positive und negative Doppelbrechung wie Leimgallerte mit optischer Achse normal zur Oberfläche zeigen alle von mir untersuchten Gallerten bei genügend schnellem Aufquellen und Einschrumpfen, nämlich:

a) Geronnene Kolloidlösungen, wie Kieselsäure, Eisenoxydhydrat, Eiweiß, Stärke, Tannin, arabischer Gummi.

(Traganthgallerte, die durch Druck optisch-positiv-doppeltbrechend wird, zeigt auch beim Einschrumpfen positive Doppelbrechung.)

b) Gallertartige Niederschläge, deren Schaumwände kürzere oder längere Zeit eine ölartige klebrige Flüssigkeit sind, wie Calciumcarbonat, Calciumphosphat, Ferrocyankupfer, Arseniktrisulfid, Schwefel, Seifengallerte und Myelin.

c) Gallerte aus alkoholhaltiger wässeriger Lösung von Mangansulfat, Aluminiumsulfat, Ammoniumsulfat oder Zinksulfat.

d) Aufquellende oder schrumpfende Kristallsplitter von Chabasit, Heulandit und ähnlichen Silikaten.

In § 163 sind die ähnlichen Erscheinungen der Doppelbrechung bei den verschiedenen Gallerten zusammengestellt.

25. Der kontinuierliche Übergang von Sphärokristallen oder Gallerten mit unsichtbaren zu solchen mit sichtbaren Schaumkammern und die gleichzeitige kontinuierliche Änderung der Erscheinung der Doppelbrechung bei Kieselsäure, β-Eiweiß, Calciumkarbonat und Arseniktrisulfid bestätigen die Auffassung der flüssigen und starren Gallerte als Schaummassen mit unsichtbaren flüssigen und starren Wänden.

26. Gallertkugeln, welche zwischen gekreuzten Nicolschen Prismen Airysche Spiralen zeigen, bestehen aus radial angeordneten gewundenen Röhren mit entgegengesetzter Windungsrichtung in beiden übereinander liegenden Halbkugeln.

Viskosität und Doppelbrechung von Flüssigkeiten und festen Körpern. Elastische Nachwirkung.

27. Klebrige Flüssigkeiten werden wie feste Körper durch Dehnung oder Kompression positiv oder negativ doppeltbrechend mit optischer Achse parallel der Richtung der größten positiven oder negativen Dilatation. Die Doppelbrechung der klebrigen Flüssigkeiten ist aber vorübergehend und verschwindet wieder nach Verlauf einer gewissen Zeit, der Relaxationszeit, wenn die durch Dehnung oder Kompression in der klebrigen Flüssigkeit erzeugten Dilatationen sich ausgeglichen haben. Diese vorübergehende Doppelbrechung verschwindet um so

langsamer, je größer die Dilatation und Viskosität, je größer die Relaxationszeit der dilatierten Flüssigkeit ist.

Die Relaxationszeit wächst mit der Größe der Dilatation. Sie hängt aber auch ab von den Dilatationen und der Viskosität der benachbarten Flüssigkeitsschichten. Mit der Art der Verteilung der Dilatationen in diesen Flüssigkeitsschichten, mit der Geschwindigkeit ihrer Entstehung und mit der Dauer ihrer Wirkung muß die Relaxationszeit und die sichtbare Doppelbrechung sich ändern.

Feste Körper sind Flüssigkeiten mit großer Viskosität und großer Relaxationszeit. Die Relaxationszeit ist verhältnismäßig klein für kleine Verschiebungen der Teilchen oder kleine Dilatationen. Sie wird sehr groß (unendlich), sobald dauernde Dehnung oder Verkürzung eingetreten ist. Dauernde Dehnung oder Verkürzung werden eintreten, sobald die Verschiebungen der kleinsten Teilchen nicht mehr außerordentlich klein sind. Von der Größe dieser Verschiebungen und der Geschwindigkeit, mit der sie an einer bestimmten Stelle und in deren Nachbarschichten auftreten, sowie von der Wirkungsweite der Molekularkräfte hängt die Relaxationszeit und die elastische Nachwirkung ab.

Von den Molekularkräften hängt die Größe der Elastizität und Oberflächenspannung ab bei klebrigen Flüssigkeiten und bei festen Körpern.

28. Bei festen Körpern erzeugt die elastische Nachwirkung ähnliche Änderungen der Gestalt und der Dimensionen wie bei klebrigen Flüssigkeiten. Die elastische Nachwirkung muß auch bei festen Körpern von den Dilatationen der Nachbarschichten abhängen und von der Geschwindigkeit, mit der diese Dilatationen aufgetreten sind. Damit sind auch die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung in Übereinstimmung.

29. Die Doppelbrechung klebriger Flüssigkeiten entspricht der Doppelbrechung fester Körper durch bleibende Dehnung oder durch bleibende positive oder negative Dilatation bei Verlängerung oder Verkürzung.

30. Wasser ist eine Flüssigkeit mit kleiner Viskosität und verschwindend kleiner Relaxationszeit. Zwischen festen Körpern und Wasser gibt es alle möglichen Übergange, alle möglichen Werte der Viskosität und Relaxationszeit.

Bei alter kolloidaler Eisenoxydhydratlösung beträgt die Relaxationszeit wenige Sekunden, bei Leimlösung je nach der Konzentration 10 Minuten bis 1 Stunde und mehr.

31. Starre Gallerte haben festgewordene Schaumwände mit unendlich großer Relaxationszeit.

Geschlossene und offene Schaumkammern.

32. Die geschlossenen Schaumkammern einer Gallerte können nur ihr Volumen vermehren und aufquellen, wenn das Wasser durch die flüssigen Kammerwände nach dem Innern der Schaumkammern diffundiert. Feste Wände lassen kein Wasser hindurch und brechen schon bei mäßiger Volumenvermehrung des Inhaltes der Schaumkammern.

33. Das beim Quellen und Schrumpfen der Gallerte von der ölartigen wasserarmen Flüssigkeit *A* der Schaumwände und der wasserreichen Flüssigkeit *B* im Innern der Schaumkammern aufgenommene und abgegebene Wasser ist größtenteils Lösungswasser.

34. Bei einer Schaummasse oder Gallerte quellen und schrumpfen die sichtbaren und unsichtbaren geschlossenen Schaumkammern am Rande der Schaummasse viel schneller als im Innern. Um so schneller, je dünner die Schaumwände sind.

35. Da sich die Schaumkammern nur am Rande der Gallerte frei ausdehnen können, so werden die Schaumwände aus klebriger Flüssigkeit beim Aufquellen in den Außenschichten parallel der Oberflächennormalen gedehnt und vorübergehend positiv doppeltbrechend. Gleichzeitig üben die aufgequollenen Schaumkammern einen Druck auf die klebrige Flüssigkeit im Innern der Gallerte aus und machen diese vorübergehend negativ doppeltbrechend mit optischer Achse normal zur Oberfläche der Gallerte.

Beim Einschrumpfen nimmt umgekehrt das Volumen der Schaumkammern in den Außenschichten ab, die klebrige Flüssigkeit der Schaumwände wird in den Außenschichten parallel der Normalen der Gallertoberfläche verkürzt und vorübergehend negativ doppeltbrechend, im Innern der Gallerte gedehnt und vorübergehend positiv doppeltbrechend mit optischer Achse parallel der Oberflächennormale der Gallerte.

Die Doppelbrechung verschwindet, sobald die positive und negative Dilatation in der klebrigen Flüssigkeit der Schaumwände sich ausgeglichen haben.

36. Die Richtung der größten Quellung und Schrumpfung fällt mit der Richtung der größten Dilatation der klebrigen Schaumwände oder der optischen Achse der Doppelbrechung an den verschiedenen Stellen der flüssigen Gallerte zusammen.

37. Besteht der Inhalt der Schaumkammern einer flüssigen Gallerte ebenfalls aus sehr klebriger Flüssigkeit —, was besonders beim Schrumpfen der Gallerte eintreten kann — so kann dieselbe auch vorübergehend dilatiert und doppeltbrechend werden. Die Doppelbrechungen der Wände und des Inhaltes der unsichtbaren Schaumkammern lagern sich übereinander oder addieren sich.

38. Erstarren die Schaumwände der Gallerte in dilatiertem Zustande, so bleiben sie dauernd dilatiert und die Gallerte ist dauernd doppeltbrechend. Dauernde Doppelbrechung beweist, daß die Wände der Schaumkammern der Gallerte erstarrt sind. Vielleicht auch der Inhalt der Schaumkammern.

39. Sind in der Gallerte offene Schaumkammern vorhanden, so werden Quellung und Schrumpfung, Dilatation und Doppelbrechung geringer, bei sonst gleichen Bedingungen.

40. In dünnen Gallertschichten werden geschlossene Schaumkammern bei Wasseraufnahme und -Abgabe ihr Volumen in der Richtung der Normalen der Gallertoberfläche leicht ändern können. Die flüssigen Schaumwände werden parallel der Oberflächennormalen gedehnt oder verkürzt, und zeigen nun positive oder negative Doppelbrechung mit optischer Achse parallel der Oberflächennormalen. Die Schichten mit entgegengesetzter Dilatation und Doppelbrechung im Innern der Gallerte fehlen.

41. In dünnen Gallertschichten werden lange geschlossene Schaumkammern mit Wänden aus klebriger Flüssigkeit bei Wasseraufnahme unter Volumenvermehrung kürzer und dicker. Die ganze Gallertschicht quillt, wird breiter und dünner, sobald die Längsrichtung der Schaumkammern mit der Oberflächennormalen der Gallertschicht zusammenfällt. Bei Wasserabgabe und Schrumpfen werden die umgekehrten Gestaltsänderungen eintreten. Die Gestaltsänderung muß um so größer

sein, je schneller die Wasseraufnahme oder Abgabe erfolgt, und je klebriger die Flüssigkeit der Schaumwände ist.

Doppelbrechung organisierter Substanzen.

42. Vegetabilische Membranen und tierische Gewebe sind aufgequollene oder geschrumpfte Schaummassen oder Gallerte mit sichtbaren oder unsichtbaren Schaumkammern.

43. Die Wände dieser Schaumkammern sind in dilatiertem Zustande erstarrt, wenn die organischen Substanzen dauernde Doppelbrechung zeigen.

44. In Übereinstimmung mit dieser Auffassung zeigen vegetabilische Membranen positive und negative Doppelbrechung mit optischer Achse normal zur Oberfläche. Teile mit positiver und negativer Doppelbrechung können in derselben Pflanzenzelle nebeneinander liegen (S. Schwendener).

45. Tierische Gewebe, wie Hornbildungen, sind ebenfalls bald positiv, bald negativ doppeltbrechend (V. v. Ebner).

46. Bei vegetabilischen Objekten und tierischen Geweben fällt die Richtung stärkster Quellung mit der optischen Achse der positiven oder negativen Doppelbrechung zusammen (S. Schwendener, W. Th. Engelmann).

47. In den dünnen Fibrillen der Muskelfasern liegen abwechselnd viele dünne Querschichten von doppeltbrechender und einfachbrechender Substanz. Bei der Kontraktion des Muskels quellen die doppeltbrechenden Querschichten, während die einfachbrechenden Querschichten um ebensoviel schrumpfen (Th. W. Engelmann).

Die geschlossenen Schaumkammern der quellenden und schrumpfenden Gallerte in beiden Arten von Querschichten haben also flüssige Schaumwände.

Die geschlossenen, langgestreckten, unsichtbaren Schaumkammern der dünnen doppeltbrechenden Querschichten liegen mit der Längsrichtung parallel der Längsrichtung der Muskelfaser, werden beim Aufquellen kürzer und dicker und bewirken dadurch die Kontraktion des Muskels. Dabei wird die klebrige Flüssigkeit der Schaumwände gedehnt und vorübergehend positiv doppeltbrechend mit optischer Achse parallel der Dehnungsrichtung.

In den Schaumwänden der Querschichten mit daue Doppelbrechung liegt ein Gerüst von dünnen Lamellen st Gallerte mit offenen Schaumkammern und festen do brechenden Schaumwänden. Dies Gerüst ist bedeckt un füllt mit der ölartigen, wasserarmen und klebrigen Flüssi der Schaumwände.

48. Durch die zunehmende Formänderung der Sch kammern bei der Quellung kommen die doppeltbreche Längswände derselben immer mehr in gekreuzte Stellung Doppelbrechung der Querschichten erscheint dadurch kl

Diese Abnahme der Doppelbrechung in dem festen und die Zunahme der Doppelbrechung in dem flüssigen der Schaumwände lagern sich übereinander und erkläre von V. v. Ebner beobachteten Schwankungen der Do brechung bei der Kontraktion des Muskels.

Heidelberg, den 27. Januar 1904.

(Eingegangen 28. Mai 1904.)

2. *Über Ausbreitung und Extensionskraft; von G. Quincke.*

Durch eine Reihe Arbeiten im 7. bis 15. Bande dieser Annalen habe ich den Nachweis geführt, daß die von der Oberflächenspannung abhängigen Erscheinungen bei Flüssigkeiten mit sehr verschiedenem Wassergehalt und sehr verschiedener Viskosität verschieden schnell, aber sonst ähnlich verlaufen. Die Oberflächenspannung ist quantitativ, aber nicht qualitativ verschieden. Bei allmählicher kontinuierlicher Zu- oder Abnahme des Wassergehaltes und der Viskosität ändern sich die Oberflächenspannungen und die Randwinkel kontinuierlich.

Die verschiedensten Flüssigkeiten, solange sie überhaupt noch flüssig waren, solange ihre kleinsten Teile sich gegeneinander verschieben konnten, zeigten Tropfen- oder Schaumbildung, also das Bestreben der Oberfläche, möglichst klein zu werden.

Feste Körper sind Flüssigkeiten mit sehr großer Viskosität. Man hat daher auch in der Oberfläche fester Körper an der Grenze mit Luft, Flüssigkeiten oder anderen festen Körpern eine Oberflächenspannung anzunehmen. Mit anderen Worten, die äußerste Schicht in der Nähe der Oberfläche fester Körper hat das Bestreben kleiner zu werden, sich zusammenzuziehen. Ich habe auch schon früher 1868 bis 1888[1]) eine Reihe Erscheinungen beschrieben, welche sich durch diese Oberflächenspannung an der Grenzfläche fester Körper erklären lassen.

Es liegt daher meines Erachtens jetzt ebensowenig, wie früher, ein Grund vor, eine negative Oberflächenspannung an der Grenze von Flüssigkeiten und festen Körpern anzunehmen, welche G. van der Mensbrugghe[2]) Extensionskraft, und J. C. Maxwell[3]) Oberflächendruck genannt haben. Tropfen

1) G. Quincke, Berl. Monatsber. 1868. p. 132; Wiedem. Ann. **2.** p. 145. 1877; **35.** p. 561. 1888.

2) G. van der Mensbrugghe, Bull. d. Brux. (2) **40.** p. 341. 1875; (3) **12.** No. 12. p. 34. 1886; (3) **13.** No. 1. p. 5. 1887; **20.** p. 254. 1890.

3) J. C. Maxwell, Capillary action p. 68 in Encyclopaedia Britannica (9 ed). 1876.

und Schaumwände würden sich nicht unter dem Einfluß einer Extensionskraft bilden können.

Hr. G. van der Mensbrugghe hat auch in dem Bericht über Kapillarerscheinungen auf dem Congrès international de physique zu Paris an dieser Extensionskraft festgehalten und gleichzeitig eine neue Theorie für die Ausbreitung einer Flüssigkeit an der Oberfläche einer anderen gegeben. Diese neue Theorie steht im Gegensatz zu der älteren Erklärung der Ausbreitung durch die verschiedenen Spannungen von drei Flüssigkeitsoberflächen, welche in einer Schnittlinie zusammentreffen.

Nach Hrn. G. van der Mensbrugghe[1]) wurde diese ältere Theorie 1865 von Marangoni, und später (1869) fast gleichzeitig von Lüdtge, van der Mensbrugghe und mir aufgestellt. Dazu möchte ich doch bemerken, daß die drei erstgenannten Forscher nur die Ausbreitung an freien, von Luft begrenzten Flüssigkeitsoberflächen untersucht, und Marangoni und Lüdtge den Satz aufgestellt haben, daß alle Flüssigkeiten mit kleinerer Kohäsionskraft sich auf der Oberfläche von Flüssigkeiten mit größerer Kohäsionskraft ausbreiten.[2]) Dies ist aber oft unrichtig und gilt nur für den besonderen Fall, daß beide Flüssigkeiten in jedem Verhältnis mischbar sind und die Oberflächenspannung ihrer gemeinsamen Grenze Null ist.

Die bis 1869 unbekannte Größe der Oberflächenspannung an der gemeinsamen Grenze zweier Flüssigkeiten wurde erst von mir[3]) 1869 gemessen, und theoretisch und experimentell das *Randwinkelgesetz* bewiesen: „Stoßen drei kapillare Oberflächen in einem Punkte zusammen, so sind die Außenwinkel eines Dreiecks die Randwinkel der Flüssigkeitsoberflächen, dessen Seiten proportional den Kapillarkonstanten (Oberflächenspannungen) der drei kapillaren Oberflächen sind". Dies Gesetz enthält als besonderen Fall die Bedingungen der Ausbreitung, sobald ein Dreieckswinkel Null oder unmöglich wird.

In dem Artikel Capillary action von J. C. Maxwell in

1) G. van der Mensbrugghe, Rapport présenté au congrès international de physique réuni à Paris en 1900. Paris 8°. 1. p. 505—509. 1900.

2) Vgl. G. Quincke in den Fortschritten der Physik 1870. p. 192; 1869. p. 181 u. 175.

3) G. Quincke, Gött. Nachr. 1869. p. 100; Pogg. Ann. 139. p. 58. 1870.

der Encyclopaedia Britannica p. 62 und dem Lehrbuch der Physik von E. Riecke, p. 273 und 275 werden die Gesetze des Randwinkels und der Ausbreitung in der von mir angegebenen Weise abgeleitet, ohne daß mein Name genannt ist.

Gleichzeitig habe ich damals gezeigt, wie die Oberflächenspannung der gemeinsamen Grenze zweier Flüssigkeiten mit zunehmender Dicke der auf ihr ausgebreiteten Schicht einer dritten Flüssigkeit abnimmt und sich einem Minimalwert nähert, der schon bei einer sehr kleinen Dicke erreicht wird. Diese sehr kleine Dicke habe ich durch Messung von Randwinkeln zu 0,001 mm gefunden.[1]) Damit war zuerst nachgewiesen, daß die Wirkungsweite der Molekularkräfte nicht unendlich klein, sondern meßbar ist, und der Schlüssel für damals unerklärliche Änderungen der Randwinkel gegeben.

Das Randwinkelgesetz war schon vor 1869 durch F. E. Neumann in seinen Vorlesungen über Kapillarität vorgetragen worden. In den 1894 herausgegebenen Vorlesungen[2]) ist es bewiesen für den Fall, daß eine der drei in einer Linie zusammentreffenden Flüssigkeiten Luft ist. Für drei beliebige Flüssigkeiten ist es mit der von Gauss angegebenen Methode bewiesen 1859 von P. du Bois-Reymond.[3])

Jedoch muß ich in Widerspruch mit der Ansicht mancher Fachgenossen bemerken, daß die in der Theorie der Kapillarität von Gauss und Neumann benutzten mathematischen Methoden sehr dünne Flüssigkeitsschichten ausschließen, also die Änderungen von Oberflächenspannungen und Randwinkeln durch sehr dünne Flüssigkeitsschichten gar nicht berechnen oder berücksichtigen können, und zurzeit von der „Methode der Oberflächenspannungen" überholt sind, welche Thomas Young, J. Plateau und ich benutzt haben.

Von diesen Änderungen und unsichtbaren Flüssigkeitsschichten, die nur indirekt nachgewiesen werden können, hängen aber ab: die Beweglichkeit flüssiger Oberflächen, der Randwinkel von Flüssigkeiten und festen Körpern, die Hauch-

1) G. Quincke, Gött. Nachr. 1869. p. 217; Pogg. Ann. 137. p. 402. 1869.

2) F. E. Neumann, Vorlesungen über die Theorie der Kapillarität, herausgegeben von A. Wangerin. p. 161. 1894.

3) P. du Bois-Reymond, De aequilibrio fluidorum. p. 16. Diss. Berol. 4°. 1859.

bilder und Daguerrotype, die Verdrängung einer Flüssigkeit von der Oberfläche eines festen Körpers durch eine andere Flüssigkeit, die Adsorption von Flüssigkeiten und Salzlösungen an der Oberfläche fester Körper, die periodische Ausbreitung und die dadurch hervorgerufenen Wirbelbewegungen, die scheinbare Anziehung und Abstoßung schwebender Teilchen, die freiwillige Bildung und Haltbarkeit von Emulsionen, die Klärung und Flockenbildung trüber und kolloidaler Lösungen, die Gerinnung und Steifigkeit der Gallerte, die Gestaltung der Metallsalzvegetationen, der Zellen und Kristalle, die Quellung und Doppelbrechung der Gallerte. Auf alle diese Erscheinungen können also die oben erwähnten mathematischen Methoden zurzeit nicht angewandt werden.

Hr. G. van der Mensbrugghe[1]) gibt in seiner neuen Theorie der Bedingung, daß eine Flüssigkeit 2 sich an der freien Oberfläche einer Flüssigkeit 1 ausbreitet, die Form

$$\alpha \leqq \alpha_2 + \alpha_{12}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_1 + \alpha_2 - 2\beta_{12}$$

und nennt β_{12} die gegenseitige Wirkung der beiden Flüssigkeiten 1 und 2. α_1 und α_2 sind die Oberflächenspannungen an der Grenze der Flüssigkeiten 1 und 2 mit Luft, α_{12} die Oberflächenspannung der gemeinsamen Grenze beider Flüssigkeiten. Wenn die Verwandtschaft zwischen beiden Flüssigkeiten groß genug ist, soll α_{12} negativ werden und damit die Ausbreitung der Flüssigkeit 2 auf der Flüssigkeit 1 erklärt sein. Als experimenteller Beweis wird die periodische Ausbreitung eines Öltropfens auf $^1/_4$ proz. Lösung von kaustischem Natron angeführt, welche sich nach der älteren Theorie nicht erklären lasse.

Ich habe[2]) 20 Jahre vor Hrn. G. van der Mensbrugghe periodische explosionsartige Ausbreitung eines Öltropfens auf einem großen Teiche beschrieben und nach der älteren Theorie durch eine dünne Ölhaut erklärt, die auf der freien Wasseroberfläche sich ausbreitet, deren Oberflächenspannung verkleinert, sich im Wasser auflöst, dünner wird und verschwindet. Sobald die Oberflächenspannung der freien Wasseroberfläche

1) G. van der Mensbrugghe, Bull. d. Brux. **20.** p. 254. 1890; Rapport **1.** p. 506. 1900.

2) G. Quincke, Pogg. Ann. **139.** p. 76. 1870.

wieder genügend groß geworden ist, breitet sich der Öltropfen wieder mit einer Explosion aus, das Spiel beginnt von neuem.

Der Versuch gelingt nicht auf reinen Wasseroberflächen. Das Wasser meines Teiches (des sog. neuen Sees im Tiergarten bei Berlin) war wahrscheinlich Ammoniakhaltig, und die Auflösung der dünnen Ölhaut wurde wohl durch Seifenbildung begünstigt.

Gewiß kann $2\beta_{12} \leqq \alpha_1 + \alpha_2$ werden. Dann mischen sich eben die Flüssigkeiten 1 und 2 in jedem Verhältnis, α_{12} ist Null oder negativ, und im Gleichgewichtszustand erscheinen die Flüssigkeiten 1 und 2 nicht mehr durch eine gemeinsame Grenzfläche getrennt. Sie beginnen zu diffundieren und sich zu mischen, sobald sie sich berühren.[1])

Wird eine Flüssigkeit 1 sehr zähe oder fest, so bestimmt das Randwinkelgesetz den Randwinkel der freien Oberfläche gegen eine feste Wand durch die Differenz der Oberflächenspannungen an der festen Wand. Der absolute Wert der Oberflächenspannungen läßt sich also aus dem Randwinkel nicht bestimmen, und insofern könnte α_{12} negativ sein. Maxwell hält es auch theoretisch für wahrscheinlich, daß die Oberflächenspannung an der Grenze von Flüssigkeiten und festen Körpern negativ sei, und schlägt dafür den Namen Oberflächendruck vor. Meiner Ansicht nach wird in diesem Fall kein Gleichgewicht bestehen und der feste Körper 1 sich in der Flüssigkeit 2 auflösen.

Aus der Oberflächenspannung α_{12} an der gemeinsamen Grenze einer Flüssigkeit 2 mit einem festen Körper folgt das von mir 1877 aufgestellte *Verdrängungsgesetz*[2]): Bei Flüssigkeiten die in jedem Verhältnis mischbar sind, verdrängt die Flüssigkeit mit kleinerer Oberflächenspannung α_{12} die mit größerer Oberflächenspannung α_{12} von der Oberfläche der festen Substanz 1. Konzentrierte Lösungen von Salzen oder Säuren verdrängen Wasser und verdünnte Salzlösungen von Glasflächen oder anderen festen Körpern. Die Adsorption von Salzlösungen oder Säuren an der Oberfläche fester Körper, die Verdrängung von Olivenöl durch Terpentinöl (Pogg. Ann. **139**. p. 61. 1870) oder von Kaliumkarbonatlösung durch Calcium-

1) Sir William Thomson, Nature **34**. p. 368. 1886.
2) G. Quincke, Wied. Ann. **2**. p. 144. 1877.

chloridlösung von einer Glaswand (Ann. d. Phys. 7. p. 732. 1902) bestätigen dies Verdrängungsgesetz, da sich die Tatsachen aus der von mir gemessenen Größe der Oberflächenspannung vorhersagen lassen.

Hr. G. van der Mensbrugghe[1]) bestreitet meine Erklärung der freiwilligen Bildung von Ölemulsionen durch periodische Ausbreitung von Seifenlösung an der Grenzfläche von Öl und Wasser[2]), da die Oberflächenspannung an der Grenze von Öl und Wasser zu klein wäre, um das Öl zu deformieren und in kleine Tröpfchen zu zerreißen. Nach seiner neuen Theorie wird, sobald an der Trennungsfläche zweier Flüssigkeiten eine chemische Wirkung stattfindet, die Spannung plötzlich durch eine Extensionskraft ersetzt und dadurch das Öl in kleine Tröpfchen zerrissen.

Diese neue Theorie ist aber in Widerspruch mit der Erfahrung. Ein Tropfen Sodalösung sinkt in einer von Wasser umgebenen Blase aus ölsäurehaltigem Öl unter und bildet feste Seife, ohne Ausbreitung. Die Ausbreitung an der Grenzfläche von Öl und Wasser erfolgt erst später, oft erst nach 30 Sek., nachdem sich die Seife im Wasser aufgelöst hat. Die Ausbreitung tritt *nach*, nicht *während* der chemischen Wirkung auf.

Wenn die Oberflächenspannung an der Grenze von Öl und Wasser groß genug ist, um den Kugeln und Blasen von Öl ihre Gestalt zu geben, so muß sie oder eine ähnliche Kraft auch genügen, um diese Gestalt zu ändern. Durch Ausbreitung von Seifenlösung an der Grenze von Öl und Wasser sinkt nach meinen Messungen[3]) die Oberflächenspannung um 84 Proz. und damit ist die starke Gestaltsänderung der Ölblase hinreichend erklärt. Ich verstehe nicht, warum Hr. G. van der Mensbrugghe die ältere Theorie mit der neuen vertauscht, und eine Extensionskraft annimmt, die experimentell nicht zu beweisen ist.

Heidelberg, 24. Mai 1904.

---

1) G. van der Mensbrugghe, Bull. d. Brux. 21. p. 420. 1891; Rapport 1. p. 508. 1900.

2) G. Quincke, Pflügers Arch. 19. p. 136. 1879.

3) G. Quincke, Wied. Ann. 35. p. 586. 1888.

(Eingegangen 28. Mai 1904.)

3. *Über die Dichte des Stickstoffs und deren Abhängigkeit vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft;*

von A. Bestelmeyer und S. Valentiner.

(Aus den Sitzungsberichten der k. bayer. Akad. der Wissenschaften 33.)

Eine im Wintersemester 1900/01 von Hrn. Ch. M. Smith angefangene Untersuchung über das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft, die Fortsetzung dieser Arbeit durch den einen von uns[1]), sowie endlich die Bestimmung der Änderung der inneren Reibung des Stickstoffs mit der Temperatur durch den anderen von uns[2]) erforderte die Kenntnis der Dichte und der Abhängigkeit derselben vom Druck des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft.[3]) Wir führten daher eine Anzahl Dichtebestimmungen bei Drucken von 16—132 cm Quecksilber und Temperaturen von 81—85° absolut aus. Die uns hierfür zur Verfügung stehende, sehr beschränkte Zeit gestattete leider nicht, die ganze Genauigkeit anzustreben, deren die angewandte Methode fähig ist. Immerhin dürften die Mittelwerte unserer Zahlen, abgesehen von einem konstanten, durch die Thermometereichung eventuell bedingten Fehler in den Temperaturangaben auf 1—2 Promille zu verbürgen sein.

1. Apparat.

Wir bedienten uns zu unserer Messung eines Gasthermometers, welches in folgender Weise eingerichtet war (vgl. Fig. 1). Die mit dem Stickstoff zu füllende Glaskugel von etwa 11 cm^3 Inhalt stand durch ein zweimal rechtwinklig gebogenes Kapillarrohr mit einer vertikalen kalibrierten Glasröhre (a) von etwa 1 cm^2 Querschnit und 30 cm Länge in Verbindung, in welcher

1) S. Valentiner, Ann. d. Phys. 15. p. 74. 1904.

2) A. Bestelmeyer, Ann. d. Phys. 13. p. 944. 1904.

3) Die genannten Arbeiten wurden im physikalischen Institut der Universität München auf Veranlassung des Hrn. Geheimrat Röntgen ausgeführt, der auch die ursprüngliche Anregung zu der vorliegenden, in dem gleichen Institut ausgeführten Untersuchung gegeben hat.

das Gas über Quecksilber abgeschlossen war. Nahe am Ende des Rohres führte dasselbe wasserdicht durch den Boden eines bis an den Ansatz der Kapillare reichenden Troges aus Spiegelglas, welcher während der Untersuchung mit Wasser gefüllt als Temperaturbad für das kalibrierte Rohr diente. Dieser Trog war an einem 2 m hohen Stativ mit eingelegter Skala befestigt, welches auf einem Steinpfeiler des Institutes aufgestellt war. An das kalibrierte Rohr war ein etwas engeres Rohr von 80 cm Länge vertikal angeblasen, an dessen unterem Ende ein Gummischlauch angesetzt war, der die Verbindung zu dem an dem Stativ verschiebbar befestigten Glasrohr (*b*) von gleicher Weite wie Rohr (*a*) herstellte. Das Ansatzrohr war deshalb eingeschaltet, damit auch bei niedrigen Drucken überall der Gummischlauch unter innerem Überdruck stand. Zum Auspumpen des Apparates und zum Einlassen des Stickstoffs in denselben war an der Ansatzstelle des 80 cm langen Rohres an das kalibrierte Rohr (*a*) ein enges, schräg nach oben führendes Rohr angeblasen, welches 5 cm von der Ansatzstelle entfernt knieförmig nach unten gebogen und mittels Kittung mit einem ⊓-Stück verbunden war. Von diesem führten die durch Hähne abschließbaren Leitungen in die Atmosphäre, zur Quecksilberluftpumpe und zum Stickstoffentwickelungsapparat. Es war notwendig jenes enge, nach oben führende Kniestück anzusetzen, um eventuelle Gasbläschen, die an der

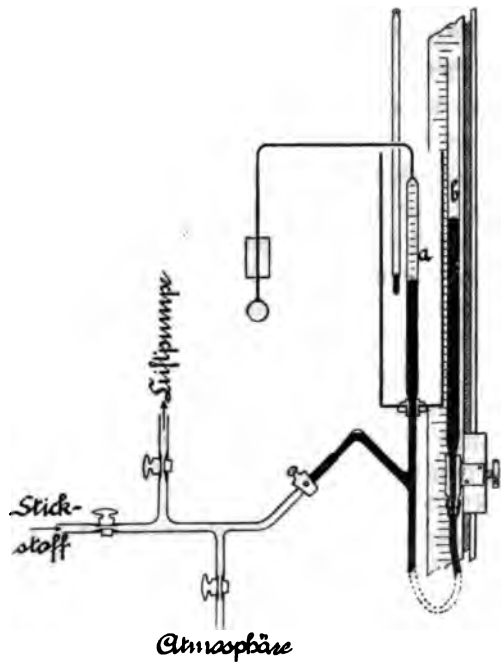


Fig. 1.

Kittungsstelle[1]) sich festsetzen konnten, beim Bewegen des Quecksilbers nicht in das Untersuchungsgefäß geraten zu lassen, sondern sie im Knie anzusammeln. Die Kommunikation des einen Teiles mit dem Außenraum diente zum Ablassen von Quecksilber, wenn sich hinter dem Knie zu viel angesammelt hatte.

Anstatt die Einstellung wie üblich auf gleiches Volumen mittels Benutzung einer Marke in der Nähe der Kapillarenmündung vornehmen zu müssen, konnten wir mit Hilfe des kalibrierten Rohres bei ein und derselben Gasfüllung Dichtebestimmungen bei verschiedenen Drucken und gleicher Temperatur machen. Die Ablesung des Quecksilbermeniskus im Rohr (*a*), der, abgesehen von der Druckbestimmung, besonders für die Volumenbestimmung maßgebend war, wurde mit einem in 3 m Entfernung auf Steinpfeiler aufgestellten Kathetometer abgelesen, wobei nicht die Kathetometerteilung benutzt wurde, sondern der Meniskus auf die Rohrteilung und diese mehrmals auf die in dem Gasthermometerstativ eingelegte Skala bezogen wurde; der Quecksilbermeniskus im Rohr (*b*) wurde an dieser Skala mit unbewaffnetem Auge und Spiegel abgelesen. Die Skala selbst wurde nach Beendigung der Messung mit einem im Institut nach einem Normalmeterstab hergestellten Maßstab verglichen.

Für die Bestimmung der Gasdichte bei 0° wurde die Thermometerkugel in ein Bad von Eis und destilliertem Wasser gebracht, welches von unten her mittels Stelltischchens gehoben wurde. Das mit Eis und Wasser gefüllte Gefäß stand, um es gegen Wärmeaustausch nach außen möglichst zu schützen, in einem Holzkasten mit Holzwolle. Für die Bestimmung der Dichte bei der Temperatur der flüssigen Luft wurde von unten her ein mit flüssiger Luft gefülltes Dewarsches Gefäß gegen die Kugel herangebracht. Es wurde darauf geachtet, daß außer der Kugel immer ein nahezu gleich großes Stück der Kapillare eintauchte (etwa 2,5 cm vom Ansatz der Kapillare an die Kugel). Um den Fehler infolge Unkenntnis der Temperatur in dem Teil der Kapillare, der den Übergang von der kalten zur Zimmertemperatur bildet, möglichst zu eliminieren, wurde dieselbe, 2,9 cm vom Ansatz an der Kugel entfernt, mit 5,3 cm

1) Die Kittung war notwendig, da das Untersuchungsgefäß aus Jenaer Glas hergestellt worden war.

hoher gut anschließender Korkhülle umgeben und in diesem Teile ein konstantes Temperaturgefälle in Rechnung gesetzt. Für den Rest der Kapillare wurde die Temperatur des das kalibrierte Rohr umgebenden Wasserbades angenommen, welches nahezu Zimmertemperatur hatte.

Die Temperatur der flüssigen Luft wurde mit Hilfe des Platinwiderstandsthermometers I unter Benutzung der Wheatstoneschen Brücke bestimmt, welches in der erwähnten Arbeit über die innere Reibung des Stickstoffs verwendet worden war.[1]) Der Platinwiderstand befand sich in gleicher Höhe mit der Thermometerkugel, derselben möglichst nahe, in der flüssigen Luft.

Die Temperatur des Wasserbades wurde mit Hilfe eines in zehntel Grade geteilten, geprüften Thermometers bestimmt. Die Temperatur des Quecksilbers wurde an einem neben dem 80 cm langen Rohr hängenden, in ganzen Graden geteilten Thermometer abgelesen. Endlich wurde bei jeder Beobachtung der Barometerstand berücksichtigt.

Vor Beginn der Messung wurde der Apparat mit einer automatischen Quecksilberpumpe Sprengelschen Systems luftleer gepumpt und 36 Stunden ausgepumpt stehen gelassen, dann mit chemischem Stickstoff gefüllt und nochmals ausgepumpt unter gleichzeitiger Erwärmung der Thermometerkugel. Danach wurde der Apparat mit Stickstoff gefüllt. Der Stickstoff war in gleicher Weise hergestellt und gereinigt worden wie in der zitierten Arbeit[2]) des einen von uns, einschließlich der Ausfrierung mittels flüssiger Luft.

2. Berechnung und Genauigkeit der Versuche.

Die Berechnung der Versuche geschah nach der folgenden, leicht abzuleitenden Gleichung, welche gewonnen ist durch Gleichsetzen der durch Volumen, Druck und Dichte bestimmten Masse bei 0^0 und bei der Temperatur der flüssigen Luft mit Berücksichtigung der betreffenden schädlichen Räume:

$$\frac{v^{-190} \cdot \lambda^t_{p'}}{\lambda^0_{76}} = \left\{ v^0 + \frac{v''_z}{1+\alpha t''} + \frac{v_\varkappa}{\alpha t''} \log(1+\alpha t'') \right\} \frac{p''}{76} - \left\{ \frac{v'_z}{1+\alpha t'} + \frac{v_\varkappa}{(t'-t)\alpha} \log\left(\frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}\right) \right\} \frac{p'}{76},$$

1) A. Bestelmeyer, l. c. p. 965.
2) A. Bestelmeyer, l. c. p. 975.

woraus $\lambda^t_{p'}$ zu berechnen ist. Hierin bedeutet $\lambda^t_{p'}$ die Dichte des Stickstoffs bei der Temperatur t der flüssigen Luft und dem Druck von p' cm Quecksilber; λ^0_{76} die Dichte des Stickstoffs bei 0° und 76 cm Quecksilber, welche bei der Ausrechnung $= 1$ gesetzt worden ist; v^{-190} bez. v^0 das Volumen der Gasthermometerkugel bei $-190°$ bez. 0°; v'_z, v''_z das Volumen des mit Stickstoff gefüllten Teiles des kalibrierten Rohres (a) und der Kapillare bis zum Beginn der Korkhülle[1]); $v_\varkappa$ das Volumen der Kapillare im Kork; t', t'' die Temperatur des Wasserbades um das Rohr (a)[1]); p', p'' der Druck des Gases im Gasthermometer.[1])

Was die Korrektionsglieder, herrührend von $v_\varkappa$, betrifft, so können in diesen bei der numerischen Berechnung unter den vorliegenden Verhältnissen für t' und t'', sowie für t mittlere Temperaturen angenommen werden; da $v_\varkappa = 0{,}0101$ cm³ ist, und wenn $t' = t'' = 18{,}5°$ und $t = -190°$ gesetzt wird, so ergibt sich:

$$\frac{v_\varkappa}{\alpha t''} \log(1 + \alpha t'') = 0{,}00977 \text{ cm}^3$$

und

$$\frac{v_\varkappa}{\alpha (t' - t)} \log\left(\frac{1 + \alpha t'}{1 + \alpha t}\right) = 0{,}01666 \text{ cm}^3.$$

Nimmt man für den kubischen Ausdehnungskoeffizienten des Jenaer Glases 0,000023, so ergibt sich für

$$v^0 = 10{,}867 \text{ cm}^3$$

und

$$v^{-190} = 10{,}820 \text{ cm}^3,$$

so daß sich die Dichte des Stickstoffs, bezogen auf die Dichte bei 0° und 76 cm Quecksilberdruck, aus unseren Beobachtungen mittels der Formel berechnet:

$$\lambda^t_{p'} = \frac{1}{76 \cdot 10{,}820}\left[\left\{\frac{v''_z}{1+\alpha t''} + 10{,}877\right\} p'' - \left\{\frac{v'_z}{1+\alpha t'} + 0{,}017\right\} p'\right].$$

1) v', t' und p' beziehen sich auf die Messungen, bei welchen sich die Thermometerkugel in flüssiger Luft befand, v'', t'' und p'' auf die, bei welchen sie sich bei gleicher Stickstofffüllung des Apparates in schmelzendem Eis befand.

Über die Fehlergrenze der Beobachtungen ist folgendes zu sagen. Die Auswertung des Volumens der Kugel, der Kapillare und des graduierten Rohres darf als genügend genau betrachtet werden, sie wurde mit der nötigen Sorgfalt ausgeführt.[1]) Fehler in der Volumenbestimmung können also nur entstanden sein durch fehlerhafte Schätzung bei Ablesung des Quecksilbermeniskus im graduierten Rohr. Es entspricht $\pm 0{,}07$ mm Fehler in der Ablesung der Quecksilberhöhe einem Fehler von ungefähr $\pm 0{,}007$ cm³, d. h. es kann v_1' sowie v_2' um $\pm 0{,}007$ cm³ falsch bestimmt sein. Dieser Fehler kann das Resultat im ungünstigsten Fall auf $\pm 0{,}9$ Promille beeinflussen.

$0{,}05^0$ Fehler in der Temperaturbestimmung des Gasvolumens in dem kalibrierten Rohr (a) ergibt einen Fehler von 0,02 Proz. dieses Gasvolumens, in dem Resultat einen Fehler bis zu $\pm 0{,}6$ Promille.

λ_0 kann durch eine Temperaturabweichung der Mischung von Eis und Wasser um $\pm 0{,}05^0$ vom Schmelzpunkt des Eises, da es proportional der absoluten Temperatur zu setzen ist, mit einem Fehler von $\pm 0{,}0002$ seines Wertes, d. h. von 0,2 Promille behaftet sein.

Die relativen Angaben der Temperatur der Thermometerkugel durch den Platinwiderstand dürften auf wenige hundertstel Grade sicher sein, das bedeutet für λ_p' für die angegebene Temperatur einen möglichen Fehler von $\pm 0{,}3$ Promille.

Die bedeutendste Fehlerquelle in den vorliegenden Messungen bildet die Druckmessung namentlich bei niederen Drucken. Der Druck wurde bestimmt durch Ablesung der Quecksilberhöhen in Rohr (a) und Rohr (b) und des Barometers. Für die Ablesung des Barometers und der mit Kathetometer abgelesenen Quecksilberhöhe darf die Fehlergrenze wie üblich zu $\pm 0{,}07$ mm festgesetzt werden. Für die Ablesung des dritten Quecksilber-

1) Der Inhalt der Kugel und der Kapillare wurde durch Quecksilberfüllung bestimmt; zur Kalibrierung des Rohres in Abständen von ca. 2 cm wurden die aus einem zu diesem Zweck unten angekitteten Hahn ausfließenden Quecksilbermengen gewogen, so daß die in den Tabellen angeführten Zahlen das Volumen des Rohres einschließlich der Meniskuskorrektion ergeben, wenn die Kuppe in der Höhe des betreffenden Teilstriches steht.

meniskus, welcher mit bloßem Auge beobachtet wurde, muß indessen ein Fehler von $\pm 0{,}2$ mm in Anrechnung gebracht werden. Die Ablesefehler der Quecksilbersäulen können also den Druck um $\pm 0{,}34$ mm fälschen; hierzu können sich Fehler in der Temperaturkorrektion addieren. Nimmt man einen Temperaturunterschied der Quecksilbersäulen in beiden Schenkeln von $\pm 0{,}5°$ an und Fehler der gleichen Größe in der Temperaturbestimmung des Quecksilbers im Luftthermometer und im Barometer, so kann dieser Fehler bis zu 0,16—0,22 mm betragen. Bei den kleinsten zur Anwendung gekommenen Drucken (160 mm) könnten also die Fehler in der Druckbestimmung, falls sie sich sämtlich addieren würden, bis zu 3,1 Promille das Resultat fälschen. Analoge Fehler können die Druckbestimmung bei 0° und dadurch die Resultate der betreffenden Versuchsreihe im Maximum um 1,2 Promille beeinflußt haben.

Würden sich in einem Falle — was nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit als ausgeschlossen gelten kann — diese sämtlichen Fehler addieren, so würde bei den kleinsten Drucken ein Gesamtfehler von $\pm 6{,}3$ Promille resultieren.

3. Beobachtungen.

Versuch Nr.	Barometer		Zeit	Manometer			Widerstandsmessung		Temp. des grad. Rohres	Thermometerkugel in:
		Temp.		links	rechts	Temp.	Rheostat	Brücke		
	cm			cm	cm		Ω	cm		
1	72,35	18,4°	$12^h 31^m$	1,335	96,79	18,9°	19,105	$49,^{54}_{58}$	18,28°	fl. Luft
2	35	6	1 6	10,88	119,50	9	„	$50,^{15}_{17}$	40	„
3	34	6	1 21	18,38	140,40	9	„	$50,^{44}_{47}$	38	„
4	31	7	2 2	28,06	173,89	8	„	$51,^{14}_{19}$	30	„
5	31	8	2 27	18,72	140,69	9	19,005	$49,^{15}_{28}$	25	„
6	32	8	2 43	10,875	119,16	8	„	$49,^{76}_{76}$	25	„
7	31	8	3 00	1,34	96,50	8	„	$50,^{05}_{09}$	25	„
8	31	8	3 22	1,75	155,94	9	—	—	20	schm. Eis

Versuch Nr.	Barometer		Zeit	Manometer			Widerstandsmessung		Temp. des grad. Rohres	Thermometerkugel in:
		Temp.		links	rechts	Temp.	Rheostat	Brücke		
	cm			cm	cm		Ω	cm		
9	72,29	18,9°	4h 11m	1,40	94,06	18,8°	—	—	18,14°	schm. Eis
10	30	9	4 30	1,29	60,23	19,4	18,005	48,14/14	10	fl. Luft
11	30	9	4 42	14,235	83,49	—	„	48,29/30	12	„
12	30	9	4 56	28,225	114,96/93	19,1	„	48,47/52	20	„
13	30	9	5 12	14,38	83,77	0	„	48,60/65	20	„
14	30	9	5 27	1,30	60,30	6	„	48,82/84	26	„
15	72,31	18,9°	5h 55m	1,345	39,30	19,1°	18,005	49,07/08	18,20°	fl. Luft
16	31	19,0	6 10	28,44	82,17	0	„	49,34/45	20	„
17	31	0	6 22	1,20	39,09/10	0	„	49,60/61	20	„
18	32	0	6 38	15,69	95,27	1	—	—	24	schm. Eis
19	72,32	19,0°	—	16,585	73,29	19,2°	—	—	18,29°	schm. Eis
20	34	0	7h 25m	1,30	30,09	4	18,005	49,73/72	40	fl. Luft
21	35	0	7 39	28,55	67,61	4	„	50,04/07	50	„
22	36	1	7 50	1,31	30,14	4	„	50,08/11	51	„
23	36	1	8 2	28,64	67,78/77	6	„	50,30/28	60	„
24	36	2	8 14	1,42	30,24	6	„	50,40/37	60	„
25	37	2	8 35	1,20	95,93/90	5	„	50,62/74	68	„
26	37	2	8 49	10,80	118,14/11	3	„	50,74/84	73	„
27	37	3	8 59	18,68	139,27/24	5	„	50,85/85	79	„
28	40	3	9 13	29,30	162,60	4	„	50,95 51,04	82	„
29	40	4	9 24	18,52	138,89	5	„	51,12/13	84	„
30	40	4	9 35	10,75	118,04/03	4	„	51,21/22	95	„
31	40	4	9 46	1,12	95,90	4	„	51,37/38	94	„
32	40	4	10 5	1,325	156,99/95	4	—	—	94	schm. Eis

Zwischen Versuch 8 und 9, 14 und 15, 18 und 19 wurde Stickstoff aus dem Gasthermometer abgesaugt, zwischen Versuch 24 und 25 in dasselbe nachgefüllt.

Die Barometerkorrektion inklusive der Kapillardepression beträgt +0,103 cm.

In der Kolumne „Manometer" bezieht sich „links" auf die Ablesung des Rohres (*a*) mit Hilfe des Kathetometers, „rechts" auf die Ablesung des Rohres (*b*) mit bloßem Auge; diese letztere wurde stets zweimal ausgeführt.

Zur Berechnung des Widerstandes des Platinthermometers sei bemerkt, daß die Brücke 10 m lang ist, und auf dem in der Mitte gelegenen Meter gemessen wurde; der Brückenmittelpunkt liegt bei 49,64 cm. Zur Bestimmung der Temperatur des Platinthermometers dient die Gleichung:

$$W_t = 73{,}030 + 0{,}27418\,t - 0{,}000067\,t^2,$$

worin W_t den Widerstand bei der Temperatur t^0 (vom Schmelzpunkt des Eises an gerechnet) in Ω bedeutet.

Das Thermometer, mit welchem die Temperatur des kalibrierten Rohres gemessen wurde, zeigt in dem benutzten Bereich um 0,18° zu hoch.

Um die Teilung des gradierten Rohres auf die Gasthermometerskala zu beziehen, ist +85,425 cm zu den Teilen des Rohres zu addieren.

An die Gasthermometerskala sind folgende Korrektionen anzubringen:

Oberhalb	111 cm	± 0,00	cm
Von	99—91 „	− 0,03	„
„	90—89 „	− 0,02	„
„	88—76 „	− 0,01	„
„	75—64 „	± 0,00	„
„	63—60 „	+ 0,01	„
„	59—58 „	+ 0,02	„
„	42—30 „	+ 0,03	„
„	29—28 „	+ 0,04	„

Eichung des Gasthermometergefäßes; es beträgt:

das Volumen der Thermometerkugel + Kapillare bis zur Korkhülle bei 0°: 10,867 cm³;

das Volumen der Kapillare in der Korkhülle: 0,0101 cm³;

das Volumen der Kapillare von der Korkhülle bis in 1 cm Entfernung von der Ansatzstelle an das graduierte Rohr: 0,0937 cm³; von diesem Punkt an bis an:

Teilstrich des graduierten Rohres	das Volumen bei 19° in cm³	Teilstrich des graduierten Rohres	das Volumen bei 19° in cm³
29	0,603	14	14,910
28	1,554	13	15,869
27	2,505	12	16,830
26	3,457	11	17,790
25	4,408	10	18,753
24	5,359	9	19,716
23	6,312	8	20,681
22	7,265	7	21,647
21	8,219	6	22,614
20	9,172	5	23,584
19	10,128	4	24,554
18	11,083	3	25,527
17	12,039	2	26,500
16	12,995	1	27,476
15	13,951	0	28,455

4. Resultat.

Mit Hilfe der in § 2 angegebenen Formel läßt sich aus diesen Beobachtungen $\lambda^t_{p'}$ berechnen. Es ist in der folgenden Tabelle nicht $\lambda^t_{p'}$ sondern $p'/\lambda^t_{p'}$ für die in den Versuchen benutzten Drucke p' und Temperaturen t eingetragen, da $p'/\lambda^t_{p'} = p' v^t_{p'}$ naturgemäß eine einfachere Beziehung zu p' und t hat. Um eine bessere Übersicht zu gewinnen, wurden diese Werte mittels des durch eine vorläufige Berechnung gewonnenen Ausdehnungskoeffizienten zunächst auf die zwei Mitteltemperaturen von 85,00° absolut und 81,40° absolut reduziert; die so erhaltenen Werte wurden in Koordinatenpapier eingetragen (Fig. 2). Es zeigt sich dann eine lineare Abhängigkeit des Produktes $p v$ vom Druck. Durch die verschiedenen Punkte bei 81,4° kann die betreffende Gerade mit genügender Sicherheit gezogen werden. Weit weniger bestimmt ist infolge der geringen Anzahl der Beobachtungen die Isotherme für 85,0°; doch kann man für diese den Schnittpunkt der Ordinatenachse mit Hilfe

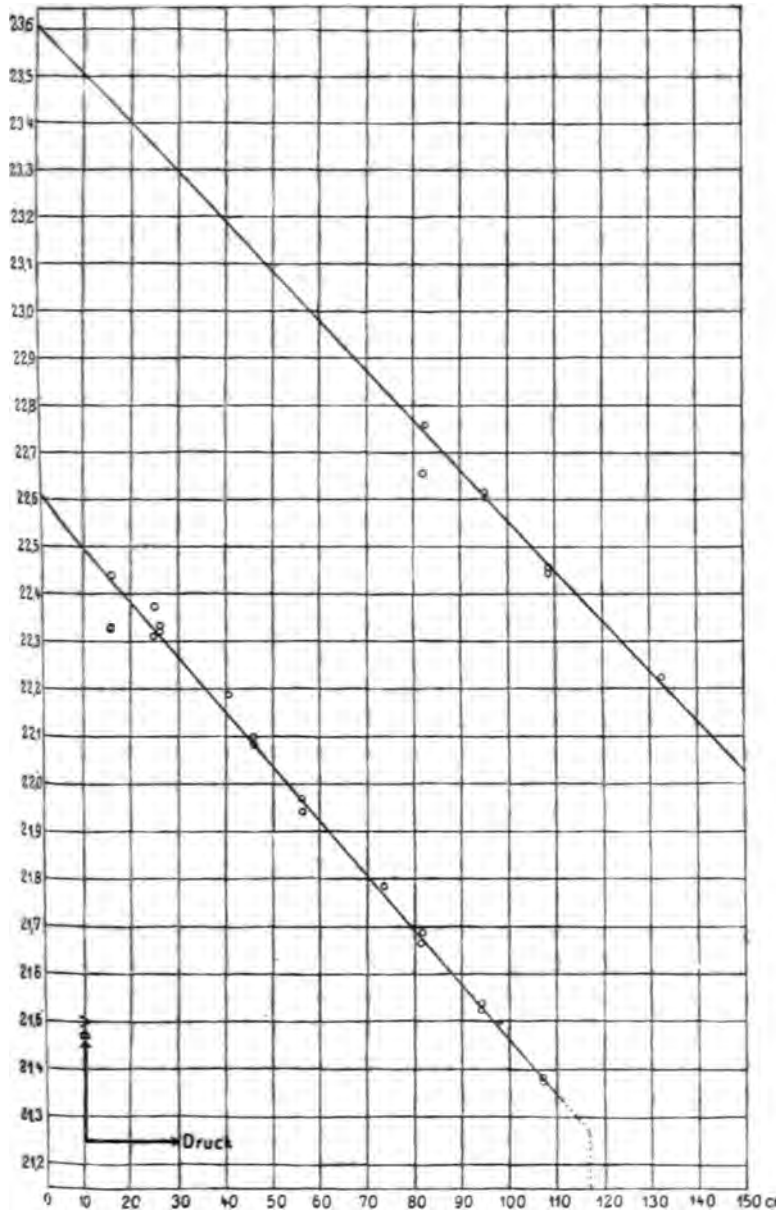

23,6
23,5
23,4
23,3
23,2
23,1
23,0
22,9
22,8
22,7
22,6
22,5
22,4
22,3
22,2
22,1
22,0
21,9
21,8
21,7
21,6
21,5
21,4
21,3
21,2
Druck
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 cm

Fig. 2.

der ersten Isotherme durch theoretische Überlegung finden, wenn man annimmt, daß sich Stickstoff bei dem Drucke $p = 0$ wie ein ideales Gas verhält; dann müssen die Werte von pv für $p = 0$ bei zwei verschiedenen Temperaturen wie diese Temperaturen sich verhalten. Durch den auf diese Weise gewonnenen und die bei 85,0° beobachteten Punkte wurde dann die zweite Isotherme gezogen.

Für die zahlenmäßige Prüfung unserer Beobachtungen, sowie für Interpolationszwecke haben wir die Gleichung aufgestellt:

$$pv = 0{,}27774 \,.\, \vartheta - (0{,}03202 - 0{,}000253 \,.\, \vartheta) \,.\, p \,,$$

deren Konstanten aus der graphischen Darstellung entnommen wurden; dabei bedeutet ϑ die absolute Temperatur, v das spezifische Volumen, bezogen auf das des Stickstoffs bei der Temperatur des schmelzenden Eises und dem Druck von 76 cm Quecksilber, p den Druck. Nach dieser Gleichung sind die unter „pv ber." aufgeführten Werte berechnet. Wie die letzte Kolumne der Tabelle zeigt, ist die Übereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Werten in Anbetracht der Verhältnisse eine gute. Bei Beobachtung Nr. 28 war offenbar ein Teil des Stickstoffs verflüssigt, und es ist bemerkenswert, daß die Isotherme bis in die nächste Nähe des Verflüssigungsdruckes ohne jedes Anzeichen einer Krümmung verläuft.

Die oben erwähnte Beziehung gestattet nun auch eine Kontrolle der Thermometereichung, indem sich

$$[\lim_{p=0} pv]_{\vartheta} : [\lim_{p=0} pv]_{273{,}04}$$

verhalten muß wie $\vartheta : 273{,}04$. Es mag daran erinnert werden, daß diese Beziehung nicht nur von der kinetischen Gastheorie gefordert wird, sondern auch experimentell mit einem hohen Grade von Genauigkeit geprüft ist, indem Chappuis[1]) für den Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten des Stickstoffs zwischen 0° und 100° fand:

$$\lim_{p=0} \alpha = 0{,}0036612, \quad \lim_{p=0} \beta = 0{,}0036613,$$

1) P. Chappuis, Rapp. prés. au Congr. de Phys. à Paris 1. p. 131 bis 147. 1900.

in naher Übereinstimmung mit den entsprechenden Werten des Wasserstoffs:

$$\lim_{p=0} \alpha = 0{,}0036625, \quad \lim_{p=0} \beta = 0{,}0036624.$$

Berechnet man nach jener Beziehung ϑ, so ergibt sich, daß die Skala des Platinthermometers I im Bereich der flüssigen Luft um ca. $^3/_{10}$ Grade zu hoch zeigt.

Nr. der Versuche	Absolute Temp.	Druck in cm Hg	pv beob.	pv ber.	Differenz in ‰
1, 8	84,98°	82,20	22,751	22,736	+ 0,7
2, 8	85,14	95,34	644	645	± 0
3, 8	21	108,69	521	526	− 0,2
4, 8	89	132,38	342	334	+ 0,4
5, 8	84,56	108,61	316	329	− 0,6
6, 8	70	94,98	527	516	+ 0,5
7, 8	78	81,86	591	680	− 3,9
10, 9	80,97	45,78	21,976	21,959	+ 0,8
11, 9	81,01	56,03	857	852	+ 0,2
12, 9	06	73,47	687	667	+ 0,9
13, 9	09	56,17	853	874	− 1,0
14, 9	14	45,84	22,010	22,008	+ 0,1
15, 18	19	24,90	313	263	+ 2,2
16, 18	27	40,58	151	106	+ 2,0
17, 18	32	24,83	288	301	− 0,6
20, 19	35	15,79	316	413	− 4,3
21, 19	43	26,01	323	319	+ 0,4
22, 19	44	15,85	449	438	+ 0,5
23, 19	49	26,10	358	335	+ 1,0
24, 19	51	15,84	359	458	− 4,4
25, 32	58	81,47	21,720	21,729	− 0,4
26, 32	61	94,06	601	594	+ 0,3
27, 32	62	107,29	440	446	− 0,3
28, 32	66	119,98	19,244	314	− 97,2
29, 32	69	107,09	21,469	470	± 0
30, 32	71	94,05	616	625	− 0,4
31, 32	75	81,56	789	774	+ 0,7

Göttingen-Halle, Juli 1904.

(Eingegangen 11. Juli 1904.)

4. *Über die Abhängigkeit des Verhältnisses c_p/c_v der spezifischen Wärmen des Stickstoffs vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft;* von *Siegfried Valentiner.*

(Aus den Sitzungsberichten der k. bayer. Akad. der Wissenschaften 33.)

Einleitung.

Abgesehen davon, daß es wünschenswert ist, die spezifischen Wärmen der Gase bei konstantem Druck c_p und bei konstantem Volumen c_v als physikalisch wichtige Größen an sich kennen zu lernen und ihr Verhalten bei Druck- und Temperaturänderungen genau zu bestimmen, — wodurch auch die mit der Bestimmung dieser Größen eng verbundene praktische Frage nach der Größe der Schallgeschwindigkeit in Gasen Erledigung finden würde, — wird der Untersuchung der Größen c_p, c_v und $k = c_p/c_v$ unter verschiedenen Drucken und Temperaturen vor allem in Hinsicht auf die nahe Beziehung dieser Größen zu zwei großen Klassen physikalischer Erscheinungen allseitiges Interesse entgegengebracht. Die vollkommene Übereinstimmung, die man bei einatomigen Gasen zwischen dem beobachteten und dem von der kinetischen Gastheorie geforderten Wert des Verhältnisses der spezifischen Wärmen bisher erhalten hat[1]), bietet ein erfreuliches Kriterium für die Richtigkeit der Vorstellung, die man sich über Atom- und Molekularenergie gemacht hat, und ermutigt zu dem Versuch, diese Vorstellungen, die bezüglich der mehratomigen Gase noch weniger scharf präzisiert werden konnten, mit Benutzung der aus der Erfahrung zu gewinnenden Kenntnis der Größen c_p, c_v und c_p/c_v mit Erfolg weiterzubilden. Andererseits werden in der Thermodynamik Gleichungen abgeleitet, welche Beziehungen herstellen zwischen den genannten Größen und ihren Veränderungen mit

1) Für Quecksilber: A. Kundt u. E. Warburg, Pogg. Ann. 157. p. 368. 1876; für Argon: W. Ramsay, Phil. Trans. 186 A. p. 186. 1895; Proc. Roy. Soc. 59. 1896; 67. 1900; O. Niemeyer, Diss. Halle 1902.

Druck und Temperatur und den verschiedenen Zustandsgrößen des Gases, so daß man durch experimentelle Bestimmung aller dieser Größen eine Prüfung der Theorie an der Erfahrung vornehmen kann, oder auch mit Voraussetzung der Richtigkeit der Theorie aus der Bestimmung eines Teiles dieser Größen, die anderen durch Rechnung abzuleiten vermag. Infolge des Interesses, welches daher die genauere Kenntnis des Verhaltens von c_p, c_v und c_p/c_v auch in der Tat verdient, liegen über den Gegenstand eine sehr große Reihe von Arbeiten vor, die indessen noch lange nicht genügen, um ein vollständiges Bild über das Verhalten dieser Größen geben zu können. Die grundlegenden Versuche verdanken wir Regnault, der für Luft, Wasserstoff, Kohlensäure und mehrere andere Gase und Dämpfe zunächst die spezifische Wärme bei konstantem Druck in Temperaturgrenzen bis zu 200°, dann auch unter Anwendung von Drucken bis zu 12 Atm. bestimmte. Er schloß aus seinen Beobachtungen, daß die spezifische Wärme bei konstantem Druck der sogenannten permanenten Gase merklich unabhängig von Druck und Temperatur sei, während die leichter kompressiblen Gase einen Unterschied in dieser Beziehung bemerken ließen. Diese Resultate sind in guter Übereinstimmung mit den aus der Thermodynamik folgenden für alle homogenen Körper geltenden Gleichungen:

$$c_p - c_v = \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta}\right)_p \tag{1}$$

und

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial p}\right)_\vartheta = -\vartheta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \vartheta^2}\right)_p, \tag{2}$$

worin ϑ die absolute Temperatur, p den Druck, v das spezifische Volumen und die Indizes die bei der Differentiation konstant gehaltenen Größen bedeuten. Für ideale Gase fordert die Thermodynamik c_p und c_v als konstante Größen, andererseits sagen diese Gleichungen aus, daß eine Abhängigkeit der Größen c_p und c_v von Druck und Temperatur hervortreten wird bei solchen Gasen, deren Zustandsgleichung nicht mehr die einfache Form des Boyle-Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes, sondern etwa die der van der Waalsschen Gleichung hat. Die Tatsachen lehren, daß im allgemeinen sehr stark veränderte Bedingungen zugrunde gelegt werden müssen, um

mit Sicherheit Abhängigkeiten der Größen c_p und c_v von Druck und Temperatur bei permanenten Gasen konstatieren zu können. Die damit verknüpften Schwierigkeiten sind der Grund, daß auch erst in dem letzten Jahrzehnt des vorigen Jahrhunderts wesentliche Fortschritte in der Bestimmung der Abhängigkeit der genannten Größen von Druck und Temperatur gemacht wurden. Linde[1]) bestätigte 1896 zunächst das Thomson-Joulesche Gesetz, daß $\Delta\vartheta = (\alpha/\vartheta^2)\Delta p$ sei, worin α eine dem betreffenden Gas zukommende Konstante ist, in weiten Grenzen von Temperatur und Druck, und wies nach, daß c_p mit wachsendem p zunehmen müsse. Wenig früher war J. Joly[2]) schon durch beachtenswerte Versuche zu dem Resultat gekommen, daß c_v für Luft und Kohlensäure (besonders für letztere) mit der Dichte zunimmt, für Wasserstoff dagegen abnimmt. Amagat[3]) stellte fest durch Versuche mit Drucken bis zu 1000 Atm. zwischen den Temperaturen 0° und 260°, daß c_p bei Kohlensäure mit wachsendem Druck um so schneller wächst, je tiefer die Temperatur ist, bis zu einem Maximum bei einem Druck, der um so höher ist, je höher die Temperatur. Gleiche Gesetze gelten sowohl nach Amagats wie nach Lussanas[4]) Bestimmungen für Luft und andere Gase.

Zum großen Teil sind diese Resultate gewonnen aus direkter Beobachtung der Größe c_p, teils, wie von Amagat, auch aus Berechnung mit Hilfe der genannten Gleichungen der Thermodynamik und Zugrundelegung der beobachteten Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten. Auf die zuletzt genannte Weise verfuhr auch Witkowski[5]) bei seiner Bestimmung der Abhängigkeit der Größe c_p und c_v von Druck und Temperatur in den Grenzen bis etwa 70 Atm. und $-140°$ für atmosphärische Luft. Später bestimmte er[6]) experimentell

1) F. Linde, Wied. Ann. **57**. p. 328. 1896.

2) J. Joly, Proc. Roy. Soc. **41**. p. 352. 1886; Phil. Trans. **182 A**. p. 73. 1892; **185**. p. 943. 1894.

3) E. H. Amagat, Compt. rend. **121**. p. 863—866. 1895; **122**. p. 66 bis 70. 1896; Journ. d. Phys. (3) **5**. p. 114—128. 1896.

4) S. Lussana, Il Nuovo Cimento (3) **36**; (4) **1**, **3**, **6**, **6**. 1894 bis 1898.

5) M. Witkowski, Journ. d. Phys. (3) **5**. p. 123—132. 1896.

6) M. Witkowski, Anz. d. Akad. in Krakau, p. 138. 1899.

mit Benutzung der Kundtschen Methode der Staubfiguren die Abhängigkeit des Verhältnisses c_p/c_v vom Druck bei den Temperaturen 0° und −78°.

Um einen Beitrag zu dieser in praktischer wie theoretischer Beziehung so hochwichtigen Frage zu liefern, wurden im Wintersemester 1900 von Hrn. Geheimrat Röntgen Arbeiten zur Bestimmung der Abhängigkeit der Größen c_p und c_p/c_v von Druck und Temperatur angeregt, zunächst auf seine Veranlassung die Bestimmung der Größe c_p/c_v des Stickstoffs bei 0° und 100° sowie bei der Temperatur der flüssigen Luft unter Atmosphärendruck durch Hrn. Charl. M. Smith in Angriff genommen [1]) und im vergangenen Jahre die vorliegende Arbeit „Über die Abhängigkeit des Verhältnisses c_p/c_v der spezifischen Wärmen des Stickstoffs vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft" von mir in dem physikalischen Institut der Universität München ausgeführt.

Methode der Untersuchung.

Die Methode, welche in dieser Arbeit zur Bestimmung des Verhältnisses $k = c_p/c_v$ diente, ist die Ableitung dieser Größe aus der Schallgeschwindigkeit mit Benutzung der Zustandsgleichung des Gases für die bei der Untersuchung in Betracht kommenden verschiedenen Drucke und die Temperatur der flüssigen Luft. Die Schallgeschwindigkeit wurde in Röhren bestimmt durch Vergleichung der Wellenlängen eines und desselben Tones unter gewöhnlichen und unter dem Ziel der Arbeit entsprechend veränderten Bedingungen. Zu dem Ende wurde nach Kundts Vorgang ein im zweiten Knotenpunkt eingeklemmter Stab durch Anreiben in Longitudinalschwingungen versetzt, welche durch die Enden des Stabes an das Gas übertragen wurden, das sich in weiten über die Enden des tönenden Stabes geschobenen Glasröhren befand. In dem einen Glasrohr befand sich das Gas unter Atmosphärendruck und Zimmertemperatur, in dem anderen, welches ich zum Unterschied von dem ersteren, dem Kontrollrohr, das Untersuchungsrohr nennen will, unter verschiedenen Drucken und der Temperatur der flüssigen Luft.

1) Über diese Versuche soll anderwärts berichtet werden.

Die Schallgeschwindigkeit u in irgend einem homogenen Medium ist gegeben durch die Gleichung:

$$u^2 = - v^2 \frac{dp}{dv};$$

im Falle eines idealen Gases haben wir zur Bestimmung von dp/dv die Beziehung $pv^k = \text{konst.}$ zu benutzen, so daß $u^2 = k.p.v$ wird, ein Wert, der zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit im Kontrollrohr dienen wird. Zur Bestimmung derselben im Untersuchungsrohr müssen wir dagegen dp/dv berechnen aus der für die vorliegende Bedingung geltenden Beziehung zwischen Temperatur, Druck und Dichte, welche sich zufolge der mit Bestelmeyer gemeinsam ausgeführten Untersuchung: „Über die Dichte des Stickstoffs und deren Abhängigkeit vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft“[1]) in Form der empirischen Gleichung darstellen läßt:

$$pv = h_1 \vartheta + (h_2 + h_3 \vartheta)p, \tag{3}$$

worin h_1, h_2, h_3 konstante Größen sind.

Unabhängig von jeder Zustandsgleichung gilt nun die Beziehung:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_Q = k \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_\vartheta.$$

Wir haben also aus (3) $(\partial p/\partial v)_\vartheta$ zu bilden und dies in $(\partial p/\partial v)_Q$ einzusetzen, woraus sich die Schallgeschwindigkeit ergibt:

$$u^2 = k \frac{p^2 v^2}{h_1 \vartheta} = k p v \cdot \frac{v}{v - (h_2 + h_3 \vartheta)}. \tag{4}$$

Außerdem ist aber $u = 2 \lambda n$, wenn λ die halbe Wellenlänge im Gase, n die Schwingungszahl des benutzten Tones bedeutet. Für das Kontrollrohr gilt daher:

$$n_1^2 = \frac{k_1 p_1 v_1}{4 \lambda_1^2} \tag{5}$$

und für das Untersuchungsrohr:

$$n^2 = \frac{k^2 p^2 v^2}{4 \lambda^2 h_1 \vartheta}. \tag{6}$$

Nun ist $p_1 v_1 = 76(1 + \alpha t)$, indem wir den Druck auf Zentimeter Quecksilber, das Volumen auf das des Stickstoffs

1) A. Bestelmeyer u. S. Valentiner, Ann. d. Phys. **15**. p. 61. 1904.

bei 0° und 76 cm Quecksilber beziehen, da die in der genannten Arbeit berechneten Konstanten h_1, h_2, h_3 der Gleichung (3) ebenfalls auf diese Einheiten bezogen sind; α bedeutet den Ausdehnungskoeffizienten des Stickstoffs zwischen 0° und 100°, und t die von 0° an gezählte Temperatur des Gases im Kontrollrohr. Da die Schallwellen im Kontroll- und Untersuchungsrohr von einem und demselben Ton herrühren, d. h. $n = n_1$ ist, so folgt:

$$\frac{k}{k_1} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2 76 . (1 + \alpha t) \frac{h_1 \vartheta}{p^2 v^2} . \tag{7}$$

Diese Formel ist der Berechnung der Beobachtungen zugrunde gelegt.

Beschreibung des Apparates.

Für die vorliegende Untersuchung konnte ich mich eines im Institut zum größten Teil schon vorhandenen Apparates bedienen; derselbe war nach den Angaben von Hrn. Geheimrat Röntgen für Messungen der Größe c_p/c_v in Gasen bei verschiedenen Temperaturen und Drucken hergestellt worden und folgendermaßen eingerichtet.

Der tongebende Stab — ein Glasrohr von ca. 1 m Länge und 16 mm Durchmesser, an dessen beiden Enden zur besseren Übertragung der Schwingungen an das Gas pufferähnliche, aus der Fig. 1 a ersichtliche Erweiterungen von ca. 25 mm Durchmesser angeblasen waren — war in den beiden seinen zweiten Oberton bestimmenden Knotenpunkten auf der rechten vertikalen Planke eines vertikal aufgehängten Holzrahmens befestigt, dessen Dimensionen 100 cm : 90 cm mit einer Plankenbreite von 12 cm waren. Zum Zwecke der Befestigung dienten Messinghülsen von der aus Fig. 2 ersichtlichen Form; der Durchmesser der Öffnung a war wenig größer als der Durchmesser des tönenden Rohres, so daß die Hülsen vor dem Anblasen der Erweiterungen an den Enden des Rohres darüber geschoben und später an den Knotenpunkten mit Siegellack angekittet werden konnten. Der Teil b hatte eine solche Weite, daß das Ende des Schallrohres, welches über das tönende Rohr geschoben wurde, mit geringem Spielraum hineinpaßte und entweder ebenfalls mit Siegellack eingekittet werden konnte, wie es bei dem Untersuchungsrohr geschah, oder durch Gummi-

verschluß mit der Hülse luftdicht verbunden war, wie es bei dem Kontrollrohr angewandt wurde, um einen für die Untersuchung unter Umständen sehr nachteiligen Bruch eines Glasteiles eher vermeiden zu können. Es war darauf geachtet

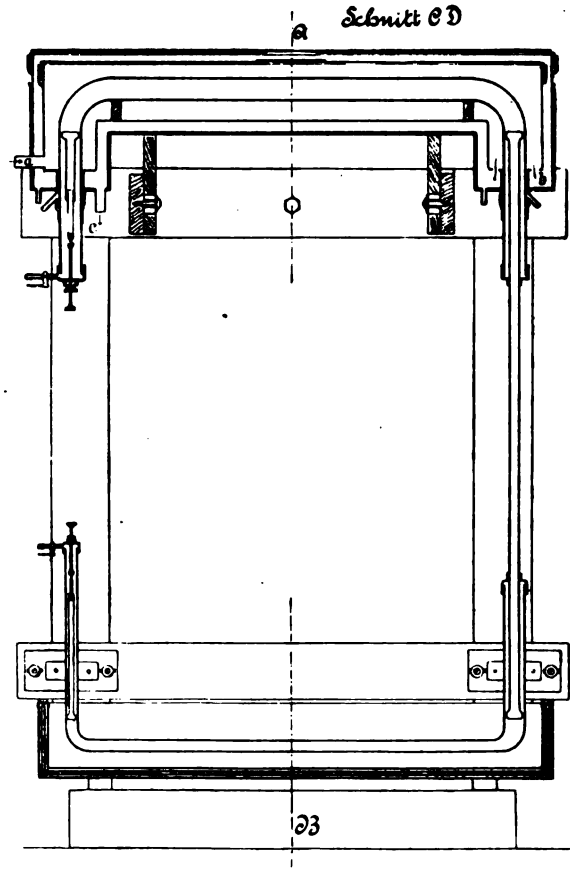


Fig. 1a.

worden, daß die Messinghülsen möglichst genau in den Knotenpunkten des tönenden Rohres festgekittet wurden[1]), so daß eine Übertragung der schwingenden Bewegung an das fest-

1) Die Knotenpunkte waren in der Weise gut zu bestimmen, daß eine erheblich größere Belastung der als Knotenpunkte erkannten Stellen die Intensität des Tones nicht veränderte.

gekittete Untersuchungsrohr nicht stattfand. Kundt selbst wies schon auf den darin begründeten Nachteil einer starren Verbindung zwischen tönendem Rohr und Untersuchungsrohr hin und benutzte daher stets Gummiverbindungen. Um eine Verunreinigung des Stickstoffs durch dauernde Berührung mit

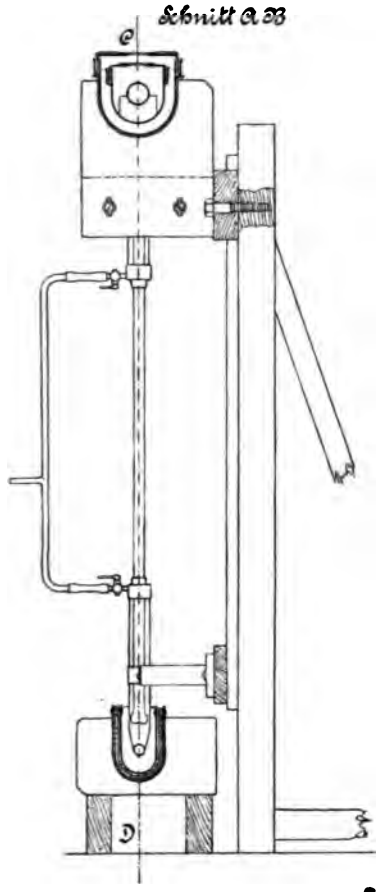


Fig. 1b.

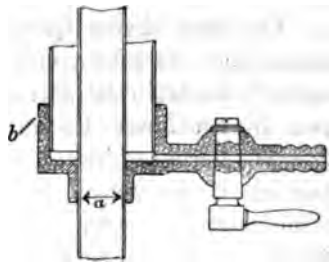


Fig. 2.

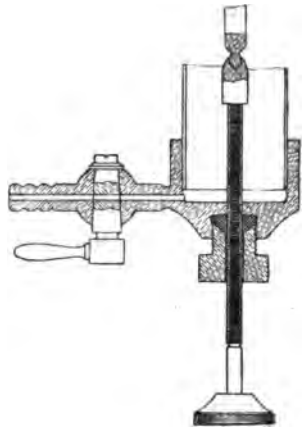


Fig. 3.

Gummi zu vermeiden, wurde soviel wie möglich von Gummiverbindungen in vorliegender Untersuchung Abstand genommen, auch war es für die Versuche, bei denen im Untersuchungsrohr nicht Atmosphärendruck herrschte, von vornherein geraten, dieselben bei der Verbindung von tönendem Rohr und Unter-

suchungsrohr auszuschließen. Zum Einleiten des Stickstoffs in die Schallröhren waren die Messinghülsen mit konisch gut geschliffenen, nur mit dampffreiem Fett gedichteten Hähnen versehen. Die Messinghülsen wurden an wagerecht aus dem Rahmen heraustretenden kräftigen Holzstützen mit Schraubzwingen festgeklemmt (in den Figg. 1 a u. b fortgelassen).

Von dem oberen Querstück des Rahmens wurde das den Dimensionen desselben entsprechend zweimal rechtwinklig gebogene[1]) Kontrollrohr getragen, dessen beide von der Biegung etwa 30 cm lange Enden an den vertikalen Planken des Rahmens herunterhingen, so daß das rechte über den tönenden Stab bis in die Messinghülse an dem einen Knotenpunkt desselben geschoben war. Es hatte von Biegung zu Biegung eine Länge von 79 cm und eine innere Weite von 3,3 cm. Den Verschluß des linken Rohrendes bildete eine mit wenig Spielraum über dasselbe passende, auf dieses mit Siegellack festgekittete Messingkappe, durch deren Mitte der die Reflexion des Schalles bewirkende Puffer eingeführt war mittels einer Stahlschraube, die es ermöglichte, denselben in einen Knotenpunkt der Schallbewegung einzustellen. Der Puffer war gebildet aus einer Glasröhre von etwa 10 cm Länge, die am Ende eine von einer angeschliffenen Ebene begrenzte Erweiterung hatte; die Glasröhre war in eine Messingröhre von ungefähr gleicher Länge gekittet, und diese über das Ende der durch die Messingkappe führenden Stahlschraube mit 5 cm langem Gewinde von geringer Ganghöhe. Um den Durchgang der Schraube durch die Messingkappe gegen außen hin luftdicht zu verschließen, war die Schraube durch eine in Fig. 3 ersichtliche Verschraubung geführt, welche in die Messingkappe eingeschraubt wurde und durch die dazwischenliegende Lederdichtung einen vollkommenen Abschluß bewirkte. Auch dieser Verschluß war mit einem gut eingeschliffenen Hahn versehen. — An dem entsprechenden Ende des Untersuchungsrohres war eine ebenso eingerichtete Messingkappe angebracht. — Um das Kontrollrohr längere Zeit auf konstanter Temperatur erhalten

1) Diese Form war besonders deshalb sehr empfehlenswert, um Temperaturverschiedenheiten und dadurch entstehende Gasströmungen in dem Teil des Rohres, in welchem die Staubfiguren erzeugt wurden, möglichst zu vermeiden.

und auch Siedetemperatur des Wassers anwenden zu können, war dasselbe nicht direkt auf dem Holz des Rahmens befestigt, sondern saß in einem doppelwandigen mit Filz umwickelten Gefäß aus verzinntem Kupfer, deren obere Wandungen durch gut schließende Deckel aus gleichem Material mit Glimmerfenster für Thermometerbeobachtungen ersetzt waren (vgl. Fig. 1a). Durch die Öffnung *a* war es möglich, den Dampf von kochendem Wasser aus einem daneben stehenden Kessel in den innersten Raum des Gefäßes, durch welchen sich das Kontrollrohr zog, einzuleiten; derselbe trat aus dem entgegengesetzten Ende des Gefäßes bei *b* in den von der Doppelwandung umschlossenen Raum und nahe bei dem Zuleitungsrohr des Dampfes in den Außenraum bei *c* zurück. Der innerste Raum des Gefäßes war an den Durchführungsstellen des Kontrollrohres, welches von oben eingesetzt werden konnte, durch Gummi luftdicht gegen außen abgeschlossen. Durch zwei hölzerne in der Höhe regulierbare Halter wurde das Gefäß von dem Rahmen getragen. Bei den im folgenden beschriebenen Versuchen, bei denen sich das Untersuchungsrohr in flüssiger Luft befand, wurde das Kontrollrohr auf Zimmertemperatur gehalten. Zur Bestimmung der Temperatur wurde auf das Rohr mehrere Stunden vor Ausführung des Versuches, nachdem am Apparat selbst alle Vorbereitungen zu einem solchen getroffen waren, ein in fünftel Grade geteiltes Thermometer in horizontaler Lage festgebunden und Kontrollrohr und Thermometer mit Putzwolle bis auf einen kleinen zur Ablesung des Thermometers frei bleibenden Teil bedeckt.

Das ebenfalls zweimal rechtwinklig gebogene [1]) Untersuchungsrohr wurde von unten über das tönende Rohr geschoben und dadurch gehalten, daß es am einen Ende in die Messinghülse eingekittet und mit dem anderen an eine auf der linken vertikalen Planke des Holzrahmens sitzende Holzstütze festgeklemmt war. Zur Sicherheit wurde das Rohr etwa 10 cm unterhalb der Kittung in die Messinghülse noch von einer zweiten Holzstütze gefaßt. Zu Untersuchungsröhren dienten nacheinander drei verschiedene Röhren von ähnlichen Dimensionen, indem das erste mit einer inneren Weite von 1,83 cm

1) Vgl. die Anm. 1 auf p. 82.

nach wenigen Versuchen in flüssiger Luft zersprang; das zweite Rohr mit einer inneren Weite von 1,75 cm diente zu den meisten der im folgenden beschriebenen Versuche; ein drittes Rohr mit einer inneren Weite von 1,98 cm wurde noch zur Untersuchung herangezogen, da zwischen den aus den Vorversuchen mittels des Rohres I gewonnenen Resultaten und den aus Rohr II abgeleiteten eine nicht ganz aufgeklärte Differenz bestand, worüber im Anhang berichtet wird; die mit Rohr III erhaltenen Resultate stimmen indessen mit den unter Verwendung des zweiten Rohres gewonnenen gut überein. Der horizontale Teil des Untersuchungsrohres von Biegung zu Biegung war ca. 75 cm lang. Auf der rechten Seite erweiterte sich das Rohr von der Biegungsstelle an zu einer inneren Weite von ca. 3 cm, um bequem über die Erweiterung am Ende des tönenden Rohres geschoben werden zu können. Es war darauf geachtet worden, daß der Übergang zu der Erweiterung ein möglichst gleichmäßiger war, wie auch die Biegungen beider Röhren möglichst regelmäßige Krümmung besaßen, um nicht durch eventuelle schärfere Ecken und Kanten Anlaß zu unerwünschten Reflexionen des Schalles zu geben.[1])

Zur Herstellung der tiefen Temperatur, bei welcher die Wellen im Untersuchungsrohr hervorgerufen werden sollten, konnte von unten her gegen dasselbe ein Blechgefäß, in welchem sich die flüssige Luft befand, herangebracht werden, so daß der horizontale Teil des Untersuchungsrohres sich ganz in flüssiger Luft befand und etwa 2 cm von derselben überdeckt wurde. Das Gefäß bestand, wie in dem Vertikalschnitt in Fig. 1a zu sehen ist, aus drei ineinander gesetzten Wannen von verzinntem Eisenblech, von denen die innerste 89 cm lang, ca. 10 cm hoch, 5,3 cm breit war; die drei Wannen waren voneinander durch Flanelllagen vollkommen getrennt. Während des Versuches wurde, um das Verdampfen der flüssigen Luft nach Möglichkeit zu verringern, das Gefäß mit dicken Lagen von Putzwolle zugedeckt. Das Gefäß bewährte sich für diese

1) Es scheinen derartige Reflexionen die Veranlassung gewesen zu sein, daß es bei einem Untersuchungsrohr von ähnlichen Dimensionen als die später von mir verwandten, aber unregelmäßiger Übergangsstelle, welches ich bei den Vorversuchen verwenden wollte, nicht möglich war, gleichmäßige Figuren zu erzielen.

Zwecke befriedigend; nach beendetem Eingießen der Luft verdampfte bei ruhigem Stehen in $^1/_2$ Stunde eine Schicht von etwa 2—$2^1/_2$ cm flüssiger Luft. Sehr viel flüssige Luft ging dagegen verloren durch Verdampfen beim Eingießen derselben in das Gefäß und vor allem beim Eintauchen des Untersuchungsrohres und des noch näher zu beschreibenden Widerstandsthermometers, eine Handlung, welche, um nicht Gefahr laufen zu müssen, dieselben durch die plötzlich angelegte Kälte zu zertrümmern, sehr langsam vorgenommen werden mußte. Um einen Versuch ausführen zu können, bedurfte es eines Vorrates von 5—6 Liter flüssiger Luft, von denen ich allerdings durch Zurückgießen der am Ende eines Versuches noch vorhandenen flüssigen Luft in ein Weinholdsches Gefäß ungefähr 1 bis $1^1/_2$ Liter für den nächsten Versuch retten konnte. Das Untersuchungsrohr befand sich 25—30 Min. lang in flüssiger Luft, bevor die Schallwellen erregt wurden. Die Temperatur derselben wurde mit Hilfe eines neben dem Schallrohr in der flüssigen Luft liegenden Platinwiderstandsthermometers gemessen (vgl. unten).

Die Röhren wurden vor der Verwendung zunächst mechanisch gereinigt und mit Salzsäure und Messingfeilspänen geschüttelt, um die zum Teil sehr fest an der Glaswand haftenden Kieselsäurereste von den Vorversuchen loszureißen, dann mit Ätzkali, Salpetersäure, gewöhnlichem Wasser, destilliertem Wasser durchgespült, danach mittels Durchsaugens trockener Luft unter Erwärmen der Wandung getrocknet; nachdem jede sichtbare Feuchtigkeit verschwunden war, wurde noch mehrere Stunden lang trockene, warme Luft durchgesaugt, da es eine Vorbedingung zum Gelingen der Versuche ist, jede Spur von Feuchtigkeit aus den Schallröhren entfernt zu haben.

Die zur Bildung der Staubfiguren verwandte amorphe Kieselsäure — die allerdings gegen das häufig gebrauchte Lykopodium den Nachteil hat, daß sie viel schwerer ist, und wie schon Kundt nachwies, einen stärkeren Einfluß auf die Schallgeschwindigkeit in Röhren zeigt, dagegen aber den großen Vorteil aufweist, durch Ausglühen von fremden Gasen und Stoffen befreit werden zu können, — wurde mehrere Stunden lang in einem kleinen Tongefäß mittels Bunsenflamme ausgeglüht und in noch ziemlich heißem Zustand durch ein fein-

maschiges, vorher durch die Flamme gezogenes Drahtnetz in die getrockneten Röhren hineingesiebt. Im Kontrollrohr und im ersten Untersuchungsrohr wurde die Menge nicht bestimmt, im zweiten und dritten Untersuchungsrohr ungefähr 0,1 g Kieselsäure verwendet. Nach dem darauf erfolgten Verkitten des Apparates wurden die Röhren noch mehrmals unter Erwärmen luftleer gepumpt und mit trockener Luft bez. mit dem zur Untersuchung dienenden Stickstoff gefüllt.

Um die horizontalen Teile der Röhren behufs gleichmäßiger Verteilung des Pulvers trotz ihrer festen Verbindung mit dem Rahmen gegen die Horizontale neigen zu können, war der ganze Rahmen auf der Tischplatte eines großen Tisches um einen unter dem Kontrollrohr gelegenen Punkt drehbar befestigt; der Tisch war mit zwei Füßen gegen die Wand gelehnt, so daß seine Platte vertikal auf dem Zimmerboden stand. Um den Drehpunkt konnte der Rahmen weit genug gedreht werden, um das Pulver in den Röhren durch Klopfen mit einem Holzstöckchen verteilen zu können; während des Versuches selbst war der Rahmen mit einer Schraubzwinge an die Tischplatte festgeklemmt. Um die Tischkante wurde der Tisch mit dem ganzen Apparat geneigt, um das in gleichmäßig enger Linie an der tiefsten Stelle der Röhre liegende Pulver durch Klopfen heben zu können. Beim Anstreichen des tönenden Rohres blieb das Pulver nur an den Knotenpunkten der Schallwellen liegen, die zur Messung der halben Wellenlänge dienten.

Für die Ablesung der Wellenlängen war folgende Einrichtung getroffen. Nach Beendigung des Versuches wurde ein Messingmaßstab mit Silberteilung mittels zweier Messingklammern an den Schallröhren befestigt; der Maßstab lief merklich parallel in etwa 0,2 cm Abstand von der Wandfläche des Rohres, welches keine merklichen Abweichungen von einer geraden Linie zeigte. Ein 6 cm breites Messingblech, welches der Krümmung des Rohres entsprechend gebogen war, konnte längs der unteren Seite des Rohres verschoben werden, so daß es mit einem Index auf dem Maßstab ruhte. Dieses Messingblech war geschwärzt und in der Mitte mit einem weißen Strich versehen, welcher auf die Knotenpunkte der Wellen eingestellt war, während am Index abgelesen wurde.

Durch Spiegelung des weißen Striches an der Glaswand konnte vollkommen parallaxenfrei eingestellt werden.

Bevor ich zur Beschreibung der Hilfsapparate übergehe, ist noch ein Wort über die Einstellung der die Reflexion des Schalles bewirkenden Puffer in den Schallröhren auf gute Resonanz zu sagen. Sowohl die Enden des tönenden Rohres, wie auch die Enden der reflektierenden Puffer waren von der Mittellinie des horizontalen Teiles der Schallröhren 4—5 cm entfernt und wurden während der Versuche mit einem und demselben Untersuchungsrohr, von Vorversuchen natürlich abgesehen, nicht verändert. Es mag auf den ersten Blick verwundern, daß dieselbe Einstellung trotz der verschiedenen Bedingungen, die sehr verschieden lange Wellen entstehen ließen, immer beibehalten werden konnte, während man gewöhnlich durch Wiederholung der Versuche unter Veränderung der Lage der reflektierenden Ebene die günstigste Einstellung aufsucht. Dem ist folgendes zu erwidern. Die Wiederholung eines Versuches unter vollständig gleichen Bedingungen war höchstens durch Zufall zu erreichen, indem die Temperatur der benutzten flüssigen Luft sehr verschieden sein konnte und vor allem das Stück, welches sich zwischen dem auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlten Teil des Stickstoffs und der erregenden bez. reflektierenden Ebene befand, je nach der nie ganz genau abmessbaren, verschiedenen Höhe der flüssigen Luft in dem Blechgefäß eine unkontrollierbar verschiedene Temperatur haben konnte. Eine möglichst gute Einstellung der reflektierenden Ebenen durch Wiederholung des Versuches aufsuchen zu wollen, war daher schlechterdings unmöglich. Da ich nun bei der einmal gewählten Einstellung gleichmäßig ausgebildete Wellen längs des ganzen Schallrohres bekommen hatte, ein Zeichen, daß eine eventuell noch vorhandene Bewegungsübertragung des tönenden Rohres nicht störenden Einfluß hatte, so ließ ich bei allen Versuchen die gleiche Einstellung. Die Unmöglichkeit, die Einstellung mit Hoffnung auf Erfolg für jeden einzelnen Versuch verändern zu können, brachte natürlich den Nachteil mit sich, nicht bei allen Versuchen gleich gut ausgebildete Wellen zu erhalten. Die Kostspieligkeit und Umständlichkeit eines jeden Versuches machte es indessen notwendig, auch noch Wellen von geringerer Schärfe

abzulesen und auch solche Versuche mit zur Berechnung des Gesamtresultates heranzuziehen. Im allgemeinen entstehen die Wellen bei tiefen Temperaturen glücklicherweise wegen der größeren Dichte, wie zu erwarten ist, leichter und besser als bei gewöhnlicher Temperatur.

Der bei der Untersuchung verwandte chemische Stickstoff wurde dargestellt durch gelindes Erwärmen einer Lösung von 10 Gewichtsteilen Natriumnitrit, 10 Gewichtsteilen Ammoniumnitrat, 10 Gewichtsteilen Kaliumdichromat in 90 Gewichtsteilen Wasser. Er wurde gereinigt, indem er durch Waschflaschen mit 1.) 6 proz. Kaliumpermanganatlösung, 2.) 33 proz. Eisensulfatlösung, 3.) Kalilauge und 4.) konzentrierter Schwefelsäure hindurchgeleitet wurde. Um die verbrauchte Lösung im Entwickelungsapparat durch neue ersetzen zu können, ohne Luft von außen in das Gefäß eintreten zu lassen, war in dasselbe ein fast bis auf den Boden reichendes, mit Hahn versehenes Rohr eingeführt; durch den Druck des Gases nach Abschließen des zwischen den Waschflaschen und dem Entwickelungsgefäß befindlichen Hahnes wurde die Lösung herausgedrückt. Die Waschflaschen waren untereinander und mit dem Untersuchungsapparat durch Siegellackkittungen und Verblasungsstellen verbunden, Gummi war von der Waschflasche mit Kaliumpermanganatlösung an vermieden mit Ausnahme eines kleinen gleich zu erwähnenden Stückes. Die Zuleitung des gereinigten Stickstoffs in die Schallröhren geschah durch eine Kundtsche Glasfeder, die in ein T-Stück endete, dessen symmetrische Enden zu den Hähnen in den auf dem tönenden Rohr aufsitzenden Messinghülsen führten. Hier war eine starre Verbindung nicht gut zu machen, da sie beim Anstreichen zu leicht einen Bruch zur Folge gehabt hätte; es wurden daher die beiden Hähne mit den bis dicht an sie anliegenden Glasrohrenden mit Druckschlauchstücken verbunden und diese mit Wachskolophoniumkitt überstrichen. Vor jedem neuen Versuch mußte, um das Pulver durch Neigen des Apparates gleichmäßig verteilen zu können, die Verbindung mit dem Stickstoffapparat gelöst werden; es geschah dies an einer Kittungsstelle zwischen dem T-Stück und der Kundtschen Feder; um dabei ein Eindringen von atmosphärischer Luft zu vermeiden, wurden die Hähne an den Schallrohren geschlossen gehalten und nach Beendigung der

Operation durch einen zwischen Kundtscher Feder und Schwefelsäure angebrachten Dreiweghahn, dessen eine Öffnung mit einer Pumpe in Verbindung stand, das ganze Verbindungsstück mindestens zweimal ausgepumpt und mit reinem Stickstoff gefüllt. Zum Schutz gegen Feuchtigkeit war zwischen der jedesmal zu öffnenden Kittungsstelle und dem T-Stück an letzteres ein Chlorcalciumrohr angeblasen. Zum Messen des Druckes im Untersuchungsrohr diente ein U-förmig gebogenes Quecksilbermanometer, dessen einer Schenkel unter Atmosphärendruck stand; es war mittels Dreiweghahnes in die Kundtsche Feder eingeschlossen. Zur Herstellung des bei der Untersuchung verwendeten Überdruckes wurde die lebhafte Gasentwickelung selbst benutzt, indem das nach außen führende Rohr des Entwickelungsgefäßes abgeschlossen wurde. Der ganze Apparat war zu dem Ende vorher auf zwei Atmosphären Überdruck geprüft worden. Zur Kontrolle über den normalen Gang der Gasentwickelung war direkt hinter dem Entwickelungsgefäß ein zweites Quecksilbermanometer eingeschaltet.

Vor Beginn der Untersuchung wurden die Schallröhren mehrmals luftleer gepumpt und mit reinem Stickstoff gefüllt, und danach noch eine reichliche Menge Stickstoff durchgeleitet.

Die Temperaturmessung mittels Platinwiderstandsthermometers wurde in folgender Weise vorgenommen. Das Thermometer bestand aus zwei gleichen hintereinander geschalteten Widerständen, die gebildet waren aus je einem etwa 2 m langen, 0,05 mm dicken Platindraht[1]), der auf ein etwa 10 cm langes, 0,6 cm dickes Glasrohr mit eingeätztem Gewinde gewickelt und mit den Enden an etwa 2 cm lange, auf die Enden des Glasrohres gekittete Messinghülsen gelötet war. Die Widerstände wurden untereinander durch ein ungefähr 15 cm langes Messingstück, welches in die in der Längsrichtung ein Gewinde tragenden Messinghülsen eingeschraubt wurde, und mit den 1,45 mm² starken Zuleitungsdrähten durch Verschraubung an den entgegengesetzten Enden der Messinghülsen verbunden. Das Widerstandsthermometer stützte sich mittels der Zuleitungsdrähte auf die Befestigungen des Untersuchungsrohres am Rahmen und

1) Von Heräus (Hanau) als „chemisch rein" bezogen.

hatte bei den Versuchen in der flüssigen Luft eine zu dem Schallrohr parallele Lage. Da es aus zwei hintereinander geschalteten Teilen bestand, wurde durch die Widerstandsänderung die mittlere Temperatur von zwei entfernt gelegenen Strecken des Bades gemessen, wie ja auch für die Berechnung der Wellenlängen die mittlere Temperatur des ganzen Schallrohres in Betracht kam. Die von Holborn angegebene Vorsichtsmaßregel des Ausglühens vor und nach der Wickelung des Platindrahtes kam in Anwendung.

Zur Bestimmung des Widerstandes wurde die Wheatstonesche Brückenmethode benutzt. Als Brücke diente ein ungefähr 12 m langer, 0,75 mm dicker Manganindraht, dessen mittlerer Meter über eine gewöhnliche mit Millimeterskala versehene Wheatstonesche Brücke gespannt war; die beiderseits übrigbleibenden Stücke waren aufgewickelt und unter der Brücke befestigt. In den vierten Zweig der Brückenschaltung wurde ein Rheostat von Edelmann eingeschaltet. Als Galvanometer diente ein von Siemens & Halske bezogenes Deprez-d'Arsonvalgalvanometer mit magnetischem Nebenschluß mit Vertikalaufstellung und objektiver Ablesung unter Benutzung eines Vorschaltwiderstandes von 10000 Ω, wobei dasselbe eine Empfindlichkeit von 1 Skt. $= 0{,}6 \cdot 10^{-9}$ Amp. hatte. Die Stromquelle bildete ein Akkumulator.

Hilfsuntersuchungen und Korrektionen.

Die Vergleichung des für die Messung der Wellenlängen dienenden Maßstabes mit dem Normalmaßstab des Instituts ergab bei 14,0° C. eine genügende Übereinstimmung, indem die Abweichungen auf Strecken von je 10 cm in den Ablesungsfehlern ($\pm 0{,}01$ mm) lagen, abgesehen von der Strecke 0—10 cm, welche um 0,08 mm länger ist als 10 cm desNormalmaßstabes und von dem zwischen 46,7 und 46,8 cm liegenden Millimeter, welcher durch einen bewußten Teilungsfehler bei der Anfertigung um 0,1 mm zu lang ist. Wegen des letzteren Fehlers wurde von den an dem Maßstab über 46,7 abgelesenen Werten 0,1 mm abgezogen. Von Anbringen der erstgenannten Korrektion wurde Abstand genommen, da es zweifelhaft erscheinen kann, ob man berechtigt ist, den Fehler gleichmäßig auf die 10 cm

zu verteilen; in diesem Fall käme die Korrektion nur in ganz seltenen Fällen in Betracht, indem nur ausnahmsweise unter der Zahl 4 des Maßstabes noch eine Ablesung gemacht wurde. Muß man aber annehmen, daß bei einer ganz bestimmten nicht aufgefundenen Stelle ein Fehler vorliegt, so ist eine Korrektion wegen der Unsicherheit der Lage anzubringen nicht möglich.

Die bei der Temperatur $(14{,}0^0 + t)$ abgelesene mittlere Wellenlänge λ[1]) wurde wegen der Maßstabausdehnung um $0{,}000019 \cdot t \cdot \lambda$ vergrößert.

Außerdem wurde die abgelesene mittlere Wellenlänge λ wegen der erfolgten Glasrohrausdehnung, wenn der Unterschied zwischen der Temperatur beim Entstehen und der beim Ablesen der Wellen t^0 betrug, um $0{,}0000085 \cdot t \cdot \lambda$ verkleinert.[2])

Der schon von Kundt beobachtete Einfluß der Wärmeleitung und Reibung des Gases im Rohr auf die Schallgeschwindigkeit, den teilweise Helmholtz[3]) und vollständig Kirchhoff[4]) mit Hilfe theoretischer Erwägungen zu bestimmen suchte, wurde so gut als möglich bei Berechnung des Resultates berücksichtigt. Wenn man für sehr enge Röhren auch einige durch die Erfahrung begründete Zweifel bezüglich der Richtigkeit der Kirchhoffschen Formel für diesen Einfluß hegen muß, so scheint sie sich bisher für weitere Röhren und hohe Töne recht gut bewährt zu haben. Bei Bestimmung der Schallgeschwindigkeit mit Hilfe der Kundtschen Methode der Staubfiguren muß man nun noch aus dem Grunde darauf be-

---

1) Dieselbe ist aus den Mittelwerten dreimaliger Ablesung der Wellen mit Ausnahme der ersten und letzten im Rohr mit Hilfe der Methode kleinster Quadrate berechnet.

2) Bei tiefen Temperaturen ist (vgl. M. W. Travers, G. Senter, A. Jaquerod, Proc. Roy. Soc. 70. p. 484. 1902) der Ausdehnungskoeffizient des Glases etwas kleiner; doch haben 15 Proz. Abweichung von obigem Wert auf das Endresultat noch keinen merklichen Einfluß; wegen der Unsicherheit des Koeffizienten und der Verschiedenheit desselben bei verschiedenen Glassorten wurde daher davon Abstand genommen, bei den tieferen Temperaturen einen anderen Ausdehnungskoeffizienten in Rechnung zu ziehen.

3) H. Helmholtz, Wiss. Abh. 1. p. 883.

4) G. Kirchhoff, Pogg. Ann. 134. p. 177. 1868.

dacht sein, dieselbe an möglichst weiten Röhren vorzunehmen, da nach Kundts Beobachtungen[1]) — auch die von Müller[2]) weisen darauf hin — der Einfluß des Pulvers, der ebenfalls verkürzend auf die Wellenlänge einwirkt, bei engeren Röhren wesentlich größer ist, als bei weiteren. Diese Erfahrungen beachtend wandte ich für die vorliegende Untersuchung möglichst weite Schallröhren an. Eine gewisse praktische Grenze in dieser Beziehung ist durch die Tatsache gegeben, daß regelmäßige Figuren bei Anwendung hoher Töne (d. h. im Verhältnis zur Rohrweite kurzer Wellen) in weiten Röhren nur schwer zu erzeugen sind. Es wurde daher als Kontrollrohr ein Rohr von 3,3 cm innerer Weite benutzt, als Untersuchungsrohr Röhren zwischen 1,75 und 2,0 cm, den halben Wellenlängen von ca. 3,4 bez. 1,8 cm entsprechend. Mit Berücksichtigung des Umstandes, daß die Reibung und Wärmeleitung bei der für die Wellen im Untersuchungsrohr angewandten tiefen Temperaturen etwa den dritten Teil ihres Wertes bei Zimmertemperatur annehmen, durfte ich auch von vornherein das Untersuchungsrohr enger wählen als das Kontrollrohr, um beiderseits eine Korrektion von gleicher Größenordnung zu erhalten. Bezüglich der angewandten Menge Kieselsäure ließ ich wenigstens die Vorsicht walten, dieselbe während der Untersuchung an einem und demselben Rohr nicht mit Willen zu verändern. Ob allerdings das bei den Versuchen immer stärkere Verstreutwerden des Pulvers im Glasrohr nicht eine Verminderung der die Wellenlänge beeinflussenden Pulvermenge bedeutete, war kaum zu sagen; denn andererseits wird dadurch die Glaswand wesentlich rauher, und wie nachgewiesen[3]) wirkt auch dieser Umstand verzögernd auf die Schallgeschwindigkeit. In jedem Fall darf man indessen nach den Beobachtungen von Kundt annehmen, daß ein durch die Kieselsäure entstehender Fehler, zumal er sich im Kontroll- und Untersuchungsrohr bemerkbar machen muß, in Anbetracht der großen Rohrweite auf das Resultat nur geringen Einfluß hat.

---

1) A. Kundt, Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch. zu Berlin 1867; Pogg. Ann. **135**. p. 527. 1868.

2) J. Müller, Ann. d. Phys. **11**. p. 331. 1903.

3) Vgl. A. Kundt, l. c. und J. Müller, l. c.

Die Kirchhoffsche Korrektionsformel lautet:

$$(8)\quad \begin{cases} \Lambda = \lambda\left(1 + \dfrac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}\right), \\ \gamma = \sqrt{\dfrac{1}{\varrho}}\left\{\sqrt{\eta} + \left(\sqrt{k} - \sqrt{\dfrac{1}{k}}\right)\sqrt{\dfrac{\varepsilon}{c_v}}\right\}, \end{cases}$$

worin Λ die Wellenlänge des benutzten Tones mit der Schwingungszahl n im freien Raum, λ die im Schallrohr mit dem Radius r cm, ϱ die Dichte, η der Reibungs-, ε der Wärmeleitungskoeffizient des Gases bedeuten. ε ersetzen wir durch $1{,}60 . \eta . c_v$[1]) und schreiben:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\eta}{\varrho}}\left\{1 + \left(\sqrt{k} - \sqrt{\frac{1}{k}}\right)\sqrt{1{,}6}\right\} = \sqrt{\frac{\eta}{\varrho}}\, 1{,}43$$

mit Benutzung des Wertes $k = 1{,}405$. (Die Verwendung des von Schwarze[2]) in naher Übereinstimmung mit Winkelmann und Müller für die Wärmeleitung der Luft gefundenen Wertes $\varepsilon = 0{,}00005690\ (1 + 0{,}00253\, t)$ würde in: $\varepsilon = \text{konst} . \eta . c_v$ statt des gewählten konst. $= 1{,}60$ einen etwas höheren Wert ergeben, so daß

$$\gamma = \sqrt{\frac{\eta}{\varrho}}\, 1{,}47$$

würde; diese Differenz hat natürlich auf das Resultat keinen Einfluß.) Als Reibungskoeffizienten des Stickstoffs verwende ich den Wert von Meyer:[3])

$$\eta_0 = 167 . 10^{-6}$$

und zur Berechnung von η_ϑ daraus die Sutherlandsche Formel:

$$\frac{\eta_\vartheta}{\eta_0} = \left(\frac{\vartheta}{\vartheta_0}\right)^{1/2} \frac{1 + \dfrac{C}{\vartheta_0}}{1 + \dfrac{C}{\vartheta}},$$

worin ϑ_0 die absolute Temperatur des schmelzenden Eises bedeutet, mit der von Bestelmeyer[4]) bestimmten Kon-

1) O. E. Meyer, Theorie der Gase. 2. Aufl. p. 283.
2) W. Schwarze, Ann. d. Phys. 11. p. 316 u. 324. 1903.
3) O. E. Meyer, l. c. p. 192.
4) A. Bestelmeyer, Ann. d. Phys. 13. p. 993. 1904.

stante $C = 110{,}6$. Bezüglich der Dichte des Stickstoffs wurde gesetzt:

$$\varrho = 0{,}0012508\,[1]\left(\frac{1}{1+\alpha t}\right)\frac{p}{76}, \quad \alpha = 0{,}003675\,[2]$$

bei Zimmertemperaturen. Die Dichte bei der Temperatur der flüssigen Luft wurde aus der von Bestelmeyer und mir abgeleiteten Gleichung:

$$\frac{p}{\varrho}\cdot 0{,}0012508 = 0{,}27774\,\vartheta - (0{,}03202 - 0{,}000253\,\vartheta)\,.\,p$$

bestimmt. Für die Schwingungszahl des benutzten Longitudinaltones wurde angenommen:

$$n = 5080.$$

Aus diesen Angaben berechnet sich:

$$\frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi n}}$$

bei der mittleren Versuchstemperatur von 20° und dem mittleren Barometerstand von 72 cm Quecksilber für das Kontrollrohr ($2r = 3{,}3$ cm)

$$= 0{,}00137,$$

bei der mittleren Versuchstemperatur von $-191°$ bei einem Druck von 15 cm für das Untersuchungsrohr II ($2r = 1{,}75$ cm) bez. III ($2r = 1{,}98$ cm)

$$= 0{,}00166 \quad \text{bez.} \quad = 0{,}00147,$$

bei einem Druck von 107 cm

$$= 0{,}00061 \quad \text{bez.} \quad = 0{,}00054.$$

Diese Zahlen zeigen den geringen Einfluß der Rohrweite in vorliegender Untersuchung. Die Korrektion wurde nachträglich an dem Resultat angebracht, indem der ohne die Korrektion nach Formel (7) berechnete Wert des Verhältnisses k/k_1, wie aus Formel (7) und (8) zu ersehen ist, mit $(1+\alpha_1/1+\alpha_2)^2$ zu multiplizieren war, wenn α_1 die Korrektion $\gamma/2r\sqrt{\pi n}$ für das benutzte Untersuchungsrohr, α_2 die für das Kontrollrohr unter den angewandten Drucken und Temperaturen bedeutet. Auf den in der Weise korrigierten Wert k/k_1 bezieht sich die Kolumne „k/k_1 korr." in der Tab. II.

Das die Temperatur des Kontrollrohres bestimmende Thermometer wurde mit einem von der Reichsanstalt geprüften

1) F. Kohlrausch, Lehrb. d. pr. Physik. p. 572.
2) l. c. p. 151.

verglichen, es war in dem in Betracht kommenden Intervall von 15—22° zu der abgelesenen Temperatur + 0,05° zu addieren. Als Ausdehnungskoeffizient des Stickstoffs bei Zimmertemperatur und Atmosphärendruck wurde angenommen

$$\alpha = 0{,}003675 \text{ (abs. Nullpunkt } 272{,}1^{\circ}).$$

Bezüglich der elektrischen Temperaturbestimmung ist folgendes zu sagen.

Der zur Abgleichung dienende Edelmannsche Rheostat im vierten Brückenzweig wurde mit einem von der Reichsanstalt geprüften, von Siemens & Halske bezogenen Rheostaten verglichen; er befand sich mit diesem in guter Übereinstimmung, so daß eine Korrektion nicht angebracht werden mußte; außerdem wurden bei sämtlichen im folgenden beschriebenen Messungen stets dieselben Rheostatenspulen benutzt, so daß eine derartige Korrektion gar keinen Einfluß gehabt hätte. Der Widerstand der Zuleitung im Rheostatenzweig betrug 0,012 Ω, der der Zuleitung zum Platinthermometer 0,078 Ω, so daß für den Widerstand des Platins gilt

$$x = \frac{(r + 0{,}012) \cdot a}{b} - 0{,}078,$$

wenn r den Nennwert des Rheostaten, a und b die Abschnitte der Brücke bezeichnen.

Die Brücke wurde mit dem von der Reichsanstalt geprüften Rheostaten geeicht, der Mittelpunkt der Brücke lag bei 45,17 cm, die Eichung ergab:

$\frac{a}{b}$	Brückenablesung (Mittel)	$\frac{a}{b}$	Brückenablesung (Mittel)
0,900	76,350	1,010	42,210
910	73,060	020	39,255
920	69,805	030	36,425
930	66,695	040	33,615
940	63,485	050	30,835
950	60,280	060	28,045
960	57,135	070	25,270
970	54,160	080	22,565
980	51,065	090	19,925
990	48,115	100	17,285
1,000	45,170	110	14,610

Zur Bestimmung der Temperatur aus dem gemessenen Widerstand hatte ich das Thermometer mit dem von Bestelmeyer in der genannten Arbeit über die innere Reibung des Stickstoffs beschriebenen Thermometer II in einem Bad von flüssiger Luft verglichen, und zwar vor und nach Ausführung meiner Versuche über c_p/c_v. Zum Zweck der Vergleichung nahm ich das Mittelstück aus Messing zwischen den beiden Teilen meines Thermometers heraus und verband diese leitend durch einen mit Klemmschrauben befestigten, dicken Kupferbügel, so daß die beiden Teile parallel und dicht nebeneinander zu liegen kamen. Zusammen mit dem Thermometer II wurden sie in gleicher Höhe und möglichst nahe bei diesem in ein Weinholdsches Gefäß mit flüssiger Luft gebracht, die Zuleitungen waren mit Watte umwickelt, das Gefäß mit Watte zugestopft. Sowohl in der Schaltung meines Thermometers wie in der von Bestelmeyer beschriebenen seines Thermometers war nichts geändert worden. Die Beobachtung des Widerstandes wurde abwechselnd vorgenommen und für die Berechnung Mittelwerte aus den Ablesungen benutzt, die gemacht wurden, nachdem sich ein übereinstimmender Gang beider Thermometer eingestellt hatte. Die in folgender Tabelle angegebenen Temperaturen sind aus dem Widerstand von Thermometer II berechnet. Aus den Messungen am 11. Juli 1903 ergab sich:

Für die Temperatur	Beobachteter Widerstand	Berechneter Widerstand	Differenz in der letzten Stelle
	Ω	Ω	
−188,00°	—	23,051	—
−188,35	22,886	22,896	+10
−190,09	22,124	22,123	+19
−190,40	21,976	21,985	+ 9
−191,07	21,753	21,688	−65
−191,50	21,460	21,497	+36
−192,56	21,015	21,026	+11

Die in Kolumne „berechnet" eingetragenen Werte sind aus den Beobachtungen mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt worden. Es entspricht hiernach 0,001 Ω: 0,00225°, der größten Differenz − 0,065 Ω entspricht ein Fehler von

$-0{,}15^{\circ}$; man darf also annehmen, daß die berechneten Werte die Temperatur auf $\pm 0{,}03^{\circ}$ genau angeben. Eine Vergleichung am 2. September 1903, zu welcher auch das in der genannten Untersuchung von Bestelmeyer mit I bezeichnete Thermometer, auf welches Thermometer II bezogen war, mit herangezogen wurde, ergab für die Temperatur der benutzten flüssigen Luft — die drei Thermometer befanden sich in gleicher mittlerer Höhe und sehr nahe beieinander in derselben — nach:

Thermometer I . . .	$-190{,}43^{\circ}$
Thermometer II . . .	$-190{,}45$
Thermometer des Verf.	$-190{,}42$

in vollkommen befriedigender Übereinstimmung.[1])

Zur Bestimmung der Dichte des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft und verschiedenen Drucken wurde die schon oben genannte, empirisch gefundene Gleichung benutzt:

$$p\,v = 0{,}27774\,\vartheta - (0{,}03202 - 0{,}000253\,\vartheta)\,p\,,$$

worin ϑ die von $-273{,}04^{\circ}$ als absoluten Nullpunkt gezählte Temperatur bedeutet, der Druck p in Zentimeter Quecksilber angegeben ist und das spezifische Volumen v auf das des Stickstoffs bei 0° und 76 cm Quecksilberdruck als Einheit zu beziehen ist. Zur Bestimmung des Wertes k/k_1 ist die Kenntnis der Temperatur nicht notwendig, wenn die Dichte des Gases im Augenblick des Versuches bekannt ist. Da nun die Dichte des Stickstoffs in der genannten Arbeit unter Beziehung auf

1) Der Wert des Pt-Widerstandes: 21,940 Ω bei $-190{,}50^{\circ}$ wurde mit den Werten desselben: 102,273 Ω bei der Temperatur des schmelzenden Eises und: 71,28 Ω bei der Temperatur der Mischung von fester Kohlensäure und absolutem Alkohol, $-78{,}54^{\circ}$ (Barometerstand 748,8 mm, vgl. L. Holborn, Ann. d. Phys. **6**. p. 242. 1901; H. du Bois u. A. P. Wills, Verhandl. d. Deutsch. Physikal. Gesellsch. **1**. p. 168. 1899) kombiniert zur Ableitung der Gleichung:

$$W = 102{,}273\,(1 + 0{,}003672\,T - 0{,}00000237\,T^2),$$

worin T die Temperatur in °C., W den zugehörigen Pt-Widerstand in Ω bedeutet.

Eine später (23. März 1904) mit dem Thermometer ausgeführte Siedepunktsbestimmung von chemisch reinem (ca. 99,7 proz.) Sauerstoff ergab, bezogen mit Benutzung der Messungen von Baly auf 760 mm Barometerstand, für den Siedepunkt die Temperatur $-182{,}78^{\circ}$, in ausgezeichneter Übereinstimmung mit dem Holbornschen Wert $-182{,}7^{\circ}$.

Thermometer I bestimmt wurde, und mein Thermometer auf die Angaben des Thermometers I bezogen ist, so ist die vorliegende Untersuchung frei von den möglichen Fehlern in der absoluten Temperaturbestimmung, unabhängig von den speziellen Angaben meines Thermometers.

Beobachtungen zur Bestimmung der Größe k/k_1.

Nach gleichmäßiger Verteilung des Pulvers in den Schallröhren und dem darauf erfolgten, oben geschilderten Ausspülen des Apparates mit Stickstoff wurde das zur Temperaturbestimmung des Kontrollrohres dienende Thermometer auf demselben befestigt, und der Apparat zur Temperaturausgleichung mehrere Stunden sich selbst überlassen. Dann wurde unter gleichzeitigem Stickstoffentwickeln das Untersuchungsrohr und das daneben befestigte Platinthermometer langsam mit flüssiger Luft umgeben, es wurde stets noch so viel Luft in die Wanne gegossen, daß 25 Min. nach Beendigung der Stickstoffentwickelung in das Untersuchungsrohr, die je nach den Versuchsbedingungen bez. des Druckes weniger oder mehr Zeit in Anspruch nahm, jedenfalls noch eine etwa 0,5 cm hohe Schicht das Untersuchungsrohr bedeckte. Etwa 20 Min. nach Beendigung der Stickstoffentwickelung wurde eine vorläufige Einstellung auf der Brücke zur Widerstandsbestimmung gemacht, inzwischen auch Druck am Manometer und Barometer abgelesen. Dann wurden 5—7 Min. lang von Minute zu Minute Brückeneinstellungen vorgenommen, um aus dem Gang die Temperatur zur Zeit der Erzeugung der Schallwellen zu bestimmen; dieselbe wurde innerhalb der Zeit dieser 5—7 Min. vorgenommen unter eventueller Auslassung der Brückeneinstellung; gleich nach dem Anreiben des tönenden Rohres wurde das Manometer und das Thermometer des Kontrollrohres abgelesen. Einige Zeit nach Entfernen der flüssigen Luft vom Untersuchungsrohr wurden die Wellenlängen dreimal in abwechselnder Richtung abgelesen und die Temperatur, die von einem gewöhnlichen in Grade geteilten Thermometer angegeben wurde, dessen Quecksilbergefäß Maßstab und Glasrohr berührte, vorher und nachher bestimmt und der Mittelwert zur Bestimmung der Korrektion wegen Glas- und Maßstabausdehnung notiert.

In der Tab. I sind die mit Hilfe der Methode kleinster Quadrate aus den abgelesenen Wellenlängen abgeleiteten Werte, nach Berücksichtigung der Korrektion wegen Glas- und Maßstabausdehnung eingetragen, zugleich mit den benutzten Drucken und Temperaturen in chronologischer Ordnung der Versuche.[1])

Tabelle I.

Nr.	Barometer	½ Wellenlänge	Druck (inkl. Barometer)	Temp. abs.[2])	½ Wellenlänge	Temp. in Celsius
		im Untersuchungsrohr			im Kontrollrohr	
	cm	mm	cm		mm	
1	71,52	17,620	28,20	81,64°	33,901	21,25°
2	71,93	17,538	71,93	82,68	33,772	19,55
3	71,78	17,441	70,22	81,78	33,750	20,35
4	71,67	17,504	31,67	80,77	33,728	21,26
5	71,68	17,844	21,38	83,32	33,773	21,05
6	71,77	17,765	44,77	83,59	33,818	20,45
7	71,24	17,349	95,74	82,25	33,526	17,45
8	71,80	17,317	98,00	82,15	33,434	16,15
9	71,53	17,177	104,03	81,30	33,562	17,45
10	71,45	17,164	107,95	81,25	33,662	18,45
11	71,56	17,294	111,66	82,49	33,761	18,65
12	71,76	17,626	18,66	81,18	33,673	18,45
13	71,73	17,353	84,33	82,00	33,746	19,45
14	71,75	17,709	16,25	82,88	33,705	19,35
15	71,98	17,673	56,58	83,31	33,812	19,35
16	72,35	17,682	33,95	82,43	33,646	18,55
17	72,17	17,339	121,37	83,41	33,697	18,35

Nr. 1—15 wurde mit Untersuchungsrohr II, 16 und 17 mit Untersuchungsrohr III ausgeführt.

Genauigkeit der Messungen.

Versuche, bei denen die abgelesenen Wellenlängen sich um mehr als 1 mm unterschieden, wurden ausgeschlossen, abgesehen von solchen, bei welchen nur ein etwas zu großer Wert zwischen zwei verhältnismäßig zu kleinen oder umgekehrt vor-

1) Die Beobachtungsdaten selbst sind vollständig abgedruckt in den Sitzungsber. d. k. bayer. Akad. d. Wissensch. 33. p. 725 ff. als „Tab. III".

2) Gezählt von −273,04° C.

kam. Der wahrscheinliche Fehler des mit Hilfe der Methode kleinster Quadrate abgeleiteten Mittelwertes ist je nach der Güte der Übereinstimmung der abgelesenen Wellenlänge etwas verschieden; indessen ist die Verschiedenheit nur gering im vorliegenden Falle wegen Ausschlusses solcher Versuche mit größeren Abweichungen und da sowohl im Kontrollrohr wie auch im Untersuchungsrohr bei allen Versuchen nahezu die gleiche Anzahl von Wellenlängen abgelesen wurde. Bezeichnet n die Anzahl der Messungen, ε den mittleren Fehler der einzelnen Beobachtung, so wurde der mittlere Fehler des Resultates bestimmt zu $E = \frac{\varepsilon}{\sqrt{P}}$, wo $P = \frac{n(n^2-1)}{12}$ das Gewicht des Resultates bedeutet. Als wahrscheinlichen Fehler $= \pm \frac{2}{3} E$ ergab sich sowohl für das Kontrollrohr, wie auch für das Untersuchungsrohr eine Größe bis zu $\pm 0{,}7$ Promille des Wertes der Wellenlänge. Der Einfluß dieses Fehlers auf das Resultat k/k_1 der Untersuchung kann im ungünstigen Fall bis zu 2,8 Promille betragen.

Eine weitere Fehlerquelle bildet die Temperaturmessung, besonders die für das Kontrollrohr. Davon, für das Kontrollrohr Siedetemperatur des Wassers zu benutzen, eine Maßregel, die eine recht bedeutende Verbesserung der angewandten Methode bedeutet hätte, mußte Abstand genommen werden wegen dadurch eintretender zu großer Kompliziertheit der Versuchsanordnung. Ohne diese Vorsichtsmaßregel eines konstanten Temperaturbades für Kontrollrohr und Thermometer war zu erwarten, daß das Thermometer nur sehr angenähert richtig die Temperatur des Kontrollrohres angeben würde, indem viel eher das Thermometer den Temperatureinflüssen der umgebenden Luft folgen muß als die im Kontrollrohr befindliche Gasmasse. So habe ich mehrere Male bemerkt, daß trotz des angewandten Wärmeschutzes durch meine Nähe und die Notwendigkeit der Beleuchtung beim Eingießen der flüssigen Luft in das Temperaturbad des Untersuchungsrohres und bei den anderen für den Versuch notwendigen Manipulationen am Apparat in der halben Stunde vor Erregung der Tonwellen, die Temperatur des Thermometers um mehr als $0{,}5^\circ$ stieg. Trotz der Maßregel des mehrere Stunden langen unberührten Stehens des Apparates zum Temperaturausgleich zwischen

Kontrollrohr, Thermometer und äußerer Luft darf man ferner doch kaum annehmen, daß ein völliger Ausgleich stattgefunden hat, da die Zimmertemperatur eines viel betretenen Raumes nicht konstant ist. Ich nehme aus diesen Gründen eine mögliche Differenz von 1,0° zwischen beobachteter und wahrer Temperatur des Gases im Kontrollrohr an, der ein wahrscheinlicher Fehler von $\pm 0{,}7°$ entspricht. Die Temperatur beeinflußt nun das Resultat proportional ihrem absoluten Wert, danach kann diese Fehlerquelle das Resultat um $\pm 2{,}3$ Promille fehlerhaft machen.

Bezüglich der Temperaturmessung des Untersuchungsrohres ist folgendes zu sagen. Würde die Temperatur der flüssigen Luft während der Dauer des Versuches konstant bleiben, so dürfte man annehmen, daß in 25 Min. das Gas im Untersuchungsrohr die Temperatur der flüssigen Luft merklich angenommen habe. Infolge der Sauerstoffanreicherung steigt aber die Temperatur, und in dem vorliegenden Fall, wie die Beobachtung zeigt, pro Minute um 0,03°. Hinter dieser Temperaturzunahme wird die der Gasmasse im Untersuchungsrohr zurückbleiben. Indessen wird sich in allen Versuchen nach Ablauf von 25 Min. die gleiche Differenz zwischen wahrer und beobachteter Temperatur eingestellt haben. Wie eine leicht auszuführende Rechnung unter Zugrundelegung der Wärmeleitungsgleichung zeigt, beträgt diese Differenz weniger als 0,01°, darf also unberücksichtigt bleiben. Da ferner darauf geachtet wurde, daß das Platinthermometer und das Untersuchungsrohr in gleicher Höhe in flüssiger Luft sich befanden, so darf angenommen werden, daß in der Temperaturbestimmung des Gases im Untersuchungsrohr nur kleine Fehler vorliegen. Um übersehen zu können, in welcher Weise ein Fehler in dieser Temperaturbestimmung das Resultat beeinflußt, schreiben wir Gleichung (7) mit Benutzung von Gleichung (3) in der Form:

$$\frac{k}{k_1} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2 \cdot 76 \cdot (1 + \alpha t) \frac{h_1 \vartheta}{(h_1 \vartheta + (h_2 + h_3 \vartheta) p)^2}$$

$$= \left(\frac{\lambda}{\lambda_1}\right)^2 \cdot 76 \cdot (1 + \alpha t) \frac{1}{h_1 \vartheta + 2 (h_2 + h_3 \vartheta) p + \frac{(h_2 + h_3 \vartheta)^2 p^2}{h_1 \vartheta}},$$

d. h. k/k_1 ist in erster Annäherung der absoluten Temperatur umgekehrt proportional. Nehmen wir als möglichen Fehler der

Temperaturbestimmung 0,1° an, so entspricht demselben im Resultat +0,8 Promille wahrscheinlicher Fehler.

Endlich sind die benutzten Mittelwerte für die Dichte nach den Angaben der genannten Arbeit auf etwa 1 Promille ungenau, diese Unsicherheit geht natürlich auch in die absoluten Werte des Resultates ein, während sie die relativen Werte der einzelnen Beobachtungen nicht beeinflussen kann.

Aus dem Gesagten ergibt sich ein möglicher Fehler von $\pm$ 5,9 Promille in den beobachteten Größen k/k_1 unter den verschiedenen Bedingungen gegen die aus ihnen folgenden Mittelwerte.

Tatsächlich wird von drei beobachteten Werten die mögliche Fehlergrenze, $\pm$ 5,9 Promille, nahezu oder vollständig erreicht. Das läßt vermuten, daß noch eine andere, nicht berücksichtigte Fehlerquelle besteht. Diese liegt ohne Zweifel in dem schwer in Rechnung zu setzenden Einfluß der Intensität des Tones. Experimentell hat sich bisher ein solcher nicht feststellen lassen, welches in der Schwierigkeit der Untersuchung begründet liegt. Wüllner glaubte durch meßbare Intensitätsveränderungen der Schallquelle der Antwort auf die Frage näher zu kommen und leitete aus seinen Versuchen das Resultat ab, daß ein Einfluß nicht bestehe, so lange es sich wenigstens nicht um explosionsartige Erregung handle, auf welche sich allerdings der von Regnault beobachtete Intensitätseinfluß bezieht. Indessen erscheint es fraglich, ob auf diese einfache Weise die Entscheidung herbeigeführt werden kann, indem mit einem möglichen Einfluß der Intensität aufs engste der Einfluß mehr oder weniger guter Resonanz im Schallrohr verknüpft ist. Es ist also wohl möglich, daß ein wenn auch kleiner Teil der Abweichung der beobachteten Größe von dem Mittelwert darauf zurückzuführen ist, daß, wie oben bemerkt wurde, man nicht in der Lage war, systematisch für jeden Versuch eine besonders gute Einstellung zu suchen.[1])

1) Berechnet man aus den Wellenlängen im Kontrollrohr und der entsprechenden Temperatur die Höhe des in dem betreffenden Versuch benutzten Tones, so bemerkt man ziemlich große Abweichungen zwischen den Tonhöhen der verschiedenen Versuche (bis zu 6 Promille). Nimmt man das Mittel derselben aus allen 17 Versuchen und nimmt an, wie es wahrscheinlich ist, da die Unterstützung der Knotenpunkte des ton-

Resultat.

Nach Gleichung (7) wurden aus den in Tab. I gegebenen Beobachtungen die Werte k/k_1 für die betreffenden Drucke und Temperaturen berechnet. Das Ergebnis ist in der folgenden Tab. II und in der graphischen Darstellung Figg. 4 u. 5 wiedergegeben.

Tabelle II.

Nr.	absolute Temperatur	Druck p	Druck / Sättig.-Druck in Proz.	$\frac{k}{k_1}$	$\frac{k}{k_1}$ korr.	$\frac{k}{k_1}$ ber.
		cm				
1	81,64°	28,20	23,4	1,004	1,004	1,009
2	82,68	71,93	58,5	1,026	1,026	1,026
3	81,78	70,22	57,3	1,031	1,030	1,027
4	80,77	31,67	28,8	1,018	1,018	1,012
5	83,32	21,38	14,8	1,008	1,008	1,004
6	83,59	44,77	30,3	1,013	1,013	1,013
7	82,25	95,74	74,5	1,044	1,043	1,037
8	82,15	98,00	77,0	1,046	1,045	1,039
9	81,30	104,03	89,5	1,045	1,044	1,046
10	81,25	107,95	93,3	1,046	1,045	1,048
11	82,49	111,66	84,8	1,040	1,039	1,043
12	81,18	18,66	16,2	1,005	1,005	1,005
13	82,00	84,33	67,3	1,029	1,029	1,033
14	82,88	16,25	11,9	1,002	1,001	1,003
15	83,31	56,58	39,4	1,015	1,014	1,018
16	82,43	33,95	25,9	1,012	1,012	1,010
17	83,41	121,37	88,8	1,043	1,042	1,043

In einer Kolumne der Tabelle befindet sich außerdem das Verhältnis p/s des im Untersuchungsrohr angewandten Druckes p zu dem bei der benutzten Temperatur notwendigen Sättigungsdruck s, welcher aus den Beobachtungen von Baly[1]) ent-

gebenden Rohres nicht verändert worden ist, daß die Tonhöhe merklich konstant geblieben ist, und berechnet mit Benutzung dieses Mittelwertes die Größe k/k_1 aus den Beobachtungen mit dem Untersuchungsrohr, so ergeben sich wesentlich geringere Abweichungen zwischen den beobachteten Werten k/k_1 und den mittleren Werten. Hiernach scheint es also, als ob vor allem die Bestimmung der Wellenlänge im Kontrollrohr die Unsicherheit in das Resultat gebracht hat.

1) E. C. C. Baly, Phil. Mag. (5) **49**. p. 527. 1900.

nommen ist. Denn es war zu erwarten, daß falls eine Abhängigkeit der Größe k/k_1 vom Druck vorliegt, wie es die Beobachtung tatsächlich zeigt, welche wegen der Nähe des Kondensationspunktes eine Abhängigkeit von der Temperatur nach sich ziehen muß, die Größe k/k_1 sich leichter wird darstellen lassen in der Abhängigkeit von dem Verhältnis p/s als

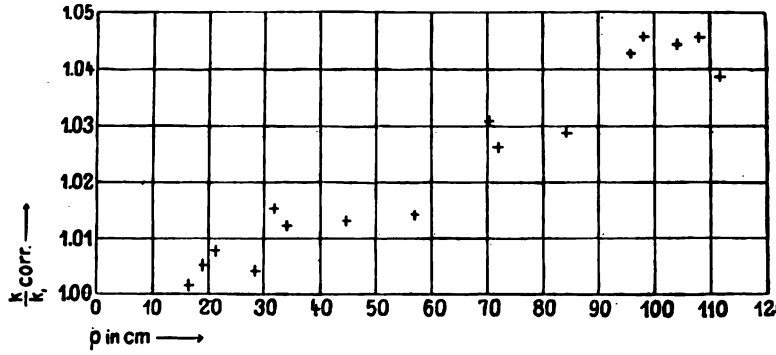


Fig. 4.

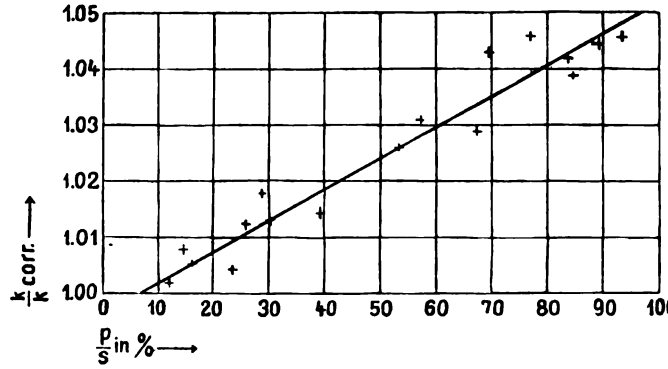


Fig. 5.

von p allein, da die Abhängigkeit von der Temperatur getrennt in den engen Grenzen, die zur Anwendung kommen konnten, nicht aus der Beobachtung abgeleitet werden konnte. Aus diesem Grunde wurde auch außer der graphischen Darstellung der Abhängigkeit vom Druck noch die der Abhängigkeit von dem Verhältnis p/s gewählt.

Mit untrüglicher Sicherheit geht aus den Beobachtungen hervor, daß die Größe $k = c_p/c_v$ des Stickstoffs mit dem Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft wächst, und zwar in den möglichen Druckgrenzen von nahezu 2 Atm. um etwa 5 Proz. Aus der graphischen Darstellung geht hervor, daß sich das Resultat besser folgendermaßen ausdrücken läßt:

Das Verhältnis der spezifischen Wärmen c_p/c_v des Stickstoffs bei der Temperatur der flüssigen Luft nimmt in erster Annäherung zu proportional dem Verhältnis des angewandten Druckes p zum Sättigungsdruck s der benutzten Temperatur, und zwar um fast 5 Proz., wenn p von 0 bis s wächst.

Ferner darf man mit sehr großer Wahrscheinlichkeit aus den Beobachtungen schließen, daß auch bei der Temperatur der flüssigen Luft das Verhältnis der spezifischen Wärmen des Stickstoffs für genügend niedrige Drucke den Wert behält, den es unter Atmosphärendruck bei Zimmertemperatur besitzt.

Mittels der graphischen Darstellung kann man (mit einigem Vorbehalt bezüglich der Sicherheit) für die Abhängigkeit des Verhältnisses k/k_1 von p/s die empirische Gleichung aufstellen:

$$\frac{k}{k_1} = 0{,}99625 + 0{,}0556\,\frac{p}{s}$$

(auf welche sich in Tab. II „k/k_1 ber." bezieht), oder wenn man für k_1 den Wert 1,405 einsetzt:

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}3997 + 0{,}07812\,\frac{p}{s}. \tag{9}$$

Ferner kann man aus der Formel für die Dichte des Stickstoffs den Wert $c_p - c_v$ aus der Gleichung

$$c_p - c_v = \vartheta \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta}\right)_p$$

berechnen; es ergibt sich:

$$c_p - c_v = \frac{(h_1 + h_2 p)^2}{h_1},$$

also mit Beziehung auf absolutes Maß bez. Zimmertemperaturkalorien:

$$c_p - c_v = \frac{(h_1 + h_2 p)^2}{h_1}\,\frac{13{,}596}{42\,700}\,\frac{1}{0{,}0012508}. \tag{10}$$

Nach Einsetzen der Zahlenwerte für h_1 und h_2 und bei

Vernachlässigung von höheren Potenzen von p ergibt sich aus den Gleichungen (9) und (10):

$$c_v = 0{,}1769 + 0{,}000322\,p - \frac{0{,}0346}{s}\,p$$

$$c_p = 0{,}2476 + 0{,}000451\,p - \frac{0{,}0346}{s}\,p.$$

Anhang.

Zum Schluß gebe ich noch die Resultate, die ich mit Benutzung des Untersuchungsrohres I erhalten habe. Auch diese Beobachtungen weisen auf die gleiche Abhängigkeit der Größe $k = c_p/c_v$ vom Verhältnis des Druckes zum Sättigungsdruck hin, doch weichen die mittleren Werte, die man aus diesen Versuchen erhält, von denen der geschilderten Versuche um etwa 0,5 Proz. ab. Ein Grund zu der Abweichung liegt in der Verwendung einer größeren Menge Kieselsäure im Kontrollrohr während der Benutzung des Untersuchungsrohres I. Ob dies indessen der einzige Grund ist, läßt sich nachträglich, da das Rohr zerbrach, nicht mehr untersuchen. Jedenfalls dürfen die Versuche gegen die oben beschriebenen nicht in Betracht gezogen werden, da man sie immerhin noch als Vorversuche betrachten kann, bei welchen nicht die in den späteren Versuchen angewandte ausführliche Vorbereitung besonders bezüglich des Temperaturausgleiches getroffen wurde.

Nr.	Temp. im Kontrollrohr	halbe Wellenlänge im Kontrollrohr	Temp. im Untersuchungsrohr	halbe Wellenlänge im Untersuchungsrohr	Druck	Druck / Sättig.-Druck in Proz.	$\frac{k}{k_1}$	$\frac{k}{k_1}$ korr.
		mm		mm	cm			
1	19,95°	33,724	81,30°	17,433	72,0	62,0	1,043	1,042
2	19,75	33,740	83,08	17,804	27,8	19,8	1,013	1,013
3	18,35	33,613	81,63	17,461	71,5	59,3	1,041	1,041
4	17,75	33,542	81,91	17,710	17,9	14,4	1,012	1,013
5	21,93	33,923	82,92	17,706	49,5	35,9	1,022	1,022
6	17,35	33,625	83,05	17,885	18,7	13,4	1,012	1,012

Halle, Juli 1904.

(Eingegangen 11. Juli 1904.)

5. *Beiträge zur Theorie des Zeemaneffektes;* *von Alfred Arthur Robb.*

(Nach einer Göttinger Dissertation.)

Einleitung.

1. Das von Professor Zeeman entdeckte Phänomen[1]) der Spaltung der Spektrallinien in einem magnetischen Felde ist geeignet, eine sehr tiefe Einsicht in die Beschaffenheit der Materie zu geben.

Die Wichtigkeit der Entdeckung wurde früh erkannt, und eine Anzahl Physiker haben dem Problem ihre Aufmerksamkeit zugewandt.

Man fand bald, daß die Dinge nicht so einfach lagen, wie sie auf den ersten Blick erschienen, und obgleich die einfache Theorie, die zuerst vorgeschlagen war, mit Beobachtungen gewisser Spektrallinien übereinzustimmen schien, gab es doch andere Fälle, in denen der Effekt viel komplizierter war, als der zuerst angegebene, und es war klar, daß eine modifizierte Theorie nötig sein würde, um eine Erklärung dafür zu geben.

Beim jetzigen Stande unserer Kenntnis des Zeemaneffektes ist jede Klassifizierung der verschiedenen Formen notwendigerweise unvollständig, weil die Beobachtungen an derselben Linie durch verschiedene Physiker nicht immer übereinstimmende Resultate geliefert haben. Insbesondere sind Wahrnehmungen, die Michelson mit Hilfe seines Interferometers gemacht hatte, von anderer Seite angefochten worden.

Es erscheint daher ratsam, sich bei dem Versuch einer Theorie zunächst allein auf Beobachtungen möglichst direkter

---

1) P. Zeeman, Zittingsversl. Kon. Akad. v. Wetensch. Amsterdam p. 181—185 u. p. 242—248. 1896/97; Phil. Mag. **43**. p. 226. 1897; **44**. p. 255. 1897.

Zeemaneffekt

Tabelle der Schwingungsdifferenzen $-\delta\lambda/\lambda^2$ der magnetischen Felde (24 600 C.G.S.)

Ungestörte Wellenlänge								
5461	—	−2,18 *s*	−1,62 *s*	–	−1,07 *s*	—	—	−0,53 *p*
4359	—	−2,15 *s*	−1,62 *s*	—	—	—	—	−0,57 *p*
4047	—	−2,17 *s*	—	—	—	—	—	—
3663,5	—	−2,06 *s*	−1,61 *s*	—	−1,14 *s*	−0,92 *p*	−0,62 *s*	−0,51 *p*
3132,0	—	—	−1,55 *s*	—	−1,10 *s*	—	−0,58 *p* u. *s*	—
2967,6	—	—	—	—	−1,14 *s*	—	—	—
3663,0	−2,81 *s*	—	−1,67 *s*	—	−1,10 *p*	—	—	−0,58 *s*
3131,7	—	−1,85?	−1,58 *s*	—	−1,06 *p*	—	—	−0,57 *s*
2967,4	—	—	—	—	—	—	−0,60 *p* u. *s*	—
3655,0	—	−1,98 *s*	−1,56 *s*	−1,35 *p*	−1,19 *s*	−0,81 *p*	−0,76 *s*	−0,37 *p*
3125,8	—	—	−1,60?	—	−1,20 *s*	—	−0,80 *s*	−0,40 *p*
3650	—	—	—	−1,28 *s*	—	—	—	−0,32 *p*
4078	—	—	−1,61 *s*	—	—	—	—	—
5769	—	—	—	−1,24 *s*	—	—	—	—
4339	—	—	—	−1,31 *s*	—	—	—	—
5790	—	—	—	—	−1,10 *s*	—	—	—
4348	—	—	—	—	−1,09 *s*	—	—	—
4916	—	—	—	—	−1,12 *s*	—	—	—
4108	—	—	—	—	−0,92 *s*	—	—	—
3907	—	—	—	—	−0,92 *s*	—	—	—
3902	—	—	—	—	−1,08 *s*	—	—	—
2848	—	—	—	—	−1,16 *s*	—	—	—
2537	—	—	−1,79 *p* u. *s*	—	—	—	—	—

Die folgenden Formen[1]) des Zeemaneffektes werden

Hg 2653,86	—	—	−1,56 *s*	—	−1,02 *p*	—	−0,65 *s*	—
Na 5890	—	−2,28 *s*	—	−1,43 *s*	—	—	—	−0,47 *p*
Na 5896	—	−1,88 *s*	—	—	—	−0,90 *p*	—	—
Ba 4166,2	—	−2,06 *s*	—	−1,46 *s*	−1,11 *p*	—	−0,78 *s*	—
Cu 5700,4	—	−2,26 *s*	—	−1,52 *s*	−1,18 *p*	—	−0,68 *s*	—
Hg 2534,89	—	—	—	—	—	—	—	−0,47 *p* u.

1) C. Runge und F. Paschen, Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch.

Quecksilber.

gestörten Linie gegen die Komponenten im
nge und Paschen)

+0,55 *p*	—	—	+1,06 *s*	—	+1,68 *s*	+2,17 *s*	—
+0,54 *p*	—	—	—	—	+1,64 *s*	+2,16 *s*	—
—	—	—	—	—	—	+2,18 *s*	—
+0,47 *p*	+0,68 *s*	+0,97 *p*	+1,08 *s*	—	+1,60 *s*	+2,07 *s*	—
—	+0,67 *p* u. *s*	—	+1,09 *s*	—	+1,69 *s*	—	—
—	—	—	+1,12 *s*	—	—	—	—
+0,54 *s*	—	—	+1,09 *p*	—	+1,65 *s*	—	+2,76 *s*
+0,57 *s*	—	—	+1,07 *p*	—	+1,59 *s*	+2,12?	—
—	+0,59 *p* u. *s*	—	—	—	—	—	—
+0,38 *p*	+0,77 *s*	+0,82 *p*	+1,15 *s*	+1,33 *p*	+1,58 *s*	+1,99 *s*	—
+0,37 *p*	+0,77 *s*	—	+1,19 *s*	—	+1,57?	—	—
+0,36 *p*	—	—	—	+1,27 *s*	—	—	—
—	—	—	—	—	+1,65 *s*	—	—
—	—	—	—	+1,25 *s*	—	—	—
—	—	—	—	+1,34 *s*	—	—	—
—	—	—	+1,19 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,09 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,07 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,07 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+0,94 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,04 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,16 *s*	—	—	—	—
—	—	—	—	—	+1,79 *p* u. *s*	—	—

ichfalls von Runge und Paschen gegeben:

—	+0,68 *s*	—	+1,02 *p*	—	+1,51 *s*	—	—
+0,46 *p*	—	—	—	+1,35 *s*	—	+2,36 *s*	—
—	—	+0,93 *p*	—	—	—	+1,85 *s*	—
—	+0,70 *s*	—	+1,11 *p*	+1,44 *s*	—	+2,16 *s*	—
—	+0,72 *s*	—	+1,12 *p*	+1,51 *s*	—	+2,28 *s*	—
+0,47 *p* u. *s*	—	—	—	—	—	—	—

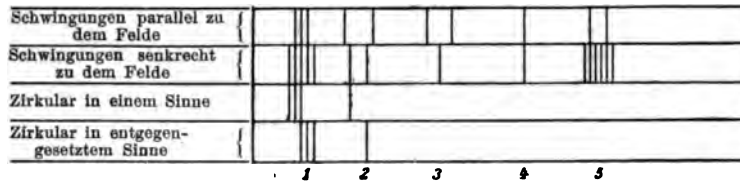
—386 und p. 720—730. 1902.

Art zu stützen, bei denen prinzipielle Einwände nicht möglich scheinen. Zu diesen gehören insbesondere die ausführlichen und zwar *quantitativen* Bestimmungen, die Runge und Paschen[1]) mit Hilfe eines Rowlandschen Gitters an einer Anzahl von Quecksilberlinien vorgenommen haben und deren Resultate in der vorstehenden Tabelle enthalten sind.

In der Tabelle p. 108 u. 109 bedeutet der Buchstabe *p*, daß in dem entsprechenden Lichte die elektrische Schwingung mit der Richtung des magnetischen Feldes parallel ist, während der Buchstabe *s* anzeigt, daß sie senkrecht ist.

Viele dieser Typen sind schon vorher durch andere Physiker beobachtet worden, z. B. durch Cornu[2]), Preston[3]), Becquerel und Deslandres[4]), Michelson[5]), Reese[6]), Kent[7]), Blythswood und Marchand[8]), Shedd[9]) etc.

Neben den obenstehenden sind auch die folgenden Typen aufgefunden worden.



1) C. Runge u. F. Paschen, Über die Strahlung des Quecksilbers im magnetischen Felde, Abh. d. Berl. Akad. 1902.

2) A. Cornu, Compt. rend. **125.** p. 555—561. 1897; **126.** p. 181 bis 186 u. p. 300—301. 1898; Astrophys. Journ. **7.** p. 163—169. 1898.

3) T. Preston, Royal Dublin Society Trans. **6.** p. 385—391. 1898; **7.** p. 7—22. 1899; Phil. Mag. **45.** p. 325—339. 1898; **47.** p. 165—178. 1899; Roy. Soc. Proc. **63.** p. 26—31. 1898; Nature **60.** p. 175—180. 1899.

4) H. Becquerel u. H. Deslandres, Compt. rend. **126.** p. 997 bis 1001. 1898; **127.** p. 18—24. 1898.

5) A. A. Michelson, Astrophys. Journ. **7.** p. 131—138. 1898; Nature **59.** p. 440—441. 1899.

6) H. M. Reese, Astrophys. Journ. **12.** p. 120—135. 1900.

7) N. A. Kent, Astrophys. Journ. **13.** p. 289—319. 1901.

8) Lord Blythswood u. C. W. Marchand, Phil. Mag. **49.** p. 384 bis 403. 1900.

9) J. C. Shedd, Physical Review **9.** p. 1—19 u. p. 86—115. 1899.

Der erste dieser Typen ist durch Becquerel und Deslandres[1]) und auch durch N. A. Kent[2]) bei den Eisenlinien 3788,02 und 3743,51 beobachtet. (Die letzte dieser beiden Linien scheint in betreff der Intensität der Komponenten nicht symmetrisch zu sein.)

Nach Becquerel und Deslandres und auch nach Kent sind die Komponenten jedenfalls approximativ äquidistant.

Der zweite Typus ist durch Becquerel und Deslandres[1]) bei der Eisenlinie 2411,16 beobachtet worden.

Der dritte ist durch Becquerel und Deslandres[1]) für die Eisenlinie 3865,65 und durch Reese[3]) für die Linien 3587,13 und 3733,47 desselben Metalles gegeben.

Aus den Beobachtungen von Preston[4]) geht mit Wahrscheinlichkeit hervor, daß die mittlere Komponente in Wahrheit doppelt ist.

Der vierte Typus, bei dem keine Zerlegung vorkommt, war von Becquerel und Deslandres[1]) bei den Eisenlinien 3850,12, 3767,31, 3746,06 und auch von Reese[3]) und Kent[2]) bei anderen Eisen-, Nickel- und Kadmiumlinien beobachtet.

Der fünfte Typus wurde von Preston[4]) als die Form der Bariumlinie 5850 gegeben.

Was weitere Arten des Verhaltens angeht, so sagt Michelson[5]), daß gewisse Linien im magnetischen Felde näher zusammenrücken, während Zeeman[6]) bemerkt, daß in gewissen Fällen neue Linien erscheinen.

Nach Becquerel und Deslandres[1]) wird in der Eisenlinie 3732,56 eine zu dem Felde perpendikuläre Schwingung in zwei Schwingungen zerlegt.

Die Eisenlinie 4118,62 erscheint als ein diffuses Band, das wahrscheinlich dreifach ist, im Spektrum von Schwingungen, die zu dem Felde parallel sind und zeigt ein breites Duplet mit Diffusion bei Schwingungen in zur Feldstärke senkrechter Richtung.[1])

---

1) H. Becquerel u. H. Deslandres, l. c.
2) N. A. Kent, l. c.
3) H. M. Reese, l. c.
4) T. Preston, Nature **59**. p. 224. 1899.
5) A. A. Michelson, l. c.
6) P. Zeeman, Astrophys. Journ. **9**. p. 47—49. 1899.

Die Eisenlinie 3443,93 erscheint im Spektrum der zum Felde parallelen Schwingungen dreifach und gibt in der perpendikulären Richtung ein diffuses Band, das beinahe die Breite des Triplets besitzt.[1])

Die Eisenlinien 3840,58 und 3748,39 geben im Spektrum der mit dem Felde parallelen Schwingungen ein ganz deutliches Triplet, dessen äußere Komponenten in dem senkrechten Spektrum verbreitert und äußerlich durch eine diffuse Linie verdoppelt sind.[1])

Nach Reese zeigt die Magnesiumlinie 3832,45 fünf oder möglicherweise sechs Komponenten, darunter eine starke, mittlere und zwei schwache extreme, die zu den Kraftlinien perpendikulär schwingen, während die anderen beiden parallel dazu schwingen.[2])

Die mittlere Linie ist möglicherweise doppelt.

Zeeman[3]) und andere haben auch verschiedene Fälle von Dissymmetrie beobachtet.

Um diese sehr komplizierten Phänomene zu erklären, sind verschiedene Theorien vorgeschlagen worden.

Die hier gegebene Theorie hat ihren Ursprung in einem Versuche, die durch Lorentz gegebenen Gleichungen[4]) zu entwickeln, aber schließlich nimmt sie eine Gestalt an, die durchaus von der Lorentzschen abweicht.

Es mag bemerkt werden, daß unsere Theorie, obgleich sie von einem anderen Standpunkte ausgeht, dennoch mit der von Prof. Voigt gegebenen Theorie[5]) in naher Beziehung steht.

Professor Voigt hat es nötig gefunden, neue Freiheitsgrade einzuführen, die selbst nicht strahlen, aber die mit den strahlenden gekoppelt sind.

In der folgenden Theorie ist dieses auch der Fall, aber diesen neuen Freiheitsgraden ist eine bestimmte physikalische Bedeutung gegeben.

---

1) H. Becquerel u. H. Deslandres, l. c.

2) H. M. Reese, l. c.

3) P. Zeeman, Zittingsversl. Kon. Akad. v. Wet. Amsterdam p. 328—331. 1899/1900.

4) H. A. Lorentz, Wied. Ann. 63. p. 278. 1897.

5) W. Voigt, Wied. Ann. 68. p. 352. 1899.

Die durch Professor Voigt eingeführten longitudinalen Einwirkungen des magnetischen Feldes finden gleichfalls hier ihre Erklärung.

Die erhaltenen Resultate stimmen in vielen Fällen mit den Beobachtungen sehr nahe überein.

Prinzipielle Vorbemerkung.

2. Bei dem Versuche, eine Theorie von irgend einem physikalischen Phänomen aufzustellen, muß man an gewisse Grundvoraussetzungen anknüpfen.

Im folgenden werden wir annehmen, daß zwischen den Koordinaten der Teilchen gewisse Gleichungen bestehen, wie z. B.

$$f(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2) = 0,$$

und wir werden zeigen, daß derart gekoppelte Teilchen einen komplexen Zeemaneffekt liefern können, der ähnlich ist dem wirklich beobachteten.

Bei der von Lorentz gegebenen Theorie der Spaltung einer einzigen Spektrallinie in drei Komponenten ist vorausgesetzt, daß das Licht von den Schwingungen einer einzigen Punktladung (Elektron) herrührt, die nach einem Zentrum gezogen wird mit einer Kraft, die proportional ist ihrem Abstand von jenem Zentrum.

In diesem Falle ist der Effekt eines Magnetfeldes derselbe für alle Richtungen.

In dem Falle des komplexen Zeemaneffektes zeigt das Experiment, daß wir eine größere Anzahl von Linien bekommen und daß diese im allgemeinen auch scharf sind.

Es folgt, daß auch in diesem Falle wir ein System von einer gewissen Symmetrie nach allen Richtungen haben müssen, und jede Theorie, die das Phänomen erklären soll, muß hiervon ausgehen.

Wir beabsichtigen eine Methode zu zeigen, durch die wir zu Systemen mit der letzteren Eigenschaft kommen, und in denen die Einschränkungen, an die die Elektronen gebunden sind, genug Symmetrie haben, um die Deutlichkeit der Linien zu erklären, ob das System in einem Magnetfelde gelagert ist oder nicht.

Dynamische Grundbetrachtungen.

3. Im zweiten Bande von Rouths Rigid Dynamics Kapitel II ist das Problem der geometrisch bedingten Schwingungen um eine Gleichgewichtslage betrachtet und die Methode der unbestimmten Multiplikatoren entwickelt.

Ich beabsichtige, ein Resultat hier zu benutzen, das beinahe, aber nicht ganz durch Routh bewiesen ist. Routh bemerkt (l. c. p. 46), daß, wenn die Kräftefunktion eine solche ist, daß die ersten Potenzen der Koordinaten in ihrer Entwickelung nicht vorkommen, dann die Multiplikatoren λ, μ, ... gleich Null sind, und daß die Glieder zweiter Ordnung in den geometrischen Gleichungen keine Glieder in den Bewegungsgleichungen erzeugen. Ist also die kinetische Energie als eine Summe von Quadraten und die Kräftefunktion als eine Summe von Quadraten mit konstanten Koeffizienten multipliziert ausgedrückt und sind die geometrischen Gleichungen homogen vom 2. Grade in den Koordinaten, dann bekommen wir Bewegungsgleichungen, die dieselben sind, und Schwingungen, die dieselben Perioden haben, als ob die geometrischen Einschränkungen nicht da wären, und es können diese Teilchen noch mit ihren ursprünglichen Perioden schwingen. Wir benutzen das Wort „können" mit Bedacht. Denn wenn die einzige Bedingung darin besteht, daß $f = 0$ ist, dann sind diese Schwingungen, obwohl sie mögliche harmonische Schwingungen um das Anziehungszentrum sind, nicht die einzig möglichen dynamischen Bewegungen.

Um dieses an einem Beispiel klar zu machen, betrachten wir ein Teilchen, dessen Koordinaten x, y, z sind und das mit einer Kraft nach dem Koordinatenanfangspunkt hingezogen wird, die mit seinem Abstande davon proportional ist.

Nehmen wir an, daß, wenn das Teilchen frei ist, seine Bewegungsgleichungen lauten

$$x'' + A^2 x = 0,$$
$$y'' + A^2 y = 0,$$
$$z'' + A^2 z = 0,$$

und setzen wir zugleich fest, daß das Teilchen gezwungen ist auf dem Kegel

$$x^2 + y^2 - z^2 = 0$$

zu bleiben, so kann es dann noch nach denselben Bewegungsgleichungen schwingen, *wenn seine Bewegung längs eines Generators des Kegels stattfindet.*

In diesem Falle wird seine Geschwindigkeit auf der Fläche liegen, und es wird auch gelten

$$x'^2 + y'^2 - z'^2 = 0.$$

Man überzeugt sich leicht, daß, wenn die letzte Gleichung nicht erfüllt ist, die Bewegung nicht mehr einen einfachen Charakter bewahrt.

Haupt- und Nebenbedingungen.

4. Wir denken nun statt nur dreier Koordinaten, die durch eine Gleichung von der Gestalt $f = 0$ verknüpft sind, wo f eine homogene quadratische Funktion der Koordinaten ist, deren irgend eine Anzahl n vorhanden. Wenn wir dann annehmen, daß es außer den Zentralkräften andere gibt, die zu den Geschwindigkeiten senkrecht stehen und ihnen proportional sind, wenn wir ferner komplizierte Bewegungen auszuschließen und das System zu zwingen wünschen, harmonische Schwingungen um den Koordinatenanfangspunkt zu vollziehen, dann werden wir im Laufe unserer Arbeit finden, daß dieses gleichbedeutend einer solchen Einschränkung der Bewegung ist, *daß dieselbe Bedingung zwischen den Differentialkoeffizienten gilt, wie zwischen den Koordinaten selbst.*

Hierbei kommt ein in unserer unverkürzten Arbeit bewiesenes Theorem über quadratische Funktionen in Betracht, daß, wenn die Bedingung $f = 0$ außer zwischen den Koordinaten auch zwischen deren Differentialkoeffizienten bis zur Ordnung $n/2 - 1$, wenn n gerade, oder bis zu $(n-1)/2$, wenn n ungerade, erfüllt ist, *dann die Bedingung auch für die Differentialkoeffizienten aller höheren Ordnungen gilt.*

Bewegungen, in denen dieselbe Bedingung zwischen den Differentialkoeffizienten bis zu der erwähnten Ordnung gilt, besitzen demgemäß eine sehr merkwürdige *geometrische Eigentümlichkeit.*

Der Fall der Bewegung eines Teilchens auf einem Kegel zeigt uns die Natur dieser Eigentümlichkeit für drei Koordinaten, aber, wenn wir mehr als drei heranziehen, sind die

Verhältnisse komplizierter, und weil wir nur drei Raumdimensionen zu unserer Verfügung haben, so können wir hier kein einfaches geometrisches Beispiel geben.

Wir werden von der Bedingung zwischen den Koordinaten als der *Hauptbedingung* und von denen zwischen den Differentialkoeffizienten als den *Nebenbedingungen* sprechen. *Diese letzten haben nur den Effekt, gewisse dynamische Bewegungen auszuschließen, die sonst stattfinden könnten.*

In betreff der physikalischen Bedeutung dieser Nebenbedingungen können wir verschiedene Vermutungen aufstellen. Wir können z. B. annehmen, daß bei den Bewegungen, die den Nebenbedingungen widersprechen, eine viel größere effektive Masse in Betracht kommt, als bei denen, die ihnen folgen.

Eine allgemeinere physikalische Methode, die Nebenbedingungen zu interpretieren, ist die, anzunehmen, daß bei Bewegungen, in denen sie nicht erfüllt werden, andere Kräfte als die in den Formeln auftretenden in Aktion kommen und die Bewegung ändern oder zerstören.

Diese Erklärungen sind nur als mögliche vorgeschlagen; andere ebenso plausible mögen vielleicht vorhanden sein.

Wenn wir annehmen, daß unter gewissen Bedingungen die Nebenbedingungen nicht erfüllt sind, dann lassen wir Raum frei für eine Erklärung der unregelmäßigen Bewegungen, die stattfinden, wenn die in Betracht kommende Substanz ein kontinuierliches Spektrum aussendet.

Erster Teil.

Zwei gleichartige Elektronen mit einer Hauptbedingung.

Form der Bedingungen.

5. Da die Experimente zeigen, daß klare und deutliche Spektrallinien in einem Magnetfeld erhalten werden, so ist notwendig, daß die Funktionen f von einer solchen Form sind, daß sie nicht geändert werden, wenn wir unser Koordinatensystem drehen. Wir betrachten zunächst den Fall nur zweier Teilchen, deren Koordinaten $x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2$ sind, und nehmen an, daß wir nur eine Bedingung zwischen ihnen haben: $f = 0$. Wenn wir das Koordinatensystem drehen, bleiben die Abstände

Quecksilber.

gestörten Linie gegen die Komponenten im
unge und Paschen)

+0,55 *p*	—	—	+1,06 *s*	—	+1,63 *s*	+2,17 *s*	—
+0,54 *p*	—	—	—	—	+1,64 *s*	+2,16 *s*	—
—	—	—	—	—	—	+2,18 *s*	—
+0,47 *p*	+0,68 *s*	+0,97 *p*	+1,08 *s*	—	+1,60 *s*	+2,07 *s*	—
—	+0,67 *p* u. *s*	—	+1,09 *s*	—	+1,69 *s*	—	—
—	—	—	+1,12 *s*	—	—	—	—
+0,54 *s*	—	—	+1,09 *p*	—	+1,65 *s*	—	+2,76 *s*
+0,57 *s*	—	—	+1,07 *p*	—	+1,59 *s*	+2,12?	—
—	+0,59 *p* u. *s*	—	—	—	—	—	—
+0,38 *p*	+0,77 *s*	+0,82 *p*	+1,15 *s*	+1,33 *p*	+1,58 *s*	+1,99 *s*	—
+0,37 *p*	+0,77 *s*	—	+1,19 *s*	—	+1,57?	—	—
+0,36 *p*	—	—	—	+1,27 *s*	—	—	—
—	—	—	—	—	+1,65 *s*	—	—
—	—	—	—	+1,25 *s*	—	—	—
—	—	—	—	+1,34 *s*	—	—	—
—	—	—	+1,19 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,09 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,07 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,07 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+0,94 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,04 *s*	—	—	—	—
—	—	—	+1,16 *s*	—	—	—	—
—	—	—	—	—	+1,79 *p* u. *s*	—	—

ichfalls von Runge und Paschen gegeben:

—	+0,68 *s*	—	+1,02 *p*	—	+1,51 *s*	—	—
+0,46 *p*	—	—	—	+1,35 *s*	—	+2,36 *s*	—
—	—	+0,93 *p*	—	—	—	+1,85 *s*	—
—	+0,70 *s*	—	+1,11 *p*	+1,44 *s*	—	+2,16 *s*	—
—	+0,72 *s*	—	+1,12 *p*	+1,51 *s*	—	+2,28 *s*	—
+0,47 *p* u. *s*	—	—	—	—	—	—	—

—386 und p. 720—730. 1902.

Wir wissen bereits, daß eine Schwingung möglich ist, in der $\lambda = 0$ ist. Wir werden nun zeigen, daß die Bewegungsgleichungen die Gestalt mit $\lambda = 0$ annehmen *müssen*, wenn die Nebenbedingungen erfüllt sein sollen. Dabei ergibt sich, daß, wenn kein Magnetfeld existiert, die erste Nebenbedingung als für sich allein genug ist, weil die zweite identisch erfüllt ist. Wir müssen jedoch die zweite Nebenbedingung als unbhängig betrachten, damit unsere Lösung auch vollständig sei, wenn sich das System in einem Magnetfeld befindet.

Wenn wir nun schreiben

$$H_1'(x_1 + x_2) = \xi_1, \quad H_1''(x_1 - x_2) = \xi_2,$$

und ähnlich

$$H_1'(y_1 + y_2) = \eta_1, \quad H_1''(y_1 - y_2) = \eta_2,$$
$$H_1'(z_1 + z_2) = \zeta_1, \quad H_1''(z_1 - z_2) = \zeta_2,$$

so werden unsere Gleichungen

$$\xi_1'' + A^2\xi_1 = \lambda(a+b)\xi_1, \quad \xi_2'' + A^2\xi_2 = \lambda(a-b)\xi_2,$$
$$\eta_1'' + A^2\eta_1 = \lambda(a+b)\eta_1, \quad \eta_2'' + A^2\eta_2 = \lambda(a-b)\eta_2,$$
$$\zeta_1'' + A^2\zeta_1 = \lambda(a+b)\zeta_1, \quad \zeta_2'' + A^2\zeta_2 = \lambda(a-b)\zeta_2.$$

Setzen wir ferner

$$H_1' = \sqrt{\frac{a+b}{2}}, \quad H_1'' = \sqrt{\frac{b-a}{2}}.$$

Nach dem Vorkommen der Konstanten a und b in der Hauptbedingung können wir ohne wesentliche Beschränkung der Allgemeinheit annehmen, daß $b + a > 0$ und $b - a > 0$ sind.

Unsere Hauptbedingung nimmt dann die Gestalt an

$$\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 - \xi_2^2 - \eta_2^2 - \zeta_2^2 = 0,$$

und die Nebenbedingungen werden

$$\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2 - \zeta_2'^2 = 0,$$
$$\xi_1''^2 + \eta_1''^2 + \zeta_1''^2 - \xi_2''^2 - \eta_2''^2 - \zeta_2''^2 = 0.$$

Nun multiplizieren wir die Bewegungsgleichungen der Reihe nach mit $\xi_1, \eta_1, \zeta_1, -\xi_2, -\eta_2, -\zeta_2$ und addieren. Wir bekommen dann

$$\begin{aligned}\xi_1\xi_1'' + \eta_1\eta_1'' + \zeta_1\zeta_1'' - \xi_2\xi_2'' - \eta_2\eta_2'' - \zeta_2\zeta_2'' \\ + (A^2 - \lambda a)(\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 - \xi_2^2 - \eta_2^2 - \zeta_2^2) \\ - b\lambda(\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 + \xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2) = 0.\end{aligned}$$

Wenn wir die Hauptbedingung zweimal differenzieren, bekommen wir mit Hilfe der ersten Nebenbedingung

$$\xi_1 \xi_1'' + \eta_1 \eta_1'' + \zeta_1 \zeta_1'' - \xi_2 \xi_2'' - \eta_2 \eta_2'' - \zeta_2 \zeta_2'' = 0,$$

und es folgt wegen der Hauptbedingung selbst und der letzten Formel

$$b \lambda (\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 + \xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2) = 0,$$

aber b ist eine Konstante, die nicht gleich Null sein kann, und $\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 + \xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2$ ist eine Summe von Quadraten von reellen Größen und kann gleichfalls nicht gleich Null sein, wenn das System in Bewegung ist. Es folgt, daß wir haben müssen

$$\lambda = 0.$$

Das System kann deshalb keine andere Bewegung haben als die, die durch die Gleichungen

$$\xi_1'' + A^2 \xi_1 = 0 \quad \text{etc.}$$

oder in Cartesianischen Koordinaten durch

$$x_1'' + A^2 x = 0 \quad \text{etc.}$$

gegeben sind.

Nun ist die allgemeine Lösung dieser Gleichungen

$$\begin{aligned}
x_1 &= a_1 \cos A t + \alpha_1 \sin A t, \\
y_1 &= b_1 \cos A t + \beta_1 \sin A t, \\
z_1 &= c_1 \cos A t + \gamma_1 \sin A t, \\
x_2 &= a_2 \cos A t + \alpha_2 \sin A t, \\
y_2 &= b_2 \cos A t + \beta_2 \sin A t, \\
z_2 &= c_2 \cos A t + \gamma_2 \sin A t.
\end{aligned}$$

Damit die Hauptbedingung erfüllt wird, müssen die Konstanten die folgenden Gleichungen erfüllen:

$$a(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2 + a_2^2 + b_2^2 + c_2^2) + 2b(a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2) = 0,$$

$$a(\alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 + \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2) + 2b(\alpha_1 \alpha_2 + \beta_1 \beta_2 + \gamma_1 \gamma_2) = 0,$$

$$\begin{aligned}
&a(a_1 \alpha_1 + b_1 \beta_1 + c_1 \gamma_1 + a_2 \alpha_2 + b_2 \beta_2 + c_2 \gamma_2) \\
&\quad + b(a_1 \alpha_2 + a_2 \alpha_1 + b_1 \beta_2 + b_2 \beta_1 + c_1 \gamma_2 + c_2 \gamma_1) = 0.
\end{aligned}$$

Wenn wir diese Werthe von x_1, y_1 .... differenzieren, so finden wir, dass beide, die erste und zweite Nebenbedingung, erfüllt sind.

Zugleich erfüllen die Differentialkoeffizienten aller höheren Ordnungen eine ähnliche Bedingung und unsere Lösung ist vollständig.

Bewegung in einem Magnetfeld. Beweis, daß λ eine Konstante ist.

7. Nehmen wir an, daß die Richtung des Magnetfeldes zu der z-Achse parallel liegt, so nehmen die Bewegungsgleichungen die Gestalt an

$$\begin{aligned}
x_1'' + A^2 x_1 &= \quad k y_1' + \lambda(a x_1 + b x_2),\\
y_1'' + A^2 y_1 &= -k x_1' + \lambda(a y_1 + b y_2),\\
z_1'' + A^2 z_1 &= \quad \lambda(a z_1 + b z_2),\\
x_2'' + A^2 x_2 &= \quad k y_2' + \lambda(a x_2 + b x_1),\\
y_2'' + A^2 y_2 &= -k x_2' + \lambda(a y_2 + b y_1),\\
z_2'' + A^2 z_2 &= \quad \lambda(a z_2 + b z_1).
\end{aligned}$$

Wenn wir dieselbe Substitution wie vorher machen, bekommen wir

$$\begin{aligned}
\xi_1'' + A^2 \xi_1 &= \quad k \eta_1' + \lambda(a+b)\xi_1,\\
\eta_1'' + A^2 \eta_1 &= -k \xi_1' + \lambda(a+b)\eta_1,\\
\zeta_1'' + A^2 \zeta_1 &= \quad \lambda(a+b)\zeta_1,\\
\xi_2'' + A^2 \xi_2 &= \quad k \eta_2' + \lambda(a-b)\xi_2,\\
\eta_2'' + A^2 \eta_2 &= -k \xi_2' + \lambda(a-b)\eta_2,\\
\zeta_2'' + A^2 \zeta_2 &= \quad \lambda(a-b)\zeta_2.
\end{aligned}$$

Weil es in diesem System Glieder mit η_1', ξ_1', η_2', ξ_2' gibt, ist es nicht länger möglich, die Methode zu verwenden, die wir benutzt haben, als kein Magnetfeld existierte, um die Natur der vollständigen Lösung dieser Gleichungen zu erforschen. Um dieses jetzt zu tun, werden wir zuerst gewisse Resultate aufschreiben, die wir durch Differentiation der Haupt- und Nebenbedingungen bekommen. Es gilt, wie leicht zu beweisen:

$$\begin{aligned}
\xi_1\xi_1' + \eta_1\eta_1' + \zeta_1\zeta_1' - \xi_2\xi_2' - \eta_2\eta_2' - \zeta_2\zeta_2' &= 0,\\
\xi_1\xi_1'' + \eta_1\eta_1'' + \zeta_1\zeta_1'' - \xi_2\xi_2'' - \eta_2\eta_2'' - \zeta_2\zeta_2'' &= 0,\\
\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' - \xi_2'\xi_2'' - \eta_2'\eta_2'' - \zeta_2'\zeta_2'' &= 0,\\
\xi_1''\xi_1''' + \eta_1''\eta_1''' + \zeta_1''\zeta_1''' - \xi_2''\xi_2''' - \eta_2''\eta_2''' - \zeta_2''\zeta_2''' &= 0.
\end{aligned}$$

Nun multiplizieren wir die Bewegungsgleichungen der Reihe nach mit ξ_1', η_1', ζ_1', $-\xi_2'$, $-\eta_2'$, $-\zeta_2'$ und addieren. Wir bekommen dann

$$\begin{aligned}&\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' - \xi_2'\xi_2'' - \eta_2'\eta_2'' - \zeta_2'\zeta_2''\\ &\quad + (A^2 - \lambda a)\{\xi_1'\xi_1' + \eta_1'\eta_1' + \zeta_1'\zeta_1' - \xi_2'\xi_2' - \eta_2'\eta_2' - \zeta_2'\zeta_2'\}\\ &\quad - b\lambda\{\xi_1'\xi_1' + \eta_1'\eta_1' + \zeta_1'\zeta_1' + \xi_2'\xi_2' + \eta_2'\eta_2' + \zeta_2'\zeta_2'\} = 0.\end{aligned}$$

Hieraus folgt mit Hilfe des vorigen Systemes, daß entweder $\lambda = 0$ oder

$$\xi_1'\xi_1' + \eta_1'\eta_1' + \zeta_1'\zeta_1' + \xi_2'\xi_2' + \eta_2'\eta_2' + \zeta_2'\zeta_2' = 0$$

sein muß.

Nun ist $\lambda = 0$ ein spezieller Fall von $\lambda =$ Konstante. Wir werden aber zeigen, daß, wenn der zweite Faktor gleich Null ist, daß dann auch λ eine Konstante ist nach der Zeit; der Fall $\lambda = 0$ kann deshalb außer Betracht bleiben.

Nehmen wir diesen zweiten Faktor gleich Null, so bekommen wir durch Differentiation:

$$\begin{aligned}&\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' + \xi_2'\xi_2'' + \eta_2'\eta_2'' + \zeta_2'\zeta_2''\\ &\quad + \xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 + \xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2 = 0.\end{aligned}$$

Weiter bekommen wir durch Differentiation der Bewegungsgleichungen nach der Zeit, durch Multiplikation mit bezw. ξ_1'', η_1'', ζ_1'', $-\xi_2''$, $-\eta_2''$, $-\zeta_2''$, und Addition:

$$\begin{aligned}&\xi_1''\xi_1''' + \eta_1''\eta_1''' + \zeta_1''\zeta_1''' - \xi_2''\xi_2''' - \eta_2''\eta_2''' - \zeta_2''\zeta_2'''\\ &+ (A^2 - \lambda a)\{\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' - \xi_2'\xi_2'' - \eta_2'\eta_2'' - \zeta_2'\zeta_2''\}\\ &\quad - b\lambda\{\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' + \xi_2'\xi_2'' + \eta_2'\eta_2'' + \zeta_2'\zeta_2''\}\\ &\quad - a\frac{d\lambda}{dt}\{\xi_1\xi_1'' + \eta_1\eta_1'' + \zeta_1\zeta_1'' - \xi_2\xi_2'' - \eta_2\eta_2'' - \zeta_2\zeta_2''\}\\ &\quad - b\frac{d\lambda}{dt}\{\xi_1\xi_1'' + \eta_1\eta_1'' + \zeta_1\zeta_1'' + \xi_2\xi_2'' + \eta_2\eta_2'' + \zeta_2\zeta_2''\} = 0.\end{aligned}$$

So folgt, daß

$$\begin{aligned}&\lambda\{\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' + \xi_2'\xi_2'' + \eta_2'\eta_2'' + \zeta_2'\zeta_2''\}\\ &\quad + \frac{d\lambda}{dt}\{\xi_1\xi_1'' + \eta_1\eta_1'' + \zeta_1\zeta_1'' + \xi_2\xi_2'' + \eta_2\eta_2'' + \zeta_2\zeta_2''\} = 0.\end{aligned}$$

Wenn wir nun den Wert, den wir schon für

$$\xi_1\xi_1'' + \eta_1\eta_1'' + \zeta_1\zeta_1'' + \xi_2\xi_2'' + \eta_2\eta_2'' + \zeta_2\zeta_2''$$

gefunden haben, substituieren, so erhalten wir:

$$\lambda\{\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' + \xi_2'\xi_2'' + \eta_2'\eta_2'' + \zeta_2'\zeta_2''\}$$
$$- \frac{d\lambda}{dt}\{\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 + \xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2\} = 0,$$

oder

$$\frac{2\,d\lambda}{\lambda} = \frac{d\{\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 + \xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2\}}{\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 + \xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2}.$$

Durch Integration bekommen wir

$$\ln\lambda^2 = \ln\{\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 + \xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2\} + \text{const.}$$

oder

$$\lambda^2 = C\{\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 + \xi_2'^2 + \eta_2'^2 + \zeta_2'^2\}.$$

Darauf multiplizieren wir die Bewegungsgleichungen der Reihe nach mit ξ_1', η_1', ζ_1', ξ_2', η_2', ζ_2' und addieren.

Wir finden:

$$\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_1'' + \zeta_1'\zeta_1'' + \xi_2'\xi_2'' + \eta_2'\eta_2'' + \zeta_2'\zeta_2''$$
$$+ (A^2 - \lambda a)\{\xi_1\xi_1' + \eta_1\eta_1' + \zeta_1\zeta_1' + \xi_2\xi_2' + \eta_2\eta_2' + \zeta_2\zeta_2'\}$$
$$- b\lambda\{\xi_1\xi_1' + \eta_1\eta_1' + \zeta_1\zeta_1' - \xi_2\xi_2' - \eta_2\eta_2' - \zeta_2\zeta_2'\} = 0.$$

Aber es gilt

$$\xi_1'\xi_1'' + \eta_1'\eta_2'' + \zeta_1'\zeta_1'' + \xi_2'\xi_2'' + \eta_2'\eta_2'' + \zeta_2'\zeta_2'' = \frac{1}{2C}\frac{d\lambda^2}{dt}$$

und die anderen Glieder sind Null. So folgt

$$\frac{1}{2C}\frac{d\lambda^2}{dt} = 0$$

oder

$$\lambda = \text{const.}$$

Hiernach muß in allen Lösungen, in denen die Nebenbedingungen erfüllt sind, λ gleich einer Konstanten sein.

Es ist zu beachten, daß, wenn

$$\xi_1\xi_1' + \eta_1\eta_1' + \zeta_1\zeta_1' + \xi_2\xi_2' + \eta_2\eta_2' + \zeta_2\zeta_2' = 0$$

und

$$\xi_1\xi_1' + \eta_1\eta_1' + \zeta_1\zeta_1' - \xi_2\xi_2' - \eta_2\eta_2' - \zeta_2\zeta_2' = 0$$

sind, dann gilt

$$\xi_1\xi_1' + \eta_1\eta_1' + \zeta_1\zeta_1' = 0$$

und

$$\xi_2\xi_2' + \eta_2\eta_2' + \zeta_2\zeta_2' = 0.$$

Diese Ausdrücke müssen also gleich Null sein für alle Lösungen, in denen λ *nicht* Null ist.

Lösung der Bewegungsgleichungen in einem Magnetfelde.

8. Wir haben bewiesen, daß λ eine Konstante sein muß, aber wir haben noch nicht die Werte bestimmt, die λ haben kann. Die allgemeine Lösung der Differentialgleichungen für ξ_1, η_1, ζ_1, ξ_2, η_2, ζ_2, wenn wir λ nur als eine Konstante annehmen und uns nicht darum kümmern, ob die Bedingungen erfüllt sind oder nicht, sind gegeben durch

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= a_1 \cos(q_1 t + \alpha_1) + b_1 \cos(q_1' t + \beta_1),\\
\eta_1 &= -a_1 \sin(q_1 t + \alpha_1) - b_1 \sin(q_1' t + \beta_1),\\
\zeta_1 &= c_1 \cos(p_1 t + \gamma_1),\\
\xi_2 &= a_2 \cos(q_2 t + \alpha_2) + b_2 \cos(q_2' t + \beta_2),\\
\eta_2 &= -a_2 \sin(q_2 t + \alpha_2) - b_2 \sin(q_2' t + \beta_2),\\
\zeta_2 &= c_2 \cos(p_2 t + \gamma_2),
\end{aligned}$$

in denen

$$p_1 = \sqrt{A^2 - \lambda(a+b)}, \qquad p_2 = \sqrt{A^2 - \lambda(a-b)},$$

$$q_1 = \frac{k + \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a+b)\}}}{2}, \quad q_2 = \frac{k + \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a-b)\}}}{2},$$

$$q_1' = \frac{k - \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a+b)\}}}{2}, \quad q_2' = \frac{k - \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a-b)\}}}{2}.$$

Aus ihnen folgt

$$\begin{aligned}
&\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 - \xi_2^2 - \eta_2^2 - \zeta_2^2 =\\
&a_1^2 + b_1^2 + 2a_1 b_1 \cos\{(q_1 - q_1')t + \alpha_1 - \beta_1\} + c_1^2 \cos^2(p_1 t + \gamma_1)\\
&- a_2^2 - b_2^2 - 2a_2 b_2 \cos\{(q_2 - q_2')t + \alpha_2 - \beta_2\} - c_2^2 \cos^2(p_2 t + \gamma_2).
\end{aligned}$$

Wenn wir die Ausdrücke für ξ_1, η_1, ζ_1 ... differenzieren, so bekommen wir in ähnlicher Weise

$$\begin{aligned}
&\xi_1'^2 + \eta_1'^2 + \zeta_1'^2 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2 + \zeta_2'^2 =\\
&a_1^2 q_1^2 + b_1^2 q_1'^2 + 2a_1 b_1 q_1 q_1' \cos\{(q_1 - q_1')t + \alpha_1 - \beta_1\} + c_1^2 p_1^2 \sin^2(p_1 t + \gamma_1)\\
&- a_2^2 q_2^2 - b_2^2 q_2'^2 - 2a_2 b_2 q_2 q_2' \cos\{(q_2 - q_2')t + \alpha_2 - \beta_2\} - c_2^2 p_2^2 \sin^2(p_2 t + \gamma_2)
\end{aligned}$$

und analog

$$\begin{aligned}
&\xi_1''^2 + \eta_1''^2 + \zeta_1''^2 - \xi_2''^2 - \eta_2''^2 - \zeta_2''^2 =\\
&a_1^2 q_1^4 + b_1^2 q_1'^4 + 2a_1 b_1 q_1^2 q_1'^2 \cos\{(q_1 - q_1')t + \alpha_1 - \beta_1\} + c_1^2 p_1^4 \cos^2(p_1 t + \gamma_1)\\
&- a_2^2 q_2^4 - b_2^2 q_2'^4 - 2a_2 b_2 q_2^2 q_2'^2 \cos\{(q_2 - q_2')t + \alpha_2 - \beta_2\} - c_2^2 p_2^4 \cos^2(p_2 t + \gamma_2).
\end{aligned}$$

Nun haben wir bei der Untersuchung der Form von λ bemerkt, daß der Wert $\lambda = 0$ möglich ist.

Wenn wir $\lambda = 0$ setzen, haben wir

$$q_1 = q_2 = \frac{k + \sqrt{k^2 + 4A^2}}{2},$$

$$q'_1 = q'_2 = \frac{k - \sqrt{k^2 + 4A^2}}{2},$$

$$p_1 = p_2 = A.$$

Hier ist nur nötig

$$a_1^2 = a_2^2, \quad b_1^2 = b_2^2, \quad \alpha_1 - \beta_1 = \alpha_2 - \beta_2, \quad c_1^2 = c_2^2, \quad \gamma_1 = \gamma_2$$

zu machen, und die Bedingungen sind alle erfüllt.

Weiter, wenn λ irgend einen anderen konstanten Wert als Null hat, so haben wir gesehen, daß

$$\xi_1 \xi'_1 + \eta_1 \eta'_1 + \zeta_1 \zeta'_1 = 0, \quad \xi_2 \xi'_2 + \eta_2 \eta'_2 + \zeta_2 \zeta'_2 = 0.$$

Nun ist

$$\xi_1 \xi'_1 + \eta_1 \eta'_1 + \zeta_1 \zeta'_1 =$$

$$- a_1 b_1 (q_1 - q'_1) \sin\{(q_1 - q'_1) t + \alpha_1 - \beta_1\} - \frac{p_1 c_1^2}{2} \sin(2 p_1 t + 2 \gamma_1).$$

Man erkennt aber leicht, daß diese beiden Glieder einander nicht aufheben können, da das erfordern würde, daß ihre Perioden dieselben, oder $4 p_1^2 = (q_1 - q'_1)^2$ wäre. Dieses gibt $k^2 = 0$ oder mit anderen Worten kein Magnetfeld.

Da nun die Glieder einander nicht aufheben können, müssen beide einzeln gleich Null sein. So folgt

$$c_1 = 0$$

und entweder

$$a_1 = 0 \quad \text{oder} \quad b_1 = 0.$$

In ähnlicher Weise finden wir, daß

$$c_2 = 0$$

und entweder

$$a_2 = 0 \quad \text{oder} \quad b_2 = 0$$

sein muß. So müssen wir haben entweder

$$a_1^2 = a_2^2 \qquad q_1^2 = q_2^2$$

oder $\quad b_1^2 = b_2^2 \qquad q'^2_1 = q'^2_2$

oder $\quad a_1^2 = b_2^2 \qquad q_1^2 = q'^2_2$

oder $\quad a_2^2 = b_1^2 \qquad q_2^2 = q'^2_1.$

Aber q_1 und q_1' sind die zwei Wurzeln der Gleichung

$$\theta^2 - k\theta - A^2 + \lambda(a+b) = 0$$

und q_2 und q_2' sind die zwei Wurzeln der Gleichung

$$\Phi^2 - k\Phi - A^2 + \lambda(a-b) = 0.$$

Wenn dann $\theta^2 = \Phi^2$, haben wir

$$k\theta - \lambda b = k\Phi + \lambda b.$$

Wenn $\theta = \Phi$, gibt dieses $\lambda = 0$, ein Fall, den wir schon betrachtet haben.

Wenn $\theta = -\Phi$, haben wir

$$\theta = \frac{\lambda b}{k},$$

woraus folgt

$$\frac{b^2\lambda^2}{k^2} + a\lambda - A^2 = 0,$$

$$\lambda = \frac{-ak^2 \pm k\sqrt{a^2k^2 + 4b^2A^2}}{2b^2},$$

und somit

$$\theta = \frac{-ak \pm \sqrt{a^2k^2 + 4b^2A^2}}{2b}.$$

So erhalten wir die übrig bleibenden Lösungen, wenn wir schreiben

$$q_1 = \frac{-ak + \sqrt{a^2k^2 + 4b^2A^2}}{2b} = -q_2',$$

$$a_1^2 = b_2^2, \quad a_2 = 0, \quad b_1 = 0$$

und

$$q_1' = \frac{-ak - \sqrt{a^2k^2 + 4b^2A^2}}{2b} = -q_2,$$

$$a_2^2 = b_1^2, \quad a_1 = 0, \quad b_2 = 0.$$

Zusammenfassung der Resultate.

9. Wir haben so die vollständige Lösung des Problems der Bewegung in einem Magnetfeld bekommen und dabei die folgenden Frequenzen gefunden:

Dieselben wie im einfachen Zeemaneffekte	$\lvert A\rvert$	In Richtung der magnet. Kraft schwingend.
	$\left\lvert\frac{k+\sqrt{k^2+4A^2}}{2}\right\rvert$	Senkrecht zu der Richtung der magnetischen Kraft schwingend.
	$\left\lvert\frac{k-\sqrt{k^2+4A^2}}{2}\right\rvert$	
Neue Frequenzen	$\left\lvert\frac{-ak+\sqrt{a^2k^2+4b^2A^2}}{2b}\right\rvert$	
	$\left\lvert\frac{-ak-\sqrt{a^2k^2+4b^2A^2}}{2b}\right\rvert$	

Die ersten drei dieser Schwingungen entsprechen demselben λ, lassen sich also superponieren, ohne daß die Bedingungen verletzt werden; die letzten zwei, weil sie durch verschiedene Werte von λ gegeben sind, superponieren sich weder untereinander noch mit den früheren. Was die Polarisationsfrage betrifft, so scheint es klar, daß, wenn die Erregungen, die die verschiedenen Elektronen erzeugen, sich in größerer Entfernung superponieren lassen, und daß dann, wenn die Amplitude ihrer Schwingungen gegen die Wellenlänge klein ist, die Erregungen, die diesen Schwingungen entsprechen, irgend einen Punkt des Raumes erreichen werden ohne merkbare relative Phasenänderung. Weil demnach die Elektronen als ähnlich betrachtet werden, kann eine Bewegung, bei der der Schwerpunkt ruhig bleibt, nahezu keine Ausstrahlung geben, und für alle anderen muß der Effekt in größerer Entfernung derselbe, wie der Bewegung des Schwerpunktes sein. Letztere ist sofort angebbar, weil

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{a+b}{2}}(x_1+x_2), \quad \eta_1 = \sqrt{\frac{a+b}{2}}(y_1+y_2),$$

$$\zeta_1 = \sqrt{\frac{a+b}{2}}(z_1+z_2).$$

So geben die Schwingungen des Vektors ξ_1, η_1, ζ_1 die Polarisationen.

In der ersten der oben gegebenen Formeln (1) bis (5) ist die Schwingung dieses Vektors in der Richtung der magnetischen Kraft. In der zweiten und vierten ist die Schwingung dieses Vektors eine zirkuläre um die Richtung der magnetischen Kraft in einem Sinne, während in der dritten und fünften sie

auch zirkulär ist, aber im entgegengesetzten Sinne. Folglich, wenn wir längs der Kraftlinien beobachten, wird die erste Schwingung nicht sichtbar sein, während die anderen vier zirkular-polarisiert erscheinen werden, die zweite und vierte im einen und die dritte und fünfte im anderen Sinne. Beobachtet man normal zu den Kraftlinien, so wird die erste Schwingung als lineärpolarisiert erscheinen in einer Ebene, die senkrecht ist zu der Richtung des Feldes, während die letzten vier Schwingungen als lineärpolarisiert erscheinen werden in einer Ebene, die mit der Richtung des Feldes parallel ist.

Zweiter Teil.

Systeme von drei und vier Elektronen.

Mögliche symmetrische Gestalten der Hauptbedingung bei drei und vier Elektronen.

10. Wir haben schon gesehen, daß, wenn eine Anzahl Teilchen gekoppelt sind durch eine Bedingung von der Gestalt

$$\sum a_1 (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) + 2 \sum b_{12} (x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2) = 0$$

(wo die $\sum$ die Summationen mit Bezug auf alle Elektronen bedeuten), daß dann das System mit derselben Periode schwingen kann, wie ohne diese Einschränkung.

Es ist natürlich anzunehmen, daß die Elektronen, die durch ihre Schwingungen eine einzige Spektrallinie erzeugen, ähnlich und ähnlich verknüpft sind.

Unter dieser Voraussetzung nimmt für den Fall von drei Elektronen die Bedingung die Gestalt

$$a \{\mathrm{S} x_1^2 + \mathrm{S} x_2^2 + \mathrm{S} x_3^2\} + 2 b \{\mathrm{S} x_1 x_2 + \mathrm{S} x_2 x_3 + \mathrm{S} x_3 x_1\} = 0$$

an; wobei $\mathrm{S} x_1^2$ statt $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$; $\mathrm{S} x_1 x_2$ statt $x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$ u. s. w. geschrieben ist.

Für den Fall von vier Elektronen jedoch ist es nicht mehr nötig, daß alle b gleich sind.

Die Koordinaten jedes Elektrons kommen in diesem Falle mit drei b zusammen vor: z. B. x_1 kommt mit b_{12}, b_{13}, b_{14} vor, und für jedes Elektron muß die Gruppe von drei Koeffizienten dieselbe sein. Wenn

$$b_{12} = b_{34}, \quad b_{13} = b_{24}, \quad b_{14} = b_{23}$$

ist, so ist diese Bedingung erfüllt und wir bekommen

$$a\{\mathcal{S}x_1^2 + \mathcal{S}x_2^2 + \mathcal{S}x_3^2 + \mathcal{S}x_4^2\} + 2b_{12}\{\mathcal{S}x_1x_2 + \mathcal{S}x_3x_4\} + 2b_{13}\{\mathcal{S}x_1x_3 + \mathcal{S}x_2x_4\} + 2b_{14}\{\mathcal{S}x_1x_4 + \mathcal{S}x_2x_3\} = 0.$$

Die Verhältnisse $b_{12} : b_{13} : b_{14}$ sind ganz willkürlich und wir können leicht zeigen, daß dieses die allgemeinste Bedingung ist, die Symmetrie von dieser Art besitzt, wobei jedes Elektron eine ähnliche Rolle spielt.

Die oben gegebene allgemeine Form der Hauptbedingung läßt sich schreiben:

$$A\mathcal{S}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 + B\mathcal{S}(x_1 + x_2 - x_3 - x_4)^2 + C\mathcal{S}(x_1 - x_2 + x_3 - x_4)^2 + D\mathcal{S}(x_1 - x_2 - x_3 + x_4)^2 = 0.$$

Soll dies mit der ersten Gleichung identisch sein, dann muß gelten:

$$a = A + B + C + D, \quad b_{12} = A + B - C - D,$$
$$b_{13} = A - B + C - D, \quad b_{14} = A - B - C + D.$$

Nun ist durch Betrachtungen, die sich auf die hier benutzte Methode gründen, leicht *qualitativ* zu ersehen, was wir für einen Effekt in den verschiedenen Fällen bekommen würden, und weil wir qualitative Übereinstimmung mit der Beobachtung haben müssen, ehe wir quantitative Übereinstimmung erwarten können, so werde ich kurz erörtern, warum ich den speziellen im weiteren gebrauchten Bedingungstypus wähle. Erstens gibt es, was die Beobachtung betrifft, gewisse Linien, die in solcher Weise zerlegt sind, daß die mittlere Linie und die zwei äußeren Linien des einfachen Zeemantriplets je durch drei Linien ersetzt sind, so daß es im ganzen *neun* Linien gibt.

Damit nun die mittlere Linie durch mehrere ersetzt werden soll, ist es nötig, daß wenigstens eine der drei Größen B, C, D gleich A sei.

Wir können $B = A$ annehmen. Wenn dann C und D voneinander und von A verschieden sind und wenn weiter die Vorzeichen von C und D die entgegengesetzten derjenigen von A sind, so bekommen wir im allgemeinen *elf* Linien.

Im Falle, daß das Vorzeichen von C oder D dasselbe wie das von A ist, bekommen wir elf Schwingungsperioden,

aber von diesen elf Schwingungen strahlen nur sieben, und so bekommen wir nur *sieben* Linien.

Wenn $C = D$ ist, so müssen beide das entgegengesetzte Vorzeichen zu A und B haben, sonst ist keine reelle Bewegung möglich. In diesem Falle bekommen wir *neun* Linien, und die Bedingung nimmt die Gestalt

$$a\{\S x_1^2 + \S x_2^2 + \S x_3^2 + \S x_4^2\} + 2b\{\S x_1 x_2 + \S x_3 x_4\} = 0$$

an. Wenn zwei der Größen B, C, D gleich A sein sollten, dann muß die dritte verschieden und mit entgegengesetztem Vorzeichen versehen sein, wenn eine reelle Bewegung stattfinden soll. In diesem Falle bekommen wir wiederum nur *sieben* Linien.

So ist der einzige Fall, wo wir gemäß den oben gegebenen Beobachtungen *neun* Linien erhalten, der, wo die Bedingung die Gestalt

$$a\{\S x_1^2 + \S x_2^2 + \S x_3^2 + \S x_4^2\} + 2b\{\S x_1 x_2 + \S x_3 x_4\} = 0$$

annimmt.

Wir werden zeigen, daß diese Form nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ Übereinstimmung mit den Beobachtungen ergibt.

Theorie einer Spektrallinie, die in einem Magnetfeld neun Komponenten zeigt. Bewegung ohne Magnetfeld.

11. Wir haben Gründe angegeben, weshalb wir in diesem Fall die Form der Hauptbedingung annehmen als:

$$a(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 + x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 + x_4^2 + y_4^2 + z_4^2) + 2b(x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 + x_3 x_4 + y_3 y_4 + z_3 z_4) = 0.$$

Unser Theorem über quadratische Funktionen zeigt in diesem Fall *fünf* Nebenbedingungen an, die von der oben gegebenen Formel abgeleitet sind, indem wir für x_1, y_1, z_1 ... ihre Differentialkoeffizienten nach der Zeit bis zu denen der fünften Ordnung substituieren.

Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, dann folgt, daß Differentialkoeffizienten aller höheren Ordnungen dieselbe Gleichung erfüllen.

Die Methode unseres Verfahrens in dem Falle von vier Elektronen ist mit der in dem Fall von zwei Elektronen ganz

analog, aber es gibt darin einige wichtige Unterschiede. Die Bewegungsgleichungen ohne Magnetfeld nehmen die Gestalt an

$$\left.\begin{aligned} x_1'' + A^2 x_1 &= \lambda(a x_1 + b x_2) \\ x_2'' + A^2 x_2 &= \lambda(a x_2 + b x_1) \\ x_3'' + A^2 x_3 &= \lambda(a x_3 + b x_4) \\ x_4'' + A^2 x_4 &= \lambda(a x_4 + b x_3) \end{aligned}\right\} \text{ mit ähnlichen } y\text{- und } z\text{-Gleichungen.}$$

In diesem Fall setzen wir

$$\frac{\sqrt{a+b}}{2}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = \xi_1,$$

$$\frac{\sqrt{a+b}}{2}(x_1 + x_2 - x_3 - x_4) = \xi_2,$$

$$\frac{\sqrt{b-a}}{2}(x_1 - x_2 + x_3 - x_4) = \xi_3,$$

$$\frac{\sqrt{b-a}}{2}(x_1 - x_2 - x_3 + x_4) = \xi_4,$$

mit ähnlichen Ausdrücken mit y und z. Dabei ist es, wie in dem Falle zweier Elektronen, nötig, daß $b^2 - a^2$ positiv ist, wenn eine reelle Bewegung möglich sein soll, oder mit anderen Worten $b - a$ und $b + a$ müssen dieselben, und zwar positive Vorzeichen haben.

Hiernach nimmt die Hauptbedingung die Form an

$$\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 + \xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2 - \xi_3^2 - \eta_3^2 - \zeta_3^2 - \xi_4^2 - \eta_4^2 - \zeta_4^2 = 0$$

und die Nebenbedingungen erhalten eine ähnliche Gestalt.

Nun können wir in einer ganz ähnlichen Weise wie in dem Falle zweier Elektronen beweisen, daß, wenn die erste Nebenbedingung erfüllt sein soll, dann, wenn die Bewegung ohne Magnetfeld stattfindet, wir

$$\lambda = 0$$

haben müssen.

Die Lösungen der Bewegungsgleichungen nehmen deshalb die Gestalt an

$$x_1 = a_1 \cos At + \alpha_1 \sin At, \quad y_1 = b_1 \cos At + \beta_1 \sin At,$$
$$z_1 = c_1 \cos At + \gamma_1 \sin At, \text{ u. s. f.,}$$

wobei

$$a\sum(a_1^2+b_1^2+c_1^2)+2b(a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2+a_3a_4+b_3b_4+c_3c_4=0$$
$$a\sum(\alpha_1^2+\beta_1^2+\gamma_1^2)+2b(\alpha_1\alpha_2+\beta_1\beta_2+\gamma_1\gamma_2+\alpha_3\alpha_4+\beta_3\beta_4+\gamma_3\gamma_4=0$$
$$a\sum(a_1\alpha_1+b_1\beta_1+c_1\gamma_1)+b(a_1\alpha_2+a_2\alpha_1+b_1\beta_2+b_2\beta_1+c_1\gamma_2+c_2\gamma_1 + a_3\alpha_4+a_4\alpha_3+b_3\beta_4+b_4\beta_3+c_3\gamma_4+c_4\gamma_3)=0.$$

Wenn wir diese Werte von x_1, y_1, z_1 ... differenzieren, so finden wir, daß die Nebenbedingungen identisch erfüllt sind, und deshalb ist unsere Lösung vollständig.

Bewegung in einem Magnetfelde. Schwingungen, bei denen $\lambda = 0$ ist.

12. Die Bewegungsgleichungen in einem Magnetfelde nehmen die Gestalt an

$$\begin{aligned}
x_1'' + A^2 x_1 &= k y_1' + \lambda(a x_1 + b x_2),\\
y_1'' + A^2 y_1 &= -k x_1' + \lambda(a y_1 + b y_2),\\
z_1'' + A^2 z_1 &= \lambda(a z_1 + b z_2);\\
x_2'' + A^2 x_2 &= k y_2' + \lambda(a x_2 + b x_1),\\
y_2'' + A^2 y_2 &= -k x_2' + \lambda(a y_2 + b y_1),\\
z_2'' + A^2 z_2 &= \lambda(a z_2 + b z_1);
\end{aligned}$$

ähnliche Gleichungen gelten mit x_3, y_3, z_3, x_4, y_4, z_4.

Wenn wir ξ_1, η_1, ζ_1 ... als Koordinaten einführen, so werden diese Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
\xi_1'' + A^2\xi_1 &= k\eta_1' + \lambda(a+b)\xi_1,\\
\eta_1'' + A^2\eta_1 &= -k\xi_1' + \lambda(a+b)\eta_1,\\
\zeta_1'' + A^2\zeta_1 &= \lambda(a+b)\zeta_1,
\end{aligned}\right\}\ \text{und ähnliche Gleichungen mit } \xi_2,\ \eta_2,\ \zeta_2.$$

$$\left.\begin{aligned}
\xi_3'' + A^2\xi_3 &= k\eta_3' + \lambda(a-b)\xi_3,\\
\eta_3'' + A^2\xi_3 &= -k\xi_3' + \lambda(a-b)\eta_3,\\
\zeta_3'' + A^2\zeta_3 &= \lambda(a-b)\zeta_3,
\end{aligned}\right\}\ \text{und ähnliche Gleichungen mit } \xi_4,\ \eta_4,\ \zeta_4.$$

In einer ganz ähnlichen Weise wie bei zwei Elektronen können wir beweisen, daß, wenn die ersten zwei Nebenbedingungen erfüllt sein sollen, wir

$$\lambda = \text{Konst.}$$

haben müssen.

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichungen, wenn wir einfach λ gleich einer Konstante annehmen, ist

$$\begin{aligned}
\xi_1 &= a_1 \cos(q_1 t + \alpha_1) + b_1 \cos(q_1' t + \beta_1),\\
\eta_1 &= -a_1 \sin(q_1 t + \alpha_1) - b_1 \sin(q_1' t + \beta_1),\\
\zeta_1 &= c_1 \cos(p_1 t + \gamma_1);\\
\xi_2 &= a_2 \cos(q_2 t + \alpha_2) + b_2 \cos(q_2' t + \beta_2),\\
\eta_2 &= -a_1 \sin(q_2 t + \alpha_2) - b_2 \sin(q_2' t + \beta_2),\\
\zeta_2 &= c_2 \cos(p_2 t + \gamma_2);\\
\xi_3 &= a_3 \cos(q_3 t + \alpha_3) + b_3 \cos(q_3' t + \beta_3),\\
\eta_3 &= -a_3 \sin(q_3 t + \alpha_3) - b_3 \sin(q_3' t + \beta_3),\\
\zeta_3 &= c_3 \cos(p_3 t + \gamma_3);\\
\xi_4 &= a_4 \cos(q_4 t + \alpha_4) + b_4 \cos(q_4' t + \beta_4),\\
\eta_4 &= -a_4 \sin(q_4 t + \alpha_4) - b_4 \sin(q_4' t + \beta_4),\\
\zeta_4 &= c_4 \cos(p_4 t + \gamma_4),
\end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned}
q_1 &= \frac{k + \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a+b)\}}}{2} = q_2,\\
q_1' &= \frac{k - \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a+b)\}}}{2} = q_2',\\
q_3 &= \frac{k + \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a-b)\}}}{2} = q_4,\\
q_3' &= \frac{k - \sqrt{k^2 + 4\{A^2 - \lambda(a-b)\}}}{2} = q_4',\\
p_1 &= \sqrt{A^2 - \lambda(a+b)} = p_2,\\
p_3 &= \sqrt{A^2 - \lambda(a-b)} = p_4.
\end{aligned}$$

Hieraus folgt

$$\begin{aligned}
&\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 + \xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2 - \xi_3^2 - \eta_3^2 - \zeta_3^2 - \xi_4^2 - \eta_4^2 - \zeta_4^2\\
&= a_1^2 + b_1^2 + 2a_1 b_1 \cos\{(q_1 - q_1')t + \alpha_1 - \beta_1\} + c_1^2 \cos^2(p_1 t + \gamma_1)\\
&+ a_2^2 + b_2^2 + 2a_2 b_2 \cos\{(q_1 - q_1')t + \alpha_2 - \beta_2\} + c_2^2 \cos^2(p_1 t + \gamma_2)\\
&- a_3^2 - b_3^2 - 2a_3 b_3 \cos\{(q_3 - q_3')t + \alpha_3 - \beta_3\} - c_3^2 \cos^2(p_3 t + \gamma_3)\\
&- a_4^2 - b_4^2 - 2a_4 b_4 \cos\{(q_3 - q_3')t + \alpha_4 - \beta_4\} - c_4^2 \cos^2(p_3 t + \gamma_4),
\end{aligned}$$

und in ähnlicher Weise

$$\begin{aligned}
&\xi_1^2+\eta_1'^2+\zeta_1^2+\xi_2^2+\eta_2'^2+\zeta_2^2-\xi_3'^2-\eta_3'^2-\zeta_3^2-\xi_4'^2-\eta_4'^2-\zeta_4^2\\
&=a_1^2q_1^2+b_1^2q_1'^2+2a_1b_1q_1q_1'\cos\{(q_1-q_1')t+\alpha_1-\beta_1\}+c_1^2p_1^2\sin^2(p_1t+\gamma_1)\\
&+a_2^2q_1^2+b_2^2q_1'^2+2a_2b_2q_1q_1'\cos\{(q_1-q_1')t+\alpha_2-\beta_2\}+c_2^2p_1^2\sin^2(p_1t+\gamma_2)\\
&-a_3^2q_3^2-b_3^2q_3'^2-2a_3b_3q_3q_3'\cos\{(q_3-q_3')t+\alpha_3-\beta_3\}-c_3^2p_3^2\sin^2(p_3t+\gamma_3)\\
&-a_4^2q_3^2-b_4^2q_3'^2-2a_4b_4q_3q_3'\cos\{(q_3-q_3')t+\alpha_4-\beta_4\}-c_4^2p_3^2\sin^2(p_3t+\gamma_4).
\end{aligned}$$

Die anderen Ausdrücke, wie z. B.

$$\xi_1''^2+\eta_1''^2+\zeta_1''^2+\xi_2''^2+\eta_2''^2+\zeta_2''^2-\xi_3''^2-\eta_3''^2-\zeta_3''^2-\xi_4''^2-\eta_4''^2-\zeta_4''^2,$$

nehmen eine analoge Gestalt an.

Nun haben wir wie bei zwei Elektronen, wenn wir

$$\lambda=0$$

setzen

$$q_1=q_3,\qquad q_1'=q_3',\qquad p_1=p_3.$$

Weiter müssen, damit die Bedingungen erfüllt sind, die periodischen Glieder derselben Periode einander aufheben.

So bekommen wir, wenn wir die Glieder der Frequenz p_1 entwickeln

$$\begin{aligned}
&c_1^2\cos^2(p_1t+\gamma_1)=c_1^2\{\cos p_1t\cos\gamma_1-\sin p_1t\sin\gamma_1\}^2\\
&=c_1^2\{\cos^2\gamma_1\cos^2p_1t-2\cos\gamma_1\sin\gamma_1\cos p_1t\sin p_1t+\sin^2\gamma_1\sin^2p_1t\}.
\end{aligned}$$

Wenn wir alle diese Glieder nehmen, so ergibt sich, wie leicht zu sehen,

$$\begin{aligned}
c_1^2+\quad c_2^2\quad-\quad c_3^2\quad-\quad c_4^2\quad&=0,\\
c_1^2\cos 2\gamma_1+c_2^2\cos 2\gamma_2-c_3^2\cos 2\gamma_3-c_4^2\cos 2\gamma_4&=0,\\
c_1^2\sin 2\gamma_1+c_2^2\sin 2\gamma_2-c_3^2\sin 2\gamma_3-c_4^2\sin 2\gamma_4&=0.
\end{aligned}$$

Weiter haben wir

$$\begin{aligned}
&2a_1b_1\cos\{(q_1-q_1')t+\alpha_1-\beta_1\}\\
&=2a_1b_1\{\cos(\alpha_1-\beta_1)\cos(q_1-q_1')t-\sin(\alpha_1-\beta_1)\sin(q_1-q_1')t\},
\end{aligned}$$

und wenn wir alle solche Glieder nehmen, bekommen wir

$$\begin{aligned}
a_1b_1\cos(\alpha_1-\beta_1)+a_2b_2\cos(\alpha_2-\beta_2)-a_3b_3\cos(\alpha_3-\beta_3)\\
-a_4b_4\cos(\alpha_4-\beta_4)=0,\\
a_1b_1\sin(\alpha_1-\beta_1)+a_2b_2\sin(\alpha_2-\beta_2)-a_3b_3\sin(\alpha_3-\beta_3)\\
-a_4b_4\sin(\alpha_4-\beta_4)=0.
\end{aligned}$$

Endlich muß gelten

$$a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 - a_4^2 = 0, \qquad b_1^2 + b_2^2 - b_3^2 - b_4^2 = 0.$$

So werden alle die Bedingungen erfüllt. Die Frequenzen sind alsdann

$$q_1 = \frac{k + \sqrt{k^2 + 4A^2}}{2} = q_3,$$

$$q_1' = \frac{k - \sqrt{k^2 + 4A^2}}{2} = q_3',$$

$$p_1 = A = p_3.$$

Bewegung in einem Magnetfelde. Schwingungen, bei denen λ nicht Null ist.

13. Für die anderen Schwingungen, die durch

$$\lambda = \text{Konst.}$$

gegeben sind, haben wir

$$\xi_1 \xi_1' + \eta_1 \eta_1' + \zeta_1 \zeta_1' + \xi_2 \xi_2' + \eta_2 \eta_2' + \zeta_2 \zeta_2' = 0,$$
$$\xi_3 \xi_3' + \eta_3 \eta_3' + \zeta_3 \zeta_3' + \xi_4 \xi_4' + \eta_4 \eta_4' + \zeta_4 \zeta_4' = 0.$$

Wie bei zwei Elektronen, ist der erste dieser Ausdrücke

$$-a_1 b_1 (q_1 - q_1') \sin\{(q_1 - q_1')t + \alpha_1 - \beta_1\} - a_2 b_2 (q_1 - q_1') \sin\{(q_1 - q_1')t + \alpha_2 - \beta$$
$$- \frac{p_1 c_1^2}{2} \sin(2p_1 t + 2\gamma_1) - \frac{p_1 c_2^2}{2} \sin(2p_1 t + 2\gamma_2),$$

der gleich Null sein muß.

Die Bedingungen hierfür sind

$$a_1 b_1 \cos(\alpha_1 - \beta_1) + a_2 b_2 \cos(\alpha_2 - \beta_2) = 0,$$
$$a_1 b_1 \sin(\alpha_1 - \beta_1) + a_2 b_2 \sin(\alpha_2 - \beta_2) = 0,$$

$$c_1^2 = c_2^2, \qquad \gamma_2 = \gamma_1 \pm \frac{\pi}{2}.$$

In ähnlicher Weise bekommen wir

$$a_3 b_3 \cos(\alpha_3 - \beta_3) + a_4 b_4 \cos(\alpha_4 - \beta_4) = 0,$$
$$a_3 b_3 \sin(\alpha_3 - \beta_3) + a_4 b_4 \sin(\alpha_4 - \beta_4) = 0,$$

$$c_3^2 = c_4^2, \qquad \gamma_4 = \gamma_3 \pm \frac{\pi}{2}.$$

Wenn wir von diesen Resultaten Gebrauch machen, so finden wir, daß die Bedingung

$$\xi_1^2 + \eta_1^2 + \zeta_1^2 + \xi_2^2 + \eta_2^2 + \zeta_2^2 - \xi_3^2 - \eta_3^2 - \zeta_3^2 - \xi_4^2 - \eta_4^2 - \zeta_4^2 = 0$$

die Gestalt

$$a_1^2 + a_2^2 + b_1^2 + b_2^2 + c_1^2 - a_3^2 - a_4^2 - b_3^2 - b_4^2 - c_3^2 = 0$$

annimmt.

In ähnlicher Weise nehmen die Nebenbedingungen die Formen an

$$\begin{aligned}
&(a_1^2 + a_2^2)\,q_1^2 + (b_1^2 + b_2^2)\,q_1'^2 + c_1^2\,p_1^2 - (a_3^2 + a_4^2)\,q_3^2 \\
&\qquad - (b_3^2 + b_4^2)\,q_3'^2 - c_3^2\,p_3^2 = 0, \\
&(a_1^2 + a_2^2)\,q_1^4 + (b_1^2 + b_2^2)\,q_1'^4 + c_1^2\,p_1^4 - (a_3^2 + a_4^2)\,q_3^4 \\
&\qquad - (b_3^2 + b_4^2)\,q_3'^4 - c_3^2\,p_3^4 = 0, \\
&\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
&(a_1^2 + a_2^2)\,q_1^{10} + (b_1^2 + b_2^2)\,q_1'^{10} + c_1^2\,p_1^{10} - (a_3^2 + a_4^2)\,q_3^{10} \\
&\qquad - (b_3^2 + b_4^2)\,q_3'^{10} - c_3^2\,p_3^{10} = 0.
\end{aligned}$$

Wie früher sind q_1 und q_1' die zwei Wurzeln der Gleichung

$$\theta^2 - k\,\theta - A^2 + \lambda(a + b) = 0,$$

während q_3 und q_3' die zwei Wurzeln von

$$\Phi^2 - k\,\Phi - A^2 + \lambda(a - b) = 0$$

sind. Zugleich gilt

$$p_1 = \sqrt{A^2 - \lambda(a + b)}$$
$$p_3 = \sqrt{A^2 - \lambda(a - b)}.$$

Nun haben wir sechs homogene lineare Gleichungen, die die sechs Größen

$$(a_1^2 + a_2^2),\quad (b_1^2 + b_2^2),\quad c_1^2,\quad -(a_3^2 + a_4^2),\quad -(b_3^2 + b_4^2),\quad -c_3^2$$

verknüpfen.

Damit diese sechs Gleichungen verträglich sind, muß die Determinante

$$\begin{vmatrix}
1, & 1, & 1, & 1, & 1, & 1 \\
q_1^2, & q_1'^2, & p_1^2, & q_3^2, & q_3'^2, & p_3^2, \\
q_1^4, & q_1'^4, & p_1^4, & q_3^4, & q_3'^4, & p_3^4, \\
q_1^6, & q_1'^6, & p_1^6, & q_3^6, & q_3'^6, & p_3^6, \\
q_1^8, & q_1'^8, & p_1^8, & q_3^8, & q_3'^8, & p_3^8, \\
q_1^{10}, & q_1'^{10}, & p_1^{10}, & q_3^{10}, & q_3'^{10}, & p_3^{10},
\end{vmatrix}$$

verschwinden.

Wenn wir nun irgend zwei dieser Größen

$$q_1^2,\quad q_1'^2,\quad p_1^2,\quad q_2^2,\quad q_2'^2,\quad p_2^2$$

in dieser Determinante gleich setzen, so werden wir zwei identische Kolonnen haben, und die Determinante verschwindet. Demgemäß hat sie die Faktoren

$$\begin{array}{lllll} q_1^2-q_1'^2, & q_1^2-p_1^2, & q_1^2-q_2^2, & q_1^2-q_2'^2, & q_1^2-p_2^2, \\ q_1'^2-p_1^2, & q_1'^2-q_2^2, & q_1'^2-q_2'^2, & q_1'^2-p_2^2, & p_1^2-q_2^2, \\ p_1^2-q_2'^2, & p_1^2-p_2^2, & q_2^2-q_2'^2, & q_2^2-p_2^2, & q_2'^2-p_2^2. \end{array}$$

Da weiter die Determinante von dem fünften Grade in jeder von den Größen

$$q_1^2,\quad q_1'^2,\quad p_1^2,\quad q_2^2,\quad q_2'^2,\quad p_2^2$$

ist, so muß sie gleich dem Produkte aller dieser Faktoren mit einem Plus- oder Minuszeichen sein, und ihr Verschwinden erfordert, daß wenigstens einer dieser Faktoren gleich Null ist. Die Größen

$$(a_1^2+a_2^2),\quad (b_1^2+b_2^2),\quad c_1^2,\quad -(a_2^2+a_4^2),\quad -(b_2^2+b_4^2),\quad -c_2^2$$

sind dann mit den ersten Minoren der Determinante mit richtigen Vorzeichen proportional.

Wenn nun nur einer der Faktoren gleich Null ist, z. B. $p_1^2-q_2^2=0$, so werden alle diese Minoren mit Ausnahme deren, die p_1^2 und q_2^2 entsprechen, zwei identische Kolonnen haben, und deshalb gleich Null sein.

Es folgt, daß dann

$$\begin{array}{ll} a_1^2+a_2^2=0, & b_1^2+b_2^2=0, \\ b_3^2+b_4^2=0, & c_3^2=0, \end{array}$$

und deshalb $a_1=a_2=b_1=b_2=b_3=b_4=c_3=0$, wie auch $c_1^2=a_3^2+a_4^2$ sein muß.

Ebenso verhält es sich mit den anderen Faktoren. Es gibt jedoch nur neun von diesen fünfzehn Faktoren, die zulässig sind, nämlich

$$\begin{array}{lll} q_1^2-q_2^2, & q_1^2-q_2'^2, & q_1^2-p_2^2, \\ q_1'^2-q_2^2, & q_1'^2-q_2'^2, & q_1'^2-p_2^2, \\ p_1^2-q_2^2, & p_1^2-q_2'^2, & p_1^2-p_2^2. \end{array}$$

Wenn wir nämlich irgend einen anderen Faktor gleich Null setzen, z. B. $q_1^2-q_1'^2$, so würde es erforderlich sein, daß

$$a_1^2+a_2^2+b_1^2+b_2^2=0$$

eine Summe von Quadraten von reellen Größen gleich Null sei, was unmöglich ist, wenn nicht jede einzeln Null ist.

Nun bestimmt jeder der neun zulässigen Faktoren, gleich Null gesetzt, einen Wert von λ und eine Schwingungsperiode. Die drei Faktoren $q_1^2 - q_3^2$, $q_1'^2 - q_3'^2$, $p_1^2 - p_3^2$ bestimmen denselben Wert von λ, nämlich $\lambda = 0$. So können die drei entsprechenden Schwingungen in diesem Falle zusammen vorkommen mit

$$a_1^2 + a_3^2 = a_2^2 + a_4^2, \quad b_1^2 + b_2^2 = b_3^2 + b_4^2, \quad c_1^2 = c_3^2.$$

Der Fall von $\lambda = 0$ ist jedoch schon besonders betrachtet worden.

Nach dem Vorstehenden haben wir überhaupt neun verschiedene Arten von Schwingungen, denn die Vektoren ξ_1, η_1, ζ_1 und ξ_2, η_2, ζ_2 schwingen zusammen und die Vektoren ξ_3, η_3, ζ_3, ξ_4, η_4, ζ_4 schwingen zusammen.

So stehen die Vektoren im folgenden Zusammenhang:

Die Vektoren (1) (2) schwingen:	Die Vektoren (3) (4) schwingen:
1. in der Richtung der magnetischen Kraft,	in der Richtung der magnetischen Kraft,
2. in der Richtung der magnetischen Kraft,	um die Richtung rechts,
3. in der Richtung der magnetischen Kraft,	um die Richtung links,
4. um die Richtung rechts,	um die Richtung links,
5. um die Richtung links,	um die Richtung rechts,
6. um die Richtung rechts,	in der Richtung der magnetischen Kraft,
7. um die Richtung links,	in der Richtung der magnetischen Kraft,
8. um die Richtung rechts,	um die Richtung rechts,
9. um die Richtung links,	um die Richtung links.

Fälle (2) und (3).

In diesen haben wir $p_1^2 = \Phi^2$ oder

$$A^2 - \lambda(a+b) = k\sqrt{A^2 - \lambda(a+b)} + A^2 - \lambda(a-b);$$

hieraus folgt

$$\lambda = \frac{-(a+b)k^2 \pm k\sqrt{(a+b)^2k^2 + 16\,b^2A^2}}{8\,b^2},$$

also

$$\Phi = \frac{(a+b)k \mp \sqrt{(a+b)^2 k^2 + 16 b^2 A^2}}{4b}.$$

Von diesen beiden Schwingungen entspricht die eine den Werten

$$a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = a_3 = a_4 = c_3 = 0,$$
$$c_1^2 = b_3^2 + b_4^2,$$
$$p_1 = q_3' = \frac{(a+b)k - \sqrt{(a+b)^2 k^2 + 16 b^2 A^2}}{4b},$$

die andere den Werten

$$a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = b_3 = b_4 = c_3 = 0,$$
$$c_1^2 = a_3^2 + a_4^2,$$
$$p_1 = q_3 = \frac{(a+b)k + \sqrt{(a+b)^2 k^2 + 16 b^2 A^2}}{4b}.$$

Fälle (4) und (5).

In diesen haben wir

$$\theta^2 = \Phi^2.$$

Wenn wir $\theta = \Phi$ setzen, bekommen wir den Fall von $\lambda = 0$; deshalb müssen wir anstatt dessen $\theta = -\Phi$ setzen.

So bekommen wir

$$k\theta + A^2 - \lambda(a+b) = -k\theta + A^2 - \lambda(a-b),$$

und demgemäß

$$\lambda = \frac{-ak^2 \pm k\sqrt{a^2 k^2 + 4 b^2 A^2}}{2b^2}$$

und

$$\theta = \frac{-ak \pm \sqrt{a^2 k^2 + 4 b^2 A^2}}{2b}.$$

Folglich hat von diesen Schwingungen die eine

$$b_1 = b_2 = c_1 = a_3 = a_4 = c_3 = 0,$$
$$a_1^2 + a_2^2 = b_3^2 + b_4^2,$$
$$q_1 = -q_3' = \frac{-ak + \sqrt{a^2 k^2 + 4 b^2 A^2}}{2b};$$

die andere

$$a_1 = a_2 = c_1 = b_3 = b_4 = c_3 = 0,$$
$$b_1^2 + b_2^2 = a_3^2 + a_4^2,$$
$$q_1' = -q_3 = \frac{-ak - \sqrt{a^2 k^2 + 4 b^2 A^2}}{2b}.$$

Fälle (6) und (7).

In diesen ist

$$\theta^2 = p_3^2;$$

es folgt

$$k\theta + A^2 - \lambda(a+b) = A^2 - \lambda(a-b)$$

und deshalb

$$\lambda = \frac{-(a-b)k^2 \pm k\sqrt{(a-b)^2k^2 + 16\,b^2A^2}}{8\,b^2},$$

und

$$\theta = \frac{-(a-b)k \pm \sqrt{(a-b)^2k^2 + 16\,b^2A^2}}{4\,b}.$$

Von diesen Schwingungen ergibt deshalb die eine:

$$b_1 = b_2 = c_1 = a_3 = a_4 = b_3 = b_4 = 0,$$
$$a_1^2 + a_2^2 = c_3^2,$$
$$q_1 = p_3 = \frac{-(a-b)k + \sqrt{(a-b)^2k^2 + 16\,b^2A^2}}{4\,b},$$

die andere

$$a_1 = a_2 = c_1 = a_3 = a_4 = b_3 = b_4 = 0,$$
$$b_1^2 + b_2^2 = c_3^2,$$
$$q_1' = p_3 = \frac{-(a-b)k - \sqrt{(a-b)^2k^2 + 16\,b^2A^2}}{4\,b}.$$

Diese und die Fälle, in denen $\lambda = 0$ ist, geben alle Lösungen, die überhaupt existieren.

Zusammenfassung der Resultate und Vergleichung mit den Beobachtungen.

14. Die gefundenen Frequenzen stehen in einer einfachen Beziehung zueinander. Um dieses auf einen Blick zu zeigen, schreiben wir:

$$\frac{2\,b}{a+b} = n.$$

Die Frequenzen werden alsdann:

(1) $$|A|,$$

(2) $$\left|\frac{k + \sqrt{4n^2A^2 + k^2}}{2n}\right|,$$

(3) $$\left|\frac{k - \sqrt{4n^2A^2 + k^2}}{2n}\right|,$$

(4) $$\left|\frac{(n-2)k+\sqrt{4n^2A^2+(n-2)^2k^2}}{2n}\right|,$$

(5) $$\left|\frac{(n-2)k-\sqrt{4n^2A^2+(n-2)^2k^2}}{2n}\right|,$$

(6) $$\left|\frac{(n-1)k+\sqrt{4n^2A^2+(n-1)^2k^2}}{2n}\right|,$$

(7) $$\left|\frac{(n-1)k-\sqrt{4n^2A^2+(n-1)^2k^2}}{2n}\right|,$$

(8) $$\left|\frac{nk+\sqrt{4n^2A^2+n^2k^2}}{2n}\right|,$$

(9) $$\left|\frac{nk-\sqrt{4n^2A^2+n^2k^2}}{2n}\right|.$$

Wenn wir hiervon die absoluten approximativen Werte nehmen, bekommen wir:

(1) $$A,$$

(2) $$A+\frac{k}{2n},$$

(3) $$A-\frac{k}{2n},$$

(4) $$A+\frac{(n-2)k}{2n},$$

(5) $$A-\frac{(n-2)k}{2n},$$

(6) $$A+\frac{(n-1)k}{2n},$$

(7) $$A-\frac{(n-1)k}{2n},$$

(8) $$A+\frac{nk}{2n},$$

(9) $$A-\frac{nk}{2n}.$$

Die Polarisationen sind, wie bei zwei Elektronen, durch die Bewegung des Schwerpunktes bestimmt, welche letzterer durch die Werte der Koordinaten ξ_1, η_1, ζ_1 gegeben ist.

Bei den Schwingungen (1), (2) und (3) schwingt der Schwerpunkt in der Richtung der magnetischen Kraft.

Bei (4), (6) und (8) schwingt der Schwerpunkt zirkular um die Richtung der magnetischen Kraft in dem einen Sinne.

Bei (5), (7) und (9) schwingt der Schwerpunkt zirkular um die Richtung der magnetischen Kraft in dem anderen Sinne.

Demgemäß werden (1), (2) und (3), wenn sie quer durch die Kraftlinien beobachtet werden, lineärpolarisiert sein in einer Ebene, die zu der Richtung des Feldes senkrecht ist. (4), (5), (6), (7), (8) und (9) werden lineärpolarisiert sein in einer Ebene, die mit der Richtung des Feldes parallel ist.

Beobachtet man längs der Kraftlinien, so werden (1), (2) und (3) verschwinden, während (4), (6) und (8) in dem einen Sinne und (5), (7) und (9) im entgegengesetzten Sinne zirkularpolarisiert sein werden.

Der einfachste Fall ist der, wenn wir

$$n = 4$$

setzen, denn dann bekommen wir äquidistante Linien.

Nun haben die Professoren Runge und Paschen Linien in den Magnesium-, Zink-, Kadmium- und Quecksilberspektra beobachtet, die in genau derselben Weise zerlegt sind. Die Polarisationen sind dieselben, die durch unsere Theorie gegeben sind. Runge und Paschen haben auch gezeigt, daß die mittlere Linie und die äußeren beiden der Lage nach mit den Komponenten von Tripleten korrespondieren, die zu derselben Serie gehören.

Für diese würde der Wert von e/m und deshalb der von k vermutlich derselbe sein, und deshalb scheint auch in dieser Hinsicht unsere Theorie mit den Tatsachen übereinzustimmen, denn die Schwingungen (1), (8) und (9) sind dieselben wie in einem einfachen Triplet mit demselben Werte von k.

Es gibt jedoch eine große Anzahl von Linien, die in derselben Weise zerlegt sind, aber bei denen nur sechs der neun Komponenten sichtbar sind.

Es ist möglich, daß die anderen drei zu schwach sind, um beobachtet werden zu können.

Relative Schwingungsdifferenzen
(Runge und Paschen)
Fall von $n = 4$

Theoretisch	$-4\,s$	$-3\,s$	$-2\,s$	$-1\,p$	$0\,p$	$+1\,p$	$+2\,s$	$+3\,s$	$+4\,s$
Hg 5460,97	$-3{,}96\,s$	$-3{,}00\,s$	$-1{,}99\,s$	$-0{,}98\,p$	$0\,p$	$+1{,}02\,p$	$+1{,}97\,s$	$+3{,}03\,s$	$+4{,}03\,s$
Hg 3341,7	$-3{,}91\,s$	$-3{,}01\,s$	$-1{,}98\,s$	$-1{,}07\,p$	$0\,p$	$+1{,}05\,p$	$+1{,}98\,s$	$+3{,}01\,s$	$+4{,}06\,s$
Hg 3125,78	$-4{,}04$?	$-3{,}03\,s$	$-2{,}02\,s$	$-1{,}01\,p$	0 ?	$+0{,}98\,p$	$+1{,}94\,s$	$+3{,}00\,s$	$+3{,}96$?
Mg 5184	$-3{,}92\,s$	$-3{,}06\,s$	$-1{,}98\,s$	$-1{,}05\,p$	$-0{,}01\,p$	$+0{,}98\,p$	$+2{,}04\,s$	$+3{,}02\,s$	$+3{,}99\,s$
Zn 4811	—	$-2{,}94\,s$	$-2{,}01\,s$	$-1{,}02\,p$	$0\,p$	$+0{,}96\,p$	$+2{,}03\,s$	$+2{,}97\,s$	—
Cd 5086	$-4{,}02\,s$	$-3{,}04\,s$	$-2{,}03\,s$	$-0{,}97\,p$	$+0{,}06\,p$	$+0{,}99\,p$	$+2{,}03\,s$	$+3{,}02\,s$	$+3{,}95\,s$

Fall von $n = 4$, wo drei Komponenten fehlen

Hg 4358,56	$-3{,}97\,s$	$-2{,}99\,s$		$-1{,}05\,p$		$+1{,}00\,p$		$+3{,}03\,s$	$+3{,}99\,s$
Hg 2893,67	$-4{,}00\,s$	$-3{,}09\,s$		$-0{,}95\,p$		$+1{,}09\,p$		$+3{,}03\,s$	$+3{,}89\,s$
Mg 5173	$-3{,}89\,s$	$-3{,}08\,s$		$-1{,}01\,p$		$+0{,}97\,p$		$+2{,}95\,s$	$+4{,}08\,s$
Zn 4722	$-3{,}93\,s$	$-3{,}05\,s$		$-1{,}03\,p$		$+0{,}99\,p$		$+3{,}01\,s$	$+4{,}01\,s$
Cd 4800	$-3{,}96\,s$	$-3{,}04\,s$		$-1{,}01\,p$		$+0{,}99\,p$		$+3{,}05\,s$	$+3{,}96\,s$
Sr 4362	$-3{,}79\,s$	$-3{,}15\,s$		$-1{,}10\,p$		$+0{,}96\,p$		$+3{,}18\,s$	$+3{,}89\,s$

Theoretisch		$-3\,s$	$-2\,s$	$-1\,p$ u. s	$0\,p$	$+1\,p$ u. s	$+2\,s$	$+3\,s$	
Hg 3131,95		$-2{,}81\,s$	$-2{,}00\,s$	$-1{,}05\,p$ u. s	0	$+1{,}22\,p$ u. s	$+1{,}98\,s$	$+3{,}07\,s$	

Fall von $n = 2{,}543$

Theoretisch	$-2{,}785\,s$	$-1{,}649\,s$	$-1{,}095\,p$	$-0{,}554\,s$	$0\,p$	$+0{,}554\,s$	$+1{,}095\,p$	$+1{,}649\,s$	$+2{,}785\,s$
Hg 3663,05	$-2{,}81\,s$	$-1{,}67\,s$	$-1{,}10\,p$	$-0{,}58\,s$	$0\,p$	$+0{,}54\,s$	$+1{,}09\,p$	$+1{,}65\,s$	$+2{,}76\,s$

Fall von $n = 5$, wo drei Komponenten fehlen

Theoretisch	$-5\,s$	$-4\,s$	$-3\,s$	$-1\,p$	$0\,p$	$+1\,p$	$+3\,s$	$+4\,s$	$+5\,s$
Al 3962	$-5{,}01\,s$		$-2{,}99\,s$	$-1{,}01\,p$		$+1{,}01\,p$	$+3{,}03\,s$		$+4{,}97\,s$
Ag 3281	$-5{,}02\,s$		$-2{,}98\,s$	$-0{,}96\,p$		$+0{,}96\,p$	$+2{,}98\,s$		$+5{,}02\,s$
Tl 5351	$-4{,}95\,s$		$-3{,}06\,s$	$-1{,}03\,p$		$+1{,}03\,p$	$+2{,}99\,s$		$+5{,}00\,s$
Na 5890	$-4{,}90\,s$		$-3{,}12\,s$	$-1{,}02\,p$		$+1{,}02\,p$	$+3{,}00\,s$		$+5{,}01\,s$
Mg 2796	$-4{,}97\,s$		$-3{,}07\,s$	$-0{,}92\,p$		$+0{,}92\,p$	$+3{,}07\,s$		$+4{,}97\,s$
Ca 3933,8	$-4{,}98\,s$		$-3{,}01\,s$	$-1{,}00\,p$		$+1{,}06\,p$	$+2{,}95\,s$		$+5{,}03\,s$
Ca 3737	$-4{,}94\,s$		$-3{,}07\,s$	$-0{,}94\,p$		$+0.94\,p$	$+2{,}98\,s$		$+5{,}05\,s$
Sr 4306	$-4{,}99\,s$		$-3{,}01\,s$	$-1{,}03\,p$		$+0{,}99\,p$	$+3{,}01\,s$		$+5{,}01\,s$
Sr 4078	$-4{,}97\,s$		$-2{,}98\,s$	$-1{,}05\,p$		$+0{,}96\,p$	$+2{,}96\,s$		$+5{,}06\,s$
Ba 4900	$-4{,}93\,s$		$-3{,}07\,s$	$-1{,}02\,p$		$+1{,}00\,p$	$+2{,}96\,s$		$+5{,}05\,s$
Ba 4554	$-4{,}97\,s$		$-3{,}01\,s$	$-1{,}05\,p$		$+1{,}01\,p$	$+2{,}99\,s$		$+5{,}01\,s$
Cu 4531	$-4{,}89\,s$		$-3{,}05\,s$	$-1{,}00\,p$		$+0{,}87\,p$	$+2{,}96\,s$		$+5{,}12\,s$
Cu 3248	$-5{,}01\,s$		$-3{,}00\,s$	$-0{,}86\,p$		$+0{,}86\,p$	$+2{,}96\,s$		$+5{,}06\,s$

Ein anderer einfacher Fall ist der, wenn $n = 3$ ist.

Hier koinzidieren die Komponenten (2) und (4) und auch die Komponenten (3) und (5). Dieser Fall scheint z. B. bei der Quecksilberlinie 3131,95 zu existieren.

Weiter koinzidieren, wenn $n = 2$ ist, die Komponenten (1), (4) und (5), während (2) mit (6) und (3) mit (7) koinzidiert. Dieses scheint z. B. bei der Eisenlinie 3788,02 der Fall zu sein (vgl. die Figur p. 110).

Von den Linien, die wie die Eisenlinien 3788,02 und 3743,51 so zerlegt sind, daß sie $n = 2$ entsprechen, bemerken Becquerel und Deslandres[1]):

„Notons encore que pour les raies qui se divisent en bandes fines telles que les raies inversées du premier groupe et les raies *quintuples* les dédoublements des radiations vibrant parallèlement ou perpendiculairement au champ sont pour la même raie *exactement* dans les rapports de 1, 2, 3, 4 . . ."

Es folgt daraus, daß auch diese Linien mit unserer Theorie übereinstimmen.

Es gibt weiter eine große Anzahl von Linien, die $n = 5$ entsprechen, bei denen jedoch drei der Komponenten fehlen. In dieser Gestalt erscheint z. B. die Natriumlinie 5890.

Es ist jedoch nicht *nötig*, daß n eine ganze Zahl ist; z. B. stimmt die Quecksilberlinie 3663,05 sehr nahe mit der Theorie überein, wenn wir $n = 2{,}543$ setzen.

Die vorstehende Tabelle p. 142—143 wird zeigen, was für eine Übereinstimmung sich in den genannten Fällen ergibt.

Soweit die Data reichen, stimmt unsere Theorie ziemlich mit allen den Fällen überein, bei denen eine Linie in *neun* Komponenten zerlegt ist. Weiter scheinen alle die Fälle (mit einer Ausnahme) mit den oben entwickelten Sätzen in Übereinstimmung, bei denen eine Linie in *sechs* Komponenten gespalten ist. Wenn wir nun die Gleichung

$$n = \frac{2b}{a + b}$$

1) H. Becquerel u. H. Deslandres, Compt. rend. **127**. p. 18 bis 24. 1898.

benutzen, um die Hauptbedingung in Gliedern von n auszudrücken, so finden wir, daß sie sich in der Form

$$(n-2)(x_1^2+y_1^2+z_1^2+x_2^2+y_2^2+z_2^2+x_3^2+y_3^2+z_3^2+x_4^2+y_4^2+z_4^2) - 2n(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2+x_3x_4+y_3y_4+z_3z_4)=0$$

schreiben läßt, die nur noch einen Parameter enthält.

Wenn r_1, r_2, r_3, r_4 die Radiivektoren der Elektronen und d_{12} und d_{34} die Abstände zwischen den entsprechenden Elektronen sind, dann können wir der Bedingung auch die einfache Gestalt geben

$$2(r_1^2+r_2^2+r_3^2+r_4^2)=n(d_{12}^2+d_{34}^2).$$

Vorliegende Arbeit wurde in Göttingen auf Anregung und unter Leitung von Hrn. Geh. Rat Prof. Dr. W. Voigt ausgeführt.

An dieser Stelle möchte ich meinem verehrten Lehrer für die unschätzbare Hilfe und das lebhafte Interesse, das er meiner Arbeit geschenkt hat, meinen herzlichsten Dank aussprechen.

(Eingegangen 23. Juli 1904.)

6. *Über Beobachtungen, welche eine zeitliche Änderung der Größe der Schwerkraft wahrscheinlich machen;* von K. R. Koch.

Die von Hrn. Oberst v. Sterneck angeregten und eingeführten relativen Schweremessungen[1]) sind unter Einhaltung gewisser Vorsichtsmaßregeln großer Genauigkeit fähig. In gewöhnlicher herkömmlicher Weise benutzt, ergeben die Messungen nach dieser Methode eine Genauigkeit des Wertes g von $\pm 0{,}002$ cm; durch Elimination einiger störender Fehlerquellen läßt sich jedoch, wie ich glaube nachweisen zu können, diese Genauigkeit auf ca. $\pm 0{,}0006$ cm erhöhen. Die Fehlerquellen und die Größe der zu erwartenden Fehler sind bereits von mehreren — ich erwähne nur die Herren des kgl. preußischen geodätischen Instituts Helmert, Haasemann, Borrass, Schumann, ferner Hrn. Messerschmidt für die Schweizer Beobachtungen[2]) — in sorgfältiger und ausführlicher Weise diskutiert und bestimmt worden und halten sich für alle Beobachter und verschiedene Beobachtungsreihen in den Grenzen von $\pm 0{,}0036$ cm der älteren Messungen (ca. 1890) bis ca. $\pm 0{,}002$ cm der neuesten Messungen.

In bezug auf die Methode der relativen Schweremessungen selbst mag für diejenigen, welche diesen Untersuchungen ferner stehen, folgendes erwähnt werden. Die Methode beruht bekanntlich darauf, daß die Schwingungsdauern ein und desselben (oder mehrerer) unveränderlichen Pendels an zwei verschiedenen Orten bestimmt werden. Es verhalten sich dann offenbar die Quadrate dieser Schwingungsdauern umgekehrt wie die Be-

1) Vgl. zahlreiche Veröffentlichungen in den Mitt. d. k. u. k. militärgeograph. Instituts Wien.

2) Vgl. Veröffentl. des kgl. preuß. geodät. Instituts: Bestimmung der Polhöhe und Intensität der Schwerkraft etc. 1896, 1899, 1902; F. R. Helmert, Theorie des Reversionspendels 1898; J. B. Messerschmidt, Relative Schweremessungen 1897.

schleunigungen aus den Schwerkräften; ist also auf einer Zentralstation eine absolute Bestimmung der Schwerkraft ausgeführt, so können durch relative Messungen nach dieser Methode die Schwerkräfte anderer Orte relativ zur Zentralstation bestimmt werden. So einfach das Prinzip der Methode ist, so umständlich und schwierig sind die Bestimmungen, wenn es sich um Gewinnung und Feststellung höherer Dezimalen der gesuchten Größe „g" handelt. Selbstverständlich müssen die gefundenen Schwingungsdauern, um miteinander vergleichbar zu sein, auf dieselbe Temperatur (gewöhnlich 0° C.), auf dieselbe Luftdichtigkeit (den leeren Raum), auf unendlich kleine Schwingungsbogen reduziert sein, sie müssen von den Fehlern des Uhrganges, des Mitschwingens des Stativs, auf dem das Pendel mit seinen Schneiden ruht, befreit sein; ferner muß die Voraussetzung der Anwendbarkeit der Methode, die wirkliche Unveränderlichkeit der Pendel, garantiert sein oder auf irgend eine Weise in Rechnung gezogen werden, da viele Pendel säkuläre Änderungen (in bezug auf ihre Länge) erleiden, deren Natur noch nicht aufgeklärt ist. Der Übersichtlichkeit wegen mögen die Fehler, welche, wenn man in gewöhnlicher Weise verfährt, zu berücksichtigen und zu bestimmen sind, hier aufgeführt werden.

1. Der Fehler, der bei der Messung der Schwingungsdauer — benutzt wird natürlich die Koinzidenzmethode — selbst gemacht wird, der also auf ungenauer Auffassung des Koinzidenzmomentes beruht.

2. Der aus der Unsicherheit des Wertes der zugrunde gelegten Zeiteinheit (Fehler des Ganges der Vergleichsuhr) resultierende Fehler.

3. Der Fehler, der durch nicht genaue Bestimmung des Mitschwingens des Pendelstativs hervorgerufen wird.

4. Der Fehler, mit dem die Koeffizienten behaftet sind, die zur Reduktion der beobachteten Schwingungsdauern auf 0° Temperatur und leeren Raum (diese sind empirisch bestimmt) benutzt werden.

5. Der Fehler, der bei der Bestimmung der Temperatur des Pendels gemacht wird.

6. Der Fehler, der aus einer Änderung der Pendellänge entsteht (unvollkommene Unveränderlichkeit).

Der Gesamtfehler, mit dem der schließliche Wert der Schwingungsdauer dann behaftet ist, wird in bekannter Weise dann gleich der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der einzelnen Fehler (Nr. 1—6) sein.

Infolge einiger von mir vorgeschlagener und benutzter Abänderungen[1]) der Methode fallen einige Fehler vollkommen heraus, andere können so vermindert werden, daß sie im Resultat verschwinden. Vollkommen beseitigt ist Fehler Nr. 2 (Fehler des Uhrganges) dadurch, daß die Messungen auf den beiden Stationen, an denen die Schwere verglichen werden soll, genau synchron stattfinden und die Schwingungsdauern mit derselben Uhr (Normalpendeluhr des Physikalischen Instituts), die unter telegraphischer Vermittelung auf beiden Stationen die Sekunde schlägt und den sogenannten Koinzidenzapparat treibt, bestimmt werden. Ebenso ist der Fehler Nr. 3 (des Mitschwingens) eliminiert durch eine nahezu absolut feste Aufstellung des Pendelstativs, indem dasselbe auf einen schweren eisernen ⊓-Träger geschraubt ist, der selbst übers Eck in zwei Fundamentmauern eines möglichst tief liegenden Kellers mit Zement eingemauert war. Der Fehler Nr. 6 (nicht vollkommene Unveränderlichkeit der Pendel) fällt bei meinen Beobachtungen ebenfalls fort, weil ich Messungen, bei denen sich die Verhältnisse der Schwingungsdauern der Pendel auf der Zentralstation (vor und nach der Reise auf die zweite [Feld] Station gemessen) um merkliche Beträge geändert haben, nicht zur Berechnung benutze. Es bleiben mithin nur die Fehler Nr. 1, 4 und 5 übrig. Der Fehler Nr. 5 (der bei Bestimmung der Temperatur des Pendels zu fürchten ist) wird offenbar unter Voraussetzung, daß die Korrektionen des Thermometers bekannt sind, nur dann sich störend geltend machen, wenn die Temperaturen sich ändern, da im allgemeinen das Pendel in anderer Weise diesen Änderungen folgen wird als das Thermometer. Ich habe nun in „Relat. Schweremessungen

1) Über die von mir getroffenen Anordnungen bez. Abänderungen der Methode habe ich eingehend berichtet in „Veröffentlichungen d. kgl. württ. Kommission für die internationale Erdmessung: Relative Schweremessungen I—III“ (IV im Druck), Stuttgart 1901—1904 (abgedruckt in den Jahresheften des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg, Jahrgang 1901 ff.).

III p. 20 ff.“ eine Methode beschrieben, durch die ich selbst bei schnellen Temperaturänderungen imstande war, durch passende regulierbare Umhüllungen, die ich dem Thermometer gab, beiden gegen Temperaturänderungen die gleiche Trägheit zu geben. Da außerdem die Beobachtungen, wie erwähnt, in Räumen von möglichst konstanter Temperatur (Kellern) stattfinden, so ist auch dieser Fehler als nahezu beseitigt anzusehen.

Es bleiben mithin, abgesehen von dem als systematisch zu betrachtenden Fehler Nr. 4, nur die Fehler übrig, mit denen die Beobachtungen der Koinzidenzen selbst behaftet sind; die Größe derselben läßt sich in bekannter Weise aus den Beobachtungen selbst als mittlerer Fehler bestimmen.

Die Verhältnisse der Schwerkräfte auf zwei Stationen sind in folgenden Beziehungen gegeben. Man bestimmt zunächst auf Station *A* gleichzeitig vermittelst derselben Normaluhr die Schwingungsdauern zweier Pendel I und II, die korrigierten und reduzierten (vgl. oben) Schwingungsdauern der beiden Pendel sind

$$t_{A_1} \text{ und } t_{A_2}.$$

Jetzt verbleibt Pendel I auf Station *A*. Pendel II wird nach Station *B* gebracht; beide werden wieder synchron mit derselben Uhr beobachtet, gefunden werden jetzt die Schwingungsdauern

$$t'_{A_1} \text{ und } t_{B_2},$$

dann verhalten sich die betreffenden Schwerebeschleunigungen in *A* und in *B*, g_A und g_B

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{t^2_{A_1}}{t^2_{A_2}} \cdot \frac{t^2_{B_2}}{t'^2_{A_1}},$$

oder für die reziproken Verhältnisse der Schwingungsdauern ϑ_a und ϑ_b gesetzt

$$g_B = g_A \vartheta^2_a \cdot \vartheta^2_b.$$

Es gehen mithin in die Formel nur die Verhältnisse der Quadrate der *synchron* und auf *dasselbe* Zeitmaß bezogenen Schwingungsdauern ein; es fällt also, wie erwähnt, der Faktor, mit dem wegen der Uhrkorrektion die beobachteten Schwingungsdauern zu multiplizieren wären, heraus; da ferner nur die

Verhältnisse der Schwingungsdauern in Betracht kommen, so wird es sich bei der Fehlerbestimmung auch nur um die mittleren Fehler dieser Verhältniszahlen handeln.

Es sind nach diesen Methoden zwischen Stuttgart und Karlsruhe im Juni 1900 und im März 1904 Messungen ausgeführt. Ich führe hier nur die Resultate an; in bezug auf die Einzelheiten sei verwiesen auf: „Veröffentlichungen der kgl. württ. Kommission für die internationale Erdmessung, Relative Schweremessungen IV, Stuttgart 1904."

Es wurden die Messungen des Jahres 1900 mit drei Pendeln aus Messing: Nr. I, III, IV ausgeführt.[1]) Pendel Nr. III verblieb in Stuttgart im Pendelapparat; dasselbe wurde niemals berührt, sondern nur durch die (Relative Schweremessungen I, p. 369 ff. beschriebene, Taf. XIII abgebildete) automatische Wechsel- und Auflegevorrichtung für die Pendel bei den Beobachtungen auf die Lager gehoben und wieder entfernt; beides geschieht ohne Stoß und Erschütterung; da außerdem der Pendelraum während der ganzen Beobachtungsdauer (von ca. 4 Wochen) seine Temperatur nur wenig änderte, so fällt jeder hinreichende Grund für eine Veränderung dieses Pendels (das übrigens auch während eines Jahres seine Schwingungsdauer nicht geändert hatte) fort. Pendel I und IV wurden nach Karlsruhe gebracht und dort synchron mit dem Stuttgarter Pendel III verglichen. Nach der Rückkehr nach Stuttgart zeigte Pendel IV keine nennenswerte Änderung im Vergleich mit Pendel III. Pendel I dagegen hatte eine Veränderung erfahren; das Verhältnis seiner Schwingungsdauer zu III und IV hatte sich um ca. 42 Einheiten der 7. Dezimale geändert. Nach dem oben mitgeteilten Grundsatz wurden deshalb die Messungen, die mit Pendel I gegen III ausgeführt waren, bei der Berechnung nicht benutzt; allerdings mag erwähnt werden, daß trotzdem die Messung mit den Pendeln I und III dieselben Resultate ergeben wie die aus den unverändert gebliebenen IV und III.[2]) Es ergeben

1) Auf die Beobachtung mit dem dieser Serie zugehörenden Pendel Nr. II wurde von vornherein verzichtet, da es sich bei früheren Messungen nicht als vollkommen unveränderlich gezeigt hatte.

2) Die Erklärung hierfür könnte darin gefunden werden, daß sich, soweit meine Erfahrungen reichen, die Änderungen der Pendel hauptsächlich auf dem Transport ereignen. Es hatte sich nun Pendel I auf

sich aus den Beobachtungen unter der Benutzung des von Hrn. Haid für Karlsruhe durch viele sorgfältige Vergleichungen gefundenen Wertes für den Pendelraum des geodätischen Institutes (geogr. Breite 49° 0′ 39,2″; Länge ö. Gr. 8° 24′ 50″. Höhe über N. N. 114,26 m)

$$g_{(\text{Karlsruhe})} = 980{,}982 \text{ cm},$$

für Stuttgart (geogr. Breite 48° 46,9′, Länge ö. Gr. 9° 10,5′, Höhe über N. N. 247,3 m)

$$g_{(\text{Stuttgart})} = 980{,}914(08) \text{ cm}.$$

Die Berechnung des mittleren Fehlers, mit dem dieser Wert von „g" behaftet ist, ergibt sich folgendermaßen.

Der Fehler, der aus den (Koindenz-)Beobachtungen selbst stammt, wird uns durch den mittleren Fehler gegeben sein, den die Verhältniszahlen (Größe ϑ der obigen Formel) der beobachteten Schwingungsdauern besitzen. Zugleich wird der aus diesen Zahlen ermittelte Fehler, da sie aus den (auf 0°, leeren Raum, unendlich kleine Bögen) reduzierten Schwingungszeiten gebildet sind, alle übrigen Fehler, soweit sie nicht systematischer Natur sind, enthalten, namentlich wird der Fehler wegen ungleichmäßiger Auflage des Pendels auf seine Lager und dadurch bedingter verschiedener Pendellänge bei den verschiedenen Beobachtungsreihen, ferner auch der Fehler, der aus ungenauer Temperaturbestimmung stammt, soweit er wiederum nicht systematischer Natur ist, darin enthalten sein. Zur Ermittelung jenes Verhältnisses der Schwingungsdauern wurden auf der Zentralstation Stuttgart im ganzen 20 voneinander unabhängige Beobachtungsreihen gemacht, deren jede aus 20 unabhängigen Bestimmungen der Koinzidenzdauer besteht, berechnet aus der Zeit, die zwischen 50 Koinzidenzen verfließt. Bezeichnet also t_4 die Schwingungsdauer des Pendels IV, t_3 die des Pendels III (in demselben Zeitmaß gemessen), so ergab sich für die Beobachtungen in Stuttgart

$$\frac{t_3}{t_4} = 0{,}9994265$$

mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}000000225$ oder auf die

---

der Hinfahrt nach Karlsruhe um nahezu ebensoviel geändert wie auf der Rückfahrt nach Stuttgart.

letzte (7.) Dezimale bezogen von $\pm 2{,}25$. Das Verhältnis der Schwingungsdauern, wenn Pendel IV in Karlsruhe, Pendel III in Stuttgart (synchron wieder unter Benutzung derselben Uhr) schwang, ergab sich aus 14 voneinander unabhängigen Beobachtungsreihen aus je 20 unabhängigen Koinzidenzbestimmungen der Zeit, die zwischen je 50 Koinzidenzen verfließt

$$\frac{t_4'}{t_3'} = 1{,}0005392$$

mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}00000024$ oder auf die letzte (7.) Dezimale bezogen von $\pm 2{,}4$.

Zu diesen zufälligen Fehlern kommen dann noch solche systematischer Natur, herstammend aus verschiedener Trägheit des Thermometers und Pendels gegen Temperaturänderungen, aus fehlerhafter Bestimmung des Reduktionskoeffizienten für Temperatur und Dichtigkeit und andere unbekannter Natur und Herkunft. Über das Vorzeichen derselben ist nichts bekannt, es wird bei dem einen positiv, bei dem anderen negativ sein; es mag aber erlaubt sein, sie mit den zufälligen Fehlern zusammenzufassen, um zu einem gemeinsamen Ausdruck für die Unsicherheit, mit der die Messungen behaftet sind, zu kommen. Ich schätze, unter den von mir innegehaltenen Beobachtungsbedingungen, diesen Fehler recht gering, ich will jedoch für denselben einen möglichst großen Wert setzen, und ihn zu ± 2 Einheiten der 7. Dezimale der Schwingungsdauer annehmen. Dadurch würde die Unsicherheit des Verhältnisses der Schwingungsdauern um weitere $\pm 2{,}83$ Einheiten der 7. Dezimale zunehmen. Daraus folgt nach bekannten Regeln über die Zusammensetzung der Fehler die Unsicherheit im Werte von g

$$dg = \pm 0{,}00107 \text{ cm}$$

(unter Berücksichtigung der zufälligen Fehler und des willkürlich angenommenen Betrages von $\pm 2{,}83$ Einheiten der 7. Dezimale für die willkürlich angenommenen unbekannten Fehler); berücksichtigt man letzteren nicht, da ja in der Formel für g auch das reziproke Verhältnis der Schwingungszeiten enthalten ist, sich also die systematischen — im gleichen Sinne vorhandenen — Fehler zum Teil herausheben werden, so erhält man als mittleren Fehler

$$dg = \pm 0{,}00064.$$

Es wäre mithin für Stuttgart gefunden worden

$$\text{Juni 1900} \quad g = 980{,}914(08) \begin{cases} \pm 0{,}00064\,^{1}) \\ \pm 0{,}00107\ . \end{cases}$$

Diese Messungen wurden im März dieses Jahres (1904) wiederholt, und zwar mit Pendeln aus anderem Material (Deltametall), welche die Nummern V, VI, VII, VIII trugen, bei denen die Unveränderlichkeit infolge verbesserter Konstruktion und wegen des Materials, das durch den 1 proz. Eisenzusatz[2]) äußerst zäh ist, besser garantiert erschien. Pendel V und VII blieben in Stuttgart unberührt im Pendelkasten, nur für die Beobachtungen vermittelst der erwähnten Auswechselungs- und Auflegungsvorrichtung auf die Achatlager gehoben. Von den Pendeln VI und VIII wurden gegen V und VII die Verhältnisse der Schwingungsdauern zuerst in Stuttgart durch je 16 voneinander unabhängige Beobachtungsreihen aus je 20 unabhängigen Koinzidenzbeobachtungen von je 50 Koinzidenzen festgelegt, diese Vergleichungen wurden, nachdem VI und VIII in Karlsruhe beobachtet waren, nach der Rückkehr durch dieselbe Anzahl von Beobachtungen nochmals kontrolliert. Leider zeigte Pendel VI *nach* der Rückkehr Differenzen gegen die anderen Pendel, die sich auf ca. 18 Einheiten der 7. Dezimale für das Verhältnis der Schwingungsdauer beliefen. Eine genauere Untersuchung zeigte, daß der am Pendel befestigte Spiegel sich gelockert hatte. Da das Verhältnis seiner Schwingungsdauer zu Pendel VIII während des Aufenthaltes in Karlsruhe noch das alte geblieben war, so ist die Änderung jedenfalls erst auf der Rückreise von Karlsruhe nach Stuttgart — wahrscheinlich durch die Erschütterungen während der Eisenbahnfahrt — hervorgerufen. Man kann also entweder getreu dem oben ausgesprochenen Grundsatz auf die Benutzung der sich aus Pendel VI ergebenden Werte ganz verzichten, oder wird unter den gegebenen Verhältnissen von den Stuttgarter Vergleichsmessungen nur die vor der Reise nach Karlsruhe berücksich-

1) Wie erwähnt, geben die Beobachtungen von Pendel I gegen III denselben Wert, nämlich 980,914(32).

2) Eine sorgfältige Untersuchung hat ergeben, daß etwaige Störungen durch erdmagnetische Kräfte (wegen des Eisengehaltes) erst in weit höheren Dezimalen der Schwingungsdauer zum Ausdruck kommen können.

tigen; beide Rechnungsmodi geben nun, wie unten zu sehen, innerhalb der Fehlergrenzen dasselbe Resultat.

Die Berechnung der Unsicherheit der Resultate ist in derselben Weise wie oben für die Beobachtungen des Jahres 1900 durchzuführen.

I. Die Vergleichungen in Stuttgart von

a) Pendel VII gegen VIII ergaben aus im ganzen (vor und nach der Reise nach Karlsruhe) 32 Beobachtungsreihen von je 20 unabhängigen Bestimmungen von 50 Koinzidenzen

$$\frac{t_7}{t_8} = 1{,}000\,082\,5(98)$$

mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}000\,000\,099$ oder auf die letzte (7.) Dezimale bezogen von $\pm 0{,}99$ Einheiten.

b) Pendel V gegen VI ergaben aus 16 Beobachtungsreihen von je 20 unabhängigen Bestimmungen von 50 Koinzidenzen (vor der Reise)

$$\frac{t_5}{t_6} = 0{,}999\,957\,5(6)$$

mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}000\,000\,13$ oder auf die letzte (7.) Dezimale bezogen von $\pm 1{,}3$ Einheiten.

II. Die Vergleichungen in Karlsruhe und Stuttgart.

Pendel VI und VIII waren nach Karlsruhe gebracht; es ergaben die Beobachtungen in vier Nächten:

a) Pendel VII gegen VIII. 16 unabhängige Beobachtungsreihen von je 20 unabhängigen Bestimmungen der 50 Koinzidenzen

$$\frac{t'_8}{t'_7} = 0{,}999\,884\,8(0)$$

mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}000\,000\,29$ oder auf die letzte (7.) Dezimale bezogen von $\pm 2{,}9$ Einheiten.

b) Pendel V gegen VI. 16 unabhängige Beobachtungsreihen aus je 20 unabhängigen Bestimmungen der 50 Koinzidenzen ergaben

$$\frac{t'_6}{t'_5} = 1{,}000\,009\,7(0)$$

mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}000\,000\,19$ oder auf die letzte (7.) Dezimale bezogen von $\pm 1{,}9$ Einheiten.

Wie aus den Zahlen zu ersehen, sind die Zunahmen für beide Pendelpaare (gegen die Stuttgarter Vergleichungen) die

gleichen. Daraus resultiert dann auch aus den Beobachtungen beider Pendelpaare derselbe Wert von g für Stuttgart, nämlich (unter Zugrundelegung des Haidschen Wertes für Karlsruhe g_K = 980,982 cm)

aus Pendelpaar V und VI	aus Pendelpaar VII und VIII
980,917(77)	980,917(96)

Fügen wir auch hier den eben angegebenen zufälligen Fehlern jenen angenommenen unbekannten Fehler von $\pm$ 2,83 Einheiten der 7. Dezimale der ermittelten Verhältnisse der Schwingungsdauern hinzu, so ergibt sich nach bekannten Regeln für die für Stuttgart ermittelten Werte eine Unsicherheit von g

aus Pendelpaar V und VI	aus Pendelpaar VII und VIII
$dg = \pm$ 0,00090	$dg = \pm$ 0,00099

Sieht man auch hier von der Berücksichtigung des unbekannten systematischen Fehlers ab, so erhält man den mittleren Fehler

aus Pendelpaar V und VI	aus Pendelpaar VII und VIII
$dg = \pm$ 0,00046	$dg = \pm$ 0,00061

Die im Jahre 1900 und 1904 erhaltenen Werte sind jedoch so unmittelbar nicht miteinander vergleichbar, da in Stuttgart der Beobachtungsraum in der Zwischenzeit verlegt war; der neue Pendelraum lag zwar in demselben Gebäude, aber um 5 m nördlicher und ca. um 50 m östlicher und um 3,175 m tiefer als der alte; daraus folgt, daß der 1900 erhaltene Wert um 0,0009 cm erhöht werden muß, um die um 3,175 m tiefere Lage der Pendellinse zu berücksichtigen, so daß der auf den neuen Pendelraum reduzierte Wert sein würde rund 980,915. Es wäre mithin gefunden unter Annahme der Konstanz des Wertes für Karlsruhe unter Verzicht auf die dubiosen Werte

	für Stuttgart	
Juni 1900	980,914(98) cm	$\pm$ 0,00064 $\pm$ 0,00107
März 1904	980,917(96) „	$\pm$ 0,00061 $\pm$ 0,00099

Mithin ergäbe sich eine Differenz von rund 3 Einheiten der 3. Dezimale, also das beinahe Fünffache (bez. Dreifache) des mittleren Fehlers.

Danach scheint mir die Annahme einer wirklichen Änderung der Schwerkraft oder genauer ihres Unterschiedes zwischen Stuttgart und Karlsruhe geboten zu sein.

Es fragt sich, ob vielleicht irgend sonstige Beobachtungen bestehen, mit denen eine solche Änderung in Zusammenhang stehen könnte; es liegt nahe, entsprechend dieser wahrscheinlichen Intensitätsänderung der Kraft sich die Frage vorzulegen, ob etwa die Richtung derselben ebenfalls Änderungen unterworfen wäre. Sieht man von kleinen Schwankungen ab, wie sie durch die Beobachtungen mit Horizontalpendeln nachgewiesen sind — bei denen es sich jedoch wohl nur mehr um lokale Bodenbewegungen handeln dürfte, so scheint die einzig verwandte Erscheinung die in neuerer Zeit nachgewiesene Variation der Polhöhe zu sein, und es möchte die Vermutung berechtigt sein, daß hier ein gewisser Zusammenhang bestände.

Von dieser Variation der Polhöhe bez. den daraus abzuleitenden Schwankungen der Erdachse ist nachgewiesen worden[1]), daß sie periodisch verläuft. Sollte sich nun die Realität der nach meinen Beobachtungen wahrscheinlichen Schwerkraftsänderungen bewahrheiten und ein Zusammenhang mit jenen nachgewiesenen Schwankungen bestehen, so würden möglichenfalls auch die Schwerkraftsänderungen eine ähnliche Periode aufweisen.

Es sind deshalb Messungen in Vorbereitung, um auf der Zentralstation Stuttgart, auf einer zweiten, ca. 100 km östlichen, und auf einer dritten, ca. 100 km südlich gelegenen Station gleichzeitig etwa viermal im Jahr relative Schwerkraftsmessungen auszuführen.

Stuttgart, Phys. Inst. d. Techn. Hochschule, 29. Juni 1904.

---

1) Vgl. hauptsächlich Th. Albrecht, Resultate des internationalen Breitendienstes I.

(Eingegangen 30. Juli 1904.)

7. *Fluidität und Leitfähigkeit einiger konzentrierter wässeriger Salzlösungen unter 0°; von Willy Hechler.*

(Auszug aus der Preisschrift und Inaug.-Dissertation, Münster 1904.)[1])

Nach Beobachtungen, die Déguisne[2]) über die Leitfähigkeit verdünnter Lösungen angestellt und in Form einer quadratischen Interpolationsgleichung berechnet hatte, fand Hr. Kohlrausch[3]), daß sie nach dieser Formel extrapoliert, einen Konvergenzpunkt bei $-39°$ zeigen und schloß, daß bei dieser Temperatur die innere Reibung des unterkühlten Wassers unendlich groß werde, zumal durch diesen Punkt die ebenso aufgestellte und extrapolierte Gleichung für die Fluidität des Wassers geht. Die vorliegende Arbeit versuchte eine experimentelle Prüfung dieses Schlusses.

Da mit Wasser und verdünnten Lösungen starke Unterkühlungen nicht zu erreichen waren, konnten nur konzentriertere Lösungen untersucht werden, und auch hier war die Auswahl beschränkt, so daß sich die Hoffnung, aus dem Verhalten verschieden konzentrierter Lösungen desselben Salzes auf das der verdünnteren extrapolierend schließen zu können, bisher nicht erfüllte. Untersucht wurden Lösungen von NaCl, NaJ, KCNS, $KC_2H_3O_2$, Mischungen von $KNO_3 + NH_4CNS$, $NH_4NO_3 + KCNS$, sowie $CaCl_2$ in drei verschiedenen Konzentrationen (30,28; 32,22; 32,53 Proz.), die letzte Lösung bis $-34°$, die übrigen meist bis $-21°$. Die genauen Daten finden sich in den weiter unten wiedergegebenen Tabellen der Originalarbeit.

Die Bestimmung der relativen Fluiditäten wurde nach der Methode von Poiseuille ausgeführt, und zwar wurde der zur Verwendung gekommene Apparat möglichst der Form desjenigen angepaßt, welchen Hr. Heydweiller[4]) bei seinen

1) In diesem Auszuge sind einige Mängel des Originals, auf welche Hr. Prof. F. Kohlrausch aufmerksam zu machen die Güte hatte, verbessert.

2) C. Déguisne, Dissertation Straßburg 1895.

3) F. Kohlrausch, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin **42.** 1901; **26.** 1902; Proc. Roy. Soc. **71.** p. 42—54. 1902.

4) A. Heydweiller, Wied. Ann. **55.** p. 561. 1895; **59.** p. 193. 1896.

Versuchen über die innere Reibung von Benzol und Äthyläther, sowie einiger anderer Flüssigkeiten oberhalb ihres Siedepunktes erprobt hat.

Die hier in Betracht kommende Theorie ist mit ganz geringen, durch einige Verschiedenheiten der beiden Apparate bedingte Abweichungen dieselbe, wie die in letztgenannten Arbeiten entwickelte; das Gleiche gilt von der Berechnung der durch die Ausflußgeschwindigkeiten bedingten Korrektionen.

Zu den elektrischen Widerstandsbestimmungen wurde ein Kohlrauschsches Widerstandsgefäß mit veränderlicher Kapazität und gut platinierten Elektroden[1]) verwendet. Die Untersuchungen wurden nach der Methode von Kohlrausch mit dem Hörtelephon ausgeführt.

Da nach eingehenden Versuchen eine einige Minuten andauernde Temperaturkonstanz von $^1/_{10}{}^0$ unterhalb 0° mit den zu Gebote stehenden Mitteln nicht zu erreichen war, so wurde in folgender Weise verfahren. Die Apparate zur Bestimmung der relativen Fluiditäten und Leitfähigkeiten mit den zu untersuchenden Lösungen, dem Thermometer etc. wurden gegen raschen Temperaturausgleich mit der Umgebung möglichst gut geschützt, dann mit Hilfe von Eis–Kochsalz–Kältemischungen auf etwa −25° gebracht und die Beobachtungen ungefähr alle halben Stunden bei langsam steigender Temperatur angestellt. Für tiefere Temperaturen wurden Eis–Chlorcalcium–Kältemischungen sowie solche aus fester Kohlensäure und Äther verwendet.

Zu den im folgenden wiedergegebenen Tabellen der Beobachtungsresultate sei bemerkt, daß die Röhre zur Bestimmung der relativen Fluiditäten mit vier Marken versehen war, von denen je zwei benutzt wurden, je nachdem es die Natur der zu untersuchenden Lösung verlangte; bei Lösungen mit relativ großer Fluidität wurden die tieferen Marken, bei denen geringerer die höher angebrachten benutzt. Um sämtliche Beobachtungen aufeinander beziehen zu können, wurde bei 0° das Verhältnis der einzelnen Markenabstände untereinander unter gleichen Bedingungen bestimmt.

Die Rubriken 1—4 der Tabelle sind durch die Über-

1) F. Kohlrausch u. L. Holborn, Leitvermögen der Elektrolyte p. 20. 1898.

schriften ohne weiteres verständlich; die fünfte enthält die Werte, welche sich aus der vierten unter Zugrundelegung der von Thorpe und Rodger[1]) erfolgreich gebrauchten Slotteschen Formel

$$f = a(t + x)^b$$

ergeben. Auch Hr. Kohlrausch hat von dieser Formel anfangs Gebrauch gemacht[2]), um die Fluidität des Wassers darzustellen, später aber auch hier die quadratische Interpolationsformel benutzt[3]), die schon von Poiseuille angewendet wurde, und von welcher Bousfield und Lowry[4]) ihre gute Brauchbarkeit bereits gezeigt hatten.

Tabelle 1.

$CaCl_2$. $\sigma = 1{,}276$.

Fluiditätskurve. (30,283 Proz. $CaCl_2$.)

Temperatur	Durchgangszeit		Reziproke Durchgangszeit × 1000		Diff. zwischen Beobachtung u. Berechnung in Proz.
	beobachtet	korrigiert	beobachtet	berechnet	
−20,42°	75,8″	75,5″	13,25	13,29	−0,31
20,10	74,8	74,8	13,37*	13,48	−0,85
19,45	72,1	71,8	13,93	13,91	+0,15
18,19	68,2	67,9	14,73	14,73	+0,01
17,06	65,2	64,8	15,43	15,48	−0,29
15,41	61,0	60,6	16,50	16,60	−0,57
13,93	57,5	57,1	17,51	17,63	−0,57
12,76	54,8	54,3	18,42	18,45	−0,19
11,66	52,6	52,1	19,19	19,24	−0,24
10,72	51,0	50,5	19,80	19,92	+0,62
9,72	48,3	48,3	20,70	20,66	+0,21
8,41	46,5	45,9	21,79*	21,64	+0,67
−20,03	74,6	74,3	13,46	13,53	−0,56
+ 0,05	35,9	35,2	28,41	28,35	+0,22
7,00	29,9	29,1	34,36	34,32	+0,13
7,58	29,5	28,6	34,97	34,83	+0,38
9,27	28,3	27,4	36,50	36,35	+0,39
11,27	27,1	26,2	38,17	38,18	−0,04
12,26	26,3	25,4	39,37	39,10	+0,69

Mittlerer Fehler ± 0,0728

1) T. E. Thorpe u. J. W. Rodger, Phil. Trans. 185. p. 397—710. 1894.

2) F. Kohlrausch, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 42. 1901.

3) F. Kohlrausch, l. c. 26. 1902.

4) W. R. Bousfield u. T. M. Lowry, Proc. Roy. Soc. 71. p. 42 bis 54. 1902

Tabelle 2.

$CaCl_2$. $\sigma = 1{,}276$.

Leitfähigkeitskurve. (30,283 Proz. $CaCl_2$.)

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−20,40°	375,2	0,0564	0,0564	−0,07
20,04	369,4	0,0572	0,0572	+0,05
19,38	359,7	0,0588	0,0587	+0,10
18,02	341,6	0,0619	0,0619	+0,02
16,95	328,2	0,0644	0,0644	0,00
15,29	308,5	0,0685	0,0685	+0,12
14,03	295,4	0,0715	0,0716	−0,17
12,87	282,9	0,0746	0,0745	+0,12
11,78	273,4	0,0772	0,0773	−0,13
10,84	265,2	0,0796	0,0797	−0,21
9,79	256,3	0,0824	0,0826	−0,26
8,82	247,8	0,0852	0,0852	+0,04
22,52	40,58	0,0520*	0,0517	+0,65
21,42	387,8	0,0544*	0,0541	+0,59
−20,18	369,3	0,0571*	0,0569	+0,47
+ 0,18	191,1	0,1105	0,1109	−0,42
0,14	191,3	0,1104	0,1108	−0,40
6,95	159,6	0,1323	0,1322	+0,07
7,44	157,7	0,1339	0,1338	+0,05
9,24	151,0	0,1401	0,1398	+0,24
11,24	144,0	0,1466	0,1465	+0,04
12,25	140,8	0,1500	0,1500	−0,01

Mittlerer Fehler ± 0,00020

Tabelle 3.

$CaCl_2$. $\sigma = 1{,}295$. Fluidität. (32,222 Proz. $CaCl_2$.)

Temperatur	Durchgangszeit		Reziproke Durchgangszeit × 1000		Differenz in Proz.
	abgelesen	korrigiert	beobachtet	berechnet	
−20,65°	89,2″	88,9″	11,25	Diese Werte gehören einer Reihe an, bei welcher die Lösung wahrscheinlich weniger konzentriert war, als bei der folgenden.	
20,58	88,3	88,0	11,36		
20,22	87,4	87,1	11,48		
19,29	83,2	82,9	12,06		
17,08	76,5	76,2	13,12		
18,83	82,7	82,4	12,14		
17,71	79,5	79,2	12,63	12,66	−0,26
16,03	74,7	74,3	13,46	13,59	−0,94
14,76	70,5	70,1	14,27	14,31	−0,29
13,56	67,4	67,0	14,93	15,00	−0,53
12,27	63,9	63,5	15,65	15,77	−0,78
11,38	61,6	61,2	16,34	16,31	+0,17
− 6,85	52,7	52,2	19,16	19,20	−0,24
+ 0,21	42,0	41,4	24,16	24,16	−0,01
5,49	35,7	35,0	28,57	28,22	+1,20
7,92	33,3	32,5	30,77	30,20	+1,85
9,71	31,4	30,6	32,68	31,69	+3,02
11,09	30,4	29,6	33,78	32,87	+2,78

Mittlerer Fehler ± 0,0945

Tabelle 4.

$CaCl_2$. $\sigma = 1{,}295$. Leitfähigkeit. (32,222 Proz. $CaCl_2$.)

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−20,64°	119,0	0,0517	0,0516	+0,12
20,62	118,8	0,0518	0,0517	+0,19
20,27	117,0	0,0526	0,0524	+0,27
19,43	112,9	0,0545	0,0542	+0,40
18,86	110,7	0,0556	0,0555	+0,13
18,82	111,1	0,0554	0,0556	−0,34
17,77	105,5	0,0583	0,0579	+0,72
17,36	104,4	0,0589	0,0588	+0,15
16,24	99,8	0,0617	0,0614	+0,49
14,93	95,2	0,0646	0,0644	+0,37
13,70	91,4	0,0673	0,0673	+0,03
12,43	87,4	0,0704	0,0704	+0,02
11,51	84,8	0,0725	0,0726	−0,14
9,17	78,4	0,0784	0,0785	−0,10
− 7,03	73,4	0,0838	0,0841	−0,27
+ 0,09	59,3	0,1037	0,1038	−0,07
0,22	59,1	0,1040	0,1041	−0,14
5,18	51,8	0,1186	0,1190	−0,26
6,04	50,7	0,1213	0,1216	−0,25
7,88	48,4	0,1270	0,1274	−0,28
9,64	46,4	0,1325	0,1330	−0,38
11,07	44,8	0,1372	0,1377	−0,38

Mittlerer Fehler ± 0,00026

Tabelle 5.

$CaCl_2$. $\sigma = 1{,}299$.

Fluidität. (82,533 Proz. $CaCl_2$.)

Temperatur	Durchgangszeit		Reziproke Durchgangszeit × 1000		Differenz in Proz
	abgelesen	korrigiert	beobachtet	berechnet	
−20,63	92,2	91,9	10,88*	10,98	−0,43
20,23	90,1	89,8	11,14	11,11	−0,20
19,72	88,6	88,3	11,33	11,35	−0,26
19,01	86,4	86,1	11,61	11,69	−0,69
18,16	83,5	83,2	12,02	12,11	−0,75
17,05	80,1	79,8	12,53*	12,67	−1,08
14,31	71,5	71,1	14,07	14,11	−0,33
13,42	69,2	68,8	14,54	14,61	−0,48
11,56	64,5	64,1	15,60	15,68	−0,49
10,57	61,9	61,5	16,26	16,26	+0,01
− 9,67	60,0	59,6	16,78	16,80	−0,15
+ 0,09	42,9	42,4	23,59	23,52	+0,27
0,17	42,9	42,4	23,59	23,58	+0,004

Mittlerer Fehler ± 0,0724

Marken I und III berechnet aus den Beobachtungen mit I und II.

Temperatur	Durchgangszeit bei I u. II		Reziproke Durchgangszeit × 1000			Differenz in Proz.
	abgelesen	korrigiert	a. d. Beobachtung mit I u. II	a. d. Umrechnung für I u. II	aus den Konstanten	
−33,00°	82,4″	82,3″	12,15	5,91	6,14	−3,87
30,16	70,4	70,3	14,28	6,92	7,08	−2,34
28,27	63,5	63,4	15,77	7,68	7,76	−1,12

Tabelle 6.

$CaCl_2$. $\sigma = 1{,}299$.

Leitfähigkeit. (32,533 Proz. $CaCl_2$.)

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−33,58°	555,7	0,0285	0,0276	+2,98
32,58	527,5	0,0300	0,0292	+2,67
30,58	478,4	0,0331	0,0324	+2,00
29,58	454,8	0,0348	0,0341	+1,96
28,09	424,4	0,0373	0,0367	+1,58
20,60	308,0	0,0514	0,0511	+0,47
20,24	303,2	0,0522	0,0519	+0,56
19,73	297,8	0,0531	0,0530	+0,32
19,06	289,3	0,0547	0,0544	+0,51
18,21	279,7	0,0566	0,0563	+0,50
17,12	268,3	0,0590	0,0587	+0,41
14,41	242,9	0,0651	0,0649	+0,37
13,54	235,2	0,0673	0,0670	+0,43
11,71	221,1	0,0716	0,0714	+0,25
10,64	213,1	0,0743	0,0741	+0,24
− 9,74	206,9	0,0765	0,0764	+0,16
+ 0,03	153,4	0,1031	0,1034	−0,25
0,10	153,1	0,1033	0,1036	−0,25
0,09	153,1	0,1033	0,1036	−0,22
0,16	152,8	0,1038	0,1038	−0,21

Mittlerer Fehler ± 0,00044

Tabelle 7.

NaCl. $\sigma = 1{,}170$.[1])

Leitfähigkeit. (22,3 Proz. NaCl.)

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−17,70°	117,1	0,0706*	0,0714	−1,05
17,36	114,5	0,0722	0,0723	−0,18
16,05	108,1	0,0765	0,0760	+0,69
13,96	101,1	0,0818	0,0820	−0,29
12,81	97,0	0,0853	0,0855	−0,18
11,29	92,4	0,0895	0,0901	−0,64
8,57	84,1	0,0984	0,0986	−0,22
6,39	78,4	0,1056	0,1057	−0,16
− 4,04	72,8	0,1136	0,1137	−0,07
+ 0,05	64,6	0,1281	0,1281	−0,04
2,54	60,0	0,1378	0,1373	+0,33
4,20	57,5	0,1440	0,1436	+0,24
7,59	52,6	0,1572	0,1569	+0,16
9,10	50,6	0,1635	0,1630	+0,31

Mittlerer Fehler ± 0,00036

1) Die Fluiditätsbestimmung mißlang wegen zu kleiner Durchflußzeiten.

Tabelle 8.

NaJ. $\sigma = 1{,}785$.

Fluidität. (59,5 Proz. NaJ.)

Temperatur	Durchgangszeit		Reziproke Durchgangszeit × 1000		Differenz in Proz.
	abgelesen	korrigiert	beobachtet	berechnet	
−19,61°	82,3″	81,8″	12,23	Die Kurve zeigt, daß sich bei diesen Temperaturen wahrscheinlich Kryohydrat in der Lösung befand	
19,09	75,2	75,7	13,21		
18,07	70,9	70,4	14,21	14,23	+0,18
17,03	67,6	67,1	14,90	15,00	−0,63
16,06	64,5	64,0	15,63	15,74	−0,71
14,54	59,9	59,3	16,86	16,94	−0,48
8,20	44,6	43,9	22,78	22,67	+0,49
− 6,21	41,2	40,4	24,75	24,70	+0,20
+ 0,06	32,4	31,3	31,95	31,93	+0,07
3,11	29,3	28,1	35,59	35,91	−0,91
5,72	27,0	25,7	38,91	39,58	−1,71
7,90	25,6	24,2	41,32	42,83	−3,64

Mittlerer Fehler ± 0,0936

Tabelle 9.

NaJ. $\sigma = 1{,}785$.

Leitfähigkeit. (59,5 Proz. NaJ.)

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−19,62°	136,4	0,0607	0,0606	+0,08
19,15	132,2	0,0626	0,0620	+0,96
18,15	127,1	0,0651	0,0649	+0,31
17,11	121,5	0,0681	0,0680	+0,10
16,11	117,0	0,0707	0,0711	−0,52
14,42	108,4	0,0763	0,0763	−0,07
13,33	103,8	0,0797	0,0799	−0,16
11,87	98,0	0,0844	0,0847	−0,33
8,28	85,3	0,0969	0,0970	−0,09
− 6,30	79,5	0,1040	0,1042	−0,13
0,00	64,3	0,1287	0,1285	+0,16
+ 2,42	59,7	0,1385	0,1384	+0,05
3,09	58,5	0,1385	0,1412	+0,07
5,65	54,3	0,1523	0,1522	+0,02
7,87	51,1	0,1620	0,1621	−0,04

Mittlerer Fehler ± 0,00028

Tabelle 10.

KCNS. $\sigma = 1{,}347$.

Fluidität.

Temperatur	Durchgangszeit		Reziproke Durchgangszeit × 1000			Differenz in Proz.
	abgelesen	korrigiert	beobachtet II u. IV	berechnet II u. IV	berechnet I u. III	
−20,31°	54,7″	54,1″	18,48*	18,30	29,39	+0,97
19,32	53,6	53,0	18,87	18,89	30,00	−0,14
18,38	51,8	51,2	19,53	19,47	31,05	+0,34
16,45	49,3	48,7	20,53	20,67	32,65	−0,67
12,00	43,1	42,4	23,59	23,63	37,50	−0,20
10,42	41,4	40,6	24,63	24,74	39,16	−0,46
9,00	39,6	38,8	25,77	25,77	40,98	+0,01
6,24	36,4	35,5	28,17	28,00*	—	+0,60
− 4,71	34,9	34,0	29,41	29,08*	—	+1,29
+ 0,12	31,4	30,3	33,00	33,01	52,48	−0,02

Mittlerer Fehler ± 0,0882

Tabelle 11.

KCNS. $\sigma = 1{,}347$.

Leitfähigkeit. (Doppelreihe.)

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−20,78°	235,0	0,1357	0,1358	−0,07
20,51	233,2	0,1367	0,1369	−0,15
20,04	229,9	0,1387	0,1388	−0,07
19,53	226,8	0,1410	0,1409	+0,07
18,62	220,0	0,1450	0,1447	+0,12
15,90	204,0	0,1563	0,1562	+0,06
14,44	196,0	0,1627	0,1624	+0,20
13,27	190,2	0,1676	0,1675	+0,06
11,98	183,8	0,1735	0,1732	+0,17
9,95	174,9	0,1828	0,1822	+0,06
8,37	168,2	0,1896	0,1894	+0,11
20,36	231,8	0,1379	0,1375	+0,29
19,66	225,7	0,1413*	0,1404	+0,64
18,45	218,5	0,1460	0,1454	+0,41
16,53	207,7	0,1536	0,1535	+0,07
14,65	197,2	0,1615	0,1615	0,00
12,09	184,5	0,1728	0,1727	+0,06
10,53	177,5	0,1797	0,1796	+0,06
9,07	171,3	0,1861	0,1862	−0,05
6,30	160,2	0,1994	0,1989	+0,25
− 4,78	154,6	0,2063	0,2059	+0,19
+ 0,14	139,3	0,2290	0,2294	−0,17

Mittlerer Fehler ± 0,00029

Tabelle 12.

$5\,NH_4NO_3 + 113\,KCNS$. $\sigma = 1{,}30$.[1])

Leitfähigkeit.

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−20,86°	221,5	0,1440	0,1443	−0,19
20,70	220,1	0,1449	0,1450	−0,04
20,07	215,9	0,1477	0,1477	+0,03
19,73	213,5	0,1494	0,1492	+0,15
19,34	211,4	0,1509	0,1509	−0,01
18,64	207,1	0,1540	0,1539	+0,07
17,84	202,9	0,1572	0,1575	−0,17
17,07	198,7	0,1605	0,1609	−0,23
16,20	193,9	0,1645	0,1648	−0,21
15,63	190,8	0,1672	0,1674	−0,10
13,75	181,7	0,1755	0,1760	−0,25
12,10	173,8	0,1835	0,1836	−0,04
10,92	168,9	0,1889	0,1891	−0,15
9,92	164,5	0,1939	0,1939	−0,01
9,25	162,0	0,1969	0,1971	−0,11
8,64	159,6	0,1999	0,2001	−0,07
7,78	156,3	0,2045	0,2042	+0,19
7,13	153,9	0,2072	0,2073	−0,06
6,37	151,0	0,2112	0,2110	+0,09
6,00	149,8	0,2129	0,2128	+0,02
4,71	145,5	0,2192	0,2192	−0,01
0,10	131,7	0,2422	0,2425	−0,10
− 0,07	131,7	0,2422	0,2427	−0,09
+ 4,34	120,3	0,2652	0,2657	−0,21
5,06	118,6	0,2688	0,2695	−0,24
5,90	116,8	0,2731	0,2740	−0,32
6,58	115,2	0,2769	0,2776	−0,27
7,17	114,0	0,2798	0,2808	−0,37

Mittlerer Fehler ± 0,00040

1) Auch hier mißlang die Fluiditätsbestimmung.

Tabelle 13.

$9KNO_3 + 65NH_4CNS$. $\sigma = 1{,}125$.

Fluidität.

Temperatur	Durchgangszeit		Reziproke Durchgangszeit × 1000			Differenz in Proz.
	abgelesen	korrigiert	beobachtet II u. IV	berechnet II u. IV	berechnet I u. III	
−20,62°	33,5″	32,7″	30,58*	30,08	48,62	+1,66
20,05	33,4	32,5	30,77	30,74	48,92	+0,10
19,06	32,4	31,5	31,75	31,90	50,48	−0,47
18,02	31,4	30,5	32,79	33,12	52,13	−1,02
16,92	30,0	29,1	34,36	34,43	54,54	−0,19
15,87	29,1	28,1	35,59	35,69	56,58	−0,28
12,83	26,5	25,4	39,37	39,38	62,60	−0,04
10,10	24,5	23,4	42,74	42,77	67,95	−0,08
− 8,55	23,5	22,3	44,84	44,72	71,30	+0,27
+ 0,06	19,3	17,9	55,87	55,88	88,83	+0,02
0,10	19,3	17,9	55,87	55,93	88,83	−0,11

Mittlerer Fehler ± 0,1456

Tabelle 14.

$9KNO_3 + 65NH_4CNS$. $\sigma = 1{,}125$.

Leitfähigkeit.

Temperatur	Widerstand	Leitfähigkeit		Differenz in Proz.
		beobachtet	berechnet	
−20,64°	211,4	0,1509	0,1510	−0,10
20,10	207,9	0,1534	0,1535	−0,06
19,16	201,9	0,1583	0,1579	+0,26
18,06	195,5	0,1635	0,1631	+0,24
17,22	190,8	0,1671	0,1671	−0,01
16,32	186,1	0,1714	0,1715	−0,05
15,79	182,8	0,1748	0,1741	+0,46
12,71	168,6	0,1892	0,1892	−0,03
10,04	157,2	0,2028	0,2028	+0,03
− 8,46	151,2	0,2109	0,2109	+0,01
+ 0,05	124,4	0,2565	0,2568	−0,11
0,07	124,5	0,2568	0,2569	−0,05
0,09	124,3	0,2566	0,2570	−0,15

Mittlerer Fehler ± 0,00034

(Unsicherere Beobachtungen sind mit * bezeichnet.)

Von den Fluiditätsbeobachtungen der erwähnten Lösungen waren einige, wie die mit NaCl-Lösung, mit der Lösung von $5NH_4NO_3 + 113KCNS$, $KC_2H_3O_2$ zur Konstantenberechnung der in Frage stehenden Formel nicht geeignet. Die aus den anderen Beobachtungsreihen ermittelten Werte für a, x und b sind in der Tabelle p. 169 zusammengestellt.

Ein Blick auf die in dieser Tabelle unter x aufgeführten Werte zeigt, daß bei den hier untersuchten Lösungen der Konvergenzpunkt erheblich tiefer liegt als beim Wasser. W. R. Bousfield und T. M. Lowry[1]) haben zuerst darauf hingewiesen, daß die Konstanten von dem, dem Experimente unterworfenen Temperaturintervall abhängig sind, auf welches die Formel angewendet wurde. Das geschah z. B. von Hrn. Kohlrausch auf das Gebiet von $+2^0$ bis $+34^0$, wobei sich die Formel

$$\eta = 2{,}989\,(t + 38{,}5)^{-1{,}40}\ \text{C.G.S.}$$

ergab. Benutzt man aber das von Thorpe und Rodger[2]) untersuchte Intervall von 0^0 bis 100^0, so ergibt sich

$$\eta = 5{,}9849\,(t + 43{,}252)^{-1{,}5423},$$

also ein um ungefähr 5^0 tieferer Konvergenzpunkt; für das Intervall von 0^0 bis $+8^0$ finden Bousfield und Lowry sogar die Formel

$$\eta = 58{,}7875\,(t + 58{,}112)^{-1{,}9944},$$

also einen um 20^0 tieferen Konvergenzpunkt; dieser letztere Wert fällt schon mit den sich aus den vorliegenden Beobachtungen ergebenden Konvergenzpunkten der Leitfähigkeitskurven der konzentrierten Lösungen von NaJ und $KC_2H_3O_2$ zusammen. Ein noch stärkerer Beweis dafür, daß die in Frage stehende Formel nur für eng begrenzte Gebiete zulässig ist, und es deshalb nicht angängig ist, gerade einen so kritischen Wert, wie den der Nullfluidität, aus ihr durch Extrapolation abzuleiten, geht aus Berechnungen hervor, welche Bousfield und Lowry mit Beobachtungsdaten von Thorpe und Rodger über die innere Reibung von Amylalkohol vornahmen. Wendet man nämlich die angeführte Formel auf diese Beob-

1) W. R. Bousfield u. T. M. Lowry, l. c.
2) T. E. Thorpe u. J. W. Rodger, l. c.

$$f = a(t + x)^b.$$

Lösung	Spez. Gewicht	Gehalt in Proz.	Annähernde Normalität	a		x		b	
				Leitfähigkeit	Fluidität	Leitfähigkeit	Fluidität	Leitfähigkeit	Fluidität
$CaCl_2$	1,276	30,28 (wasserfreies Salz)	7,0	$7{,}550.10^{-2}$	$6{,}064.10^{-2}$	64,053	52,855	1,752	1,549
„	1,295	32,22 (wasserfreies Salz)	7,6	$5{,}943.10^{-2}$	$7{,}784.10^{-3}$	64,201	63,006	1,793	1,939
„	1,299	32,53 (wasserfreies Salz)	7,7	$2{,}022.10^{-2}$	$4{,}373.10^{-5}$	69,819	89,966	2,011	2,932
NaCl	1,170	22,30	4,5	$4{,}529.10^{-2}$	—	66,681	—	1,892	—
NaJ	1,785	59,50	10,0	$7{,}054.10^{-2}$	$3{,}572.10^{-5}$	58,629	79,619	1,844	3,130
KCNS	1,347	—	—	$3{,}839.10^{-1}$	$1{,}197.10^{-4}$	70,801	[103,94]	1,500	2,697
$5NH_4NO_3 + 113KCNS$	1,300	—	—	$3{,}682.10^{-2}$	—	71,812	—	1,519	—
$9KNO_3 + 67NH_4CNS$	1,125	—	—	$3{,}811.10^{-2}$	$3{,}427.10^{-1}$	70,534	53,783	1,530	1,278
$C_2H_3O_2K$	1,267	49,8	6,5	$8{,}775.10^{-3}$	—	57,712	—	2,179	—

achtungen an, so ergibt sich für das Intervall von 0° bis +35° ein Konvergenzpunkt von −101°, für 35 bis 73° ein solcher von −65° und für 73 bis 124° ein solcher von −8°. Nun ist allerdings fraglich, ob die für Wasser und wässerige Salzlösungen aufgestellte Formel so ohne weiteres auf jede beliebige Flüssigkeit angewendet werden darf. Jedenfalls ergibt sich aus dem Gesagten, daß man bei der Berechnung der Konstanten aus verschiedenen Beobachtungsreihen zum Zwecke der Auffindung von Beziehungen unter ihnen möglichst dieselben Temperaturintervalle zugrunde legen muß, wie es bei den vorliegenden Berechnungen geschehen ist; wo eben angängig wurden als Fixpunkte −20°, −10° und 0° genommen und nur, wo die Beobachtungen zwischen −18° und −20° bez. −16° und −20° noch zu große Abweichungen vom Mittelwerte zeigten, wurden −18°, −9° und 0° bez. −16°, −8° und 0° benutzt.

In der englischen Arbeit[1]) hebt Hr. Kohlrausch selbst hervor, daß die weitgehende Extrapolation einer empirischen Formel nie den tatsächlichen Verhältnissen entsprechen kann. Er macht ferner darauf aufmerksam, daß die Extrapolation auf Null im vorliegenden Falle nur eine formelle Bedeutung haben kann, weil hier die Kurven die Abszissenachse nur tangential treffen können, andernfalls man zu der Annahme negativer physikalischer Größen jenseits der Achse gezwungen würde.

Es bleibt also die Frage: verlaufen sämtliche Leitfähigkeits- und Fluiditätskurven vom gleichen Punke ab tangential zur Abszissenachse und wo liegt dieser Punkt? Spezieller: verlaufen Fluiditäts- und Leitfähigkeitskurve derselben Lösung und Konzentration gleichmäßig, und haben sie vor allen Dingen einen und denselben Konvergenzpunkt?

Die in der Tab. p. 169 unter „x" aufgeführten Werte, welche den Abstand des Konvergenzpunktes vom Nullpunkte darstellen, sind alle mehr oder weniger verschieden. Er wäre möglich, daß sich diese Verschiedenheit wenigstens verringert, wenn man mit Lösungen gleicher Normalität arbeiten könnte; auf solche beziehen sich die in der englischen Arbeit Hrn. Kohl-

1) F. Kohlrausch, l. c. p. 341.

rauschs zusammengestellten Beobachtungen mit 16 verschiedenen *sehr verdünnten* Lösungen. Andererseits finden Lyle und Hosking[1]) für Lösungen von NaCl verschiedener Normalität durch graphische Extrapolation aus Beobachtungen oberhalb 0° denselben Konvergenzpunkt bei $-35{,}5°$, sowie neuerdings R. Hosking[2]) aus Beobachtungen an LiCl-Lösungen verschiedener Konzentration, die für zwei konzentriertere (2,3 und 6,7 normal) derselben unter 0° bis $-8°$ bez. $-15°$ ausgedehnt sind, einen tieferen Konvergenzpunkt bei $-48{,}1°$. Diese Extrapolation, der die Formeln $F = T^{\infty}/a$ für Fluidität, und $C = T^{\infty}/b$ für Molekularleitfähigkeit zugrunde gelegt sind, ist aber noch recht unsicher. Bousfield und Lowry[3]) vermuten, auf Rechnungen gestützt, daß nicht allein die Leitfähigkeit und die Zähigkeit des Wassers derselben Grenztemperatur zustreben, sondern daß ihre Änderung mit der Temperatur auch durch *eine* Formel ausgedrückt und durch *eine* Kurve dargestellt werden kann.

In bezug auf die Frage, ob Fluiditäts- und Leitfähigkeitskurve derselben Lösung und Konzentration gleichmäßig verlaufen, ist das auch von anderen Beobachtern gefundene Resultat von Wichtigkeit, daß für verschieden konzentrierte Lösungen desselben Salzes die Leitfähigkeits- und Fluiditätskurven in der Reihenfolge ihrer Konzentrationen konvergieren derart, daß die Kurve der verdünnteren die Abszissenachse eher trifft, als die der konzentrierteren.

Mit Ausnahme der Reihe für die gemischte NaJ- und $KC_2H_3O_2$-Lösung zeigen die Leitfähigkeitskurven aller untersuchten Lösungen eine bemerkenswerte Übereinstimmung der durch Extrapolation ermittelten Lage der Konvergenzpunkte. Über die Berechtigung zur Ausnahme der beiden bezeichneten Lösungen siehe die Originalarbeit p. 47.

Zu erwähnen ist weiter noch eine Arbeit[4]) von Hrn. Kunz aus dem physikalischen Institut der Technischen Hochschule

---

1) T. R. Lyle u. R. Hosking, Phil. Mag. (6) **8**. p. 487—493. 1902.

2) R. Hosking, Phil. Mag. (6) **7**. p. 469. 1904.

3) W. R. Bousfield u. M. T. Lowry, l. c.

4) J. Kunz, Inaugural-Dissertation, Zürich 1902. Diese Arbeit erschien erst, als der experimentelle Teil der vorliegenden Untersuchung fast abgeschlossen war.

zu Zürich, welche teilweise das gleiche Thema behandelt, wie die vorliegende.

Herr Kunz untersuchte die elektrische Leitfähigkeit von Lösungen bei möglichst tiefen Temperaturen unter 0°. Um auch Beobachtungen unterhalb −80° anstellen zu können, wurden Schwefelsäurelösungen benutzt, natürlich stark konzentrierte. Der Verfasser kommt zu dem Schlusse, daß die quadratische Temperaturformel $k_t = k_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$ unterhalb −85° die Beobachtungen nicht mehr darzustellen vermag. Wendet man auf die von ihm ermittelten Werte die oben angegebene Slottesche Formel für die Reibungskonstanten des Wassers an, so zeigen die berechneten von den beobachteten Abweichungen von mehreren Prozent. Dieses ist nach dem oben über die Gültigkeit der Formel Gesagten ohne weiteres erklärlich. Es fragt sich jedoch auch hier, ob man die Gültigkeitsgrenzen einer für verdünnte Salzlösungen aufgestellten Formel an konzentrierten Säurelösungen, bei denen man eher von einer Lösung des Wassers in Säure, als umgekehrt reden kann, zu prüfen berechtigt ist, um die an den letzteren gemachten Erfahrungen auf die ersteren zu übertragen. Unter den von Hrn. Kunz untersuchten Konzentrationen befinden sich auch zwei, welche direkt oberhalb und unterhalb derjenigen Konzentration liegt, welche einer Lösung von der Zusammensetzung $H_2SO_4 + 7H_2O$ entspricht. Diese Lösung ist nach Versuchen von Hrn. Pictet noch bei −140° flüssig, und muß also auch bis zu dieser Temperatur eine endliche innere Reibung und vermutlich auch eine meßbare elektrische Leitfähigkeit besitzen. Daraus nun ableiten zu wollen, daß das Gleiche für Salzlösungen zuträfe, wäre doch sicher nicht zulässig. Es ist schade, daß bei den einzelnen Kunzschen Kurven nicht mehr Beobachtungspunkte vorliegen, da sie sich dann zur Anwendung der Formel auf kleine Intervalle eignen würde.

Hr. Kohlrausch erklärt die Erscheinung, daß die Fluiditätskurve des Wassers und die Leitfähigkeitskurve verdünnter wässeriger Lösungen ungefähr denselben Konvergenzpunkt haben, durch die Annahme, daß die Ionen mit Wasserhüllen wandern, durch welche der elektrolytische Widerstand und seine Abhängigkeit von der Temperatur wesentlich bestimmt wird.

Bousfield und Lowry haben neuerdings eine Theorie aufgestellt, durch welche die Kohlrauschsche modifiziert wird. Dieselbe besagt, daß die Leitfähigkeit eines Elektrolyten in der ganzen Reihe von Temperaturen, bei denen er ein Leiter ist, durch eine Kurve dargestellt werden kann, welche bei einer bestimmten, von der Natur des Lösungsmittels und des Gelösten, sowie der Konzentration der Lösung abhängigen Temperatur ein Maximum zeigt. Oberhalb und unterhalb dieser Temperatur nimmt die Leitfähigkeit zuerst stark, dann langsamer ab, um sich schließlich der Abszissenachse asymptotisch zu nähern.

Zum weiterem Studium der Frage nach der gemeinsamen Nullfluidität und -leitfähigkeit werden sich Beobachtungen mit Chlorcalciumlösungen systematisch abgeänderter Konzentration eignen, welche bisher vom Verfasser aus Mangel an Zeit nicht haben angestellt werden können. Auch die Beobachtungsreihen von Lyle und Hosking der Fluidität und Leitfähigkeit von NaCl-Lösungen von 0,1, 0,2, 0,5, 1,0, 2,0 und 4,0 facher Normalität können unterhalb 0° fortgesetzt werden; ebenso die erwähnten Beobachtungen Hoskings an LiCl-Lösungen. Es würde sich dann zeigen, ob wenigstens für die experimentell weiter verfolgbaren konzentrierteren Lösungen die von den Verfassern durch graphische Extrapolation ermittelte Nullfluidität und -leitfähigkeit bei −35° bez. −48° bestätigt wird. Bei der Anwendung der Slotteschen Formel auf die Beobachtungsreihen von Lyle und Hosking ergibt sich ein bedeutend tieferer und für die einzelnen Konzentrationen verschiedener Konvergenzpunkt.

Münster i. W., Physik. Institut der Universität.

(Eingegangen 28. Juli 1904.)

8. *Über die Einwirkung von Röntgenstrahlen auf Flußspat;*

von A. Winkelmann u. R. Straubel.

(Hierzu Taf. I, Figg. 1—4.)

Vor kurzem ist eine Arbeit über den obigen Gegenstand von W. Radeboldt[1]) erschienen, die unsere früheren Untersuchungen[2]) nur zum Teil bestätigt. Wir hatten gezeigt, daß, wenn Röntgenstrahlen auf nicht polierte, sondern rauhe Flußspatplatten bestimmter Herkunft fallen, eine Umwandlung der Röntgenstrahlen stattfindet; die von dem Flußspat ausgehenden Strahlen nannten wir kurz Flußspatstrahlen. Wir konnten von diesen Strahlen zeigen, daß sie ein dünnes Blatt von Papier oder Stanniol nicht durchdringen und sich hierdurch schon wesentlich von den Röntgenstrahlen unterscheiden. Wir hatten ferner nach zwei verschiedenen Methoden den Brechungsexponenten der Flußspatstrahlen zu bestimmen gesucht; und zwar ermittelten wir einerseits den mittleren Brechungsexponenten dieser Strahlen, ferner erzeugten wir ein Spektrum derselben. Das Ergebnis dieser Versuche zeigte eine genügende Übereinstimmung: die mittlere Wellenlänge ergab sich gleich 274 $\mu\mu$; das Spektrum erwies sich als kontinuierlich und reichte von 396 bis 233 $\mu\mu$; an den Enden war das Spektrum schwächer, das Maximum der Intensität lag ungefähr bei 280 $\mu\mu$.

Ferner untersuchten wir Flußspatkristalle, die aus 15 verschiedenen Fundorten stammten; das Resultat sprachen wir so aus: „Die Wirkung dieser Flußspate war eine sehr verschiedene: bei einigen konnte man überhaupt keine Wirkung bei kurzer Expositionsdauer wahrnehmen, bei anderen waren schwache Wirkungen zu konstatieren; am stärksten war die Wirkung der Kristalle, welche wir früher zu unseren Ver-

1) W. Radeboldt, Inaug.-Diss. Rostock 1903.

2) A. Winkelmann u. R. Straubel, Wied. Ann. 59. p. 336. 1896.

suchen benutzt hatten und welche aus der Schweiz von der Oltschenalp[1]) bei Brienz stammten."

Hr. Radeboldt konnte mit einem Spektrographen, der eigens für Aufnahmen im ultravioletten Teil des Spektrums angefertigt war, keine Resultate erzielen, da die Wirkung zu schwach war; selbst bei geradem Durchgang (ohne Prisma) fand er keinerlei Einwirkung auf die photographische Platte Flußspatstücke von der Oltscherenalp standen Hrn. Radeboldt nicht zur Verfügung. Dagegen war eine Anordnung, bei der ohne Linsen die Entfernungen von Flußspat, Quarzprisma und photographischer Platte möglichst klein gemacht waren, insofern von Erfolg, als sich deutliche Wirkungen auf der photographischen Platte ergaben; allerdings mußte die Expositionszeit sehr lang — 1,5 Stunden — sein. Das Resultat der Messungen war, daß die Strahlen des einen Kristalles aus Westmoreland in dem Gebiet von 630 bis 480 $\mu\mu$ und die Strahlen des anderen Kristalles aus Sarntal zwischen 475 und 425 $\mu\mu$ lagen. Diese Strahlengruppen liegen beide im sichtbaren Teile des Spektrums. Auch die sonst noch untersuchten Kristalle zeigten keine ultravioletten Strahlen. Das Gesamtergebnis der Versuche bezüglich der Wellenlängenmessungen faßt Hr. Radeboldt deshalb dahin zusammen: „Bei den untersuchten Fluoriten zeigen sich keine ultravioletten Strahlen, sondern nur solche, die in dem sichtbaren Spektralgebiet liegen".

Im Gegensatz hierzu haben wir bei unseren früheren Untersuchungen gefunden, daß die Flußspatstrahlen im Ultravioletten liegen. Da Hr. Radeboldt keine Fluorite von der Oltscherenalp, die zu unseren Versuchen gedient haben, untersucht hat, so ist zu vermuten, daß die Wellenlänge ebenso wie die Intensität der von den Fluoriten ausgesandten Strahlen sehr verschieden sein kann, eine Vermutung, die dadurch eine wesentliche Stütze erhält, daß die Wellenlängengebiete der beiden Fluorite, die Hr. Radeboldt angegeben hat, nicht nur nicht annähernd zusammenfallen, sondern vollständig voneinander getrennt sind.

Wir haben nun unsere früheren Versuche über die von dem Flußspat ausgesandten Strahlen nochmals aufgenommen,

---

1) Muß „Oltscherenalp" heißen, wie Hr. Radeboldt mitteilt.

und zwar zunächst nach einer Methode, welche außerordentlich bequem die Entscheidung liefert, ob die Flußstrahlen hauptsächlich im sichtbaren oder ultravioletten Gebiet liegen. Die Methode beruht auf der Anwendung verschiedener Gläser, von denen das eine nur die sichtbaren Strahlen durchläßt, während die anderen auch ultravioletten Strahlen den Durchtritt gestatten.

Es wurde zunächst mit einem Spektrographen die Absorption der Gläser untersucht.[1]) Als Lichtquelle dienten Funken, die zwischen einer Eisenelektrode und einer solchen der Edlerschen Legierung (bestehend aus Kadmium, Zink und Blei) übersprangen; die Spektren wurden auf orthochromatische Platten aufgenommen. In Fig. 1 sind fünf Spektren dargestellt; das oberste und unterste Spektrum, je mit *a* bezeichnet, stellt das Funkenspektrum ohne Zwischenschaltung eines absorbierenden Mediums dar; es umfaßt die Wellenlängen von 569 bis 215 $\mu\mu$; *b* stellt das Spektrum mit einem vor dem Spalt geschalteten Bleiglas dar. Dieses Bleiglas enthält 80 Proz. Bleioxyd und 20 Proz. Kieselsäure und war 8 mm dick. Das Spektrum *b* reicht von 569 bis 402 $\mu\mu$. Das Bleiglas läßt also keine ultravioletten Strahlen in hier merkbarer Weise durch. Das Spektrum *c* ist mit Vorschaltung eines ultraviolett durchlässigen Glases Nr. 786 hergestellt; das Glas ist, um einen großen Teil des sichtbaren Spektrums zu absorbieren, tief blau gefärbt; die von dem Glase durchgelassenen Strahlen liegen in dem Gebiete 463 bis 284 $\mu\mu$. Das folgende Spektrum *d* ist mit dem Glase Nr. 791 erhalten; das Glas läßt die Strahlen von 445 bis 294 $\mu\mu$ durch.

Um die starke Einwirkung verschiedener Flußspatstücke, die sämtlich von der Oltscherenalp stammten, zu zeigen, wurde eine Aufnahme in folgender Anordnung gemacht. Die von einer Gundelachschen Röhre ausgehenden Röntgenstrahlen fielen zunächst auf vier Flußspatstücke und dann auf die empfindliche Schicht einer photographischen Platte, die zusammen in einem Pappkästchen eingeschlossen waren. Die Flußspate

1) Hr. Paul Krüss hat sich bei allen photographischen Aufnahmen in freundlicher Weise beteiligt, wofür wir auch an dieser Stelle unseren Dank aussprechen.

waren 2 mm dick und auf beiden Seiten rauh geschliffen. Die Röntgenstrahlen wurden durch einen Induktor von 45 cm Schlagweite und einen Wehneltunterbrecher in der Gundelachschen Röhre erzeugt; die mittlere Stärke des primären Stromes war 6 Amp. Der Abstand der Röntgenröhre von der photographischen Platte war 60 cm; die Expositionszeit 5 Sek. Die starke Schwärzung der Stellen, wo die Fluorite die empfindliche Schicht berührten (Fig. 2), beweist die starke Wirkung des Flußspats; die vier benutzten Stücke erwiesen sich nahezu als gleich.[1])

Die Fig. 3 liefert in einfacher Weise den Beweis, daß die hier sich bildenden Flußspatstrahlen im ultravioletten Teile des Spektrums liegen. Die Anordnung war folgende: die Röntgenstrahlen treffen zuerst den Flußspat, dann das Glas (bei Figg. 3a und 3b) und schließlich die empfindliche Schicht. Bei Fig. 3a war das ultraviolett durchlässige Glas Nr. 786 (5,2 cm breit, 4,2 cm hoch) gewählt. Man sieht deutlich, daß die Flußspatstrahlen durch das Glas wenigstens teilweise hindurchgehen; denn der Flußspat wird abgebildet; es war der gleiche Flußspat, der in Fig. 2 unten rechts abgebildet ist. Ferner sieht man schwach die Abbildung der Zahl 786; diese Zahl war mit farbiger Kreide auf das Glas geschrieben; daß sie zu erkennen ist, beweist, daß die farbige Kreide deutlich absorbiert. Bei Fig. 3b war das Bleiglas benutzt; dasselbe war von etwa unregelmäßiger Form, etwa 4,7 cm lang und 1,5 cm breit. Das Bleiglas läßt keine hier erkennbaren Flußspatstrahlen hindurch; die Stellen, die dem Bleiglas entsprechen, sind ebenso hell, wie das untere Viereck $3d$, das durch ein Bleistück mit runder Öffnung gebildet wird. Da das Bleiglas für die sichtbaren Strahlen bis 402 $\mu\mu$ durchlässig ist, so folgt, daß die Flußspatstrahlen, die bei unseren Versuchen auftreten, nur oder fast nur kleineren Wellenlängen entsprechen, als 402 $\mu\mu$. Die Fig. $3c$ gibt auch hier ein Flußspatstück ohne Zwischenschaltung.

Endlich wurde das Spektrum der Flußspatstrahlen mit einem Spektrographen aufgenommen. Die Linsen desselben

1) Wir bemerken bei dieser Gelegenheit, daß wir gern bereit sind, kleine Flußspatstücke von der Oltscherenalp, soweit unser Vorrat reicht, für Versuche mit Röntgenstrahlen zur Verfügung zu stellen.

bestanden aus Quarz und Flußspat und zeigten infolgedessen nicht die Fokusdifferenzen, die bei unserer früheren Anordnung[1]) noch auftraten. Die Brennweite der Linsen war 25,0 cm, ihr Durchmesser 2,0 cm.

In Fig. 4 sind drei Spektren abgebildet: Die Spektren *a* (das oberste und unterste) wurden bei verschiedenen Expositionszeiten durch die früher angegebene Funkenstrecke erzeugt. Die Spaltbreite war etwa 1 mm, um das Spektrum der Flußspatstrahlen hinreichend intensiv zu erhalten. Das hier sich als kontinuierlich darstellende Spektrum der Flußspatstrahlen ist in Fig. 4b abgebildet. Die Grenzen des Spektrums sind schwer festzustellen; es reicht von etwa 400—240 $\mu\mu$ und hat ein Maximum bei 280 $\mu\mu$; aber auch außerhalb der angegebenen Grenzen sind schwache Wirkungen bemerkbar. Die Flußspatplatte war bei der Erzeugung des Spektrums vor dem Spalt befestigt und durch Bleiplatten war dafür gesorgt, daß die Röntgenstrahlen nicht auf die photographische Platte einwirken konnten. Die Expositionszeit betrug 7,5 Min.; die primäre Stromstärke, welche den Induktor mit dem Wehneltunterbrecher in Gang setzte, war 11 bis 13 Amp.

Das Gesamtresultat der vorstehenden Versuche ist mit unseren früheren Beobachtungen in genügender Übereinstimmung: Die Strahlen, die von dem Flußspat der Oltscherenalp ausgehen, liegen zum weitaus größten Teil im Ultravioletten und haben ein Maximum bei etwa 280 $\mu\mu$.

Jena, im Juni 1904.

1) l. c. p. 339.

(Eingegangen 22. Juni 1904.)

9. *Zur Bestimmung der Selbstinduktion von Drahtspulen;* *von Adolf Heydweiller.*

Die im folgenden beschriebene Methode zur Bestimmung der Selbstinduktion macht keinen Anspruch auf besondere Eigenart; sie wird aber in vielen Fällen nützlich sein, namentlich bei der Untersuchung der Selbstinduktion von Drahtspulen mit Eisenkern und ihrer Abhängigkeit von Stromstärke und Wechsel- oder Unterbrechungszahl des Stromes, wobei andere Methoden leicht auf Schwierigkeiten stoßen; insbesondere läßt sich nicht immer, wie bei dieser Methode, die *maximale* Stromstärke, bei der die Bestimmung erfolgt, mit Sicherheit angeben. Sie empfiehlt sich weiter durch leichte Ausführbarkeit und geringe apparative Anforderungen.

Erfordert wird nämlich ein rotierender Umschalter mit Tourenzähler, oder auch ein beliebiger gleichmäßig arbeitender Stromunterbrecher von bestimmbarer Frequenz, ein induktionsfreier Gleichstrommesser — empfindlichere Strommesser mit induktionsfreiem Schuntwiderstand sind geeignet —, eine konstante Stromquelle (Akkumulatoren) und ein induktionsfreier Widerstand von gleicher Größe, wie der der zu bestimmenden Spule. Stromquelle, Umschalter, Spule und Strommesser werden zu einem Stromkreise vereinigt, der letztere zwischen Stromquelle und Umschalter, die Spulte hinter den Umschalter, so daß sie von Wechselströmen durchflossen wird; gegen die Spule muß der gleiche induktionsfreie Widerstand ausgetauscht werden können. Die Methode beruht auf der Verzögerung, welche der ansteigende Strom durch die entgegenwirkende Selbstinduktion erfährt. Es wird angenommen, daß die Unterbrechung in verschwindender Zeit geschieht, daß also die Öffnungsfunken gering sind.

Es wird gemessen:

1. die Stromstärke i_1 bei feststehendem Umschalter,
2. die Stromstärke i_2 bei rotierendem Umschalter mit eingeschalteter Spule,
3. die Stromstärke i_3 bei rotierendem Umschalter mit eingeschaltetem induktionsfreien Widerstand an Stelle der Spule,
4. die Zahl der Stromwechsel n in einer Sekunde.

Das Verhältnis i_3/i_1 gibt den Bruchteil der ganzen Zeit, während dessen bei rotierendem Umschalter der Strom geschlossen ist, und es ist mithin die Dauer eines Stromschlusses:

$$T = \frac{i_3}{n\, i_1}.$$

Ferner haben wir folgende, aus bekannten Gesetzen folgende Beziehungen, in denen bedeuten:

p den Selbstinduktionskoeffizienten,
w den gesamten Widerstand des Stromkreises,
i die Stromstärke zu irgend einer Zeit t nach Stromschluß,
J die maximale Stromstärke zur Zeit $t = T$,
$\bar{\imath}$ die mittlere Stromstärke während der Zeitdauer T eines Stromschlusses,
e die Basis der natürlichen Logarithmen.

$$i = i_1\left(1 - e^{-\frac{w}{p}t}\right),$$

$$J = i_1\left(1 - e^{-\frac{w}{p}T}\right),$$

$$\bar{\imath} = \frac{1}{T}\int_0^T i\,dt = i_1\left\{1 - \frac{p}{wT}\left(1 - e^{-\frac{w}{p}T}\right)\right\}.$$

$$\bar{\imath} = \frac{i_1 \cdot i_2}{i_3},$$

da sich $\bar{\imath}$ ergibt, indem man i_2 dividiert durch den Bruchteil der Zeit, während deren der Strom bei rotierendem Umschalter geschlossen ist, also durch i_3/i_1.

Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für $\bar{\imath}$ ergibt:

$$\frac{p}{wT}\left(1 - e^{-\frac{w}{p}T}\right) = \frac{i_3 - i_2}{i_3}.$$

Aus dieser transzendenten Gleichung, deren rechte Seite experimentell bestimmt ist, läßt sich

$$\frac{w}{p}T = q$$

berechnen, am einfachsten mit Hilfe von Tafeln für sinhyp. q und coshyp. q (z. B. Ligowski, Taschenbuch der Mathematik) nach der Beziehung

$$1 - e^{-q} = 1 + \text{sinhyp.}\, q - \text{coshyp.}\, q.$$

Aus dem so gefundenen Werte von q ergibt sich dann

$$p = \frac{w\,T}{q} = \frac{w \cdot i_2}{n \cdot i_1 \cdot q}\ ^1),$$

sowie die maximale Stromstärke

$$J = i_1 (1 - e^{-q}).$$

Die Wechselzahl n muß sich nach der Größe von p (sowie auch von w) richten und um so größer sein, je kleiner p ist, da andernfalls die Genauigkeit der Bestimmung leidet. Bei Induktionskoeffizienten von der Größenordnung 10^8 cm genügen Wechselzahlen von der Ordnung $10\,\text{sec}^{-1}$, bei kleineren Induktionskoeffizienten sind entsprechend höhere Zahlen zu nehmen. Als Belege für die Brauchbarkeit der Methode seien einige Beobachtungen mitgeteilt, die Hr. Delere zu anderem Zwecke und in anderem Zusammenhang ausgeführt hat, die sich aber auch hier verwenden lassen.

Gegenstand der Messung war eine lange auf einem Glasrohre aufgewickelte Spule von 2600 Windungen in vier Lagen, von etwa 110 cm Länge und 4,3 cm mittlerem Durchmesser, in welche ein Eisenstab von 100 cm Länge und 1,1 cm^2 Querschnitt, oder ein Eisenrohr von gleicher Länge und 0,9 cm^2 Eisenquerschnitt eingelegt war; das letztere wurde nach einigen Versuchen der Länge nach aufgeschlitzt.

Als Stromquelle dienten 20 oder mehr Akkumulatoren, als Gleichstrommesser ein Weston-Milliampèremeter von Siemens & Halske mit Schuntwiderstand von $^1/_9$ Ohm, der Widerstand des ganzen Stromkreises betrug 30—50 Ohm, verwendet wurde ferner ein rotierender Stromwender mit zwei

1) Ist $\frac{i_3 - i_2}{i_3} < \frac{1}{7}$, so ist sehr nahe (auf 0,1 Proz. genau)

$$\frac{1}{q} = \frac{i_3 - i_2}{i_3},$$

mithin

$$p = \frac{w\,(i_3 - i_2)}{n\,i_1}.$$

ineinandergreifenden Zahnrädern und Schleiffedern von bekanntem Typus; er war mit einem Tourenzähler versehen, gab bei jeder Umdrehung zehn Stromwechsel und konnte durch einen Heinricischen Heißluftmotor gleichmäßig angetrieben werden.

Die Ergebnisse der Messungen sind unter Benutzung der oben angeführten Bezeichnungen in folgenden Tabellen zusammengestellt. Die Stromstärken sind in Ampère, die Selbstinduktionskoeffizienten in Quadrant angegeben, die Wechselzahlen in sec^{-1}.

Als Beispiel seien für zwei Bestimmungen mit dem Eisenstab sämtliche beobachtete Zahlen nebst den berechneten Werten von J (Maximalintensität) und p angeführt; für die übrigen genüge die Angabe von n, i_1, J und p.

n	i_1	i_2	i_3	J	p
9,36	0,325	0,213	0,239	0,325	0,526
28,70	0,600	0,278	0,418	0,559	0,301

Tabelle 1.

Eisenstab.

n	9,36	9,54	16,98	16,06	16,46	25,34	26,58	28,70
i_1	0,325	0,600	0,325	0,450	0,600	0,325	0,450	0,600
J	0,325	0,596	0,324	0,446	0,587	0,323	0,440	0,559
p	0,526	0,528	0,452	0,431	0,384	0,354	0,316	0,301

Tabelle 2.

Eisenrohr (geschlossen).

n	17,18	17,90	17,08	16,66	25,32	27,50
i_1	0,400	0,600	1,250	1,450	0,400	0,600
J	0,392	0,553	1,053	1,258	0,385	0,520
p	0,553	0,538	0,392	0,321	0,454	0,474

Tabelle 3.

Eisenrohr (geschlitzt).

n	8,74	8,82	9,22	17,26	16,68	17,48	28,50	28,40	29,42
i_1	0,400	0,600	1,250	0,400	0,600	1,250	0,400	0,600	1,250
J	0,400	0,593	1,176	0,391	0,541	0,972	0,347	0,437	0,580
p	0,595	0,605	0,434	0,563	0,576	0,418	0,561	0,584	0,588

Die Vergleichung der erhaltenen Werte von p läßt zunächst den großen Einfluß der Wirbelströme im Eisenkern auf die Selbstinduktion erkennen. Trotz der durch den größeren

Querschnitt bedingten höheren Zahl von Induktionslinien in dem Stabe sind die mit ihm erhaltenen Werte von p durchgehends beträchtlich niedriger als die entspechenden mit dem geschlossenen Eisenrohr, und diese wieder niedriger, als die mit dem geschlitzten Rohr. Ferner macht sich die mit der Stromstärke wechselnde Permeabilität des Eisens geltend; dagegen scheint, abgesehen von der Wirkung der Wirbelströme, die Wechselzahl unter sonst gleichen Umständen nur insofern in Betracht zu kommen, als durch sie die erreichte Maximalstromstärke beeinflußt wird, wenigstens innerhalb der engeren hier zur Verwendung gekommenen Grenzen; dafür spricht die nachfolgende Zusammenstellung der Werte aus Tab. 3:

n	8,82	16,68	29,42
J	0,593	0,541	0,580
p	0,605	0,576	0,588

und

n	8,74	17,26	28,45
J	0,400	0,391	0,394
p	0,595	0,563	0,572 (interpoliert)

wobei noch zu bemerken ist, daß die Werte mit kleinstem n mit größeren Beobachtungsfehlern behaftet sind. Zu ähnlichen Ergebnissen hat eine eingehendere Untersuchung über den Einfluß von Eisenkernen auf die Selbstinduktion einer Drahtspule geführt, die Hr. Hamacher[1]) soeben veröffentlicht hat.

Münster, Physik. Inst. d. Universität, Juli 1904.

1) W. Hamacher, Inaug.-Diss. Münster 1904.

(Eingegangen 28. Juli 1904.)

10. *Über die Bildung von Helium aus der Radiumemanation;* *von F. Himstedt und G. Meyer.*

1. Ramsay und Soddy haben in Proc. Roy. Soc. August 1903 über Versuche berichtet, durch die sie nachgewiesen haben, daß sich in den Gasen, welche man beim Auflösen eines Gieselschen $RaBr_2$-Präparates in Wasser erhält, He befindet. Es ist bekannt, daß die Uranerze, aus denen das Ra gewonnen wird, He enthalten, und es kann deshalb die Frage aufgeworfen werden, ist das gefundene Gas sozusagen aus den Erzen „verschlepptes" He, oder ist dieses Gas erst in dem Ra entstanden, ist es vielleicht ein Umwandlungsprodukt der mit der Zeit verschwindenden radioaktiven Emanation.

Um diese Frage zu beantworten, haben Ramsay und Soddy „The maximum amount of the emanation obtained from 50 mg radium bromide" mit Sauerstoff durch ein in flüssiger Luft gekühltes Rohr geleitet, in dem die Emanation zurückgehalten wurde, haben ausgepumpt und noch einmal mit Sauerstoff durchgespült, dann wieder ausgepumpt und abgeschmolzen. Das erhaltene Spektrum, schreiben die Verfasser, war ein neues, enthielt aber keine He-Linien. Nach Verlauf von vier Tagen traten diese auf, und nach fünf Tagen konnten die gelbe, die grüne, zwei blaue und die violette He-Linie bestimmt werden. Ramsay und Soddy ziehen aus dieser Beobachtung den Schluß, daß sich durch den Zerfall der Emanation das He gebildet habe.

Nun stammt aber die Emanation aus dem Ra, das nach den spektralanalytischen Untersuchungen sicher als Element zu bezeichnen ist, und wir hätten hiernach in den Ramsay-Soddyschen Experimenten den bisher noch nie beobachteten Vorgang, daß *ein* Element sich umwandeln kann in ein *anderes,* eine Beobachtung, die uns zwingen würde, unsere Vorstellungen über chemische Elemente und Atome wesentlich zu modifizieren. Es erscheint deshalb nicht nur wünschenswert, sondern

geradezu dringend geboten, auf das sorgfältigste zu prüfen, ob sich die erwähnte Beobachtung nicht etwa doch in Übereinstimmung mit den bisherigen Anschauungen und aus bekannten Erscheinungen erklären läßt.

Es ist bekannt[1]), daß, wenn einem Gase in einer Spektralröhre Spuren eines zweiten Gases beigemischt sind, die Linien dieses letzteren erst dann sichtbar werden, wenn sein Prozentsatz einen bestimmten Grenzwert erreicht bez. überschritten hat. Es wäre also an sich nicht undenkbar, daß am ersten Tage die Linien des He um deswillen nicht beobachtet wurden, weil die miteingeschlossene Emanation die Leitung des Stromes übernahm, und erst als die Emanation nach 4—5 Tagen wesentlich abgenommen hatte (möglichenfalls durch Okklusion oder Verbindung mit den Glaswänden), wären die Linien des von Anfang an vielleicht in minimaler Menge vorhanden gewesenen He hervorgetreten. Man sieht, es würde bei dieser Auffassung alles darauf ankommen, zu entscheiden, ob bei den Versuchen von Ramsay und Soddy Spuren von He schon von Anfang an in der Spektralröhre vorhanden waren oder nicht. Die Verfasser geben leider nicht an, wie die Emanation aus dem Ra gewonnen wurde. Wurde sie bei der Auflösung des $RaBr_2$ in Wasser aufgefangen, so wäre sie sicher anfangs mit He gemischt gewesen und es würde sich dann fragen, ob das einmalige Durchspülen mit Sauerstoff genügt hätte, das He vollständig zu beseitigen. Die kurze Mitteilung in der Proc. Roy. Soc. macht es unmöglich, hierüber ein absolut sicheres Urteil sich zu bilden.

2. Curie und Dewar[2]) haben die sehr beträchtliche Menge von 0,42 g Curieschen Radiumbromids in ein Quarzrohr gebracht, und dieses so weit als möglich evakuiert. Hierauf wurde das Präparat geschmolzen, und es konnten die dabei frei werdenden Gase abgepumpt und aufgefangen werden. In diesen konnte He nicht nachgewiesen werden, wahrscheinlich, weil verglichen mit den anderen Gasen, prozentisch zu wenig davon vorhanden war. Die spektroskopische Untersuchung des evakuierten und abgeschmolzenen Quarzrohres

1) W. Ramsay u. R. Colley, Proc. Roy. Soc. **59**. p. 257. 1896.
2) P. Curie u. J. Dewar, Chem. News **89**. p. 85. 1904.

durch Deslandres ergab in demselben nur He-Linien. Die von Ramsay und Soddy beobachtete Tatsache, daß aus dem Ra außer anderen Gasen auch He gewonnen werden kann, ist durch diese Versuche also bestätigt. Curie und Dewar heben aber besonders hervor, daß die Frage, ob dieses He in bez. aus dem Ra sich neu bilde, erst entschieden werden könne, wenn sich bei späteren Untersuchungen eine Vermehrung des He nachweisen lasse.

3. Indrikson berichtet in der Physikalischen Zeitschrift[1]) über Versuche, bei denen die Gase, welche bei dem Auflösen von 10 mg $RaBr_2$ in H_2O gewonnen wurden, in eine vorher evakuierte Spektralröhre geleitet und in dieser 24 Stunden gelassen wurden. Hierauf wurde die Röhre evakuiert und zugeschmolzen. Unmittelbar nach der Herstellung war keine He-Linie zu beobachten, nach 14 Tagen glaubt der Verfasser die rote, die grüne, eine blaue und eine violette He-Linie gesehen zu haben. Die gelbe Linie ist auffallenderweise nicht vorhanden. Nach unseren Erfahrungen muß es außerordentlich schwer sein, in einem so komplizierten Spektrum, wie es hier aufgetreten sein muß, denn es war in der Röhre sicher Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff und Kohlenoxyd vorhanden, die He-Linien zu identifizieren. Wir glaubten bei den noch zu beschreibenden Versuchen gleich anfangs bei zwei Röhren sofort die grüne und auch die blaue He-Linie zu sehen, überzeugten uns dann aber bei der Untersuchung mit dem Gitterspektrographen, daß uns eine der überaus zahlreichen Linien des sekundären Wasserstoffspektrums getäuscht hatte, die im Spektrum zweiter Ordnung noch fast genau mit der grünen He-Linie zusammenfiel, in der dritten Ordnung aber deutlich von ihr verschieden war.

Wie dem aber auch sei, hat man bei dem Ramsay-Soddyschen Versuche die Möglichkeit ins Auge gefaßt, daß es sich um „verschlepptes" He handeln könne, so muß man das hier auch zugeben, denn zur Untersuchung sind direkt alle die Gase benutzt, welche bei der Auflösung des $RaBr_2$ in Wasser frei geworden sind.

4. Als wir im Herbst vorigen Jahres von der bedeutsamen

1) Th. Indrikson, Physik. Zeitschr. 5. p. 214. 1904.

Entdeckung von Ramsay und Soddy hörten, waren wir, wie der eine von uns schon berichtet hat[1]), mit Versuchen beschäftigt, die Emanation der Wasserquellen spektroskopisch zu untersuchen. Wir hatten dadurch einige Erfahrung auf diesem Gebiete gesammelt und entschlossen uns um so leichter, eine Bestätigung der Ramsay-Soddyschen Beobachtungen zu versuchen, als Hr. Prof. Giesel auf eine diesbezügliche Anfrage sich freundlicherweise bereit erklärte, uns hierzu 50 mg seines reinsten $RaBr_2$ zu überlassen. Das Präparat wurde in ein U-förmiges Glasrohr gebracht, das an das herzustellende Vakuumrohr angeschmolzen war. Dieses hatte zwei vertikale Schenkel von 1,2 cm Durchmesser und 12 cm Länge, die unten durch eine 1 mm weite, 5 cm lange Kapillare miteinander verbunden waren und am oberen Ende je eine Aluminiumdrahtelektrode hatten. Das Rohr war unter Zwischenschaltung zweier U-Röhren, die zur Abhaltung der Quecksilberdämpfe mit Schwefel bez. Blattgold gefüllt waren, an die Quecksilberluftpumpe angeschmolzen. Zuerst wurde das Ganze möglichst weit evakuiert, dann wurde das Spektralrohr in flüssige Luft getaucht und seine Elektroden wurden, miteinander verbunden, an -4000 Volt gelegt. Hierauf wurde 3×24 Stunden lang sorgfältig gereinigter Wasserstoff, der zwecks vollständiger Trocknung durch ein langes, in flüssige Luft tauchendes Spiralrohr aus Glas geleitet war, über das Radiumpräparat weg durch das Spektralrohr geleitet. Nachdem das Rohr mit dem Radium abgeschmolzen war, wurde das Spektralrohr, während es noch in flüssiger Luft sich befand, soweit als möglich evakuiert und abgeschmolzen. Nach dem intensiven Leuchten, das es im Dunkeln zeigte, mußte das Rohr sehr viel Emanation enthalten. Dasselbe zeigte das primäre und sekundäre Wasserstoffspektrum und — offenbar von dem gefetteten Hahne des Wasserstoffentwickelungsapparates herrührend — CO-Banden, die im blauen und violetten Teile des Spektrums durch ihre Helligkeit recht störend wirkten. Von He war auch nach zehn Tagen trotz sorgfältigster Beobachtung keine Spur zu entdecken. Wir haben das Rohr mit einem sehr lichtstarken Heeleschen Spektralapparate, dessen Dispersion die Na-Linie

1) F. Himstedt, Ber. d. Naturf.-Ges. Freiburg i. Br., 1903.

sehr bequem doppelt zu sehen gestattet, untersucht, wobei das Spektrum eines He-Rohres stets gleichzeitig ins Gesichtsfeld geworfen wurde. Wir haben die Untersuchung in der gleichen Weise mit einem Steinheilschen Gitterspektrographen, der ein Rowlandsches Plangitter enthält, gemacht und zwar sowohl im Spektrum erster als zweiter Ordnung; das Resultat war stets negativ.

Nach acht Wochen, als das Selbstleuchten des Rohres bedeutend abgenommen hatte, immerhin mit gut dunkel adaptiertem Auge noch wahrnehmbar war, wurde mit Hilfe eines Rowlandschen Konkavgitters eine photographische Aufnahme des Rohres gemacht, wobei das Rohr 39 Stunden lang mit ziemlich kräftigem Induktionsstrome getrieben wurde. Um die Ausmessung des Spektrums zu ermöglichen, wurde das Eisenspektrum darüber photographiert. Wieder konnte keine He-Linie gefunden werden.

Das Rohr war am 12. Dezember vorigen Jahres abgeschmolzen, Ende Februar ergab eine neue Untersuchung zum erstenmale den Eindruck, als ob die D_3-Linie und die grüne Linie angedeutet seien. Zu einem sicheren Urteil kamen wir indessen nicht, da mit dem Gitterspektrographen die Linien nicht zu sehen waren, zweifelsohne weil der Apparat bedeutend lichtschwächer ist.

In der ersten Aprilwoche war die D_3-Linie sicher zu konstatieren, und seit Mitte Mai sind die rote, gelbe, grüne und blaue He-Linie sichtbar. Wir haben sie identifiziert durch das Zusammenfallen mit den durch das Vergleichsprisma von einem He-Rohre gelieferten Linien. Wir haben sie aber weiter auch bestimmt mit Hilfe eines sehr lichtstarken Krüssschen Spektralapparates durch Einstellen des Fadenkreuzes auf die Linien und Ablesung an der in Wellenlängen geaichten, mit Mikrometerschraube versehenen Kreisteilung.

Um ganz sicher zu gehen, haben wir uns weiter Rohre hergestellt, in denen wir dem Wasserstoff 10, 15, 20 Proz. He zugemischt haben, und die wir möglichst bis zu demselben Grade ausgepumpt haben, wie das Rohr mit der Emanation, so daß sie annähernd den gleichen Untergrund zeigen. Die Vergleichung dieser Rohre mit dem Emanationsrohre schließt jeden Zweifel aus, daß in dem letzteren jetzt He vorhanden

ist. Daß diese Linien in unserem Rohre erst nach Verlauf längerer Zeit aufgetreten sind, während Ramsay und Soddy schon nach fünf Tagen das Auftreten von He konstatieren konnten, erklärt sich vielleicht daraus, daß in unserem Rohre, weil es in flüssiger Luft abgeschmolzen wurde, kein sehr niedriger Druck vorhanden ist. Vielleicht ist die Wahrnehmung des He überhaupt erst dadurch ermöglicht worden, daß wir das Rohr bei den photographischen Aufnahmen sehr lange getrieben haben. Aus den Erfahrungen mit Röntgenröhren weiß man, daß bei längerem Betriebe Gas von den Elektroden bez. den Wänden okkludiert wird. Ist dies mit dem Wasserstoff eingetreten, so würde dadurch der Prozentgehalt an He ein größerer geworden, die Chance, dasselbe in dem Gasgemische zu finden, verbessert sein.

Wir haben das Radiumpräparat bei unseren Versuchen zuerst ins Vakuum gebracht, um möglichst die eingeschlossenen Gase zu entfernen. Wir haben dasselbe nachher weder erhitzt noch aufgelöst, sondern die Emanation dadurch gewonnen, daß wir bei Atmosphärendruck Wasserstoff darüber geleitet haben. Es muß deshalb als sehr unwahrscheinlich bezeichnet werden, daß hierbei noch okkludierte Gase, die durch das Vakuum nicht beseitigt waren, mitgeführt worden sind. Dann haben wir aber anfänglich in unserem Rohre kein He, sondern nur Wasserstoff und Emanation gehabt, und das jetzt jederzeit in dem Rohre zu sehende He muß sich aus der Emanation gebildet haben.

5. 25 mg des Gieselschen $RaBr_2$ wurden in ein kleines, U-förmiges Glasrohr mit angeschmolzener Mikroentladungsröhre gebracht. Es wurde aufs äußerste evakuiert, getrockneter Wasserstoff eingelassen, wieder evakuiert etc. Im ganzen wurde der Prozeß zehnmal wiederholt, und schließlich wurde das Rohr hoch evakuiert abgeschmolzen.

Selbst mit vollständig ausgeruhtem Auge war kaum ein Schein einer schwach leuchtenden Emanation zu sehen. Die spektroskopische Untersuchung ergab Wasserstoff und Spuren von CO. Nach Verlauf von 14 Tagen hatte sich das Spektrum nicht nachweisbar geändert, wohl aber hatte die Emanation zugenommen, so daß im Dunkelzimmer das Leuchten des U-Rohres und der kleinen Kugeln des Entladungsrohres gut

gesehen werden konnte, die enge Kapillare erschien allerdings noch dunkel. Also eine Produktion von Emanation hatte auch im Vakuum stattgefunden, entgegen einer Angabe von Curie und Debierne, aber dieselbe schien unzweifelhaft geringer, als sie im lufterfüllten Raume in gleicher Zeit gewesen sein würde.

Das Rohr blieb drei Monate sich selbst überlassen. Nach dieser Zeit war in demselben He vorhanden. Die gelbe, die grüne und eine blaue Linie sind sicher nachweisbar, ob die rote Linie erkennbar ist, müssen wir als zweifelhaft bezeichnen. Eintauchen des U-Rohres in flüssige Luft bringt keine besondere Veränderung des Spektrums hervor.

6. Die zweite Hälfte unseres $RaBr_2$-Vorrates war bei einem mißglückten Versuche mit konzentrierter H_2SO_4 überschüttet worden und hatte sich in $RaSO_4$ verwandelt. Die H_2SO_4 wurde mit viel Wasser verdünnt, abfiltriert, getrocknet und das Präparat mit alkoholischer Schwefelsäure abgeraucht. Da von Siegellack herrührende Teilchen dem Präparate beigemischt waren, so wurde im Platintiegel auf Rotglut erhitzt.

Diese Prozedur schadete für unsere Zwecke durchaus nicht, im Gegenteil, es kam uns darauf an, dem Radiumpräparate nach Möglichkeit das darin etwa aufgespeicherte He zu entziehen, um zu sehen, ob nach Verlauf längerer Zeit wieder He in demselben vorhanden wäre. Zu dem Zwecke wurde das $RaSO_4$ in ein 10 cm langes, an einem Ende zugeschmolzenes Quarzrohr gebracht, an das mit Siegellack ein Mikrovakuumrohr ohne Elektroden angekittet war. Nachdem mehrmals ausgepumpt und mit Wasserstoff ausgespült war, wurde das Präparat, während die Kahlbaumsche Quecksilberpumpe unausgesetzt in Tätigkeit war, 20 Min. lang auf helle Rotglut erhitzt. Der Versuch mißglückte und wurde wiederholt, nachdem die Siegellackkittung durch einen Schliff ersetzt war, der mit Hausenblaseleim gekittet, und nachdem dieser getrocknet, mit Marineleim überzogen war. Das $RaSO_4$ wurde 30 Min. auf heller Rotglut gehalten, hierauf das Ganze mehrmals mit Wasserstoff ausgespült, und nachdem wieder evakuiert war, wurde das Vakuumrohr mit angekittetem Quarzrohr abgeschmolzen. Mit dem Induktorium betrieben, leuchtete das stark ausgepumpte elektrodenlose Rohr nur sehr schwach; mit Teslaströmen wurde

das Licht bedeutend stärker, so daß die spektralanalytische Untersuchung keine Schwierigkeiten bot. Nach der Anfertigung und an den beiden folgenden Tagen war kein He nachweisbar. Nachdem das Rohr drei Wochen gelegen hatte, waren die rote, gelbe, grüne und blaue He-Linie eben sichtbar. Nach Verlauf von weiteren zwei Wochen hatte die Helligkeit der Linien um ein ganz geringes nur zugenommen, aber sie waren sicher als He-Linien zu identifizieren. Das $RaSO_4$ in dem Quarzrohre wurde nun wieder auf helle Rotglut erhitzt; der ganze Apparat füllte sich mit hellleuchtender Emanation, und die Intensität der He-Linien nahm wenig, aber in sicher zu erkennender Weise zu. Wurde jetzt das Quarzrohr in flüssige Luft getaucht, so wurde der Untergrund des Spektrums ganz allmählich dunkler, und die He-Linien hoben sich scharf und glänzend von ihm ab. Das Quarzrohr mußte ca. $^1/_2$ Stunde in flüssige Luft eingetaucht bleiben, ehe das Maximum in der Helligkeit der He-Linien eingetreten war. Es konnten jetzt sogar noch mehrere der weniger hellen He-Linien festgestellt werden. Wurde nun die flüssige Luft fortgenommen, so schlug nach wenigen Minuten das bisher vorhandene Linienspektrum in ein ganz anderes Bandenspektrum um, in dem nur schwer noch die gelbe und die grüne He-Linie erkannt werden konnten. Mit fortschreitender Erwärmung des Quarzrohres verschwand ziemlich schnell wieder der scharf ausgeprägte Charakter des Bandenspektrums, indem sich der ganze Untergrund wieder ziemlich gleichmäßig hell zeigte und die He-Linien in derselben Stärke auftraten wie vor der Abkühlung. Der eben geschilderte Kreisprozeß ließ sich beliebig oft, stets mit dem gleichen Erfolge wiederholen. Man hat beim Beobachten des plötzlichen Umschlagens des Spektrums sofort den Eindruck: Jetzt muß irgend etwas, das sich beim Abkühlen langsam kondensiert hat, plötzlich wieder verdampfen. Wir haben versucht, das Bandenspektrum aufzumessen, doch ist es uns noch nicht gelungen, die Temperatur, bei der es beständig ist, zu finden, bez. konstant zu halten. Wir können deshalb aus unseren bisherigen Messungen noch nicht entscheiden, ist es das neue Spektrum der Emanation oder nur das von CO.

Wir haben bei den vorstehend beschriebenen Versuchen das $RaSO_4$ zuerst längere Zeit auf dunkle Rotglut, dann zwei-

mal 20 bez. 30 Min. lang im Vakuum auf helle Rotglut erhitzt, und haben alle dabei ausgetretenen Gase weggespült und weggepumpt. Trotzdem ist nach Verlauf von drei bez. fünf Wochen wieder He vorhanden gewesen. Will man nicht annehmen, daß das Ra das He ähnlich fest hält, wie etwa das Palladium den Wasserstoff, so daß es also nicht absolut undenkbar wäre, daß trotz des langen und wiederholten Glühens und Auspumpens noch immer He okkludiert war, so bleibt nur die eine Erklärung über, *daß in der Tat neues He aus dem Radiumpräparate hervorgegangen ist.* Darüber, *wie* das He entstanden ist, wird man unserer Ansicht nach erst dann begründete Vermutungen aufstellen können, wenn das Wesen der Emanation weiter ergründet ist.

7. Zum Schluß möchten wir nicht unerwähnt lassen, daß wir He auch in einem Rohre gefunden haben, das der eine von uns[1]) gelegentlich einer mit Hrn. Th. Ganz unternommenen Untersuchung vor vier Jahren mit ca. $^1/_2$ g de Haënschen Präparates beschickt, mit Wasserstoff ausgespült und dann bis zum Auftreten von Kathodenstrahlen ausgepumpt hatte. Das Präparat war damals ziemlich stark erhitzt, auch waren Spuren davon in die Kapillare gebracht, um sie durch den Strom zu erhitzen, in der Hoffnung, auf diese Weise das Ra-Spektrum beobachten zu können. Unter den im Beobachtungsjournal, 12. Januar 1900, verzeichneten Linien findet sich keine He-Linie, allerdings ist zu bemerken, daß nach diesen nicht gesucht wurde. Jetzt konnten in dem Rohre die gelbe und die grüne He-Linie identifiziert werden.

Freiburg i. Br., Juni 1904.

---

1) G. Meyer.

(Eingegangen 3. August 1904.)

11. *Versuche mit dem elektrolytischen Wellendetektor;* *von V. Rothmund u. A. Lessing.*

Vor kurzem ist von Fessenden[1]) und Schlömilch[2]) die interessante Tatsache beobachtet worden, daß eine Zersetzungszelle mit einer sehr dünnen Platinspitze als Elektrode sich elektrischen Wellen gegenüber ähnlich wie ein Kohärer verhält.

Schlömilch, dem wir die erste eingehende Untersuchung dieser Erscheinung verdanken, schreibt unter anderem darüber: „Wenn man eine gewöhnliche Polarisationszelle mit Platin- oder Goldelektroden in verdünnte Säure eingetaucht, an eine Stromquelle anschließt, deren elektromotorische Kraft um einen geringen Betrag höher ist als die gegenelektromotorische Kraft der Zelle, so daß durch die Zelle ein dauernder Zersetzungsstrom fließt und sich eine zarte Gasentwickelung an den Elektroden einstellt, so zeigt ein in den Stromkreis eingeschalteter Stromanzeiger eine Verstärkung des Stromes an, sobald die Zelle durch elektrische Wellen bestrahlt wird.“ Weiter gibt er an, daß die Erscheinung bei kathodischer Polarisation der Spitze fast vollständig ausbleibt, „ein Beweis, daß die Gasart eine wesentliche Rolle spielt“. Außerdem wurde in einigen Spezialfällen eine, wenn auch wesentlich geringere Verstärkung des Stromes eines Elementes bei der Reizung durch Wellen beobachtet, dessen eine Elektrode eine sehr dünne Spitze war.

Während Fessenden die Erscheinung auf die Wärmeentwickelung durch die Wellen zurückzuführen geneigt ist geht Schlömilch auf eine theoretische Erörterung nicht ein. Eine weitere Untersuchung dieser Erscheinung verdanken wir Reich[3]); auf die Ergebnisse in theoretischer und experimenteller Hinsicht werden wir weiter unten zurückkommen.

1) R. A. Fessenden, Elektrotechn. Zeitschr. 24. p. 586 u. 1015. 1903.
2) W. Schlömilch, Elektrotechn. Zeitschr. 24. p. 959. 1903.
3) M. Reich, Physik. Zeitschr. 5. p. 838. 1904.

Es schien auffallend, daß die Anode bevorzugt sein sollte. Von einer näheren Untersuchung nach der physikalisch-chemischen Seite hin glaubten wir einiges zur Aufklärung des Vorganges erhoffen zu dürfen.

Man überzeugt sich leicht, daß, wenn nur die Spitze hinreichend klein ist, die verschiedensten Anordnungen des Wellengebers wirksam sind. Da es uns nicht auf eventuelle technische Verwendbarkeit ankam, so verzichteten wir darauf, ganz kleine Spitzen, welche die größte Empfindlichkeit zeigen, zu verwenden, wie sie sich z. B. nach dem von E. Bose[1]) angegebenen und von Reich benutzten Verfahren ohne Schwierigkeit herstellen lassen, sondern benützten Spitzen aus eingeschmolzenem Platindraht von 0,025 mm Durchmesser, welche direkt am Glase abgebrochen waren. Bei Verwendung noch dünnerer Spitzen wäre wohl eine größere Inkonstanz der Resultate zu befürchten gewesen.

Namentlich erhält man starke Effekte, wenn man, wie es in der drahtlosen Telegraphie üblich ist, sowohl den Erreger als den Empfänger erdet. Später gingen wir davon ab und wählten eine leichter überblickbare und zuverlässigere, wenn auch nicht so energisch wirkende Anordnung, die in allen Teilen symmetrisch und nirgends geerdet war. Die genauere Beschreibung der definitiven Versuchsanordnung folgt auf folgender Seite.

Unsere ersten Versuche bezogen sich auf die Wirkung der Wellen bei der Elektrolyse verschiedener Stoffe zwischen Platinelektroden. Die Spitze war Anode, ein größeres Platinblech Kathode, der Elektrolyt normale Schwefelsäure. Vom Empfänger führten Leitungen an die beiden Arbeitselektroden unter Zwischenschaltung eines Kondensators. Man erhält übrigens natürlich auch bei Verbinden nur *einer* Elektrode oder auch beim Fehlen eines Empfängerdrahtes Wirkungen.

Während Schlömilch auf seine Zelle so hohe zersetzende Spannungen wirken ließ, daß eine Gasentwickelung auftrat, beschäftigten wir uns auch mit dem Gebiete unterhalb des Zersetzungspunktes und beobachteten hier sogar eine relativ stärkere Vermehrung des Stromes. Auch traten hier nicht

1) E. Bose, Schles. Gesellsch. für vaterländische Kultur. 1900.

die Störungen durch Gasblasen auf, weshalb wohl überhaupt das Arbeiten bei geringeren Spannungen theoretisch durchsichtigere Resultate verspricht.

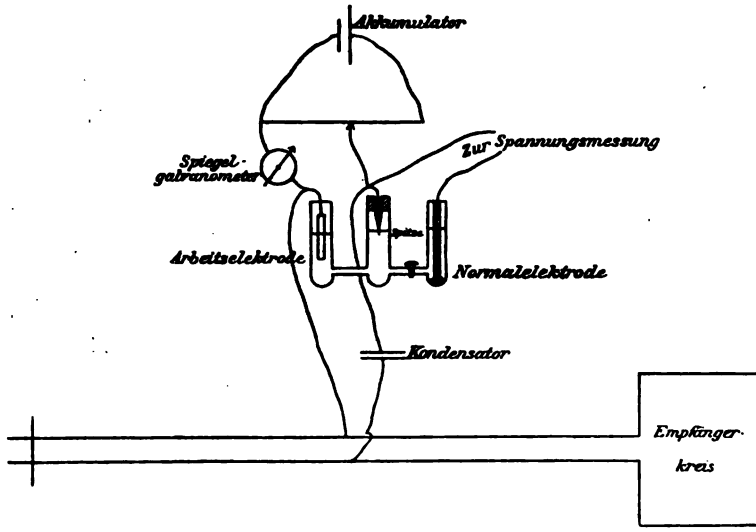
Die Angabe Schlömilchs, daß die Spitze als Kathode wenig oder gar nicht wirksam ist, fanden wir nur bei höheren Spannungen (etwa 4 Volt) bestätigt, bei kleineren Spannungen dagegen verlaufen die Vorgänge vollkommen analog, mag die Spitze Anode oder Kathode sein; allerdings ist in letzterem Falle die Wirkung etwas schwächer. Es zeigte sich auch bald, daß überhaupt die chemische Natur der abgeschiedenen Produkte nicht ausschlaggebend ist. Versuche mit Salpetersäure, Natronlauge, Jodkalium, Schwermetallen etc. ergaben sämtlich ähnliche Resultate, auch konnte das Material der Elektrode ein anderes sein als Platin, ohne daß dadurch der Charakter der Erscheinung verändert worden wäre.

Versuchsanordnung.

Zur Erzeugung der Wellen diente eine dem Blondlotschen System analog gebaute Anordnung . Ein Plattenkondensator aus kreisförmigen Zinkplatten von 30 cm Durchmesser und ungefähr 2 cm Abstand entlud sich durch eine Funkenstrecke. Die verbindenden Drähte bildeten ein Rechteck von 36 × 31 cm. Das als Stromquelle dienende Induktorium (ca. 15 cm Funkenlänge) wurde mit einem rotierenden Quecksilberunterbrecher betrieben. Der Empfängerkreis hatte ähnliche Dimensionen wie das Drahtrechteck des Geberkreises und war etwa 20 cm oberhalb desselben symmetrisch dazu angebracht. Von ihm gingen zwei ca. 4 m lange parallele Drähte in einem Abstand von 8 cm aus. Von der Mitte dieser Drähte führten zwei Leitungen an die Zersetzungszelle, deren eine durch einen Plattenkondensator unterbrochen war (vgl. Figur). Über die Enden der Drähte war eine verschiebbare Brücke gelegt, mittels deren wir eine angenäherte Abstimmung vornehmen konnten, so daß die Wirkung ein Maximum zeigte. Übrigens waren kleine Änderungen in der Stellung der Brücke oder der Ansatzstelle der Zuleitungsdrähte ohne bedeutenden Einfluß auf die Wirksamkeit.

Viele Schwierigkeiten bereitete uns anfangs die Inkonstanz der Funkenstrecke, die durch die üblichen Mittel, wie An-

wendung von Zinkkugeln, Blasen eines Luftstromes gegen die Funkenstrecke, Überspringenlassen in Vaselinöl, nicht zu beheben waren. Es schien so unmöglich, die Resultate verschiedener Versuche aufeinander zu beziehen. Schließlich half uns dabei nur das Mittel, die Wirksamkeit der Funkenstrecke jedesmal durch eine „Vergleichszelle" zu kontrollieren. Dieselbe bestand aus einer in der oben angegebenen Weise hergestellten Platinspitze und einer unpolarisierbaren Elektrode in Schwefelsäure. Diese Zelle wurde stets mit der gleichen elektromotorischen Kraft polarisiert und ergab dann unter der Ein-



wirkung der Wellen Ausschläge des Galvanometers, die innerhalb einer Versuchsreihe nicht um mehr als 10 Proz. schwanken durften; sonst wurde die Reihe als unbrauchbar verworfen, und durch Putzen der Kugeln, Variieren der Länge der Funkenstrecke die frühere Reaktionsfähigkeit der Wellen wiederhergestellt. Waren trotzdem zwischen einzelnen Serien Abweichungen vorhanden, die übrigens höchstens auf 20 Proz. anstiegen, so wurde unter Annahme von Proportionalität der Wirkung auf beide Zellen eine Reduktion auf den gleichen Ausschlag der Vergleichszelle vorgenommen.

Bei den Versuchen, die sich auf die Elektrolyse durch

eine variable äußere elektromotorische Kraft beziehen, wurde ein Akkumulator durch eine Brückenwalze mit Schleifkontakt geschlossen, so daß an die Zelle mit der Spitze Spannungen von 0—2 Volt gelegt werden konnten. Ein im gleichen Stromkreis befindliches Spiegelgalvanometer nach d'Arsonval diente zur Strommessung. Die Zelle selbst war von der Form, wie sie im Nernstschen Laboratorium zur Messung von Zersetzungsspannungen angewendet wird.[1]) Im ersten Tubus des Apparates befand sich eine große Platinelektrode, die Arbeitselektrode, in dem zweiten die feine Spitze, in dem dritten, durch einen Hahn von der zweiten getrennt, die Normalelektrode, bestehend aus Quecksilber in mit Merkurosulfat gesättigter normaler Schwefelsäure. Die Spannung zwischen der Spitze und der Normalelektrode wurde nach der Kompensationsmethode mit Hilfe eines Kapillarelektrometers gemessen, nachdem es sich gezeigt hatte, daß dasselbe trotz der großen Polarisierbarkeit hier, wo von außen stets Strom nachgeliefert wird, verwendbar ist.

Sehr geringe Dimensionen der Spitze waren unbedingt notwendig. War die Spitze aus dem 0,025 mm starken Draht nur wenige Zehntel Millimeter lang, so war ihre Empfindlichkeit sehr klein. Eine Spitze von ca. $^1/_2$ mm Durchmesser und einigen Millimetern Länge erwies sich als gänzlich unwirksam, wodurch zugleich der Beweis erbracht war, daß bei unserer Anordnung eine direkte Wirkung auf das Galvanometer oder Elektrometer ausgeschlossen war.

Die Beobachtungen wurden in folgender Weise ausgeführt: Nachdem der polarisierende Strom geschlossen war, wurde eine Minute gewartet, dann das Galvanometer abgelesen, hierauf das Induktorium in Betrieb gesetzt, nach einer halben Minute abgelesen, sofort das Induktorium ausgeschaltet und nach einer weiteren halben Minute die dritte Ablesung vorgenommen. Während der ganzen Zeit war also der Strom nicht unterbrochen. Bei kleineren Stromstärken waren die Unterschiede zwischen der ersten und dritten Ablesung des Galvanometers nicht sehr groß, woraus hervorgeht, daß die Einwirkung der

1) Vgl. E. Bose, Zeitschr. f. Elektrochem. 5. p. 153. 1898; A. Coehn-Dannenberg, Zeitschr. f. phys. Chem. 38. p. 609. 1901.

Wellen keine erhebliche Nachwirkung hat; nur bei der Abscheidung von Schwermetallen fanden wir bisweilen erheblichere Nachwirkungen. Bei größeren polarisierenden elektromotorischen Kräften sinkt der Strom an und für sich schnell mit der Zeit. Es ist dann nicht mehr zulässig, das Mittel aus dem ersten und dritten Ausschlag als Bezugswert anzunehmen; in diesen Fällen wurde eine Beobachtung dieser Abnahme vorgenommen und daraus durch Interpolation der Bezugswert abgeleitet. Bei jedem Versuche wurde ferner die Spannung der Spitze gegen die Normalelektrode mit und ohne Einwirkung von Wellen gemessen.

Wir teilen in folgendem zur Illustration des Verlaufes der Erscheinungen einige Versuchsreihen ausführlich mit. Für die übrigen Versuche geben wir der größeren Kürze und Übersichtlichkeit wegen nur die Kurven.

In der ersten Reihe der Tabellen stehen die Spannungen der Spitze gemessen gegen die Quecksilber–Schwefelsäure–Elektrode. Will man daraus die absoluten Potentiale berechnen, so hat man 0,972 Volt zu addieren, will man die Spannungen auf die Wasserstoffelektrode beziehen, so ist 0,695 Volt zu zu addieren.[1]) Hierauf folgt der Wert der Spannung, der beim Einschalten der Wellen beobachtet wurde. In analoger Weise sind dann die Stromstärken angegeben. Die Zahlen bedeuten den Ausschlag in Zentimetern; 1 cm entspricht $1{,}9 \times 10^{-8}$ Amp.

Tabelle I.

Äqu. n-Schwefelsäure.

Spannung		Stromstärke	
ohne Wellen	mit Wellen	ohne Wellen	mit Wellen
a) Spitze Kathode			
−0,116 Volt	−0,114 Volt	0,9	3,7
−0,501	−0,497	0,6	3,0
−0,575	−0,568	0,5	3,0
−0,680	−0,669	0,9	11,0
−0,713	−0,687	4,3	21,0
−0,726	−0,701	7,0	30,0
−0,755	—	43,2	—

1) N. T. M. Wilsmore, Zeitschr. f. phys. Chem. 35. p. 300. 1900.

Tabelle I (Fortsetzung).

Spannung		Stromstärke	
ohne Wellen	mit Wellen	ohne Wellen	mit Wellen
	b) Spitze Anode		
0,313 Volt	0,294 Volt	0,0	2,5
0,700	0,688	0,1	11,0
1,070	1,039	1,5	27,0
1,222	1,162	8,6	>50
1,292	—	24,6	—

Tabelle II.

n-Salpetersäure.

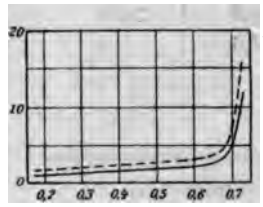
Spannung		Stromstärke	
ohne Wellen	mit Wellen	ohne Wellen	mit Wellen
	a) Spitze Kathode		
−0,264 Volt	−0,254 Volt	0,0	17,0
−0,616	−0,602	1,5	27,0
−0,755	−0,736	22,7	>50
	b) Spitze Anode		
0,485 Volt	0,474 Volt	0,0	24,0
0,920	0,907	0,1	29,0
1,108	1,092	0,9	44
1,263	1,212	25,2	>50

Aus den Tabellen ersieht man, daß die Reizung durch elektrische Wellen die Stromstärke sehr erheblich erhöhen kann, und zwar sowohl wenn die Spitze Anode, als auch wenn sie Kathode ist. Im zweiten Falle ist die Wirkung schwächer. Sehr viel geringer ist die Änderung, welche die Spannung der Elektrode erfährt, und zwar wird sie stets vermindert.

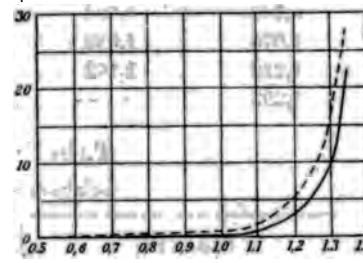
Was den zeitlichen Verlauf betrifft, so zeigt sich immer eine geringe Nachwirkung der Wellen, die jedoch nach 1 Min. so gut wie vollständig verschwunden ist. Einen direkten Nachweis für das Bestehen einer solchen Nachwirkung ergab uns folgender Versuch: Während der polarisierende Strom unterbrochen war, setzten wir den Wellengeber in Betrieb und schalteten dann letzteren aus und gleichzeitig den polarisieren-

den Strom ein. Der Ausschlag war dann etwas größer als er ohne Einwirkung der Wellen gewesen wäre.

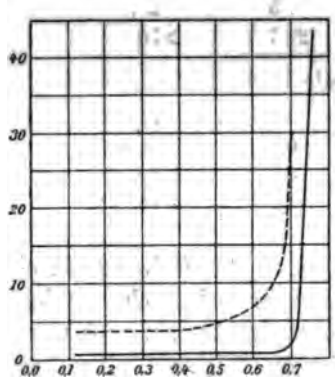
Wie sehr die Wirkung von der Konzentration abhängig ist, zeigte eine Reihe von Beobachtungen mit verschieden starker Schwefelsäure bei Polarisation in beiden Richtungen. Wir geben im folgenden diese Beobachtungen in Form von



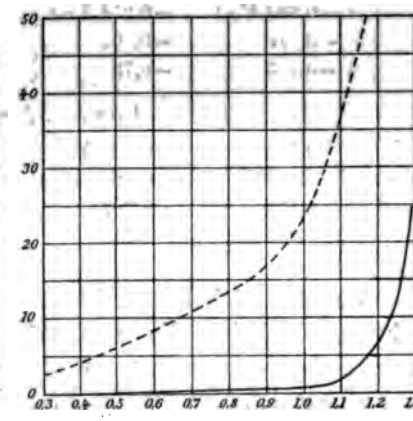
Kurve 1. 0,1 n-Schwefelsäure. Spitze Kathode.



Kurve 2. 0,1 n-Schwefelsäure. Spitze Anode.



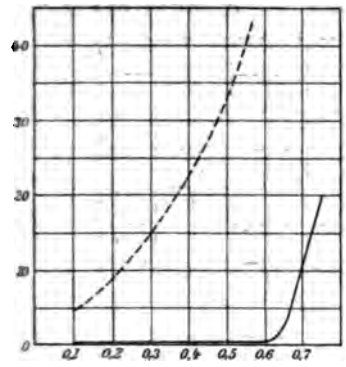
Kurve 3. n-Schwefelsäure. Spitze Kathode.



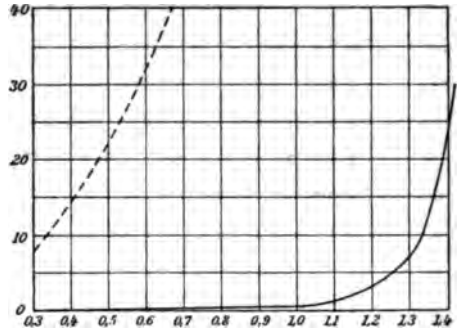
Kurve 4. n-Schwefelsäure. Spitze Anode.

Kurven wieder. Ordinaten sind wie gewöhnlich die Stromstärken, Abszissen die Spannungen. Die punktierte Kurve bezieht sich auf die bei der Einwirkung der Wellen ausgeführten Versuche. Wie die Kurven zeigen, ist der Effekt bei 0,1 normaler Säure sehr klein, steigt dann rasch mit der Konzentration an, ist aber bei der reinen Schwefelsäure wieder kleiner.

Das Maximum der Wirkung tritt bei der 30 proz. Schwefelsäure auf, die bekanntlich auch die maximale Leitungsfähigkeit besitzt. Daß tatsächlich die Leitfähigkeit das Maßgebende

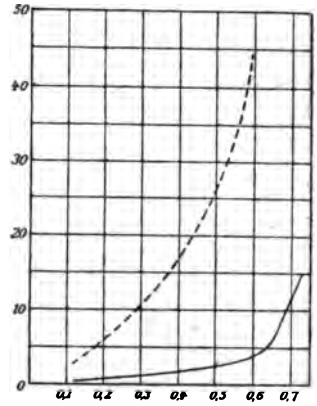


Kurve 5. 30 proz. Schwefelsäure. Spitze Kathode.



Kurve 6. 30 proz. Schwefelsäure. Spitze Anode.

für die Wirkung ist, wird noch schlagender durch folgenden Versuch illustriert: 0,1 normale Schwefelsäure wurde mit Kaliumsulfat nahezu gesättigt und diese Lösung untersucht. Hierauf wurde normale Schwefelsäure so lange verdünnt, bis sie die gleiche Leitfähigkeit wie obige Lösung hatte, was einer Konzentration von 0,5 normal entsprach. Die Kurve 10 zeigt das Verhalten dieser Lösungen bei anodischer Polarisation. Zum Vergleich ist auch die für 0,1 normale Schwefelsäure erhaltene Kurve noch einmal reproduziert (Kurve 11).

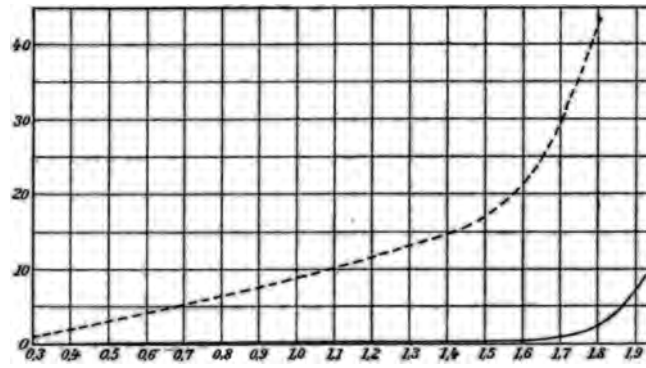


Kurve 7. Reine Schwefelsäure. Spitze Kathode.

Ein Blick auf diese Kurven zeigt sofort, daß die Wirkung bei der mit Kaliumsulfat versetzten 0,1-normalen Schwefelsäure (Kurve 10) sehr viel stärker ist als bei der reinen 0,1 normalen Schwefelsäure, daß dagegen die Kurven für die beiden Lösungen von gleicher Leitfähigkeit sehr nahe übereinstimmen. Ein vollkommenes Zusammenfallen beider

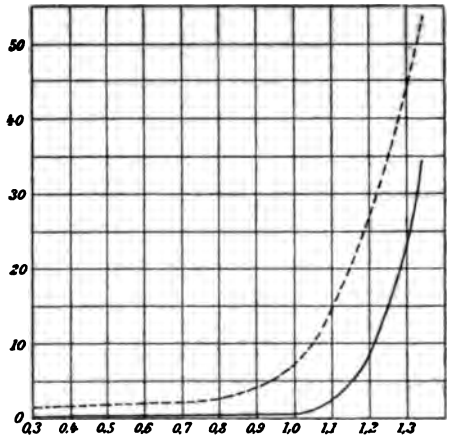
Kurven ist natürlich ausgeschlossen, schon weil der Zersetzungspunkt in beiden Fällen an verschiedenen Stellen liegt.

Diese Abhängigkeit der Wirkung von der Leitfähigkeit dürfte auch der Grund dafür sein, daß die Wirkung auf die



Kurve 8. Reine Schwefelsäure. Spitze Anode.

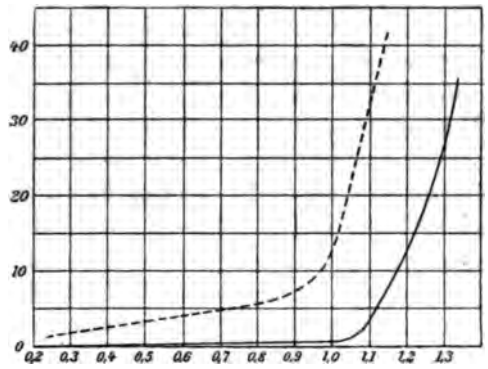
Salpetersäure stärker ist als die Wirkung auf die Schwefelsäure von gleicher Normalität.



Kurve 9. 0,5 n-Schwefelsäure. Spitze Anode.

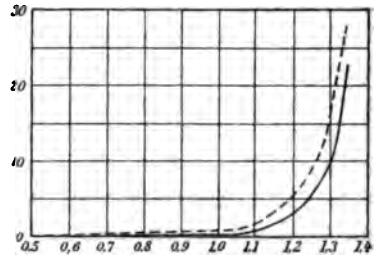
Wir haben auch Natronlauge und Jodkalium untersucht und fanden dabei ganz ähnliche Verhältnisse; bei diesen Vorversuchen war jedoch die Anordnung eine andere, die Wirksamkeit der Wellen war sehr schwankend und geringer und wurde noch nicht durch die Vergleichzelle kontrolliert. Da demnach die Zahlen mit den oben angegebenen nicht unmittelbar vergleichbar sind, verzichten wir auf die Mitteilung derselben, doch läßt sich auch aus diesen Versuchen entnehmen, daß die Erscheinung nicht an einen bestimmten chemischen Vorgang gebunden ist.

Noch deutlicher geht dies daraus hervor, daß auch bei der kathodischen Zersetzung der Lösungen von Schwermetallen der Einfluß der elektrischen Wellen hervortrat. Hier zeigten sich im Gegensatz zu den früheren Versuchen starke Nachwirkungen und Unregelmäßigkeiten, indem der Strom oberhalb des Zersetzungs-



Kurve 10. 0,1 n-Schwefelsäure + Kaliumsulfat. Spitze Anode.

punktes bei längerer Einwirkung der Wellen langsam zunahm, was vielleicht auf die Vergrößerung der Kathode durch das ausgeschiedene Metall zurückzuführen ist. Zur Erläuterung dieses für die Abscheidung von Metallen typischen Vorganges mögen folgende Zahlen für Kupfersulfat in normaler Lösung dienen, bei dem die Erscheinung besonders deutlich hervortritt:



Kurve 11. 0,1 n-Schwefelsäure. Spitze Anode.

Vor Einschaltung der Wellen betrug bei einem Versuch die Stromstärke 17,1, nach 1 Min. 16,9, nach 2 Min. 16,3, während der Wirkung der Wellen war die Stromstärke 21,8, nach 1 Min. 25,7, nach 2 Min. 28,0. Nach Ausschaltung der Wellen war die Stromstärke 24,2 nach 1 Min. 23,8 und sank dann langsam auf den früheren Wert.

Im allgemeinen waren die Wirkungen bei den Metallen kleiner als bei der Schwefelsäure von gleicher Konzentration.

Doch ist hier zu berücksichtigen, daß die Lösungen der Metallsalze eben schlechter leiten. Vergleicht man verschiedene Metallsalze miteinander, so ist, wie die Versuche zeigten, die Stärke der Wirkung nicht allein von der Leitfähigkeit abhängig. Denn die Reaktionsfähigkeit auf Wellen war für normale Lösungen bei Zinksulfat und Kupfersulfat ungefähr gleich, bei Silbernitrat dagegen nicht mehr recht deutlich wahrnehmbar, obgleich das letztere viel besser leitet als die beiden anderen Salze. Silbernitrat in 4 normaler Lösung zeigte jedoch recht erhebliche Wirkungen.

Die Eigenschaft einer sehr kleinen Elektrode, auf den Reiz durch elektrische Wellen zu reagieren, tritt nach dem Vorausgegangenen in allen untersuchten Fällen auf; man darf wohl annehmen, daß sie, genügende Leitfähigkeit vorausgesetzt, eine allgemeine Erscheinung ist. So auffallend die Analogie mit dem gewöhnlichen Kohärer zunächst erscheint, so liegt ein prinzipieller Unterschied zwischen den beiden Wellenanzeigern darin, daß der elektrolytische Detektor im Gegensatz zum Kohärer nach der Bestrahlung mit Wellen von selbst in seinen Anfangszustand zurückkehrt; ob beide Erscheinungen auf derselben Ursache beruhen, erscheint daher zum mindesten fraglich. Man könnte zwar zunächst sich vorstellen, daß ähnlich, wie man bei dem zuerst gegebenen, jetzt freilich ziemlich allgemein verlassenen Erklärungsversuch des Kohärers angenommen hat, die durch die Wellen erzeugte Stromwärme an der kleinen in Betracht kommenden Berührungsstelle zwischen Metall und Elektrolyt den Widerstand derart verkleinert, daß ein stärkerer Strom fließen kann.

Diese Erklärung lag um so näher, als die Erscheinungen, die beim Durchgang von Wechselstrom bez. elektrischen Wellen durch enge mit Elektrolyten gefüllte Räume auftreten, in vollkommen befriedigender Weise durch die Widerstandsänderung infolge der Stromwärme erklärt worden sind. Es ist dies namentlich nachgewiesen worden durch Versuche von M. Cremer[1]), die zur Erklärung des sogenannten „Fleischl-Effektes“ in der Kapillare ausgeführt worden sind. Er konnte nach-

1) M. Cremer, Zeitschr. f. Biologie 46, Neue Folge 28. p. 377. 1904.

weisen, daß der Gleichstrom, welcher entsteht, wenn der Sekundärstrom eines Induktoriums eine sehr enge mit einem Elektrolyten gefüllte Kapillare passiert, mit der erzeugten Jouleschen Wärme zusammenhängt. In ähnlicher Weise erklärt Fessenden[1]) die Wirkung seines auf der Verwendung eines Diaphragmas mit einem winzigem Loch innerhalb einer leitenden Lösung beruhenden Wellenindikators. Die gleiche Erklärung glaubte er auf die von ihm als „Baretter" bezeichnete Vorrichtung ausdehnen zu können, bei welcher eine feine Metallspitze in einem Elektrolyten verwendet wird, die also vollkommen identisch ist mit dem elektrolytischen Detektor. Daß die Wirkung des letzteren nicht oder jedenfalls nur zum kleinsten Teil als eine Bolometerwirkung aufgefaßt werden darf, hat Reich[2]) hervorgehoben und vor allem darauf hingewiesen, daß bei dieser Anordnung leicht eine Erhöhung des Stromes auf das zehnfache eintreten kann, während die Widerstandsänderung des Elektrolyten infolge der Erwärmung unmöglich so groß sein kann.

Es gelang uns durch folgenden Versuch den direkten Nachweis hierfür zu erbringen. Wir verfuhren dabei ähnlich wie Cremer[3]), der in der erwähnten Arbeit Phosphorsäure und unterphosphorige Säure, deren Temperaturkoeffizienten der Leitfähigkeit bekanntlich nach Arrhenius bei höheren Temperaturen negativ werden, in die Kapillare brachte und zeigen konnte, daß gleichzeitig mit dem Umkehrpunkt der Leitfähigkeit eine Umkehrung im Zeichen des von ihm studierten Effektes eintritt. Im Gegensatz dazu zeigt eine mit unterphosphoriger Säure gefüllte Detektorzelle bei allen Temperaturen bis 94° eine deutliche *Zunahme* des Stromes bei der Reizung durch elektrische Wellen, während offenbar eine *Abnahme* hätte erfolgen müssen, wenn es sich um eine Bolometerwirkung handelte. In letzterem Falle müßte auch die Zelle, wenn sie statt mit einem Elektrolyten mit Quecksilber gefüllt wird, auf die Wellen reagieren, und zwar als Antikohärer wirken. Wir haben uns überzeugt, daß dies nicht der Fall ist, daß vielmehr

1) R. A. Fessenden, Elektrotechn. Zeitschr. 24. p. 1015. 1903.
2) M. Reich, l. c.
3) M. Cremer, l. c.

die Wellen auf diese Zelle ohne Einfluß sind. Es ist also die Anwesenheit eines Elektrolyten an der Spitze wesentlich.

Auf eine andere Art der Erklärung hat Reich hingewiesen, indem er als Ursache der Wirksamkeit der Wellen ihre *depolarisierende Wirkung* ansieht. Er stützt diese Ansicht auf einige interessante Versuche, welche eine Verschiedenheit der Wirkung einer halben Welle, gebildet durch die nichtoszillatorische Entladung eines Kondensators, je nach dem Vorzeichen derselben konstatieren. Er hält es für wahrscheinlich, daß die Erscheinung in Zusammenhang steht mit der von Margules[1]), Ruer[2]) u. a. untersuchten Auflösung von Platin, durch anodische Einwirkung von Gleichstrom und gleichzeitiger Wirkung von Wechselstrom. Wenn es nun auch möglich ist, daß beim Detektor, wenn die Spitze Anode ist, diese Erscheinung eintritt, so darf man jedenfalls nicht in der Auflösung des Platins die unumgängliche Bedingung sehen; denn es hat sich ja gezeigt, daß der fragliche Effekt bei den verschiedensten chemischen Vorgängen, bei Spitzen aus verschiedenen Metallen und vor allem auch, daß er bei der kathodischen Polarisation auftritt. Trotzdem sind ähnliche theoretische Überlegungen über die gleichzeitige Wirkung von Gleichstrom und Wechselstrom und die depolarisierende Wirkung des letzteren, wie sie Margules andeutet und Ruer genauer ausführt, wohl auch auf diesen Fall anwendbar.

Die im folgenden entwickelte Vorstellung gibt nicht nur eine, wie wir glauben befriedigende Erklärung der beobachteten Erscheinungen, sondern ermöglichte es uns auch, bei den unten besprochenen Versuchen mit Elementen die Wirksamkeit neuer Kombinationen vorherzusehen.

Trifft ein Wellenzug auf eine z. B. kathodisch polarisierte Spitze, so wird die anodische Komponente die Zelle leicht passieren und einen Teil des in der Elektrode und deren Umgebung angesammelten Wasserstoffs oxydieren und somit eine Depolarisation bewirken; die kathodische Komponente dagegen wird, da sie die schon vorhandene Polarisation erhöht, gar nicht oder wenigstens nur zum Teile hindurchgehen. Analoge

1) M. Margules, Wied. Ann. **65.** p. 629. 1898; **66.** p. 540. 1898.
2) M. Ruer, Zeitschr. f. phys. Chem. **44.** p. 81. 1903.

Betrachtungen gelten auch für eine anodisch polarisierte Spitze. Natürlich wird diese Wirkung nur bei einer nicht zu kleinen Dichte des Wechselstromes auftreten; es wird also bei den geringen Strommengen, um die es sich hier handelt, eine außerordentlich kleine Oberfläche der Elektrode die wichtigste Bedingung sein. Ferner ist klar, daß der Effekt in um so höherem Grade auftreten wird, je besser die Leitfähigkeit des Elektrolyten ist.

Nach dieser Auffassung verhält sich die Zelle den Wellen gegenüber einigermaßen ähnlich wie eine Zelle mit einer Aluminiumelektrode, welche bekanntlich den Wechselstrom unter gewissen Bedingungen nur in dem einen Sinne, wenn nämlich das Aluminium Kathode ist, hindurchgehen läßt und so den Wechselstrom in pulsierenden Gleichstrom verwandelt.[1]) Freilich liegt hier eine andere Ursache vor; es kann ja wohl gegenwärtig als sicher angesehen werden, daß es sich beim Aluminium nicht um eine Polarisation, sondern um einen Übergangswiderstand durch eine Oxydhaut oder etwas Ähnliches handelt[2]), aber eine Analogie mit unserer Zelle liegt trotzdem vor und diese beruht eben auf der Undurchlässigkeit der einen Stromkomponente gegenüber.

Der direkte experimentelle Beweis für eine Herabsetzung der Spannung unter dem Einfluß der Wellen läßt sich aus der Tabelle auf p. 198—199 entnehmen; auch unsere anderen Versuche zeigten ausnahmslos eine Verminderung der Spannung. Diese Verminderung ist freilich in der Regel sehr klein und manchmal bei geringen polarisierenden Kräften kaum merklich. Da jedoch gerade in diesem Gebiet die primäre Spannung und die Gegenkraft der Polarisation sehr nahe gleich sind, muß die geringste Änderung der letzteren zu einer sehr erheblichen Zunahme der Stromstärke führen. Es muß dann auch bei höheren Spannungen, wenn die Polarisation ungefähr konstant geworden ist, die Wirksamkeit der Wellen abnehmen. In der Tat sieht man aus den Tabellen und den Kurven daß die relative Vermehrung mit steigender Stromstärke kleiner wird. Noch deutlicher ließ sich dies durch einen Versuch bestätigen,

1) Vgl. z. B. L. Graetz, Wied. Ann. **62.** p. 323. 1897.

2) E. Lecher, Sitzungsber. d. k. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **107.** p. 740. 1898; A. M. Scott, Wied. Ann. **67.** p. 407. 1899.

bei welchem mit 4 Volt polarisiert wurde. War die Spitze Kathode, so war die Wirkung überhaupt nicht mit Sicherheit wahrzunehmen, war die Spitze Anode, so bewirkte eine Reizung durch die elektrischen Wellen nur eine Erhöhung um etwa ein Viertel des Betrages, während wir bei kleineren Spannungen Erhöhungen bis auf mehr als das Zwanzigfache beobachteten. Es sind also nicht die Zellen mit Gasentwickelung, wie sie von Schlömilch verwendet worden sind, diejenigen mit dem günstigsten Wirkungsgrad, sondern im Gegenteil ist das Gebiet unterhalb der sichtbaren Gasentwickelung das empfindlichste, wenn man nicht den absoluten Wert des Ausschlages, sondern seine relative Vermehrung in Betracht zieht.

Versuche mit Elementen.

Auch ohne Anwendung einer äußeren elektromotorischen Kraft lassen sich Vorrichtungen herstellen, welche auf die Bestrahlung durch Wellen reagieren, was auch Schlömilch gefunden und kurz erwähnt hat. Wir stellten auch über diesen theoretisch eigentlich einfacheren Vorgang eine Anzahl von Versuchen an. Die Elemente stellten wir mittels U-förmiger Röhren her, in deren Biegung sich 20 proz. durch Agar gelatinierte Salpeterlösung befand. Die beiden Schenkel nahmen die Lösungen und die Elektroden auf. Die eine Elektrode war wieder eine feine Spitze und wurde hergestellt aus 0,2 mm starkem Kupfer- oder Silberdraht (von Hartmann & Braun), der ganz in Marineleim eingebettet war; der untere Querschnitt des Drahtes wurde durch Abschneiden freigelegt. Daß solche Spitzen auch aus anderen Metallen als Platin sich im Detektor als Kathoden bewährten, haben wir schon oben erwähnt; wir überzeugten uns vor Verwendung jeder Spitze, daß sie ungefähr ebenso reaktionsfähig war wie die Platinspitze.

Die Messung der Spannung kann hier nicht mehr mit dem Kapillarelektrometer erfolgen wegen der großen Polarisierbarkeit der kleinen Elektrode, sie wurde daher mit einem Dolezalekschem Quadrantelektrometer ausgeführt.

Die Elemente wurden geschlossen durch das Galvanometer und einen Graphitwiderstand von ungefähr 1 Million Ohm. Die Erzeugung und Zuleitung der Wellen erfolgte in gleicher Weise wie bei den früheren Versuchen.

Während dieser Versuche wurde wie früher die Intensität der Wellen kontrolliert; sie war während der ganzen Dauer recht konstant, so daß alle Versuche aufeinander beziehbar sind. Mit den früheren Resultaten sind sie jedoch nicht direkt vergleichbar, da der Ausschlag der Vergleichszelle um ein Drittel abgenommen hatte. Auf Grund dieser Angabe ist es also möglich, die folgenden Daten auf die früheren zu reduzieren.

Das Element

Kupferspitze|n-Kupfersulfat|Salpeter|n-Zinksulfat|Zink

ergab folgendes

Spannung		Stromstärke	
ohne Wellen	mit Wellen	ohne Wellen	mit Wellen
0,961 Volt	0,990 Volt	40,6	42,0

Diese und einige andere Versuche von ähnlichem Typus zeigten, was auch Schlömilch gefunden hatte, daß die Stromänderung durch die Wellen hier ebenfalls eintritt, aber sehr viel kleiner ist.

Gleichzeitig nimmt die Spannung zu, und zwar proportional der Stromstärke.

Mit dem früher entwickelten Erklärungsversuch scheint es zunächst nicht in Einklang zu stehen, daß eine unpolarisierbare Elektrode wie Kupfer in Kupfersulfat ebenfalls auf die Wellenreizung reagiert. Es ist jedoch zu beachten, daß eine so kleine Elektrode nicht mehr unpolarisierbar ist; es geht dies auch daraus hervor, daß die mit dem Elektrometer bei geschlossenem Element gemessene Spannung um mehr als ein Zehntel Volt zu klein ist.

Die auf p. 206 mitgeteilten Betrachtungen über Depolarisierung durch die Wellen lassen sich leicht für diesen Fall modifizieren; an Stelle der Polarisation durch gelösten Wasserstoff oder Sauerstoff tritt hier diejenige durch Konzentrationsabnahme an der Spitze.

Ist diese Anschauung richtig, so muß es auch leicht sein, Elemente herzustellen, die eine viel stärkere Reaktionsfähigkeit zeigen als das Daniellelement; es sind dies die leicht polarisierbaren Elemente. Man braucht z. B. nur im Daniell das Kupfersulfat durch Schwefelsäure zu ersetzen, um eine höchst polarisierbare Anordnung zu haben. Durch sukzessives Hin-

zufügen von Kupferion geht die Polarisation mehr und mehr herunter.

Mit derartigen Elementen erhielten wir folgendes:

Tabelle III.

	Spannung			Stromstärke		
	1. ohne Wellen	2. mit Wellen	Verhältnis	1. ohne Wellen	2. mit Wellen	Verhältnis
	Volt	Volt				
Cu-Spitze|äqu. n-H_2SO_4; KNO_3; äqu. n-$ZnSO_4$|Zn	0,554	0,773	1,39	20,5	30,1	1,47
Zur H_2SO_4 ein Tropfen $Cu(NO_3)_2$	0,804	0,950	1,18	27,5	34,8	1,25
Zusatz von $Cu(NO_3)_2$ bis zu merklicher Blaufärbung	0,834	0,970	1,17	29,2	35,0	1,20
Zusatz von $Cu(NO_3)_2$ bis zu starker Blaufärbung	0,847	0,914	1,08	34,9	37,5	1,07
Anstatt der H_2SO_4 fast gesättigtes $Cu(NO_3)_2$	1,052	1,061	1,02	43,8	44,8	1,02

Aus der Tabelle sieht man zunächst, daß die relative Änderung der Spannung und der Stromstärke die gleiche ist, was auch als Beweis für die oben dargelegte Auffassung gelten kann, daß die Wellen die Polarisation und nicht etwa auch den Widerstand verändern. Ferner zeigt sie den auf theoretischem Wege vorausgesehenen Parallelismus zwischen Empfindlichkeit und Polarisierbarkeit.

Folgende ähnliche Resultate liefert das Smeeelement:

Platinspitze\|n-H_2SO_4\|n-$ZnSO_4$\|Zn.

Spannung			Stromstärke		
ohne Wellen	mit Wellen	Verhältnis	ohne Wellen	mit Wellen	Verhältnis
0,509 Volt	1,125 Volt	2,2	25,0	50,0	2,0

Ferner wurden einige Oxydations- und Reduktionsketten untersucht; wir verwendeten hier statt des Zinks Quecksilber in Schwefelsäure, die mit Merkurosulfat gesättigt war, als große Elektrode, nachdem auf die Natur und Spannung derselben natürlich nichts ankommt.

Tabelle IV.

Spannung			Stromstärke		
ohne Wellen	mit Wellen	Verhältnis	ohne Wellen	mit Wellen	Verhältnis
Platinspitze | n-H_2SO_4 mit etwas $K_2Cr_2O_7$ | n-H_2SO_4 | Hg_2SO_4 | Hg					
0,020	0,230	11,5	0,8	8,0	10
Platinspitze | n-H_2SO_4 mit etwas $KMnO_4$ | n-H_2SO_4 | Hg_2SO_4 | Hg					
0,121	0,411	3,4	4,4	15,2	3,5
Platinspitze | n-NaOH mit $SnCl_2$ | n-H_2SO_4 | Hg_2SO_4 | Hg					
0,031	0,520	16,7	0,6	24	40

Oxydations- und Reduktionsketten reagieren also, wie man sieht, ungemein stark auf die Reizung durch Wellen; sie stehen also in keiner Weise hinter den Detektoren mit äußerer elektromotorischer Kraft zurück. Die sehr starke Polarisierbarkeit solcher Ketten mit einer kleinen Elektrode ist selbstverständlich; folgende Zahlen mögen davon eine Vorstellung geben:

Die oben angeführte Kette mit Bichromat zeigt im offenen Zustand 0,357 Volt, durch $1{,}2 \cdot 10^6\ \Omega$ geschlossen 0,020 Volt.

Noch stärker ist die Abnahme bei der Zinnchlorürkette, die im offenen Zustand 1,012 Volt, durch $1{,}2 \cdot 10^6\ \Omega$ geschlossen 0,031 Volt Spannung gibt.

Entsprechend stark sind daher, wie unsere theoretischen Erörterungen voraussehen ließen, die Wirkungen der Wellen.

Eine große Anzahl ähnlicher Versuche mit Konzentrationsketten, in denen eine Kupfer- bez. Silberspitze verwendet wurde, boten nichts prinzipiell Neues und gaben, wie zu erwarten, ziemlich kleine Wirkungen. Versuche mit komplexen und schwer löslichen Salzen, also an dem Ion des Elektrodenmetalles sehr armen Lösungen, gaben stärkere Effekte, die aber stark schwankend und daher wenig zuverlässig waren, was vielleicht auf den Angriff der Spitze oder der Kittung durch die Lösung bez. Bedeckung der Spitzenoberfläche mit dem unlöslichen Salz zurückzuführen ist.

Zusammenfassung.

Die Empfindlichkeit einer durch eine äußere elektromotorische Kraft polarisierten feinen Platinelektrode in Schwefel-

säure elektrischen Wellen gegenüber, tritt schon bei den geringsten polarisierenden Kräften auf; sie zeigt sich in einer Vermehrung der Stromstärke und gleichzeitig in einer Verminderung der Spannung.

Die Erscheinung tritt sowohl auf, wenn die Spitze Anode, als auch wenn sie Kathode ist, und ist nicht an einen bestimmten chemischen Vorgang gebunden. Bei gleichen Elektrolyten geht die Empfindlichkeit mit der Leitfähigkeit parallel.

Bei galvanischen Elementen verschiedener Kombination, deren eine Elektrode aus einer feinen Spitze bestand, fand bei Reizung durch elektrische Wellen eine Verstärkung des Stromes und gleichzeitige Erhöhung der Spannung statt.

Die Empfindlichkeit wuchs mit der Polarisierbarkeit der Spitze.

Die beobachteten Erscheinungen lassen sich durch Widerstandsänderung infolge der Stromwärme nicht erklären.

Eine befriedigende Erklärung gibt die Annahme, daß die Wirksamkeit der Wellen auf einer Depolarisation beruht.

Prag, Physik.-chem. Inst. d. k. k. deutschen Universität,
19. Juli 1904.

(Eingegangen 21. Juli 1904.)

12. *Änderung des Peltiereffektes mit der Temperatur;* *von Emil G. Bausenwein.*

(Aus den Sitzungsber. d. kaiserl. Akad. d. Wissensch. in Wien. Mathem.-naturw. Klasse 113. Abt. IIa. April 1904.)

Die Theorie von W. Thomson[1]) verlangt, daß

$$\frac{dE}{dT}T = \Pi,$$

wo dE/dT die Änderung der thermoelektrischen Kraft mit der Temperatur, T die absolute Temperatur und Π den Peltiereffekt bedeutet.

Nun ist die Änderung des Peltiereffektes mit der Temperatur schon zu verschiedenen Malen untersucht worden, doch stets nur so, daß man einige ganz beliebige Punkte herausgriff.

So konnte z. B. Le Roux[2]) konstatieren, daß beim Cu–Fe-Element der Peltiereffekt sich bei einer gewissen Temperatur umkehrt.

Von den übrigen Arbeiten[3]) will ich nur die letzte mir bekannte von Battelli[4]) erwähnen, der bei den Siedetemperaturen von vier Flüssigkeiten arbeitete und bis 202° C. kam.

Über Anregung durch Hrn. Prof. Dr. Lecher habe ich in dessen Laboratorium die Änderung des Peltiereffektes mit der Temperatur innerhalb viel weiterer Grenzen, als dies meines Wissens bisher geschehen ist, untersuchen können.

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. Lecher für seine Förderung, die er mir während der ganzen Zeit meiner Arbeit angedeihen ließ, den besten Dank auszusprechen.

1) W. Thomson, Phil. Mag. (4) **11.** p. 214 und 281. 1856.

2) Le Roux, Compt. rend. **99.** p. 842. 1884.

3) A. Naccari u. Bellati, Atti del. R. Ist. veneto di sc. (5) **4.** p. 23. 1878; l. c. (5) **5.** p. 573. 1879; Campbell, Proc. Roy. Soc. Edinb. 1886/87. p. 387, Beibl. **12.** p. 402; l. c. **8.** p. 231. 710; Gore, Phil. Mag. (5) **5.** p. 349. 1886; Skobelzyn und Zinserling, Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft (4) **19.** p. 121. 1887; Beibl. **12.** p. 534. 1888.

4) A. Battelli, Mem. dei Lincei, p. 285. 1889; Beibl. **14.** p. 296. 1890; Rendiconti dell'Accademia dei Lincei (4a) **5.** p. 631. 1889.

Methode.

Die Beschreibung einer Reihe von verschiedenen Vorversuchen übergehe ich, um gleich die definitive Beobachtungsanordnung zu schildern. Es mußte von vornherein darauf Rücksicht genommen werden, daß sämtliche hier in Betracht kommenden Größen möglichst *gleichzeitig* und an *denselben Materialien* gemessen wurden. Diese Größen sind: Peltiereffekt, thermoelektrische Kraft und Temperatur.

Messung des Peltiereffektes.

Da zunächst die Metallkombination Cu–Fe zur Untersuchung kam, so will ich an diesem Beispiele die Methode schildern. Die zu untersuchenden Metalle waren in der in nachstehender Fig. 1 skizzierten Weise angeordnet.

Es wird ein Gleichstrom von 6 Amp. durch eine Kombination von 3 mm dickem Kupfer–Eisen–Kupferdraht, Cu–Fe–Cu, geschickt. Dadurch tritt an den Lötstellen *a* und *b* Abkühlung, bez. Erwärmung durch den Peltiereffekt ein. Derselbe wurde

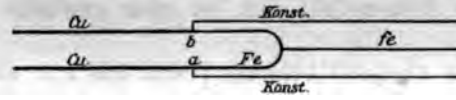


Fig. 1.

nun nicht seinem absoluten Werte nach in Kalorien gemessen, sondern durch seine thermoelektrische Wirkung auf ein Galvanometer. Zu diesem Zwecke ist sowohl bei *a* als *b* zwischen Cu und Fe ein dünner Konstantandraht (Konst.) eingelötet. Zum Verständnis des Späteren sei erwähnt, daß überdies in der Mitte des Fe-Bügels ein dünner Eisendraht (*fe*) angelötet ist. Alle Lötungen wurden mit Messing oder Silber ausgeführt.

Nachdem der Gleichstrom eine genau bestimmte Zeit (30 Sek.) durchgeflossen war, wurde er mittels einer eigens konstruierten Wippe (*W*, Fig. 2) ausgeschaltet und ein empfindliches Galvanometer eingeschaltet. Der auftretende Ausschlag ist hervorgerufen durch die Temperaturdifferenz zwischen *a* und *b*. Hierauf wurde nach einer Pause von 30 Sek. der Gleichstrom in entgegengesetzter Richtung wieder durch 30 Sek. eingeleitet, wobei das Galvanometer selbstverständlich aus-

geschaltet war. Dann folgte abermaliger Austausch des Gleichstrom- gegen den Galvanometerkreis durch die Wippe, wodurch ein Ausschlag nach entgegengesetzter Richtung resultierte etc.

Den Peltiereffekt durch die thermoelektrische Kraft Kupfer–Eisen zu messen, war unmöglich, weil ja gerade im Inversionspunkte, wo der Peltiereffekt der Theorie nach gleich Null sein soll (im vorliegenden Falle bei ca. 300° C.), auch die thermoelektrische Kraft Cu–Fe gleich Null ist.

Die thermoelektrische Kraft Konstantan–Eisen dagegen ist, wie aus Tabelle 1 hervorgeht, ziemlich genau linear.

Tabelle 1.

t^0 C.	E	t^0 C.	E	t^0 C.	E
20°	0	310°	50,1	610°	121
60	6,25	360	66	660	130,5
110	15	410	72	710	147
160	20,7	460	85,5	760	168,5
210	29	510	97	810	173
260	39,5	560	108,5		

Das Maß für E ist so, daß der Wert 100 gleich ist $242 . 10^{-4}$ Volt.

Erhitzung der Metallkombination und Messung der Temperatur.

Die ganze bisher beschriebene Kombination muß jetzt auf genau bestimmbare Temperatur erhitzt werden können.

Zu dem Zwecke wird dieselbe in einen elektrisch zu heizenden Porzellanofen, wie ihn die Firma Heräus in Hanau erzeugt, eingeschlossen. Dieser Ofen ist in Fig. 2 durch schematische Darstellung des zylinderförmigen Porzellanrohres *O O* dargestellt. Die Platinfolie umgibt nur den mittleren Teil der Röhre in einer Länge von ungefähr 30 cm; die ganze Länge des Rohres ist 60 cm bei ca. 6 cm lichtem Durchmesser. Die Heizung geschieht mittels Wechselstrom. Zur Erzielung einer Temperatur von 800° C. benötigte ich im Maximum 9,5 Amp. (125 Volt).

Das Konstanterhalten der gewünschten Temperatur ließ sich mit Hilfe zweier Rheostaten erreichen.

Die Temperatur im Ofen wird gemessen durch ein thermoelektrisches Pyrometer (geliefert von Heräus, geeicht von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin); dasselbe besteht aus einem Platin–Platinrhodium-Element, das mit einem zu diesem Zwecke gebauten Präzisionsvoltmeter von Siemens & Halske verbunden ist und direkt die Temperatur in Celsiusgraden angibt.

Die Pt- und Rh-Enden, sowie überhaupt alle in Betracht kommenden Drähte wurden entsprechend weit aus der Heizröhre herausgeführt und an ihren weiteren Verbindungen durch passende adiabatische Hüllen so geschützt, daß sie stets genau die Zimmertemperatur beibehielten.

Messung der thermoelektrischen Kräfte.

Man sieht aus Fig. 2, *s*, daß, wenn ich die beiden Enden Konst. und Fe mit dem Siemensschen Voltmeter (angedeutet durch *s*) in Verbindung brachte, die thermoelektrische Kraft

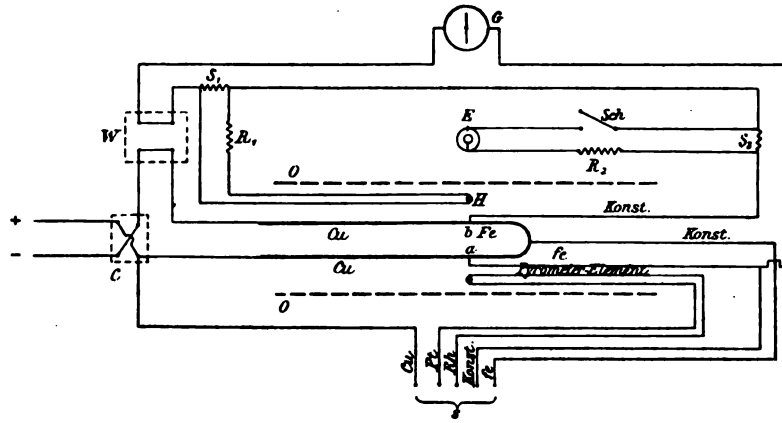


Fig. 2.

zwischen Konstantan und Eisen bestimmt werden konnte; ganz ebenso durch Einschaltung von Cu–Fe die von Kupfer und Eisen.

Der Kontakt geschah mittels eines dreifachen (in der Figur nicht gezeichneten) Quecksilberkommutators, der entweder

Cu–Fe oder Konst.–Fe mit dem Voltmeter *s* in Verbindung zu bringen gestattete.

Die große thermoelektrische Potentialdifferenz zwischen Eisen und Konstantan machte bei dieser Kombination einen Vorschaltwiderstand von 500 Ω notwendig.

Was die Lage des Bügelelementes im Innern der Heizröhre anbelangt, so war Sorge getroffen, daß die beiden Lötstellen *a* und *b* genau in die Mitte und in gleicher Vertikalebene mit der Lötstelle des Pyrometerelementes zu liegen kamen. Alle Drähte waren durch besondere Tonröhrchen vor jedem unerwünschten Kontakt geschützt. Überdies war die Heizröhre selbst mit Asbestwolle derart ausgefüttert, daß keinerlei Luftzug entstehen konnte.

Erhaltung des Nullpunktes am Galvanometer.

Wenn man bei höherer Temperatur, ohne daß zuvor der Gleichstrom geschlossen war, *ohne* daß also ein *Peltiereffekt* hervorgebracht wurde, den Galvanometerkreis einschaltet, so dürfte ein Ausschlag nicht erfolgen, wenn bei *a*, *b* die Lötstellen genau die gleiche Temperatur hätten, denn die beiden entstehenden Thermoströme zwischen Eisen–Konstantan und andererseits Konstantan–Eisen müßten einander kompensieren.

Wiewohl nun *a* und *b* durch die eigentümliche Bügelform der Kombination genau in derselben Vertikalebene, also in einer isothermischen Fläche des Ofens liegen, ist diese Konstanz der Temperatur selbstverständlich nicht vollständig zu erreichen. Da nun aber der Nullpunkt des Galvanometers bei den Messungen möglichst konstant bleiben soll, bei der hohen Empfindlichkeit des Instrumentes aber schon Temperaturdifferenzen einiger Tausendstelgrade genügten, um den Lichtfleck über die Skala hinauszutreiben, brachte ich ein Hilfselement (H) Eisen–Konstantan, geshuntet (S_1) mit in die Heizröhre hinein. Mittels eines Schieberrheostaten (R_1) konnte der nicht vollkommen ausgeglichene Teil der Thermoströme (es war immer nur ein kleiner Betrag) von *a* und *b* durch dieses Hilfselement aufgehoben und damit der Nullpunkt der Skala festgehalten werden.

Die Verwendung dieses Kompensationselementes (H) hat den weiteren Vorteil, daß der einmal eingestellte Nullpunkt es

auch für jede Temperatur bleibt, da sich der nicht kompensierte Teil der Thermoströme von a und b (von der nicht ganz gleichen Temperatur dortselbst herrührend) mit der Temperatur in gleicher Richtung und Stärke verändert wie der ihm bei einer Anfangstemperatur äquivalent gemachte Teilstrom des Hilfselementes (H).

Dadurch ergibt sich eine selbsttätige Regulierung der Kompensation und Ruhe des Lichtfleckes bei allen Temperaturen.

Prüfung der Empfindlichkeitsänderung des Galvanometers.

Überdies mündet in die Galvanometerleitung durch einen zweiten Shunt S_2 (0,1 Ω) ein galvanisches Element (E), das in einem Kreis von hohem Widerstande (5000 Ω) liegt und durch den Schlüssel Sch geschlossen werden kann. Durch diese einfache Vorrichtung läßt sich die Empfindlichkeitsänderung des Galvanometers bez. Widerstandsänderung der Leitung in jedem beliebigen Moment bestimmen.

Beispiel einer Ablesung.

Um die Art der Beobachtung klar zu machen, sei es erlaubt, ein Bruchstück des Beobachtungsjournals in extenso in der Tabelle p. 219 mitzuteilen.

Die Bedeutung der einzelnen Kolumnen wird durch die Überschriften klar gemacht. Dazu ist noch zu bemerken: Die erste Kolumne gibt die Zeit der Beobachtung, die nächsten drei die Ablesungen am Siemensschen Voltmeter, und zwar stellt die erste davon die Temperatur in Celsiusgraden dar, die zweite die Ausschläge desselben Instrumentes bei Anlegung von Fe–Cu in 10^{-4} Volt und die dritte ebenso bei Anlegung von Fe–Konst. (unter Vorschaltung von 500 Ω). Eine weitere Reihe enthält die Galvanometerausschläge bei Schließung des oben besprochenen Vergleichselementes (E). Man sieht, daß die Empfindlichkeit des Galvanometers ziemlich konstant blieb. Die nächsten Kolumnen mit der Überschrift „Peltiereffekt“ ergeben unter I Nullpunkt und Ausschläge, wenn der Gleichstrom in der einen Richtung, unter II ebenso, wenn er in ent-

Beobachtungszeit	Thermostrom			Vergleichselement	Peltiereffekt					Beobachtungsreihe: III, Blatt 3c
					I		II			
	Temp.	Fe—Cu	Fe-Konst.		Nullpunkt	Ausschlag	Nullpunkt	Ausschlag	Absolute Summe	
$10^h 30^m$	305	11,9	49,5	13,5	52,6	42,8	53,5	42,6	(−11)	Zimmertemp. 17,5° C. Gleichstrom: 6 Amp.
				13,5	52,6	42	53,8	42,6	− 0,6	
				13,4	52,5	42	54	42,8	− 0,7	
				13,5	52	41,1	53,8	42,2	− 0,7	
	310			13,5	52,4	41,3	53,5	41,6	− 0,8	
									− 0,7	
$11^h —^m$	400	10,8	70,5	13,5	52	46,4	52,5	47	(− 9,9)	
				14	51,8	44,9	52	36,8	− 8,3	
				12,9	52	44,9	52,4	36,4	− 8,9	
				13,6	52	44,6	52,7	36,5	− 8,8	
				13,8	51,5	44,7	52,8	37	− 9,0	
				13,8	51,8	45,6	52,3	37	− 9,6	
	410			13,6	51,5	45,6	52,3	37	− 9,4	
									− 9,1	
$11^h 50^m$	450	8	83	13,8	50,8	45	51,8	32	(−14,0)	
					50,9	46,4	51,9	33,9	−13,5	
					50,3	45,8	51,9	34,2	−13,2	
					51	45,3	51,6	32,7	−13,2	
	460				50,4	45,3	51	32,8	−13,1	
									−13,25	
$12^h 30^m$	500	4,5	94	13,6	50,9	36,8	50,3	18	(−18,2)	
				13,8	49,6	34,3	50,6	18,1	−17,2	
				14	50	34	51,2	16	−19,2	
				14,4	50,3	35,6	51	17	−19,3	
				13,6	50	35,3	51	16,3	−20,0	
				13,9	50	34,6	50,9	16,3	−19,1	
				13,9	50,1	35,5	51	16,9	−19,5	
	510				50	35,6	50,8	16,4	−20,0	
									−19,4	

gegengesetzter Richtung durch das Bügelelement fließt. Diese Ausschläge sind als *erste* Ausschläge zu verstehen, ihre absolute Summe enthält die letzte der Kolumnen. Dieselbe entspricht der Natur der Sache nach dem Vierfachen der Wirkung des Peltiereffektes bei *a* oder *b*. In der für eventuelle Bemerkungen offen gelassenen Kolumne wurde die jeweilige Zimmertemperatur und Gleichstromintensität vermerkt.

Erstere wurde zu der Korrektur benötigt, welche vorgenommen werden mußte, da die Temperatur der kalten Lötstelle nicht 0°, sondern Zimmertemperatur hatte. Die Intensität von 6 Amp., sowie die Zeitdauer des Stromschlusses (30 Sek.) mit darauffolgender Pause (30 Sek.) wurde gewählt, weil vielfache Versuche ergeben hatten, daß ceteris paribus auf diese Weise die günstigsten Resultate erzielt werden. Die jedesmalige erste Ablesung für den Peltiereffekt wurde nicht mit in Rechnung gezogen.

Aus Kolumne 2 geht hervor, daß die Temperatur während einer Anzahl von Ablesungen nicht konstant blieb. Als merkliche Fehlerquelle ist dies nicht anzusehen, da stets der Mittelwert der Temperatur mit dem Mittelwerte der während derselben Zeit erhaltenen Ablesungen (5—8) verbunden wurde.

Der momentane Nullpunkt wurde gleichzeitig mit dem Auslösen der Wippe jedesmal abgelesen, um die bei der hohen Empfindlichkeit des Galvanometers durch äußere magnetische Einflüsse (elektrische Straßenbahn und dergleichen) unvermeidlichen Schwankungen eliminieren zu können. Eine kleine Korrektur wurde auch wegen des durch den Schluß des Gleichstromes erzeugten magnetischen Feldes notwendig.

Resultate.

Untersucht wurde bisher die geschilderte Kombination Fe–Cu und ebenso Fe–Ag. In letzterem Falle wurde in der eingehend geschilderten Anordnung an Stelle von Kupfer *Silber* vom Feingehalte 900:1000 genommen.

Es ergaben sich die in nachfolgenden Tabellen zusammengestellten Werte.

Thermoelektrische Kraft Fe–Cu.

Tabelle 2.

$t°$ C.	$E = 10^{-4}$ V.	$t°$ C.	$E = 10^{-4}$ V.
20	0	460	9
60	3	510	5
110	6	560	1
160	8,35	610	− 4,3
210	10,8	660	− 8,3
260	12,25	710	−14
310	13	760	−17
360	12,5	810	−20,7
410	11,25		

Thermoelektrische Kraft Fe–Ag.

Tabelle 3.

$t°$ C.	$E = 10^{-4}$ V.	$t°$ C.	$E = 10^{-4}$ V.
20	0	509	6,5
79	5,5	559	1
129	10	609	− 3,4
159	11,3	619	− 4,2
229	15	659	− 9,5
259	16	734	−16,2
324	16	739	−16,5
359	15,5	779	−19,4
409	14	809	−21,5
464	10		

Peltiereffekt Fe–Cu.

Tabelle 4.

$t°$ C.	e	$t°$ C.	e
20	14	615	−25,7
99	13,3	672	−25,1
159	12,7	727	−23,2
214	8,6	735	−22,7
309	1,9	795	−24,8
374	− 4,4		
484	−14,4		
630	−25,8		

Peltiereffekt Fe–Ag.

Tabelle 5.

$t°$ C.	e	$t°$ C.	e
20	16	509	−28,0
154	18,9	564	−26,5
289	7,9	614	−31,6
279	8,6	659	−34
321	− 2,6	736	−30,5
359	− 4,7	779	−31,6
414	−12,7	809	−34,5
464	−19,6		

Im folgenden sind die Werte durch die entsprechenden Gaugainschen Kurven graphisch dargestellt (Fig. 3 für Fe–Cu und Fig. 4 für Fe–Ag). Die Abszissenachse enthält die Temperaturen in Celsiusgraden. Die Einheit der Ordinatenachse

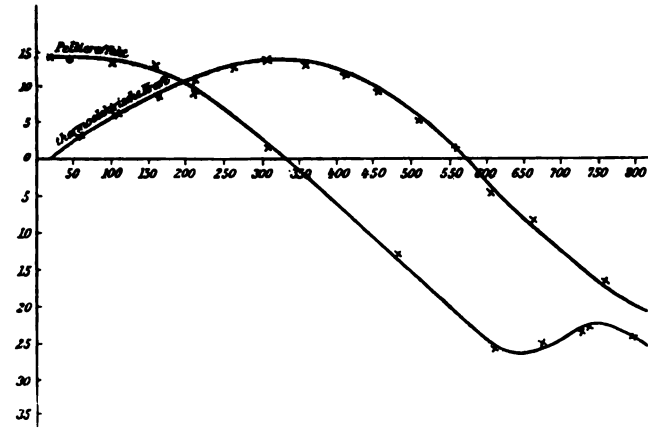


Fig. 3. Fe–Cu.

ist für die Thermokurven Zehntelmillivolt, für die Kurven dagegen, die den Gang des Peltiereffektes mit der Temperatur wiedergeben, ist die Einheit selbstverständlich willkürlich.

Was bei Betrachtung der Kurven auffällt, ist zunächst folgendes:

1. Der Inversionspunkt liegt sowohl für Fe–Cu als auch für Fe–Ag bei etwas höherer Temperatur, als er gewöhnlich

angegeben ist, was sich vielleicht aus dem Material erklären läßt (kohlenstoffarmes Eisen, nicht chemisch reines Silber). Übrigens zeigen die angegebenen Zahlen bei verschiedenen Beobachtern nicht große Übereinstimmung; so fand für Cu–Fe

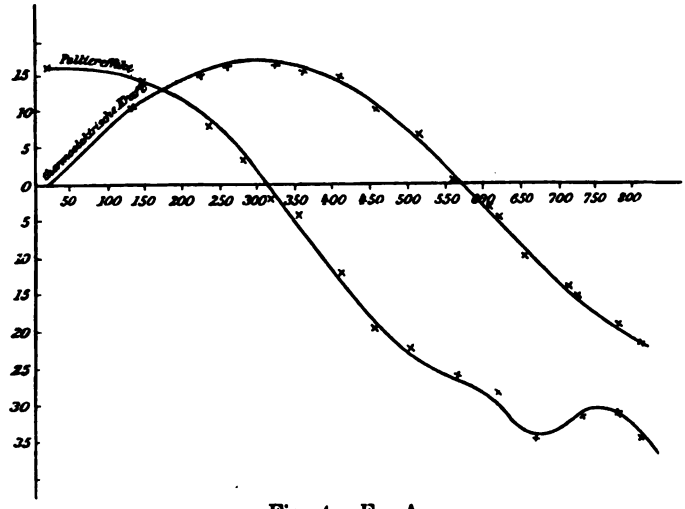


Fig. 4. Fe–Ag.

z. B. Tait[1]) den neutralen Punkt mit 260° und 265° C., Hankel[2]) 270°, W. Thomson[3]) 280°, Becquerel[4]) 300° und ähnliche Schwankungen zeigt der Inversionspunkt von Fe–Ag.

2. Der rechte Teil der Thermokurven, sowohl der von Fe–Cu als auch der von Fe–Ag fällt steiler ab als der linke.

3. Interessant ist bei den Thermokurven, daß (was meines Wissens bisher noch nicht beobachtet wurde) bei ungefähr 700° C. (bei Ag–Fe schon bei 670°) abermals eine Inflexion aufzutreten scheint. Darin stimmen nämlich sämtliche Beobachtungsreihen überein, daß in diesem Bereiche $[dE/dT]$ sichtlich kleinere Werte annimmt.

4. Die Kurven, die den Verlauf des Peltiereffektes wiedergeben, haben in ihrem ersten Teile parabolische Gestalt, wie

1) P. G. Tait, Pogg. Ann. **152.** p. 427. 1874.
2) W. Hankel, Pogg. Ann. **62.** p. 491. 1844.
3) W. Thomson, Phil. Trans. **3.** p. 698. 1856.
4) H. Becquerel, Ann. de chim. et phys. **31.** p. 371. 1826.

dies bis 100° C. schon von Battelli für Fe–Cu gefunden wurde.

5. Mit der Theorie ist eine befriedigende Übereinstimmung insofern zu verzeichnen, als der Peltiereffekt dort gleich Null wird, wo $dE/dT = 0$ ist und dann negative Werte annimmt.

6. Unter der Annahme, daß bei 20° und bei 570° C. dE/dT gleichen absoluten Wert hat, wie es den gewonnenen Resultaten entspricht, müßte sich der Theorie nach der Peltiereffekt in den beiden Punkten ungefähr verhalten wie 1 : 3, er verhält sich aber tatsächlich wie $1 : 1^1/_2$.

7. Schließlich fallen noch die Anomalien im weiteren Verlaufe der Peltierkurven auf, die sich sowohl bei Fe–Cu als auch bei Fe–Ag finden.

Eine Erklärung dieser Unregelmäßigkeiten ist mir nicht möglich, doch möchte ich darauf hinweisen, daß es sich gewiß nicht um einen bloßen Beobachtungsfehler handeln kann, denn ganz das gleiche Ergebnis lieferten alle sieben vollkommen voneinander unabhängig angestellten Versuchsreihen.

Eher scheinen mir die erwähnten Anomalien mit einem Umwandlungsbereiche des Eisens bei der betreffenden Temperatur (ca. 750° C.) in Verbindung zu stehen, worauf ja auch der plötzliche Sprung der Fe–Konst.-Kurve (Tab. 1) hindeutet.

Und tatsächlich wurde ja ein solcher Umwandlungspunkt des Eisens schon oft, so erst in jüngster Zeit wieder von Guillaume[1]) bei 755° beobachtet.

1) Ch. Ed. Guillaume, Arch. des sc. phys. et nat. 4. p. 23. 1904.

(Eingegangen 26. Juli 1904.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Buchhandlung GUSTAV FOCK, G. m. b. H.

Leipzig

bietet in sauberen antiquarischen Exemplaren an:

Annalen der Physik und Chemie. Herausg. v. Pogendorff. 162 Bde. 8 Reg.-Bde. Jubelbd. nebst Fortsetzg.: Wiedemann's Annalen. Bd. 1—69 nebst Beiblättern dazu Bd. 1—23. 1824—99. ℳ 2650.—

Annalen der Physik und Chemie. *Neue Folge.* Hrsg. v. Wiedemann. Bd. 1—69. 1877—99. Gebunden ℳ 560.—

Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie. Bd. 1—50 und Register zu Bd. 1—15. 1877—1925. ℳ 380.—

Fortschritte der Physik. Dargestellt von der Physikal. Gesellschaft zu Berlin. Für die Jahre 1845—68. Jahrg. 1—23. 1845—67. ℳ 720.—

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Hrsg. von Ohrtmann und Müller. Bd. 1—30. 1871—1901. Gebunden ℳ 405.—

Zeitschrift für Mathematik und Physik. Hrsg. v. Schlömilch. Bd. 1—42. Mit Suppl. u. Reg. zu Bd. 1—25. 1856—1902. Gebunden ℳ 715.—

Zeitschrift für physikalische Chemie. Hrsg. v. Ostwald u. van't Hoff. Bd. 1—55 u. Reg. zu Bd. 1—24. 1887—1906. Gebunden ℳ 750.—

Physikalischer Handapparat.

Sammlung von 1000 Abhandlungen aus dem Gesamtgebiete der Physik. ℳ 500.—

Schöne reichhaltige, alle Gebiete der Physik umfassende Kollektion, zum Teil aus dem Besitze des † Herrn Professor Hankel, zumeist aus den letzten 20 Jahren stammend.

Anfragen werden prompt beantwortet, Dissertationen- und Bücherlitteratur gern angegeben.

Katalog 230: Mathematik und Physik u. Katalog 239: Chemie, Pharmazie, Technologie etc. gratis und franko.

Wir kaufen

stets einzelne Bände, größere und kleinere Serien von *Annales de chimie et de physique, Gilberts Annalen, Zeitschrift für Elektrochemie* etc. etc.

Saiten-Galvanometer

nach **Prof. Einthoven.**

Physikalisch-mechanisches Institut

von

Prof. Dr. M. Th. Edelmann, München.

Illustrierte Preisliste über physikal. Präzisionsinstrumente gratis und franko.

Universal-Projektions-Apparat

Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Eingerichtet für die Projektion von Glasdiapositiven, Experimenten (horizontal und vertikal), undurchsichtigen Gegenständen (episkopische Projektion), mikroskopische Projektion, ferner für Versuche mit parallelem Lichtstrahlenbündel.

*Der Übergang von der einen Projektionsweise zur anderen wird bewirkt durch **Drehung eines Spiegels.***

Unser

Universal-Projektions-Apparat

ermöglicht es, horizontal und vertikal angeordnete Experimente, Abbildungen aus Büchern, Glasdiapositive, undurchsichtige Gegenstände in beliebiger Reihenfolge zu projizieren, **ohne Pause zwischen den einzelnen Darstellungen.**

Näheres finden Sie in Liste Nr. 86.

ED. LIESEGANG,
Düsseldorf a. Rh.,
Vollmerswertherstrasse.

Werkstätten für Projektions-Apparate.
Gegründet 1854.

LEPPIN & MASCHE

Berlin SO. Engelufer 17

Fabrik wissenschaftlicher Instrumente.

Elektrischer Schmelzofen . . M. 65.—

Für Radiumversuche.

Radiumstäbe . . . . . M. 60.—

Radiumkollektionen . . . . . „ 85.—

Goldene Medaille, Athen 1904.

RICHARD MÜLLER-URI, Braunschweig,

neben der Techn. Hochschule.

Neueste glastechnische Constructionen. Quecksilber-Bogenlampen. Quecksilberlicht-Röhren. Lichtelektrische Apparate. Thermometer für flüssige Luft. Elektroskope. Braun'sche Röhren. Stromdemonstrationsapparat D. R. G. M. Wärmeleitungsapparat D. R. G. M. Original-Vacuumscala etc. etc.

SOCIETE GENEVOISE

pour la Construction

D'INSTRUMENTS DE PHYSIQUE ET DE MECANIQUE

Genf. 5 Chemin Gourgas.

Kreis- und Längentheilmaschinen, Comparatoren, Kathetometer, Mikrometrische Schrauben, Normalmaasse,

Normalmeter

in verschiedenen Längen, aus Nickelstahl (Invar), Nickel, Bronze, in der H-Form, 5 Meter lang in Invar.

Höchste Garantie der sauberen Ausführung der exaktesten Arbeiten.

Astronomische, optische, elektrische Instrumente.

Vollständige Ausstattung für Universitäten.

Funkentelegraphische Apparate (hohe Frequenz), nach Tesla, Oudin etc.

Kataloge zur Verfügung.

Man verlange gratis und franko das

Spezialpreisverzeichnis

über

Selen-Zellen und Apparate,

System **Ruhmer,**

von

RUHMER'S

Physikalischem Laboratorium.

Berlin S.W. 48.

D.R.P. 136094, 142671, 146262, 147113, 149858.
D.R.G.M. 161034, 169259, 195160, 201140.

*Für die Leistung der Selen-Zellen, System Ruhmer, ist wohl die Tatsache am bezeichnendsten, daß es mit Hilfe derselben gelang, eine photophonische Übertragung über eine Entfernung von **15 km** herbeizuführen, ein bisher mittelst Zellen anderen Systems auch nicht nur annähernd erreichtes Resultat.*

Ein neuer Erfolg: Herr Prof. Dr. A. Korn-München benutzte für seine neuesten erfolgreichen elektrischen fernphotographischen Versuche über

800 km,

unter Mitbenutzung der Leitung: München-Nürnberg-München,

Selenzellen System Ruhmer,

ein weiterer schlagender Beweis für deren unübertroffene Güte.

Gegründet 1876. **J. Wanschaff Sohn** Gegründet 1876.

Wissenschaftliche Instrumente.

Berlin S.O., Elisabeth-Ufer 1.

Insbesondere: **Sämtliche Instrumente, welche genauester Kreis- und Längenteilungen bedürfen, als:**

Refraktoren (Schweden). **Meridian-Kreise** (Eidgen. Sternwarte, Zürich). **Passage-Instrumente, Univ.-Instrumente, Mikr. Theodolite** für Triangulationen etc. (Kgl. Preuß. Landesaufnahme, Reg. v. Dänemark, Niederland, Belgien, Rußland, Schweden, Amerika). **Spiegelprismen-Kreise, Exzentrizitätsfreie Sextanten** (Kaiserl. Deutsche, Kaiserl. Russ. Marine etc.). **Spektrometer** erster Ordnung (Phys.-Techn. Reichsanstalt, mehrere Priv.). **Goniometer, Photometer** (Kgl. Geod. Institut Potsdam). **Zenithteleskope** (Kgl. Geod. Institut, Intern. Erdmessung, Potsdam. Sternwarten in: Italien, Japan, Niederland, Rußland, Amerika). **Magnetische Theodolite u. Registrier-Apparate** jeder Art (Magnet. Observat. Potsdam, viele Bergwerks-Observat.). **Längenteilmaschinen** u. a. m.

Ausrüstungen für Expeditionen.

Illustrierte Kataloge in Deutsch, Englisch, Französisch gratis und franko.

Neukonstruktionen jeder Art. | Paris 1900: Großer Preis. Goldene Medaille: Melbourne, Chicago.

Genauigkeit der Kreisteilungen: 0,1—0,1 Sek. (mittlerer Teilungsfehler). — Instrumente für die Tropen (ohne Stahl).

Fabrik-Marke.

Emil Gundelach,

Gehlberg in Thüringen.

Glasgeräte und Apparate

für

wissenschaftl. u. technischen Gebrauch.

Glasröhren.

Elektrische Vakuum-Röhren

nach

Geißler, Crookes, Puluj, Tesla, Moore etc. etc.

Röntgen-Röhren

(Bis jetzt über 42000 Röntgenröhren geliefert.)

Die Firma besteht seit 1862.

PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämmtlichen beschickten Ausstellungen.

Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von Fr. 500,—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.

Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Specialität:

Physikalische und analytische Waagen

in garantirt vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

Schnellstschwingende

Waagen für Chemiker.

Preislisten kostenfrei.

Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Ampèremeter und Voltmeter nach Deprez-d'Arsonval, D. R.-P.,

Funkeninduktoren, Kondensatoren, Spiegelgalvanometer,

Thermosäulen nach Angabe des Hrn. Prof. Dr. Rubens,

Pyrometer zum Messen von Temperaturen bis 1600° C.,

Galvanometer zu Linde'schen Kältemessungen,

Trockenelemente.

Preisverzeichnisse kostenfrei.

E. LEITZ,

Optische Werkstätte,

Wetzlar.

Zweiggeschäfte: Berlin NW., Luisenstr. 45.
New York 411 W., 59st Str. Chicago 32—38, Clark Str.
Vertreter für München:
Dr. A. Schwalm, Sonnenstr. 10.

Neuestes Modell 1902.

Mikroskope,

Mikrotome, Mikrophotogr. und Projektions-Apparate.

Preislisten kostenfrei.

J. Robert Voss,

Mechaniker,

Berlin N.O. 18, Pallisadenstr. 20.

Specialität:

Influenz-Elektrisir-Maschinen

aller Systeme

(auch die dazu gehörigen Nebenapparate)

und

Metall-Spiral-Hygrometer

in allen Ausführungen.

Physikalische Apparate.

Projektionsapparate. Modelle jeder Art.

Röntgen-Apparate.

Neu!

Differential- und Doppel-Thermoskop und **sechsfaches Manometer** nach Kolbe.

Spinthariskop nach Crookes. Prospekt zu Diensten.

Apparat für elektrische Drahtwellen nach Coolidge-Blondlot.

Universal-Instrumentarium nach Seibt-Ernecke für Resonanz elektr. Schwingungen, elektr. Wellen in Spulen, Tesla-Versuche, Abstimmung in der Marconi-Telegraphie.

Neue Preisliste, über 4000 Nummern und 1600 Abbildungen enthaltend, erschienen.

Ferdinand Ernecke,

Hoflieferant Seiner Majestät des Kaisers.

Königgrätzerstr. 112, **Berlin S.W.,** Königgrätzerstr. 112

Begründet 1856.

Dr. Schleussner's Trockenplatten

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen Beliebtheit.

Specialitäten: Momentplatten für Astronomische und Röntgenaufnahmen, für Aufnahmen fliegender Geschosse, Microphotographie und Spectralphotographie. — **Orthochromatische Platten, Abziehplatten** für Lichtdruck, Celluloïdfolien. — **Rollfilms** für Tageslichtcameras.

Trockenplattenfabrik a. Actien
vormals **Dr. C. Schleussner** in **Frankfurt a. M.**

Florenz 1904 „Grand Prix".

Arthur Pfeiffer, Wetzlar o.

Werkstätten
für Präzisionsmechanik und -Optik.

Alleinverkauf und Alleinberechtigung zur Fabrikation der Geryk-Öl-Luftpumpen

(Patent Fleuss)

D.R.P. in Deutschland.

Warnung!

Die Geryk-Öl-Luftpumpe (Patent Fleuss) ist in **genau gleicher Gestalt unter Verletzung der Patentrechte nachgeahmt** und in den Handel gebracht worden. Ich mache darauf aufmerksam, daß nach § 4 des Patentgesetzes **ich allein** zur **Herstellung** und zum **Verkauf** dieser Pumpen berechtigt bin. Nach § 35 des Patentgesetzes machen sich auch die Gebraucher und Wiederverkäufer von nachgeahmten Pumpen der Patentverletzung schuldig.

Alle von mir gelieferten Pumpen tragen die Bezeichnung:

Arthur Pfeiffer Wetzlar. D.R.P. Patent Fleuss.

Doppelwandige Glasgefäße
Pentanthermometer bis — 200° C. } zur flüssigen Luft,
einfache und automatische **Quecksilberluftpumpen, Röntgenröhren** mit und ohne **Vakuumregulierung, ff. Glasschliffe** und **-Hähne, Marconiröhren** etc. empfiehlt

R. BURGER & CO., Berlin N. 4, Chausseestr. 2 E.

Präcisions-Uhr- und Laufwerke.

sowie **Räder, Triebe, Zeigerwellen, schräge Triebe** und **Zahnstangen**

fertigt als Specialität

OTTO LINDIG, Glashütte, Sa.

Günther & Tegetmeyer, Braunschweig.

Werkstatt für wissenschaftliche und technische Präzisions-Instrumente.

Transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektrizität nach **Ebert**. Elektroskope mit innerer Isolation aus Bernstein, Natrinmtrocknung und Einrichtung zum parallaxenfreien Ablesen (D.R.G.M.). Apparate zur Messung der Elektrizitätszerstreuung in der Luft. Zamboni'sche Säulen. Hochspannungs-Trockensäulen (D.R.G.M.). Instrumentarien zur Bestimmung der Radioaktivität von Luft- und Bodenproben. Quadrantenelektrometer. Aktinometer (Neukonstruktion). Wasserstrahl-duplikatoren nach **Elster** und **Geitel**. Hochspannungselektroskope (**Braun**'sches Prinzip) mit innerer Isolation und Natrinmtrocknung nach **Elster** und **Geitel**. Transportable Elektronen-Aspirationsapparate nach **Ebert** sowie Zusatzkondensatoren zur Bestimmung der Luftgeschwindigkeiten und des elektrischen Leitvermögens der Luft nach der Methode **Mache**. Kondensatoren nach **Harms** zur Bestimmung der Kapazitäten von Elektrometern.

!! Selen-Zellen und -Apparate !!

für

Telephonie ohne Draht

sowie sämtliche elektrophysikalische Demonstrations-Apparate liefern

CLAUSEN & v. BRONK, Berlin SO. 26,

Reichenbergerstr. 36.

Man verlange gratis und franco illustr. Preisliste.

Alt, Eberhardt & Jäger,

Ilmenau in Thür.

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläsereien, Glasschleiferei, Holzwarenfabrik, mechanische Werkstatt, Schriftmalerei und Emaillieranstalt.

Fabrizieren:

Glasapparate, -Instrumente und -Utensilien für wissenschaftl. Gebrauch in jeder Ausführung.

Einrichtungen von Laboratorien für Lehranstalten, Universitäten und Fabriken.

Elektrolytische Apparate für Demonstration und praktischen Gebrauch.

Elektrische Röhren jeder Art und allen Autoren und nach besonderen Angaben.

Standgefäße für Museen.

Dewargefäße.

Apparate für Pflanzenphysiologie.

Chem. tief- und hochgradige Thermometer von — 200° oder bis + 550° C., prima fein geeicht, aus widerstandsfähigem, weißbelegten Glase, gut ablesbar.

Glasgefäße aus Spiegelglas für mikroskopischen, spektralanalytischen und speziellen Gebrauch, widerstandsfähig gegen Wasser, Alkohol und Säuren.

Gewissenhafte Anfertigung. ✻ ✻ ✻ Ausführung im eigenen Laboratorium.

Reparaturen prompt u. billigst.

400 Arbeiter.

Hartmann & Braun, A.-G., Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Messinstrumente und Hilfsapparate.

Königl. Preussische Goldene Staatsmedaille.

154₁

Halbring-Elektromagnet nach **H. du Bois**, mit **Waltenhofen**'schem Pendel.

Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.

W. APEL, Universitäts-Mechaniker, Inh. Dr. M. APEL,

Geschäftsgründung 1901. **Göttingen.** Geschäftsgründung 1866.

Chemische und physikalische Apparate.

Spezialität:

Rauchgasapparate, Calorimeter zur Bestimmung des Brennwertes der verschiedenen Brennstoffe und von Gasen, nach **Ferd. Fischer.**

Thermometer nach Ferd. Fischer. (Taschenbuch für Feuerungstechniker.)

Apparat z. Bestimmung d. Dielektricitätsconstanten nach Nernst. (Zeitschr. f. physik. Chemie. XIV, 4.)

Totalreflectometer nach Kohlrausch.

Demonstrationsapparate n. Behrendsen und Grimsehl.

Krystallmodelle aus Holz und Glastafeln nach Klein, Naumann und Rose.

Milchprüfungsbestecke nach Tollens.

MEISER & MERTIG,

Dresden-N. e.

Werkstätten
für Präzisionsmechanik.

Physikalische Apparate
jeder Art
in praktischer, solider und eleganter Ausführung.

Funkeninduktoren.
Hochspannungsapparate.
Apparate für drahtlose Telegraphie.
Röntgenapparate.
Chemische Geräte.

Viele Empfehlungen und Anerkennungen.
Neue Preisliste kostenlos.

STRASSER & ROHDE,

Glashütte i. S.

Werkstätten f. Präzisionsuhrmacherei und Feinmechanik. Gegründet 1875.
Weltausstellung Paris 1900 Goldene Medaille.
Deutsche Städteausstellung Dresden 1903 1. Preis.
Spezialität: **Präzisionspendeluhren.**

Ausführung von **Uhrwerken u. Apparaten** für wissenschaftliche und technische Zwecke. Mikrometertaster $^1/_{100}$—$^1/_{500}$ mm direkt Ablesb.

Max Stuhl, Berlin.

Glastechnische Werkstätte

jetzt

130 Friedrichstrasse 130

(früher Philippstr. 22).

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Die Entwickelung der Materie, enthüllt durch die Radioaktivität.

Wilde-Vorlesung,
gehalten in Manchester vor der Literary and Philosophical Society
von **Frederick Soddy.**
Autorisierte Übersetzung von Prof. G. Siebert.
64 Seiten. 1904. M. 1.60.

Chemiker-Zeitung: Der Verf. ist bekannt als Mitarbeiter Rutherfords und Sir W. Ramsays bei den merkwürdigsten Untersuchungen und Entdeckungen, die bis heute wohl auf dem Gebiete der Radioelemente gemacht worden sind. So ist er besonders dazu geeignet, uns auch die Vorstellungen zu übermitteln, die diese interessanten Erscheinungen zu einem Bilde zusammenfassen. Die Kühnheit der Hypothesen, die geradeswegs in die Fundamente unserer Wissenschaft vordringen, wird zwar vielleicht noch nicht jedem mit dem Gewicht der Tatsachen im Einklang erscheinen, dennoch ist es fesselnd, diese Ideen kennen zu lernen, die möglicherweise berufen sind, eine neue Ära der Chemie einzuleiten. *R. Abegg.*

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Handbuch der Physik (2. Auflage)

herausgegeben von

Prof. Dr. A. Winkelmann (Jena).

Band VI. Optik. I. Halbband.

gr. 8°. VIII u. 432 Seiten. Mit 170 Abbildungen. Mk. 14.—.

Nach einer längeren Pause, als in Aussicht genommen war, kann von der 2. Auflage wieder ein Halbband erscheinen. Dieser Halbband enthält den Anfang der „Theorie der optischen Instrumente nach Abbe", die von den Mitarbeitern der Zeißschen Werkstätten verfaßt ist. Die Arbeiten wurden vielfach umgearbeitet und erweitert und sind jetzt wohl die vorzüglichste Darstellung auf optischem Gebiete.

Da sich gleichzeitig 3 Bände des Handbuchs im Druck befinden, ist ein rascheres Erscheinen in Zukunft gewährleistet.

Schlömilchs Handbuch der Mathematik.

Zweite Auflage.

Herausgegeben von

Konrektor Professor Dr. **Richard Henke** (Dresden)

und

Professor Dr. **Richard Heger** (Dresden).

III. Band: Höhere Mathematik. II. Teil.

VIII, 622 Seiten. Mit 94 Fig. u. 20 Kartentafeln. M. 20.—, geb. M. 22.50.

Das Handbuch, dessen beide erste Bände Ende vorigen Jahres erschienen, liegt nunmehr komplett vor. Es soll den Leser so weit führen, daß er eine ganze Reihe von Hauptwerken über Astronomie, Mathematik, Physik und Ingenieurwissenschaften lesen und sich nötigenfalls weiter helfen kann und dürfte somit hauptsächlich für Studierende an technischen Hochschulen, für Lehrer an höheren Schulen und die breiten Kreise aller derjenigen in Betracht kommen, die nur die Grundlagen der Mathematik erlernen wollen.

Prospekte kostenfrei.

Das Farbenempfindungssystem der Hellenen.

von

W. Schultz (Wien).

VIII, 228 Seiten mit 3 farbigen Tafeln. M. 10.—.

Es ist dem Verfasser gelungen, festzustellen, daß das Farbenempfindungssystem der alten Griechen erhebliche Unregelmäßigkeiten aufweist, und daß es sich wahrscheinlich um eine Blau-Gelb-Blindheit bei der Mehrheit des Volkes gehandelt hat. Die Behauptungen werden durch eine große Zahl von Schriftstellen griechischer Autoren, durch Farbenbeobachtungen und durch Vergleiche mit den gegenwärtigen Farbenlehren belegt. Das Werk ist ebenso interessant für Philologen, wie für Physiologen, Physiker und Ethnographen.

Ehrhardt & Metzger Nachf. (Inhaber: K. Friedrichs.)

— Darmstadt. —

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate. Brutschränke. Resistanzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und Böhmische Glaswaren.

Spezialapparate für Elektrochemie und Physik.

Mechanische Werkstätten. Tischlerei.

Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen.

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Messinstrumente.

Berlin W., Carlsbad 16.

Spezialität seit 1890:

Präcisions-Widerstände a. Manganin

nach der Methode der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. (Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde, Juli 1889, Januar 1890, Nov.-Dezember 1895.)

Normal-Widerstände von 0,0001—10000 Ohm. — **Abzweig-Widerstände** von 1—0,0001 Ohm mit Petroleum- oder Luftkühlung, für Strommessung bis 5000 Amp. — **Rheostaten, Wheatstone'sche Brücken, Thomson'sche Doppelbrücken** für alle Messbereiche, mit Stöpsel oder Kurbelschaltung, in jeder gewünschten Ausführung. — **Kompensations-Apparate** für genaue Spannungsmessung in 8 Modellen. — **Normal-Elemente**, beglaubigt von der Physik.-Techn. Reichsanstalt. — Sämtliche Widerstände auf Wunsch als Präcisionswiderstände beglaubigt. — Verkaufslager von Manganin-Draht und -Blech von der Isabellenhütte in Dillenburg.

— Illustrierte Preisliste. —

Verlag von **Johann Ambrosius Barth** in Leipzig.

Anleitung zum Glasblasen

von

Prof. Dr. H. Ebert (München).

3. umgearbeitete und erweiterte Auflage.

XII, 120 Seiten mit 68 Abbildungen. 1904. M. 2.40, geb. M. 3.—.

Chemiker-Zeitung: Die Erfahrungen, welche der Verfasser sowohl beim Glasblasen wie beim Unterricht gesammelt hat, haben ihn auf den fruchtbaren Gedanken gebracht, die Anleitung zum Glasblasen in die Form eines systematischen, aus fünf Übungsstufen bestehenden Unterrichtskursus zu bringen, welcher alle im Laboratorium gewöhnlich zur Anwendung kommenden Glasbläserarbeiten berücksichtigt . . . Die Darstellung ist knapp und überaus klar und läßt überall erkennen, daß der Verfasser, welcher es in seiner Wissenschaft zu hohem Ansehen gebracht hat, auch in der Kunst des Glasblasens Meister ist.

SIEMENS & HALSKE A.-G.

Berliner Werk

Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.

Präzisions-Wattmeter, -Voltmeter und -Amperemeter für Wechselstrom. Meßeinrichtungen zur Bestimmung der Induktionskonstanten und des Energieverlustes von Wechselstromapparaten. Präzisionsnormale der Selbstinduktion. Zeiger-, Spiegel- und Panzergalvanometer. Meßbrücken, Kompensationsapparate, Zweigwiderstände, Dekadenwiderstände, Kondensatoren.

F. Sartorius, Göttingen.

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

Waagen und Gewichte

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

Specialität:

Analysenwaagen

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nachahmungen in den Handel gebracht werden.

Sartorius' neuer Wärmekasten

zum Brüten von Bacillen und zum Einbetten mikroskopischer Präparate in Paraffin für beliebiges Heizmaterial, unabhängig von Gasleitung, mit vielfach prämiirter Wärmeregulirung.

Patentirt in Deutschland, England, Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen beschickten Ausstellungen prämiirt, zuletzt Weltausstellung Brüssel, Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für beste Construction in Präzisionswaagen.

Kataloge in 3 Sprachen gratis und franco.

Vertreter in allen Ländern.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

RAMSAY, SIR WILLIAM, Einige Betrachtungen über das periodische System der chemischen Elemente. Vortrag, gehalten auf der 75. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Kassel. M. 1.—.

Ztschr. f. phys. Chemie: Wie bekannt, hat Ramsay der großen Zahl seiner fundamentalen Entdeckungen eine höchst unerwartete neue hinzugefügt: die fortdauernde Bildung von Helium aus Radium. Man wird daher mit dem lebhaftesten Interesse in diesem Vortrage das Nähere hierüber, sowie über die allgemeinen Betrachtungen entnehmen, welche diese Tatsache bei dem geistvollen englischen Forscher ausgelöst hat.

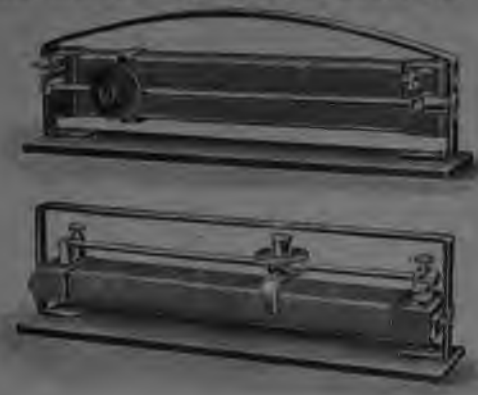
VERWORN, Prof. Dr. MAX, Naturwissenschaft und Weltanschauung. Eine Rede. 1. und 2. Auflage. 1904. M. 1.—.

Die vorliegende Rede, die in der Sitzung der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen am 14. November 1903 gehalten und in den „Göttinger Gelehrten Anzeigen" zum erstenmale abgedruckt wurde, erscheint hier als besondere Broschüre überarbeitet und mit Anmerkungen und einem kritischen Apparat versehen. Sie hat einen großen Interessentenkreis und dürfte weitere Anregung zum Nachdenken über eine uralte und folgenschwere Konzeption des menschlichen Geistes bieten.

Allgemeine Zeitung: Die vorliegende kleine Schrift ist ein erfreulicher Beweis für die allmähliche Annäherung, die sich auf erkenntnis-theoretischem Gebiet zwischen Naturforschern und Philosophen neuerdings zu vollziehen beginnt. . . . Das Büchlein ist geeignet, gerade in den durch die Kontroversen zum Fall Ladenburg zum philosophischen Interesse erweckten naturwissenschaftlichen Kreisen, an die es sich in erster Linie wendet, recht günstig zu wirken. *C. S.*

Elektrizitäts-Gesellschaft Gebr. Ruhstrat, Göttingen.

liefert als Spezialität:
Laboratoriumwiderstände
und **Meßapparate.**



— Man verlange Preisliste. —
Experimentierschalttafeln,
Projektionslampenwiderstände.

A. Haak, Jena.

Glastechnische Werkstätten.

Thermometer
für
Wissenschaft und Technik,
von —200 bis +575°.

Barometer
mit constantem Nullpunkt,
eigene Construction.

Elektrische Apparate u. Röhren
nach
Geissler, Crookes, Hittorff, Röntgen,
Puluj, Hertz, Lenard.

Volumetrische Messinstrumente.

Illustrirte Preislisten zu Diensten.

Induktorien

mit Präcisions-Spiralstaffelwicklung Pat. Klingelfuss
von bisher unerreichter Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit.
Auf wissenschaftlicher Basis construirt.
Für physikalische Arbeiten, Röntgenapparate, Hertz'sche Schwingungen, drahtlose Telegraphie, Teslaströme und zum Laden von Condensatoren
auch bei Dauerbetrieb
gleich hervorragend. Reich illustrirte Preisliste zu Diensten.
Fabrikanten: Fr. Klingelfuss & Co. Basel (Schweiz).

HANS BOAS B BERLIN O.

Elektrotechnische Fabrik — Krautstraße 52

Doppelgleitwiderstände mit Einrichtung

zur Reihen- und Parallelschaltung der Widerstandsplatten eigener Konstruktion, großes Modell für 500 Watt Belastung mit Widerständen von 300 bis 2 Ohm.

Preis ℳ 75

E. DUCRETET

PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.

Grands-Prix Expositions Universelles | Paris 1889 — Anvers 1894 | Bruxelles 1897 — Paris 1900

Cabinets de physique complets.

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff-Ducretet garantie pour les grandes distances. **Téléphone haut-parleur R. Gaillard**, type 1903, R. G. et E. D. Matériels complets Rayons X Röntgen, et courants de haute fréquence.

Photothéodolites du M. le Colonel Laussedat.

Pile primaire du Dr. A. Vizent.

PARIS 1900
GRAND PRIX
Illustrirte Preislisten gratis.

Präcisions-
Reisszeuge
Astronomische Uhren,
Compensationspendel.
Clemens Riefler
Fabrik mathemat. Instrumente
Nesselwang u. München.
Gegründet 1841.

C. A. Steinheil Soehne,

optisch-astronomische Werkstätte,

Gegründet 1855. **MÜNCHEN.** Gegründet 1855.

Astronomische Fernrohr-Objektive, zwei- und dreiteilig in allen Dimensionen bis 1 Meter Durchmesser, normaler Konstruktion und ohne sekundäres Spektrum.

Okulare, Prismen, Lupen, Plan- und Planparallelgläser.

Komplette astronomische Fernrohre mit und ohne Stativ.

Ablesefernrohre, terrestrische Hand- und Stativfernrohre, Prismenfernrohre.

Spektralapparate verschiedenster Konstruktion, mit und ohne photograph. Einrichtung.

Spektroskope, Spektrographen und Goniometer.

Preislisten frei auf Verlangen, auch über photographische Objektive und Zubehör.

RICH. SEIFERT & CO., Hamburg 13.

Elektrotechnische Werkstatt.

Komplette Röntgeneinrichtungen nach Dr. Albers-Schönberg und Dr. Walter. — **Schutzvorrichtungen** gegen Röntgenstrahlen. —

Starkstrom-Dekadenwiderstände,

und genau nach Zehnern, Einern und Zehntel Ohm abgestuft, ermöglichen eine sehr feine Regulierung, soweit eine genaue Vorausberechnung der Stromstärke und sind besonders für Versuchswerke zu empfehlen.

Die fächerart. Regulirtische werden auf Wunsch ebenfalls mit Ohm-Dekaden versehen und können sofort in Röntgenwerken auch zu allen sonstigen Starkstromversuchen benutzt werden.

Kostenanschläge und Preislisten gratis.

Unger & Hoffmann, Aktien-Gesellschaft.

Gegründet 1878 DRESDEN-A. 16 Gegründet 1878

Projektionsapparate

für wissenschaftliche Zwecke, für Schulen, Lehranstalten, öffentl. Vorträge.

Sämtl. Gebrauchsartikel für Projektion.

Alle Lichtquellen. Laterndiapositive in reichster Auswahl.

Preislisten und technische Auskunft jederzeit zu Diensten.

GEORG WESTPHAL,

Celle (Hannover).

Mechanisches Institut

(gegründet 1860).

Wagen und Gewichte für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke

in vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

C. M. J. Bodien, Hamburg IV. 200.

fertigt als Specialität allerhand Electrische Glühlichtlampen nach Muster oder Zeichnung ferner: Geissler-Röhren, Crookes-Apparate & Glasinstrumente für wissenschaftlichen und technischen Gebrauch.

MAX KOHL, Werkstätte für Präzisionsmechanik, Chemnitz i. S.

liefert als langjährige Spezialität:

Physikalische und chemische Einrichtungsgegenstände für Schulen, wie z. B. **Experimentiertische** nach Prof. Dr. Weinhold und Prof. Arendt; **Fensterverdunkelungen, Oberlichtverdunkelungen** für **Elektromotor- und Handbetrieb, Absauganlagen** mit Gas- und Wasserleitungsanlage, **Wandtafelgestelle, Projektionsrollschirme** mit oder ohne Elektromotorbetrieb.

Experimentiertisch nach Prof. Dr. Weinhold.

Vollständige Einrichtungen von physikalischen und chem. Auditorien in gediegener, zweckmäßiger Ausführung.

Derartige komplette Einrichtungen wurden jetzt u. a. für das I. Chemische Institut der Universität Berlin, Hofmann-Haus Berlin, Laborat. f. angew. Chemie d. Univ. Leipzig, Ecole d. Mines du Hainaut, Mons (Belg.), Kammerschule Riga (Russl.), Technolog. Institut Tomsk (Sibirien), höhere Maschinenbauschule Stettin u. v. a. m. geliefert.

Im Auftrage der Reichs-Regierung habe ich den Hörsaal der deutschen Unterrichts-Ausstellung St. Louis für das Preuss. Kult.-Min. ausgestattet.

Physikalische und chemische Apparate und Gerätschaften.

Neu! **Duplex-Ölluftpumpe** *Neu!*

m. Teleskopkolben u. Antrieb durch Elektromotor. D.R.P. a. Die Pumpe wird, bis auf $^1/_{100}$ mm.

Apparate für die Telegraphie ohne Draht a. Marconi in hochcompendiöser Ausführung.

Alle Apparate nach Tesla und Thomsen zu Versuch. m. Strömen hoher Wechselzahl f. experiment. u. ärztliche Zwecke.

Röntgen-Einrichtungen in höchster Vollkommenheit.

Neu!! Wechselstrom-Gleichrichter zum direkten Laden von Akkumulatoren an einer Wechselstromanlage und zum Betrieb von Funkeninduktoren durch Wechselstrom, ohne dass ein weiterer Unterbrecher nötig ist!

Projektionsapparate für alle Beleuchtungsarten.

Hochspannungsakkumulatoren mit oder ohne Patschtrop.

Neu! **Spinthariskope** *Neu!*

mit Fluorescenzschirm u. einer kleinen Menge Radiumbromid auf beweglichem Zeiger, um d. ausserordentlichen radioaktiven Eigenschaften des Radiums zu zeigen. *Preis M. 12.— u. 20.—.*

Radiumbromid von überraschender Wirkung; chem. rein, Preis auf Anfrage.

Ehrendiplom der Ausstellung der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Düsseldorf 1898, Goldene Medaille Leipzig 1897, Weltausstellung Paris 1900, Aussig 1903, Athen 1904

Listen mit ausführlichen Kostenanschlägen, Beschreibungen, Referenzen usw. gratis u. franko.

E. Leybold's Nachfolger

Cöln a. Rh.

Spezialfabrik für Einrichtung wissenschaftlicher Institute

liefern

vollständige Einrichtungen von Hörsälen und Laboratorien mit Experimentiertischen, Verdunkelungsvorrichtungen, Arbeitstischen, Sammelschränken usw.

Elektrische Stromanlagen, Schalttafeln, Umformer usw., **Projektionsapparate, physikalische Apparate**

für Vorlesungen und Übungen im Praktikum.

Illustrierte Preislisten auf Verlangen.

Alleinige Inseratenannahme durch: Max Gelsdorf, Leipzig-Gohlis, Bismarckstr. 7.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig

1904. № 12.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 15. HEFT 2.

DER GANZEN REIHE 320. BANDES 2. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT DREI TAFELN.

LEIPZIG, 1904.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
ROSSPLATZ 17.

Bestellungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 16 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 16 M.

(Ausgegeben am 23. October 1904.)

Inhalt.

		Seite
1.	P. Lenard u. V. Klatt. Über die Erdalkaliphosphore. (Hierzu Tafel II u. III)	225
2.	G. E. Leithäuser. Über den Geschwindigkeitsverlust, welchen die Kathodenstrahlen beim Durchgang durch dünne Metallschichten erleiden, und über die Ausmessung magnetischer Spektren	253
3.	Otto Berg. Zur Messung der Absorption elektrischer Wellen (Hierzu Taf. IV. Figg. 1—3)	307
4.	L. Zehnder. Ein Volumometer für große Temperaturintervalle	328
5.	Fritz Hasenöhrl. Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern	344
6.	L. Pfaundler. Über die dunkeln Streifen, welche sich auf den nach Lippmanns Verfahren hergestellten Photographien sich überdeckender Spektren zeigen (Zenkersche Streifen)	371
7.	W. Feussner. Zur Berechnung der Stromstärke in netzförmigen Leitern	385
8.	Adolf Schmidt. Werte der erdmagnetischen Elemente zu Potsdam für die Jahre 1902 und 1903	395
9.	Leo Grunmach. Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung und des Molekulargewichtes von verflüssigtem Stickstoffoxydul	401
10.	B. Walter. Über die Erzeugung sehr hoher Spannungen durch Wechselstrom	407
11.	W. Wien. Poyntingscher Satz und Strahlung	412
12.	Adolf Heydweiller. Über die Villarische Wirkung beim Nickel. Entgegnung an die Herren Honda und Shimizu	415
13.	R. Gans. Zur zweiten Heydweillerschen Kritik meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion ferromagnetischer Körper"	418
14.	A. Bestelmeyer. Bemerkung zu der Abhandlung des Herrn Markowski über die innere Reibung von Sauerstoff, Wasserstoff, chemischen und atmosphärischen Stickstoff und ihre Änderung mit der Temperatur	423

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude**, zu senden. Seine Adresse ist **Giessen**, Nahrungsberg 3.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Gesucht

für das

physikalische Institut der Universität Königsberg

zum sofortigen Eintritt

ein promovierter Physiker.

Bewerbungen mit Lebenslauf, Angabe der Gehaltsansprüche sind zu richten an das Direktorat des physikalischen Institutes.

Assistentenstelle

sucht Physiker, in Mechanik [illegible] Assistent. Gefällige Offerten unter M. N. 3791 an Rudolf Mosse, München.

Am 24. Oktober feiern wir den 100jährigen Gedenktag der Geburt von

WILHELM WEBER.

Möge uns sein Andenken begeistern zur Erreichung der schon von ihm erstrebten Ziele.

1904. № 12.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 15.

1. *Über die Erdalkaliphosphore;* *von P. Lenard u. V. Klatt.*

(Hierzu Taf. II u. III.)

(Ein Auszug der gesamten Arbeit wird der ungar. Akad. der Wissensch. vorgelegt.)

Wir haben früher gezeigt[1]), daß die an gewissen Erdalkalisulfidpräparaten seit lange bekannte, durch große Dauer hervorragende Phosphoreszenz gebunden ist an das Vorhandensein dreier wesentlicher Bestandteile, welche sind: 1. das Erdalkalisulfid selber, 2. geringe Spuren gewisser wirksamer Metalle, 3. ein schmelzbarer Zusatz.

Als wirksame Metalle hatten wir bisher Kupfer, Mangan und Wismut genannt, als geeignete schmelzbare Zusätze eine Anzahl von farblosen Salzen. Über die Farbe des Phosphoreszenzlichtes fanden wir, daß sie durch das vorhandene Metall und das Erdalkalisulfid gegeben sei, und jedem der drei genannten Metalle schrieben wir eine Bande im Phosphoreszenzspektrum zu. Die Bande des Kupfers, welches Metall wir bereits damals in allen drei Erdalkalisulfiden benutzten, lag im Sulfid des Calciums im Blaugrün, des Strontiums im Gelbgrün, des Baryums im Rot.

Daß neben der angegebenen chemischen Zusammensetzung auch die physikalische oder molekulare Struktur in Betracht komme, zeigt sich darin, daß die Phosphoreszenzfähigkeit nur

1) V. Klatt u. P. Lenard, Wied. Ann. 38. p. 90. 1889, woselbst auch der früheren und damals nahe gleichzeitigen Literatur auf gleichem und verwandtem Gebiete gedacht ist. Diese Mitteilung wird im Gegenwärtigen stets als I zitiert. — Einige Versehen, welche dort stehen geblieben sind, seien hier berichtigt: p. 92 Z. 19 v. o. lies s. w. u. statt u. s. w.; p. 99 Z. 2 v. u. lies $^3/_{1000}$ statt $^3/_{100}$ (worauf wir von Hrn. Oberlehrer Hettwer in Berlin aufmerksam gemacht wurden); p. 105 Z. 8 v. u. lies dieser statt dieses.

in der Glühhitze, niemals auf kaltem oder nassem Wege zu erreichen ist, und daß Druck sie zerstört.[1])

Durch das Bisherige war an Stelle der vorher unsicheren, zufälligen Erfolge bei der Bereitung phosphoreszierender Erdalkalisulfide — wie man unzutreffenderweise die gedachten Präparate meist heute noch genannt findet — die Möglichkeit getreten, eine Reihe von Substanzen wohl ausgeprägter und intensiver Phosphoreszenzfähigkeit jederzeit und in immer wieder gleicher Beschaffenheit herstellen und zu weiterer Untersuchung verwenden zu können.[2]) Es war aber auch zu erkennen gewesen, daß die Reihe der möglichen Phosphoreszenzen gleicher Art durchaus nicht erschöpft worden sei.

Wir haben daher die Arbeit fast stetig fortgesetzt, worüber jetzt berichtet werden soll.

1. Wir nennen dabei Erdalkaliphosphor, oder kurz Phosphor, ein Präparat, in welchem die drei eingangs genannten Bestandteile mit dem Resultate lange dauernden Nachleuchtens vereinigt sind; die drei Bestandteile selber bezeichnen wir kurz als Sulfid, Metall und Zusatz. Enthält ein Phosphor nur ein einziges Metall und nur einerlei Sulfid, so nennen wir ihn einen reinen Phosphor.[3]) Zeichen wie $CaCuNa_2SO_4$ sollen zu kurzer Nennung bestimmter reiner Phosphore dienen.

2. Der Gang der Untersuchung, welche rund 800 Präparationsversuche und 300 Spektralbeobachtungen umfaßt, war im wesentlichen der folgende.

Zuerst suchten wir Phosphore von noch größerer Reinheit als früher zu erhalten, wozu in erster Linie größere Metallfreiheit des Ausgangsmaterials erforderlich war. Die Prüfung und Auswahl geeigneter Darstellungsmethoden für diese Materiale und geeignete Vorsichten bei dem zur Herstellung der Phosphore nötigen Glühen ergaben uns die Möglichkeit, Phosphore von solcher Reinheit herzustellen, daß dieselben kaum mehr Spuren jener gemeinsamen Phosphoreszenzen zeigten,

1) Über den letzteren Punkt vgl. P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 12. p. 439. 1903.

2) Vgl. die Arbeiten der Herren J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 44. p. 722. 1891 und A. Dahms, Ann. d. Phys. 13. p. 442. 1904.

3) Weitere Definitionen siehe: Bande, 21; Intensität einer Bande, 16; Momentanbande, Dauerbande, 28; Hitzebande, Kältebande, Temperaturgrenze, 48; Erregungsverteilung, 70; Temperaturzustände, 111.

welche wir früher fanden und verunreinigenden Metallen zuschreiben mußten.[1]) Zugleich sind dabei die früheren Angaben über den Mangel an Phosphoreszenzfähigkeit metallfreier Präparate, zusatzfreier Präparate und reinen Erdalkalisulfides[2]) bestätigt worden (Kapitel F).

An den so gewonnenen Phosphoren zeigte sich nun, daß jedem Metall nicht nur eine einzige Bande im Phosphoreszenzspektrum zugehöre, sondern eine ganze Reihe von Banden, unter welchen die früher von uns genannten Banden nur dadurch sich auszeichnen, daß sie der größten Intensitätssteigerung durch geeignete Zusätze fähig sind (Kapitel B).

Indem wir weiter die Versuche auf eine größere Zahl sorgfältig rein dargestellter Zusätze erstreckten, fanden wir, daß auch die Zusätze nicht ohne Einfluß sind auf die Phosphoreszenzfarbe. Der Einfluß besteht aber nicht in einer Verschiebung von Emissionsbanden, sondern nur darin, daß verschiedene Zusätze im allgemeinen verschiedene Banden des vorhandenen Metalles mehr hervortreten lassen. Die Zusätze ordnen sich diesbezüglich in Gruppen von ganz oder nahe gleicher Wirkung (Kapitel A und B).

Es zeigten sich ferner außer Cu, Mn und Bi auch noch eine Reihe anderer Metalle als wirksam, nämlich Pb, Ag, Zn, Ni, Sb[3]), wodurch eine Anzahl neuer, charakteristischer Phosphoreszenzen von zum Teil großer Intensität und Dauer verfügbar wurde (Kapitel A).

3. Um die Eigenschaften dieser Phosphoreszenzen näher kennen zu lernen, haben wir sie nach mehreren Richtungen hin eingehend untersucht. Im Kapitel C wird über den Einfluß der Temperatur und der Temperaturänderung berichtet, wobei die Untersuchung des Aufleuchtens beim Erwärmen besonderes Interesse bot und bei Hinzunahme des im Kapitel D untersuchten Einflusses der Erregungsart einigen Einblick in die Zusammenhänge der Erscheinungen gewährte (Kapitel E und G).

Überall zeigte sich, daß alle Beeinflussung der Phosphores-

1) I p. 94. 98. 99.

2) I p. 94 u. ff.

3) Blei ist das von uns früher (I p. 101) in Mineralpräparaten durch Phosphoreszenzbeobachtung konstatierte, aber damals nicht identifizierte und insolang ζ genannte Metall (vgl. Tab. II b).

zenzen nur in relativer Änderung der Intensität und Dauer der einzelnen Phosphoreszenzbanden bestehe, deren maximal vertretene Wellenlänge entweder ganz oder doch sehr nahe unveränderlich blieb. Die Aussicht, Gesetzmäßigkeiten zu finden in der großen Mannigfaltigkeit der beobachteten Erscheinungen, knüpfte sich dadurch an den Versuch der Zurückführung der Erscheinungen auf feste Eigenschaften der einzelnen Emissionsbanden. Wir haben diese Zurückführung überall soweit durchgeführt, als es das vorhandene Beobachtungsmaterial gestattete und geben als Resultate die speziellen und allgemeinen Eigenschaften der Phosphoreszenzbanden der wirksamen Metalle an, und zwar die speziellen Eigenschaften in den Tabb. II und III und in Taf. III, die allgemeinen, allen Banden zukommenden Eigenschaften in kurzer Darstellung im Schlußkapitel G, a.

4. Das zugänglich gewordene Erscheinungsgebiet ist auch im Gegenwärtigen durchaus nicht erschöpft; um so mehr waren wir daher bedacht, den Wert des Mitgeteilten auch unabhängig bestehen zu lassen von der angenommenen Darstellung durch Bandeneigenschaften. Es sind dazu die Tabb. I, II und III, sowie die graphischen Darstellungen Taf. II und III so eingerichtet, daß in ihnen so viel unmittelbare Beobachtung als angängig schien, zur Geltung komme. Diese Tabellen und graphischen Darstellungen wird man auch zweckmäßig zu Rate ziehen können, wenn es sich um spezielle Eigenschaften bestimmter Phosphore handelt, oder umgekehrt um Phosphore, welche bestimmte, vorgegebene Eigenschaften möglichst nahe besitzen sollen, oder auch um Anwendung der gewonnenen Resultate zu chemisch-analytischen Zwecken (vgl. Kapitel F, h). Wünscht man den Umfang der beobachteten Tatsachen zu ersehen, ohne auf Einzelheiten eingehen zu müssen, so bieten sich dazu die zusammenfassenden Abschnitte der einzelnen Kapitel.

5. Obgleich weit davon entfernt, bloße Hypothesen mitteilen zu wollen, glaubten wir am Schlusse doch diejenigen, die Emissionszentren der Phosphoreszenzbanden betreffenden Vorstellungen geben zu sollen, zu welchen die Erscheinungen uns geführt haben und wohl auch führen mußten bei dem Wunsche, sie in Zusammenhang zu sehen untereinander sowohl als mit dem sonst Bekannten (Kapitel G, b).

Kapitel A.

Unmittelbare Beobachtung nach Erregung durch Sonnenlicht.

6. Die einfachste Art der Beobachtung und zugleich die charakteristischste für die hier zu behandelnden Phosphoreszenzen langer Dauer besteht darin, das auf offenem Uhrglase befindliche Präparat durch eine Öffnung des Fensterladens ins Freie an den Sonnenschein zu halten und nach Verlauf einer halben oder ganzen Minute wieder zurückzuziehen. Der Beobachter hält während dessen seine Augen geschlossen, bis gleichzeitig mit dem Zurückziehen des Präparates das Zimmer wieder verdunkelt ist. Man kann so den ganzen Ablauf der Phosphoreszenz beobachten, von etwa 1 Sek. nach Schluß der Belichtung an gerechnet.

7. Von dieser Beobachtungsart ließen wir uns bei der Herstellung der Phosphore ausschließlich leiten, nachdem zur Beurteilung der chemischen Reinigungsmethoden für die Ausgangsmateriale die später (Kapitel B und F) zu erwähnenden feineren Methoden benutzt worden waren.

8. Da die Herstellungsweise der Phosphore, abgesen von der jetzt vergrößerten Reinheit ganz die früher beschriebene geblieben ist[1]), beginnen wir hier sogleich mit einer Zusammenstellung von Beobachtungen nach dem oben geschilderten Verfahren (Tabb. I). Es soll dadurch ein Überblick gegeben werden über die neue Reihe wohldefinierter Phosphoreszenzen langer Dauer; zugleich soll der Einfluß der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe hervortreten. Die Tabellen konnten sich auf eine Auswahl charakteristischer Fälle beschränken, denn es wirken, wie man sehen wird, die verschiedenen Zusätze gruppenweise ganz oder nahe gleich.

9. Am Kopfe der Tabellen ist Sulfid und Metall, in Kolumne 2 der Zusatz angegeben.[2]) Die dritte Kolumne betrifft die Intensität des Phosphoreszenzlichtes. Hierfür haben wir uns ein schätzungsweises Maß gebildet in Form einer

1) I p. 96. 97. Spezielle Angaben über die Herstellung der hier vornehmlich benutzten Phosphore vgl. in Kapitel F.

2) * in Kolumne 1 bezeichnet diejenigen Phosphore, welche vorzüglich Gegenstand der weiteren eingehenderen Untersuchung geworden sind (vgl. 12).

Skala von 8 Stufen. Intensität 1 ist zu schwach, um die Farbe mit Sicherheit erkennen zu lassen; bei Intensität 2 ist die Farbe eben gut erkennbar; Intensität 4 entspricht schon einem Leuchten, das dem ausgeruhten Auge im verdunkelten Zimmer sehr hell erscheint; Intensität 6 wird auch schon ohne Verdunkelung des Zimmers durch farbiges Aussehen des erregten Phosphors merklich; Intensität 8 beleuchtet bei einiger Fläche des Präparates die Gegenstände der Umgebung gut genug zu bequemem Lesen. Die Intensitätsangaben beziehen sich jedesmal auf etwa 1 Sek. nach Schluß der Belichtung.

Kolumne 5 betrifft das Abklingen der Phosphoreszenz. In den meisten Fällen, entsprechend dem Fehlen einer Angabe in den Tabellen, erfolgt dasselbe so langsam und kaum merklich, daß man mit der Intensitätsschätzung nicht zu eilen braucht, und ohne Farbenwechsel. Schnelles Abklingen ist angemerkt, wenn der Intensitätsabfall schon innerhalb der ersten Minute sehr merklich wird. Sehr dauernd nennen wir das Leuchten, wenn es noch nach Stunden gut bemerkbar bleibt.

Eine exaktere Fassung sowohl der Intensität als der Dauer würde zwecklos versucht worden sein, denn nicht die Gesamtemission folgt einfachen Gesetzen, sondern es hat jede einzelne Spektralbande der Emission ihre besondere Erregungsfähigkeit und ihr besonderes Abklingen, wie das Spätere zeigen wird.

Tabelle Ia. **CaCu.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2O_4	4	grün	(bei wenig Cu; vgl. 149)
2	Na_2O_4	4	bläulichgrün	Zieml. dauernd; allmählich mehr grün werdend
3	$Na_2S_2O_3$	4	bläulichgrün	(bei mehr Cu; vgl. 149)
4	Na_2HPO_4 . . .	4	bläulichgrün	
5	$Na_2B_4O_7$	4	bläulichgrün	
6*	$Na_2SO_4 + NaFl$ . .	4	bläulichgrün	Zieml. dauernd; allmählich mehr grün werdend
7	Li_2SO_4	4—5	hellblau	grün werdend. (bei wenig Cu)
8	Li_2SO_4	4—5	blaugrün	(bei mehr Cu; vgl. 149)
9	Li_3PO_4	4	türkisblau	
10	$Li_2B_4O_7$	4	türkisblau	
11*	$Li_2SO_4 + CaFl_2$.	5	türkisblau	Ziemlich dauernd, dabei mehr grün werdend

Tabelle Ia (Fortsetzung).

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
12*	K_2SO_4	2	tief blauviolett[1])	Bald unter Int. 1 herabsinkend
13*		4	blau[1])	Einigermaßen dauernd
14	$K_2SO_4 + Na_2SO_4$. (zu gleichen Teilen)	3—4	tiefblau	
15	$CaFl_2$	2	blaugrün	
16	NaCl[2])	3	blauviolett[1])	
17		4	blau[1])	
18	KCl[2])	2	lavendelgrau	

Man sieht, daß die Phosphoreszenzfarbe[3]) in den Nuancen des Spektralgebietes zwischen Grün und dem äußersten Violett sich bewegt. Na-Zusätze begünstigen das Grün, K-Zusätze — und auch die Chloride — das Blau und Violett; Li nimmt eine Mittelstellung ein zwischen Na und K.

Die Intensität ist (bei Erregung mit Sonnenlicht) nie besonders groß. Farbenwechsel im Nachleuchten treten auf, und zwar immer in dem Sinne, daß der grüne Anteil der Emission dauernder ist als der blaue.

Tabelle Ib. **CaPb.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	3	bläulichgrün	Geht über in Gelbgrün
2	$Na_2B_4O_7$	2—3	mehr bläulich als Nr. 1	
3	$Na_2SO_4 + CaFl_2$ . .	4	mehr grünlich als Nr. 1	
4*	$Na_2SO_4 + NaFl$ . .	4	gelblichgrün	Ziemlich andauernd

1) Über das verschiedene Verhalten verschiedener Proben vgl. Kapitel F, e.

2) Unsere früheren Angaben betreffend Chloridzusätze bei Cu (I p. 97) beziehen sich auf sehr lange fortgesetztes Glühen, wie dort auch hervorgehoben.

3) Hier stets physiologisch gemeint.

Tabelle Ib (Fortsetzung).

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
5	Li_2SO_4	4	blau	Geht ganz langsam in Gelbgrün über
6	K_2SO_4	2	blauviolett	
7	$K_2B_6O_{10}$	1		
8*	$K_2SO_4 + CaFl_2$ . .	4	blau	Kurz dauernd
9	$CaFl_2$	4	tiefblau	Kurz dauernd
10	NaCl	2	violett	
11	KCl	2		

Auch hier ist großer Einfluß der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe bemerkbar; Na-Zusätze geben gelblichgrüne, K-Zusätze — und Flußspat sowie auch die Chloride — blauviolette Nuancen; Li nimmt wieder eine Mittelstellung ein. Die Intensität ist (bei Erregung mit Sonnenlicht) überall nur mittelmäßig. Das Blau ist immer von kurzer Dauer, und zwar auch dann, wenn es, wie bei Na- und Li-Zusatz, zusammen mit Grün vorhanden ist, was in diesem Falle Farbenwechsel im Nachleuchten ergibt (vgl. 119).

Tabelle Ic. CaMn.

Hier sowie auch bei den noch folgenden Kalkphosphoren fehlt die Farbenmannigfaltigkeit. Alle Proben leuchteten goldgelb bis orangegelb, und zwar ohne daß das Erscheinen der einen oder der anderen dieser Farben auf Einfluß der Zusätze zurückführbar gewesen wäre (vgl. Tab. IIc und Kapitel F, e). Die versuchten Zusätze waren u. a. Na_2SO_4, $Na_2S_2O_3$, Na_2HPO_4, $Na_2B_4O_7$; Li_2SO_4; K_2SO_4; NaCl. Zu bemerken ist, daß NaCl bei Mn, im Gegensatz zu den anderen Metallen, keine geringere Intensität ergab als die übrigen Zusätze.[1]) Die größten Intensitäten waren mit gemischten Zusätzen zu erreichen, z. B. $Na_2SO_4 + CaFl_2$* Int. 4, Farbe goldgelb (vgl. auch 145).

1) Wie bereits I p. 100 hervorgehoben. Starkes Glühen mit Chloridzusatz ist dadurch ein Mittel, die Mn-Phosphoreszenz im Calciumsulfid abzusondern von den Phosphoreszenzen anderer, gleichzeitig etwa vorhandener Metalle, ausgenommen etwa Blei (vgl. Tab. II b und c).

Die Kalk–Manganphosphore goldgelber Nuance leuchteten sehr andauernd, die der orangegelben nur kurz.[1])

Tabelle Id. **CaNi.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	2	rötlich	Grünlich werdend
2	Li_2SO_4	2	rötlich	
3	Li_3PO_4	2	rötlich	Farbenwechsel nicht ersichtlich
4	$Li_3PO_4 + CaFl_2$ . .	2	rot	Kein Farbenwechsel
5	K_2SO_4	1		
6*	$CaFl_2$	4	tiefrot	Ziemlich dauernd, aber doch bald ersichtlich erlöschend
7	NaFl	2	rot	Farbenwechsel nicht ersichtlich

Der Einfluß der Zusätze auf die Farbe ist gering; bemerkenswert ist das tiefe Rot dieser Phosphore, welches mit keinem anderen Metall in Calciumsulfid auftrat.

Tabelle Ie. **CaBi.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	7	indigoblau	
2	$Na_2S_2O_3$	7		
3	$Na_2SO_4 + CaFl_2$ . . .	8		
4	$Na_2S_2O_3 + NaFl$ . . .	8		
5	$Na_2HPO_4 + CaFl_2$ . . .	7		
6	$Na_2B_4O_7 + CaFl_2$ . . .	8		
7*	$Na_2SO_4 + Na_2B_4O_7 + CaFl_2$	8		Zuerst rasch an Int. abnehmend, dann lange andauernd noch hell weiter leuchtend
8	Li_2SO_4	7	blau	
9	$Li_2B_4O_7$	6	blau	Int. hier sehr schnell abnehmend
10	$Li_2SO_4 + CaFl$	7	blau	
11	K_2SO_4	2	grünlichblau	
12	NaCl [2])	5	blau	

1) Unter einem Kalkmanganphosphor schlechthin wird im folgenden stets einer gelber Nuance verstanden sein.

2) Die frühere Angabe (I p. 99) betreffend Chloridzusätze bei Ca-Bi-Phosphoren bezog sich auf langes fortgesetztes Glühen.

Nur Blau erschien also in großer Intensität. Bemerkenswert ist die starke Erregbarkeit dieser Phosphore am Sonnen- oder Tageslicht, wie Kolumne 3 zeigt.

Tabelle If. **CaSb.**[1])

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	2	gelbgrün[2])	
2	Na_2HPO_4 . . .	2	grün, mit etwas gelblich gemischt[3])	
3	$Na_2B_4O_7$ . . .	2—3	gelbgrün	
4*	Na_2SO_4 + NaFl .	4	grün, mit etwas gelblich gemischt	Ziemlich andauernd leuchtend
5	Li_2SO_4	2—3	grüngelb	
6	K_2SO_4	1		
7	NaCl	2	gelblichgrün	

Also auch hier kein starker Einfluß der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe (vgl. 116, 121); im allgemeinen matte Phosphore.

Zu Tabelle Ig. SrCu.

Wie bei den CaCu-Phosphoren bewegt sich also auch hier bei den SrCu-Phosphoren die Farbe je nach dem Zusatz in ziemlich weitem Bereich, nur daß dasselbe hier mehr nach dem roten Ende des Spektrums hin verschoben ist.

Wieder geben — wie es bei CaCu und auch bei CaPb der Fall war — Na-Zusätze die weniger brechbaren Farben, — und Na ähnlich wirken Rb und Cs —, K-Zusätze — und auch Mg —, die brechbareren Farben, und Li nimmt wieder die Mittelstellung ein.

Merkwürdig, aber nicht ohne Analogien im folgenden (vgl. SrPb, BaCu, BaPb) erscheint es, daß $KH_2PO_4 + CaFl_2$ (Nr. 17) Grünlichgelb gab, kein Blau, also wie ein Na-Zusatz wirkte.

1) Daß mit Antimon versetztes Schwefelcalcium in besonderer Farbe leuchte, erwähnt bereits E. Becquerel, l. c. p. 226.

2) Bei zusammengesetzten Farbenbezeichnungen, wie gelbgrün, ist stets der zuletzt genannte Farbenton als überwiegend gedacht, also gelbgrün grüner als grüngelb.

3) Gemischt bedeutet stets verschiedenfarbiges Leuchten verschiedener Teile derselben Probe (vgl. darüber 154).

Tabelle Ig. SrCu.

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	5	gelbgrün	Ohne Farbenänderung andauernd weiter leuchtend
2	Na_2HPO_4 . . .	5		
3	$Na_2B_4O_7$	5		
4*	$Na_2SO_4 + Na_2B_4O_7$	3		
5	$Na_2SO_4 + CaFl_2$.	3		
6	Rb_2SO_4	6	grün, mit wenig gelb gemischt	(Die Rb- und Cs-Zusätze hatten wir nicht, wie alle übrigen, mit Sorgfalt selbst gereinigt, sondern als rein bezogen)
7	Cs_2SO_4	6		
8	Li_3PO_4	7	blaugrün, mit etwas gelblich gemischt	Ohne Farbenänderung andauernd weiter leuchtend
9*	$Li_3PO_4 + CaFl_2$.	7	bläulich-weißlichgrün	
10	K_2SO_4	5	grünlich-blau	[Blau trat stets um so mehr hervor, und grün zurück, je länger geglüht wurde (vgl. 153)]
11	KH_2PO_4	6	hellblau	
12	$K_2B_6O_{10}$	6	blau	
13	KNO_3	3—4		
14	$K_2SO_4 + KNO_3$.	5		
15*	$KH_2PO_4 + K_2B_6O_{10}$	5	blau mit etwas grünlich gemischt	Das Grün verschwindet rasch, das Blau leuchtet recht andauernd weiter
16	$K_2SO_4 + CaFl_2$.	4	grünblau	
17	$KH_2PO_4 + CaFl_2$.	4	grünlichgelb	
18	$MgHPO_4$	5	himmelblau	
19	$CaFl_2$	6	türkisblau	
20	NaFl	4	grünlichgelb	
21	NH_4Cl	3	bläulich [1])	
22	$SrCl_2$	3		

1) Das Übrigbleiben von schwachem Blau nach Glühen mit Chloridzusätzen bei SrCu haben wir bereits früher konstatiert (I p. 98); es zeigt sich jetzt, daß dies Blau dem Cu selber zugehört.

Tabelle Ih. **SrPb.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	5		
2	Na_2HPO_4	5	lichtgelb	Nicht sehr dauernd
3	$Na_2B_4O_7$ . . .	4—5		
4	$Na_2SO_4 + CaFl_2$.	4	gelb, etwas grünlich	
5*	$Na_2SO_4 + NaFl$.	6	goldgelb	Andauernd
6	Rb_2SO_4	3	gelb mit lichtblauviolettem Schein	Geht bald ganz in gelb über
7	Cs_2SO_4	2	blau	(Über die Rb- und Cs-Zusätze vgl. Tab. Ig)
8	Li_2SO_4	3	blau mit violettem Schein	Der violette Schein verschwindet schnell
9	Li_3PO_4	3	blau	Klingt schnell ab und scheint in gelb, Int. 1, überzugehen
10*	$Li_3PO_4 + CaFl_2$ . .	2	violett	Schnell blauer werdend, wobei die Intensität sinkt; zuletzt fahl grünlich
11	K_2SO_4	3	bläulich-violett mit grünlich gemischt	(Mit wenig Pb; vgl. 149)
12*	K_2SO_4	3	fahlbläulich	(Mit mehr Pb; vgl. 149.) Ohne Farbenwechsel rasch auf Int. 2 sinkend, die dann länger bleibt
13	KH_2PO_4	3	lichtgelb	
14	$K_2B_6O_{10}$	3—4	gelb	
15	$CaFl_2$	2—3	blau mit gelbgrün gemischt	
16	NaFl	5	gelb, etwas grünlich	
17	NaCl	2	bläulich	
18	KCl	2	blau	

Die blauen SrCu-Phosphore sind durch Tageslicht viel besser erregbar als die gelbgrünen (vgl. 103).

Farbenwechsel im Nachleuchten kamen bei den K-Zusätzen vor, stets des Sinnes, daß der grüne Teil der Emission von geringerer Dauer war als der blaue.

Zu Tabelle Ih. SrPb.

Es kommen also hier alle Farben vor von Gelb bis zum äußersten Violett.

Na-Zusätze geben die gelblichen Nuancen; von den K-Zusätzen das Sulfat bläulich, K-Phosphat und Borat wirkten jedoch wie Na-Zusätze und gaben Gelblich. Das K hat hier überhaupt seine bisherige, extreme Stellung zum erstenmal verloren, und zwar zugunsten des Li, welches hier die brechbarsten, violetten Nuancen gibt.

Besonders häufig kam es bei den SrPb-Phosphoren vor, daß verschiedene Teile derselben Probe in verschiedenen Nuancen leuchteten (vgl. darüber 154).

Zu großer Dauer kommt, bei geeignetem Zusatz (Nr. 5), nur das Gelb; das Blau klingt überall schneller ab, und das Violett tritt auch beim besten Zusatz, den wir dafür fanden (Nr. 10), nur als flüchtiger Schein hervor.[1]) Dem entspricht die Besonderheit einiger dieser Phosphore, welche alle drei Farben in sich vereinigen (z. B. Nr. 10), zweifachen Farbenwechsel im Nachleuchten zu zeigen.

Tabelle Ii. SrAg.

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1*	Na_2SO_4 . .	3	rosa-violettlich	Bald zu Fleischfarben, Int. 2 herabsinkend, das dann bleibt
2	Na_2HPO_4 .	3		
3	$Na_2B_4O_7$ . .	2	blaß-rosa violett	(Mit helleren, grün. Stellen)
4	Rb_2SO_4 . .	3	rosa mit wenig blauviolett gem.	(Über die Rb- und Cs-Zusätze vgl. Tab. Ig)
5	Cs_2SO_4 . .	2	blauviolett	

1) Liegt, wie sich später zeigen wird, daran, daß die SrPbβ-Banden bei gewöhnlicher Temperatur bereits Übergang in den oberen Momentzustand haben (vgl. Tab. IIIh und 116, sowie Kap. F).

Tabelle Ii (Fortsetzung).

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
6	Li_2SO_4 . .	2	orangegelb	(Wenn kurz geglüht)
7	Li_2SO_4 . .	2	lavendelviolett	(Wenn lange und stark erhitzt); Int. rasch abnehm.
8	Li_3PO_4 . .	2	blauviolett	
9	Li_2CO_3 . .	2	blauviolett	(Ein Teil der Masse leuchtet kaum)
10	Li_2SO_4	2	orangerot	(Wenn kurz geglüht)
11*	$+ Li_2CO_3$	4	violett	(Wenn lange und stark erhitzt) recht andauernd
12	K_2SO_4 . . .	1	—	(Mit einigen helleren, blauen Stellen)
13	$CaFl_2$ . . .	2	blauviolett	
14	NaFl . . .	2	lavendelviolett, etwas gelblich	
15	NaCl . . .	0	—	

Die Farbenmannigfaltigkeit entspricht in der Hauptsache den Nuancen, welche durch Mischung der beiden Enden des sichtbaren Spektrums entstehen, doch überwiegt dabei meist das Violett. Reines Rot erhielten wir nie; Orangegelb trat auf bei vorsichtiger Einschränkung der Glühdauer (Nr. 6 u. 10), welche überhaupt bei den SrAg-Phosphoren von besonders großem Einfluß war (vgl. 153).

Bemerkenswert ist das reine und andauernde Violett geeignet präparierter SrAgLi-Phosphore (Nr. 11), das sich sonst bei keinem Phosphor wiederfand.

Tabelle Ik. **SrZn.**

Es wurde bei der benutzten Beobachtungsart nur eine Phosphoreszenzfarbe bemerklich: Gelblichgrün. Die versuchten Zusätze waren: Na_2SO_4, $Na_2SO_4 + CaFl_2$, Rb_2SO_4, Cs_2SO_4, Li_2SO_4, K_2SO_4, $CaFl_2$*, NaFl. Die Intensität war stets nahe 3, nur $CaFl_2$ ergab sehr helles und andauerndes Nachleuchten (Int. 7).

Tabelle II. **SrMn.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1*	Na_2SO_4	6	gelblichgrün	Zusehends abklingend auf Int. 3, dabei fahler, gelblicher werdend
2	Na_2HPO_4	3	fahl, grünlichgelb	
3	$Na_2B_4O_7$	3		
4	Li_2SO_4	2	grüngelb	
5	K_2SO_4	2	gelb mit etwas grünlichblau gemischt	
6	$CaFl_2$	2	grünlichgelb	
7	NaFl	3	gelb	Sehr flüchtig
8	KCl	2	gelb mit etwas grünlichblau gemischt	

Die Farbe bewegt sich also nur in den engen Grenzen zwischen Gelb und Grün; nur andeutungsweise erschien mit einigen Zusätzen (Nr. 5 und 8) Blau. Große Intensität ergab nur Na_2SO_4.

Tabelle Im. **SrBi.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1*	Na_2SO_4	8	bläulichgrün	Außerordentlich andauernd
2	$Na_2S_2O_3$	6	grün	
3	$Na_2B_4O_7$	8		
4	Na_2HPO_4 . . .	7		
5	$Na_2B_4O_7 + CaFl_2$.	9		
6	Rb_2SO_4	2	blaugrün	(Über diese Zusätze vgl. Tab. I g)
7	Cs_2SO_4	2		
8	Li_2SO_4	4	grün	
9	Li_3PO_4	4		
10	K_2SO_4	4	bläulichgrün	
11	KH_2PO_4	6	blaugrün	
12	$CaFl_2$	1	—	
13	NaFl	4	gelblichgrün	
14	NH_4Cl	1	—	

Wie bei den beiden vorigen, und auch wie bei CaBi bewegt sich die Farbe in engen Grenzen.

Bemerkenswert ist die große Intensität und Dauer dieser Phosphore; sie gehören zu den hellsten bei Erregung mit Tageslicht (vgl. 103).

Tabelle In. **BaCu.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	3	türkisblau mit wenig orange gem.	Das Blau verschwindet schnell und alles leuchtet gelborange
2	$Na_2S_2O_3$	4	bläulichgrün mit gelb gem.	Ziemlich dauernd, grüngelber werdend
3	Na_2HPO_4 . . .	5	orangerot	
4	$Na_2B_4O_7$	8		
5	Rb_2SO_4	6	orangerot	(Über diese Zusätze vgl. Tab. I g)
6	Cs_2SO_4	7		
7	Li_2SO_4	3	fahl lichtgelb mit grünlichem Schein	
8*	Li_3PO_4	8	orangerot	Sehr dauernd
9	K_2SO_4	7	orangerot	
10	KH_2PO_4	6		
11	$K_2B_6O_{10}$	4		
12	$K_2B_6O_{10} + CaFl_2$.	7		
13	$CaFl_2$	7	orangerot	
14*	NaFl	4	gelb mit etwas weißlichgrünlich gem.	Ziemlich dauernd; das Grün scheint eher zu verschwinden
15	KCl	5	gelb[1]) mit grünlich gem.	(Vgl. 104)
16	NaCl	5		
17	NH_4Cl	3	gelb	Kurz dauernd

Wie bei CaCu und SrCu ist also auch bei BaCu einige Ausdehnung des Farbenbereiches vorhanden, und dasselbe ist hier, im Vergleich zu SrCu, wieder etwas mehr nach dem Rot gerückt.[2])

1) Dieses bei Chloridzusätzen bereits früher beobachtete Gelb (I p. 98) ist demnach dem Cu selber zuzuschreiben.

2) Die Verschiebung der Emission nach dem Rot zu beim Übergang vom Ca zu Sr, zu Ba, trat am Beispiel des Kupfers schon in unserer ersten Mitteilung hervor, und zwar besonders deutlich dadurch, daß wir dort nur die Hauptmaxima der Gesamtemission betrachteten. Vgl. jedoch 122.

In bezug auf die Wirkung der Zusätze zeigen sich hier die bereits bei SrCu in einem Falle, bei SrPb aber schon gehäuft gefundenen Anomalien in noch weiter gesteigertem Maße. Es geben hier nicht die Na-, sondern die K-Zusätze die mindest brechbare Farbe; wie K wirken auch einige, aber durchaus nicht alle Li- und Na-Salze. Besonders bemerkenswert ist der große Unterschied in der Wirkung zwischen Li-Sulfat und Phosphat, sowohl in Hinsicht der Intensität als der Farbe (Nr. 7 u. 8).

Das Orangerot dieser Phosphore ist hervorragend durch die große Intensität und Dauer, zu welcher es durch Tageslicht erregbar ist (vgl. 103).

Tabelle Io. **BaPb.**

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1*	Na_2SO_4	4	licht orangegelb	Nicht sehr dauernd
2	$Na_2S_2O_3$ . . .	3		
3	Na_2HPO_4 . . .	3		
4	$Na_2B_4O_7$ . . .	2		
5	$Na_2SO_4 + CaFl_2$.	3		Sehr flüchtig
6	Li_2SO_4	1	—	
7	Li_3PO_4	2	orange	Sehr flüchtig
8	K_2SO_4	3	licht orangegelb	Sehr flüchtig
9	KH_2PO_4 . . .	3		
10	$K_2B_6O_{10}$ . . .	2		
11	$CaFl_2$	3	licht orangegelb	Sehr flüchtig
12	KCl	3	tiefgelb, etwas grünlich	Ziemlich rasch absinkend, das Grünlich dabei zuerst verschwindend
13	NH_4Cl	4	gelbgrün	

Man vermißt hier die Farbenmannigfaltigkeit der CaPb- und SrPb-Phosphore; Blau wird im Phosphoreszenzspektrum neben den anderen Farben allerdings gefunden, kam aber durch keinen Zusatz zum Überwiegen.[1])

1) Die zugehörige Bande hat bei gewöhnlicher Temperatur bereits Übergang in den oberen Momentanzustand (vgl. Tab. III o und 116, sowie Kap. F).

Tabelle Ip. BaBi.

Nr.	Zusatz	Int.	Farbe	Verlauf des Abklingens (und Bemerkungen)
1	Na_2SO_4	2	grünlichgelb	
2	Na_2HPO_4 . . .	2		
3	$Na_2B_4O_7$ . . .	6		
4	Rb_2SO_4	2	fahl gelblich	
5	Cs_2SO_4	2		
6	Li_3PO_4	4	gelb, etwas fahl gelblich	
7	K_2SO_4	2		
8	KH_2PO_4 . . .	3	grüngelb	außerordentlich dauernd
9*	$K_2B_8O_{13}$ . . .	8		
10	$K_2B_8O_{13} + CaFl_2$	5		
11	$CaFl_2$	1	—	
12	NaFl	2	fahlgelb	
13	NaCl	2	gelblich	
14	KCl	2		

Bemerkenswert ist, wie bei den anderen Ba-Phosphoren, die Ungleichheit der Wirkung verschiedener Salze desselben Metalles, hier besonders in bezug auf Intensität sich äußernd.

Mit den CaBi- und SrBi-Phosphoren haben die BaBi-Phosphore gemeinsam die engen Grenzen der Farbennuancierung (bei gewöhnlicher Temperatur), die hohe Erregbarkeit durch Tageslicht (103) und die lange Dauer ihres Leuchtens.[1])

---

10. Zusammenfassend kann über die Wirkung der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe bemerkt werden:

1. Daß bei einigen Metallen, wie Zn, Bi, Mn, nur einerlei Phosphoreszenzfarbe zu großer Intensität zu bringen war, wogegen bei anderen Metallen, wie besonders Pb und auch Cu, starker Einfluß der Zusätze auf die Phosphoreszenzfarbe vorhanden ist, so daß durch Variation des Zusatzes zwei oder mehr verschiedene Phosphoreszenzfarben, oder Nuancen von solchen, zu großer Intensität gebracht werden konnten.[2])

---

1) Liegt überall daran, daß Hauptbanden Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur haben (Kap. D und G).

2) Wie in den Tabellen I stellenweise bereits angedeutet, werden diese Eigentümlichkeiten, welche auch nur auf das Verhalten bei ge-

2. 11. Chemisch ähnliche Zusätze wirkten meist gleich. So alle Sauerstoffsalze des Natriums untereinander, desgleichen des Lithiums, des Kaliums. Chloride wirkten anders als die Sauerstoffsalze, wieder anders die Fluoride. Man bemerkt, daß bei den Sauerstoffsalzen mehr die Basis bestimmend ist für die Wirkung, bei den Haloidsalzen mehr das Haloid, und zwar wirken die Chloride meist ähnlich den Kaliumsalzen. Alle diese Regelmäßigkeiten zeigten sich am deutlichsten bei den Kalkphosphoren. Bei den Strontiumphosphoren traten schon Besonderheiten hervor; bei den Baryumphosphoren wirken die Zusätze zwar auch gruppenweise gleich oder nahe gleich, aber nicht mehr nach so einfachen chemischen Analogien.

12. Den unter 2. genannten Regelmäßigkeiten entsprechend haben wir zur weiteren eingehenderen Untersuchung eine bestimmte Zahl von Phosphoren, in den Tabellen I mit * bezeichnet, ausgewählt und vorzugsweise benutzt. Die Auswahl war so getroffen, daß sie für jedes Metall und Sulfid alle Farbennuancen bot, welche in größerer Intensität sich gezeigt hatten. Da jeder dieser Phosphore für eine ganze Gruppe von Zusätzen repräsentierend ist, werden wir zur Bezeichnung derselben im folgenden meist abkürzend nur den wesentlichsten Bestandteil des Zusatzes nennen, z. B. CaCuNa für $CaCuNa_2SO_4$ + NaFl (Tab. Ia Nr. 6), CaNiFl für $CaNiCaFl_2$ (Tab. Id Nr. 6).

Kapitel B.

Spektrale Zerlegung des Phosphoreszenzlichtes.

Erregungsarten. — 13. Zur Erregung der Phosphoreszenzen für die spektroskopische Beobachtung derselben haben wir der Reihe nach folgende Mittel in Gebrauch genommen: Bereits früher (I) 1. ein kleines, langsam rotierendes Phosphoroskop mit Belichtung durch konzentriertes Sonnenlicht und 2. schnelle Kathodenstrahlen in Entladungsröhren, später 3. ein oszillierendes Phosphoroskop mit Zinkfunkenlicht[1]) und 4. Exposition in dem durch Quarzmedien entworfenen Spektrum ultraviolett-

wöhnlicher Temperatur sich beziehen, im späteren aus allgemeineren Prinzipien verständlich (116 und 119—121).

1) Vgl. P. Lenard, Wied. Ann. 46. p. 637. 1892.

reicher Lichtquellen[1]), endlich in letzter Zeit 5. Hrn. Woods Ultraviolettfilter.[2])

14. Hiervon haben wir die Kathodenstrahlen und das Zinkfunkenphosphoroskop im Laufe der Untersuchung immer mehr zurücktreten lassen, nachdem wir sie zuerst viel benutzt hatten, besonders auch zur Prüfung chemischer Reinigungsmethoden.[3]) Diese Erregungsmittel ließen nämlich auch Substanzen, welche nicht in die Klasse der Phosphore gehören, wie CaO, $CaCO_3$ und dergl. so hell leuchten[4]), daß wir fürchten mußten, bei ihrer Anwendung auf die Phosphore unvorteilhafte Komplikationen herbeizuführen, da Gehalt an unzersetztem CaO oder $CaCO_3$ bei der Herstellung der Phosphore nicht völlig auszuschließen ist. Wir haben daher den Vorzug immer mehr denjenigen Erregungsmitteln gegeben, welche Substanzen der genannten Art, auch wenn sie Metalle und Zusätze enthielten, nicht oder nur sehr schwach leuchten ließen[5]), Phosphore dagegen in großer Intensität. Diese Mittel sind: das langsam rotierende Phosphoroskop mit Sonnenlicht, das ultraviolette Quarzspektrum und das Ultraviolettfilter, wovon schließlich die beiden letztgenannten, mit wohldefinierten erregenden Wellenlängen, besonders in den Vordergrund traten.

15. Das Ultraviolettfilter wurde in folgender Weise benutzt. Das Licht einer Kohlebogenlampe mit etwa 15 Amp. Stromstärke bei 120 Volt Spannung wurde durch zwei große, plankonvexe Linsen, welche 15 cm vom Bogen abstanden, konvergent gemacht, so daß ein etwas vergrößertes Bild des Bogens entstand, in welchem dann die Phosphore exponiert wurden. Unterwegs hatte das Licht eine Kuvette mit wässerig-alkoholischer Lösung von Nitrosodimethylanilin und die zugehörigen Farbgläser zu passieren. Lösung und Farbgläser waren so abgepaßt, daß das hindurchgehende Licht, wenn es ein leeres Glasrohr traf, oder von Zinnfolie reflektiert wurde, im Spek-

1) Im folgenden kurz Quarzspektrum genannt; vgl. 71.

2) R. W. Wood, Phil. Mag. (6) 5. p. 257. 1903.

3) Vgl. darüber Kapitel F.

4) Beim Zinkfunkenphosphoroskop gilt dies besonders dann, wenn nur kurze Luftstrecken und keine anderen Medien zwischen Lichtquelle und Objekt sind.

5) Vgl. Kapitel F.

troskop nichts Sichtbares ergab. Direkter Beobachtung mit dem freien Auge war es als schwacher, graublauer Schimmer deutlich sichtbar. Mit einem Quarzspektroskop und Fluoreszenzokular zeigte sich, daß es fast ausschließlich der ersten ultravioletten Cyanbande des Bogens angehörte, mit der mittleren Wellenlänge 0,000359 mm. Wir werden dieses Licht in der mit den angegebenen Mitteln hervorgebrachten Intensität fortan kurz Filterultraviolett nennen und es als Normalerregungsmittel benutzen.

16. Unter Intensität einer Phosphoreszenzbande werden wir stets diejenige Intensität ihres Leuchtens verstehen, welche während dauernder Belichtung mit diesem Filterultraviolett statthat.

Beobachtungsmittel. — 17. Die Spektralbeobachtung konnte mit Vorteil nur bei kleiner Dispersion geschehen, denn es handelte sich durchweg um unscharf begrenzte Banden. Wir haben ein sehr lichtstarkes Taschenspektroskop mit Skala [1]) und Vergleichsprisma benutzt.

Die Schwierigkeiten okularer Beobachtung von Bandenspektren haben wir zum Teil bereits früher (I p. 105 u. 106) hervorgehoben. Sie liegen darin, daß das Auge nicht darauf eingerichtet ist, Intensitätsverschiedenheiten von Lichtern verschiedener Farbe zu erkennen. Hierauf aber käme es an, wenn beispielsweise eine Bande von Orangegelb bis Grün sich erstreckt und der Ort ihrer maximalen Helligkeit gesucht wird. Ebenso erscheint ein Spektrum, welches aus einer Reihe aneinanderschließender, verwaschener Banden besteht, dem Auge als ein Kontinuum, in welchem es Intensitätsmaxima und Minima nur dann mit Sicherheit zu unterscheiden vermag, wenn besonders große Intensitätskontraste zwischen denselben bestehen.

18. Da wir es noch nicht für angebracht hielten, eines der umständlicheren, objektiven Verfahren der Intensitätsmessung anzuwenden, haben wir die genannten Schwierigkeiten dadurch beseitigt, daß wir mit Hilfe des Vergleichsprismas des

---

1) Es waren ca. 80 Skt. im sichtbaren Spektrum. Beobachtung bekannter Linienspektra gestattete Auswertung der Skalenteile in Wellenlängen.

Spektroskops jederzeit ein kontinuierliches Spektrum ohne Maxima und Minima dicht unter dem Phosphoreszenzspektrum im Gesichtsfeld erscheinen ließen. Es kam dann bei der Aufsuchung der Intensitätsmaxima der Banden immer nur auf die Vergleichung gleicher Farben an, nämlich senkrecht übereinanderliegender Teile des Phosphoreszenz- und des Vergleichsspektrums. Als Vergleichslicht konnten wir nicht gewöhnliches, weißes Licht benutzen, welches zu viel Rot und zu wenig Violett enthält, sondern wir filtrierten das Licht eines Auerschen Gasbrenners durch zwei Kuvetten, von welchen die eine Kupferoxydammoniaklösung, die andere wässerige Indigokarminlösung mit etwas Kupfervitriol versetzt enthielt. Die Lösungen waren so gewählt, daß die übermäßige Helligkeit am roten Ende des Spektrums verschwand, ohne daß doch dieses Ende merklich verkürzt worden wäre. Das so filtrierte Licht beleuchtete eine kleine Fläche geölten Seidenpapieres und ein Linsensystem entwarf ein scharfes Bild der Papierfläche durch das Vergleichsprisma auf den Spektroskopspalt. Eine Irisblende im Linsensystem und ein vorzuschiebendes Rauchglas[1]) erlaubten die Intensität des Vergleichsspektrums in sehr weiten Grenzen zu variieren; Marken an der Irisblende gestatteten das Festhalten von zehn Stufen dieser Intensität, deren unterste an der Grenze der Sichtbarkeit lag und deren oberste nur von wenigen Phosphoreszenzbanden überboten wurde.[2]) Sollte die Intensität an irgend einer Stelle des Phosphoreszenzspektrums gemessen werden, so wurde die Helligkeit des Vergleichsspektrums so lange variiert, bis photometrische Gleichheit der beiden Spektren an der betreffenden Stelle eingetreten war, darauf die Blendenstellung abgelesen.[3])

---

1) Sehr gleichmäßig absorbierend; von Schott und Gen. in Jena.

2) Die Stufen waren ursprünglich willkürlich, dem Auge etwa gleich groß erscheinend gewählt. Die nachträgliche Ausmessung der zugehörigen Blendendurchmesser und der Durchlässigkeit des Rauchglases ergaben folgende angenäherte relative Helligkeitswerte der 10 Stufen: 1, 3, 5, 10, 25, 80, 200, 400, 600, 800.

3) Zu bemerken ist, daß diese Ablesungen unabhängig sind von der Spaltbreite, welche oft variiert, zur Aufsuchung des Ortes der Bandenmaxima und deren Ablesung an der Skala aber stets sehr klein gemacht wurde.

19. In dieser zehnteiligen Skala haben wir die Spektren aller in den Tabb. I mit * bezeichneten Phosphore vermessen und gezeichnet, und zwar während Erregung mit dem Filterultraviolett, welches seitlich auf den in einem Glasrohre in 1,5 cm Abstand vom Spektroskopspalt befindlichen Phosphor einfiel. Das Nachleuchten wurde nur nach Schätzung, ohne Zuhilfenahme des Vergleichsspektrums eingezeichnet, wie es etwa 1 Sek. nach Schluß der Belichtung erschien. Einige der Zeichnungen sind in Taf. II wiedergegeben; alle sind in den Tabb. II und III berücksichtigt.

Bei der Bandenzerlegung befolgte Grundsätze. — 20. Da es sich um die Zurückführung der Erscheinungen auf die Eigenschaften der einzelnen Emissionsbanden handelte, welche den verschiedenen Metallen in den drei Erdalkalisulfiden eigen sind, kam es darauf an, diese Banden zunächst möglichst vollzählig festzustellen. Dazu genügten nicht die Beobachtungen bei gewöhnlicher Temperatur und im Filterultraviolett. Denn manche Banden, bei gewöhnlicher Temperatur nur spurenweise sichtbar, entwickeln sich erst bei ganz hohen oder ganz tiefen Temperaturen zu voller Intensität, während dann die bei gewöhnlicher Temperatur gut sichtbaren Banden oft zurücktreten, so daß Beobachtung bei verschiedenen Temperaturen[1]) notwendig war nicht nur um alle Banden kennen zu lernen, sondern auch zur Trennung einander teilweise deckender Banden. Das Gleiche gilt von der Erregung mit verschiedenen Lichtwellenlängen durch Exposition im Quarzspektrum[2]), denn jede Bande hat, wie sich zeigen wird (Kapitel D), ihre besondere spektrale Erregungsverteilung. Als drittes Mittel zur Trennung einander deckender Banden bot sich das verschieden schnelle An- und Abklingen derselben (vgl. 40, 41).

21. Diesen Mitteln entsprechend, genügt jede von uns angegebene Phosphoreszenzbande der Definition, ein Komplex emittierter Wellenlängen zu sein, welcher gemeinsame Eigenschaften besitzt in bezug auf Temperatur, Erregbarkeit durch bestimmte Lichtwellenlängen und Schnelligkeit des An- und

1) Über deren Ausführung und besondere Resultate vgl. Kapitel C.
2) Über die Ausführung und über die Beobachtung der gekreuzten Spektren vgl. Kapitel D.

Abklingens, sowie auch, wie sich zeigen wird, in bezug auf das Erscheinen oder Nichterscheinen mit gewissen Zusätzen. Daß diese Definition anwendbar und durchführbar sei, konnte freilich erst die Gesamtheit des in den Tabb. I—III und der Taf. II und III teilweise mitgeteilten Beobachtungsmateriales zeigen. Zu bemerken ist, daß die so definierten Banden zwar immer zusammenhängende, aber durchaus nicht immer schmale Räume im Spektrum einnahmen.

22. Wie wir die genannten drei Mittel — Einfluß der Temperatur, der erregenden Wellenlänge und das An- und Abklingen — zum Zwecke der Bandenzerlegung der Spektren kombiniert haben, zugleich auch die Vielfältigkeit, sowie — mit dieser zusammenhängend — die Ergänzungsbedürftigkeit des Beobachtungsmateriales, wird am besten die Erörterung einiger Einzelfälle zeigen (23—26).

23. CaNiFl bietet einen sehr einfachen Fall. Das Spektrum (Taf. II, Nr. 20) besteht bei Erregung mit Filterultraviolett bei gewöhnlicher Temperatur aus einer Bande am roten Ende, welche wir CaNiα nennen, und matter Erhellung im Grün. Bei Belichtung im Quarzspektrum lernt man als besonderes Merkmal der roten Bande α ihre charakteristische Erregungsverteilung kennen (vgl. Taf. III, Nr. 10); man bemerkt ferner, daß die ganz andere Erregungsverteilung des Grün ein gutes Erscheinen desselben mit Filterultraviolett nicht erwarten lassen kann, daß es aber hier, mit anderem Licht, als besondere zweite Bande gut hervortritt, die wir CaNiγ_1 nennen.[1]) Bei -180^0 und Belichtung mit Filterultraviolett zeigt sich ferner eine neue, dritte, schmale gelbe Bande, β zu nennen, während die rote (α) verschwunden ist. Bei $+200^0$ endlich findet man, daß noch Blauviolett im Spektrum hinzugekommen ist, was zur Annahme einer vierten CaNi-Bande in dieser Spektralgegend führt, γ_2, zu deren besserer Kenntnis allerdings noch weitere Beobachtung erforderlich schiene.

24. SrMnNa. — Bei dauernder Belichtung mit Filterultraviolett zeigt das Emissionsspektrum breite Helligkeit von Rot bis in die Mitte des Grün reichend. Achtet man auf das

1) Über die Wahl der Benennungen vgl. Kapitel E.

Abklingen des Spektrums beim Löschen des erregenden Lichtes, so sieht man das Rot sogleich verschwinden und bald nur eine ziemlich schmale, gelblichgrüne Bande lange nachleuchtend zurückbleiben. Das schnell abklingende Rot klingt ebenso schnell auch an, und das langsam abklingende Gelblichgrün klingt langsam an. Beobachtet man den dunkel gewordenen Phosphor im ersten Augenblicke einer neuen, ultravioletten Belichtung, so ist man überrascht, ihn nicht, wie bei dauernder Belichtung oder im Nachleuchten, grün, sondern rein und hell rot leuchten zu sehen; erst allmählich, nach etwa 2 Sek., wird er grün. Im Spektroskop zeigt sich dabei zuerst eine rote Bande ganz allein, deren Ort dadurch meßbar wird, und die wir SrMnβ_1 nennen. Ferner zeigt die Beobachtung im Quarzspektrum, daß neben dem langsam abklingenden Gelbgrün, α zu nennen, noch ein Grün von anderen Eigenschaften vorhanden ist. Denn das Grün findet man im gekreuzten Spektrum ganz anders verteilt als das Gelbgrün (vgl. Taf. III, Nr. 34 und 35), und man sieht auch im Nachleuchten, daß das Grün etwas schneller abklingt als das Gelbgrün. Dies entspricht auch dem Farbenwechsel im Nachleuchten des Phosphors bei Beobachtung mit bloßem Auge (vgl. Tab. II). Es ist daher noch eine dritte, grüne SrMn-Bande anzunehmen, die wir β_2 nennen. Ihr Ort wird bei -45^0 angenähert feststellbar, da dann das Grün (β_2) heller wird als das Gelbgrün (α); zugleich wird auch das Rot (β_1) in der Kälte heller und tritt dadurch als besonderes Maximum auch während der Belichtung hervor, so daß die Beobachtung bei veränderter Temperatur die vorgenommene Dreiteilung der Emission rechtfertigt.

25. Die SrPb-Phosphore bieten ein komplizierteres Beispiel. — Das Spektrum derselben besteht aus zwei Maxima der Helligkeit, getrennt durch ein Minimum. Das eine Maximum, im Gelbgrün, welches wir SrPbα nennen, ist besonders bei SrPbNa stark entwickelt und hier sein Ort sehr gut meßbar. Das zweite Maximum, ein sehr breites Band, von Blau mit ansteigender Helligkeit bis ins Violett reichend, ist überwiegend hell bei SrPbK und SrPbLi. Daß dieses breite Band drei verschiedene Emissionen umfaßt, zeigt sich in folgender Weise. Zunächst findet man, besonders bei SrPbLi, wo das

Violett am stärksten entwickelt ist, daß diese Farbe im Nachleuchten viel schneller verblaßt als das Blau und Indigo des Spektrums (vgl. auch Tab. Ih). Ferner fehlt das Violett bei $-180°$ überhaupt ganz; nur Blau und Indigo bleiben übrig. Bei $-45°$ tritt umgekehrt das Violett allen anderen Farben gegenüber in den Vordergrund. Es ist daher eine besondere violette Bande anzunehmen, β_3, deren Ort an SrPbLi bei $-45°$ gemessen wurde. Der Rest des breiten Bandes, Blau und Indigo, teilt sich entzwei dadurch, daß bei $-180°$ bei SrPbK ein starkes Maximum im Indigo beobachtet wird, β_2, unter Zurücktreten des Blau, daß dagegen bei SrPbLi das Blau als besonderes, wenn auch nur schwaches Maximum hervortritt, β_1, das Indigo verschwindet.

Ähnlich geschah die Zerlegung bei CaPb, CaCu, BaCu, wo je fünf bez. sechs Banden sich ergaben.

26. Besonders verwickelt sind die Spektren der Bi- und Sb-Phosphore, deren Untersuchung wir am allerwenigsten glauben erschöpft zu haben, weshalb wir hier das Beobachtungsmaterial, den Einfluß der Temperatur betreffend, in Taf. II, vollständig gegeben haben.

Alles weitere hierher Gehörige findet sich zusammengefaßt in den Tabb. II.

Inhalt der Tabellen II. — 27. Es sollen in den Tabb. IIa bis IIp die Beobachtungen bei gewöhnlicher Temperatur behandelt und dabei der Einfluß der Zusätze auf die Banden hervorgehoben werden. Um aber Weitläufigkeiten zu vermeiden, sind in jeder Tabelle bereits sämtliche von uns überhaupt konstatierte Banden des betreffenden Metalles im betreffenden Sulfid berücksichtigt, auch solche, welche bei gewöhnlicher Temperatur keine Rolle spielen.

Am Kopfe der Tabellen ist Sulfid und Metall, am linken Rande der Zusatz genannt.

Kolumne 1 gibt die Bezeichnung der Banden, Kolumne 2 die Farbe ihres Helligkeitsmaximums an.

Kolumne 3 enthält, späterem vorgreifend, Angaben, wie starken Erscheinens die Bande bei dem betreffenden Phosphor, d. i. mit dem betreffenden Zusatz, überhaupt fähig sich zeigte,

günstigste Temperatur und Erregung mit dem günstigsten, durch Quarz gehenden Licht vorausgesetzt.[1])

Kolumne 4, 5 und 6 enthalten eine Beschreibung des bei Belichtung mit Filterultraviolett und gewöhnlicher Temperatur, 17°, beobachteten Emissionsspektrums. Trägt man die in Kolumne 6 angegebenen Intensitäten[2]) als Ordinaten auf, zu den Bandenwellenlängen[3]) als Abszissen, so erhält man die graphische Darstellung des Spektrums, wie sie für eine Anzahl komplizierterer Fälle in der Taf. II, auch unmittelbar gegeben ist.[4]) Wo es von Wert schien, sind gemessene Orte von Intensitätsmaxima unter λ in Kolumne 5 in 10^{-5} mm auch besonders angegeben. Verbindung mehrerer Banden durch Klammern in Kolumne 4 bedeutet, daß dieselben zu einem einzigen Maximum verschmolzen erschienen, ein Fall, welcher nie anders eintrat, als wo er nach Intensität und Nachbarschaft der betreffenden Banden als Resultat der teilweisen Superposition auch durchaus zu erwarten war. Banden, welche nur als erhellte Verbindung oder als Anhängsel benachbarter Banden gekennzeichnet sind, erschienen in dem betreffenden Falle nicht als besondere Maxima.

28. Kolumne 7 macht Angaben über die Dauer des Nachleuchtens der einzelnen Banden mit dem betreffenden Zusatz, nach Beobachtungen ihres Abklingens im Spektrum bei Schluß einer längeren Belichtung mit Filterultraviolett.[5]) Momentan bedeutet dabei, daß die betreffende Bande bei Löschen des Lichtes sofort aus dem Spektrum verschwand. Daß solche Banden — welche wir Momentanbanden nennen werden, im Gegensatz zu den Dauerbanden, welche das lange Nachleuchten bedingen[6]) — $^1/_{300}$ Sek. nach Schluß der Belichtung sehr wohl

1) Hierauf beziehen sich auch in Kolumne 3 und 4 in Parenthese hinzugefügte Bemerkungen.

2) Deren Helligkeitswerte vgl. 18.

3) Welche jedesmal unter „Charakteristik der Banden" zu finden sind; Einheit stets 10^{-5} mm.

4) In der Taf. II, sind Spektroskopskalenteile Abszissen.

5) Wo andere Erregung zu dieser Beobachtung benutzt wurde, ist dies besonders vermerkt. Es wird jedoch später gezeigt (106), daß die Dauer einer Bande unabhängig ist von der Art der Erregung.

6) Es sei bemerkt, daß eine Bande nicht schlechthin und für alle Fälle Momentan- bez. Dauerbande ist, sondern daß dies in bestimmter Weise (Kapitel D) von Temperatur und auch vom Zusatz abhänge.

(im Phosphoroskop) noch sichtbar sein können, zeigen hinzugefügte Anmerkungen für einzelne Fälle.

29. Die beiden letzten Kolumnen 8 und 9 bringen das Spektrum in Beziehung zur Gesamtfarbe und Helligkeit der Phosphoreszenz, wie sie mit freiem Auge beobachtet wurde, und zwar betrifft Kolumne 8 das Leuchten während und nach Belichtung mit Filterultraviolett, Kolumne 9 nach Belichtung mit Tages- oder Sonnenlicht (letzteres nach Tabellen I).

30. Besonders hervorzuheben ist, daß die Kolumnen 4, 5, 6, 7, sowie die Angaben über Phosphoreszenzfarben in den Kolumnen 8 und 9 unmittelbare, auf den betreffenden Einzelfall sich beziehende Beobachtungsresultate bieten, deren Wert unabhängig ist von der daneben durchgeführten zusammenfassenden Darstellungsweise in Gestalt der Reduktion auf Banden.

31. Anmerkungsweise sind den Tabellen die bei anderen Erregungsarten und mit anderen Zusätzen gemachten Beobachtungen hinzugefügt.

32. Unter Charakteristik der Banden findet man für jede derselben diejenigen ihrer Eigenschaften aufgezählt, welche maßgebend dafür waren, sie überhaupt als eine besondere Emissionsgruppe oder Bande im Sinne der Definition 21 zu betrachten. Es sind dies jedesmal auch die charakteristischsten Eigenschaften, durch welche die Bande im Spektrum eines beliebigen Phosphors des betreffenden Sulfids soll wiedererkannt werden können. Zugleich ist die Lage der Bande im Spektrum angegeben, und zwar bei wohlausgeprägten Banden durch die Wellenlänge λ des Maximums in 10^{-5} mm, sonst durch Hinweis auf die graphische Darstellung (Taf. III), aus welcher dann die Wellenlänge soweit zu entnehmen ist, als sie feststellbar war. Jedesmal sind auch die Bedingungen angegeben, unter welchen die Lagen gemessen wurden, welches zugleich die Bedingungen für bestes Erscheinen der Bande waren.

33. Der Einfluß der Zusätze auf die Banden tritt überall hervor, wo mehrere Zusätze untersucht sind, d. i. wo er nach Tabellen I bei gewöhnlicher Temperatur stark war (vgl. 12). Schwächere Einflüsse wird man nach der Kenntnis der Banden leicht deuten; beispielsweise aus dem Vergleich der Tabellen IIe

und Ie schließen, daß K-Zusatz CaBi β oder auch α_1 verstärke.

Zu Tabelle IIa. CaCu.

Charakteristik der CaCu-Banden:

α_2 ist die Hauptbande[1]), der größten Intensität fähig und daher gut meßbar. Der Ort ihres Maximums wurde übereinstimmend gefunden bei $\lambda = 51{,}5$ an CaCuNa und CaCuLi bei -180^0, -45^0, $+17^0$ und $+200^0$.

γ und β_2 traten ebenfalls als gesonderte Maxima gut hervor; γ am besten in der Kälte: $\lambda = 61$, gemessen an CaCuNa und CaCuK bei -180^0 und an CaCuK bei $+17^0$; β_2 nur in der Kälte: $\lambda = 44{,}0$, gemessen an CaCuNa und CaCuK bei -180^0.

α_1, β_1, β_3 waren fast stets nur als erhellte Verbindungen bez. Anhängsel der ersteren Banden zu sehen; als gesonderte, aber nicht sehr hervortretende Maxima erschienen α_1 und β_1 bei einigen Proben von CaCuK (α_1 bei -180^0), β_3 bei CaCuLi. Es wurde gefunden für β_1 an CaCuK bei 17^0 $\lambda = 47$, für β_3 an CaCuLi bei -45^0 $\lambda = 43$, ohne großes Gewicht wegen der schlechten Definition; die Lage von α_1 vgl. in Taf. III.

Die Wirkung der verschiedenen Zusätze besteht im wesentlichen darin, daß Na mehr die grüne α-Gruppe, K mehr die blaue β-Gruppe, Li aber beide Bandengruppen hervortreten läßt, besonders im Nachleuchten, was die Spektren Taf. II auch unmittelbar sehen lassen.

Zu Tabelle IIb. CaPb.

Charakteristik der CaPb-Banden:

β_2 kann als die Hauptbande bezeichnet werden, da sie mit geeignetem Zusatz (K) der größten Intensität fähig ist.[2])

---

1) Identisch mit der früher (I p. 96) angegebenen CaCu-Bande.

2) Diese Bande ist identisch mit der hellen violetten Bande bei $\lambda = 41{,}7$, welche wir früher schon bei einer Anzahl von Kalkphosphoren beobachtet hatten, die aus Mineralien hergestellt waren. Das der Bande zugehörige, damals uns unbekannte Metall hatten wir ζ genannt und festgestellt, daß es, wenn allein im Calciumsulfid vorhanden (mit Chloridzusatz) rein violette Phosphoreszenz geben würde (I p. 101). Dies trifft

Tabelle IIa. **CaCu** (vgl. Taf. II, Nr. 2, 4, 5).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	bei gew. Temp. im Filterultrav.	$^{*}\lambda$	Int.	Nachleuchten derselben bei gew. Temp.	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz $Na_2SO_4 + NaFl$	γ	orange	mittel (bei $-180°$)	kleines Max.[1])	—	2	wenig dauernd	Geben zusammen fahl grünlichgelbes Nachleuchten	Geben zusammen das Nachleucht. mit Farbenwechsel von bläulichgrün zu grün[3])
	α_1	gelbgrün	schwach	Verbindung	—	2	zieml. dauernd		
	α_2	grün	sehr stark	1. Hauptmax.	51,8	7	sehr dauernd		
	β_1	grünlichblau	stark	Verbindung	—	4	zieml. dauernd		
	β_2	blauviolett	stark	2. Hauptmax.	—	5	momentan	Geben bei Löschen des Lichtes sehr starken Intensitätsabfall mit Farbenwechsel von türkisblau zu fahl grünlichgelb[2])	
	β_3	blauviolett	schwach			4			
Zusatz $Li_2SO_4 + CaFl_2$	γ	orange	mittel (bei $-180°$)	kleines Max.	—	2	Spur dauernd	Geben alles Nachleuchten und dessen allmählichen Übergang von türkisblau zu grün[4])	
	α_1	gelbgrün	schwach	Verbindung	—	1	—		
	α_2	grün	sehr stark	1. Hauptmax.	51,5	8	dauerndst		
	β_1	grünlichblau	stark	Verbindung	—	5	sehr dauernd		
	β_2	blauviolett	stark	Verbindung	—	6	weniger dauernd		
	β_3	blauviolett	sehr stark	2. Hauptmax.	42,2	7	kaum dauernd		

Zusatz K_2SO_4								
	α_1	gelbgrün	(bei −180°) mittel	2. Max.	—	2—4	momentan	
	α_2	grün	wechselnd[5])			1—6	sehr schnell absinkend	Läßt, wenn vorhanden, die Probe während der Belichtg. grün punktiert erscheinen
	β_1	grünlichblau	wechselnd[5])	3. Max. (bei manchen Proben)	47,3	1—3	einigermaßen	Macht, wenn vorhanden, das Nachleucht. mehr blau
	β_2	blauviolett	stark	4. Max.	—	6	dauernd	Geben das tiefblauviolette Nachleuchten
	β_3	blauviolett	stark					

1) Fehlte bei $CaCuNa_2SO_4$ im Entladungsrohre; γ scheint also durch Kathodenstrahlen weniger erregt zu werden als durch Licht.

2) Der starke Intensitätsabfall mit dem gleichen Farbenwechsel wurde auch an $CaCuNa_2SO_4$ beobachtet, welcher Phosphor entsprechendes auch in der Entladungsröhre zeigte. Während der Entladung blauweiß, sehr intensiv (α-Bandengruppe und β-Bandengruppe), nachher grün, viel matter (α_2 allein).

3) Durch Sonnen- oder Tageslicht scheint α_1 weniger, α_2 und β_1 mehr erregt zu werden als durch Filterultraviolett, zu schließen nach den Farben des Nachleuchtens und nach Spektralbeobachtung im rotierenden Phosphoroskop mit Sonnenlicht (vgl. Taf. III, Nr. 2 und 3).

4) Ähnliche spektrale Zusammensetzung und auch ähnliche Farbe des Nachleuchtens bei Erregung mit Tageslicht zeigte auch $CaCuCaFl_2$ (vgl. Tab. Ia). Im Zinkfunkenphosphoroskop zeigte dieser Phosphor die eigentümliche Erscheinung, daß Belichtung mit nur ein oder zwei Funken fast nur das blauviolette Maximum (β_3) allein erregte und violettes Nachleuchten ergab; erst eine größere Zahl von Funken erregte beide Maxima (α_2 und β_3) und gab blaugrünes Nachleuchten (vgl. 40).

5) Über das verschiedene Verhalten verschiedener Proben vgl. 155.

Sie ist sehr breit[1]) und daher, auch wegen ihrer Lage nahe der Grenze des sichtbaren Violett, trotz großer Intensität nicht scharf meßbar; $\lambda = 42$, wie in der Tabelle, dürfte am zutreffendsten sein.

β_1 trat nur bei $-180°$ und K-Zusatz als gesondertes, schwaches Maximum hervor, $\lambda = 55$, sonst stets nur als erhellte Verbindung zwischen der α-Gruppe und β_2.

α-Gruppe. Das Grüngelb bildet immer ein sehr breites, flaches, meist unsymmetrisches Maximum, dessen Gestalt je nach Temperatur und Zusatz wechselt, wie es bei Übereinanderlagerung mehrerer benachbarter Banden von verschiedenen Eigenschaften zu erwarten wäre. Bei $-180°$ verschwindet der minder brechbare Teil des Grüngelb; der Rest bildet ein symmetrisches Maximum bei $\lambda = 53{,}1$, an welchen Ort wir α_2 gelegt haben. Für die Festlegung von α_1 war maßgebend CaPbNa bei $+200°$, wo der minder brechbare Teil des Grüngelb in größter Intensität erscheint, bei $\lambda = 55{,}3$.

γ bildet ein oft nur schlecht von α_1 gesondertes Maximum, dessen Lage Taf. III zeigt.

Man bemerkt, daß sowohl die spektrale Zusammensetzung als auch der Einfluß der Zusätze bei CaPb sehr ähnlich ist wie bei CaCu. In beiden Fällen gibt es eine grüne Bandengruppe α und eine blauviolette β, dazu eine Orangebande γ, welche aber bei gewöhnlicher Temperatur keine wesentliche Rolle spielt; Na läßt hier fast allein die α-Gruppe, K wieder mehr die β-Gruppe hervortreten.

---

in der Tat für Blei zu (vgl. Tab. Ib); außerdem zeigen die noch aufbewahrten Proben jener Mineralphosphore die zwei charakteristischen Eigenschaften der CaPb-Phosphore: 1. im gekreuzten Spektrum Violett mit der Erregungsverteilung von β_2 (Taf. III, Nr. 6) und 2. rosa Phosphoreszenzlicht in der Hitze (bei K- oder Chloridzusatz) (vgl. Tab. IIIb). Es ist danach nicht zu bezweifeln, daß jenes nach unseren früheren Versuchen in Kalkmineralien sehr verbreitete Metall Blei ist. Bemerkt sei, daß chemische Analyse der betreffenden Minerale kein Blei in denselben nachwies; ein Beispiel für die außerordentliche Überlegenheit der Phosphoreszenzbeobachtung zur Auffindung geringer Metallspuren.

1) Über Anzeichen von Duplizität bei β_2 vgl. Tab. IIIb.

Tabelle II b. CaPb (vgl. Taf. II, Nr. 16).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	Erscheinen derselben während Belichtung: λ	Erscheinen derselben während Belichtung: Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz $Na_2SO_4 + NaFl$	γ	orange	ziemlich stark	bei gewöhnlich. Temperatur u. durch Filterultraviolett wenig erregt		—	momentan (nach Beob. im gekr. Spektr.)		
				Hauptmax.	55				
	α_1	grüngelb	sehr stark			5	zieml. dauernd	Geben zusammen die grünliche Phosphoreszenzfarbe	
	α_2	grün	schwächer			3			
	β_1	blaugrün	sehr schwach	matte Erhellung		3			
	β_2	violett				1	momentan		
Zusatz $K_2SO_4 + CaFl_2$	γ	orange	ziemlich stark	(wie oben)		2	momentan (nach Beob. im gekr. Spektr.)		
				1. Max.	53				
	α_1	grüngelb	mittel			4	nur kurz dauernd	Geben die während der Belichtung sehr helle, blaue Phosphoreszenz, die aber nachher schnell absinkt	Geben das kurz dauernde und nicht hell erscheinende blaue Nachleuchten
	α_2	grün	ziemlich stark			6			
	β_1	blaugrün	mittel	Verbindung	—	4			
	β_2	violett	außerordentlich stark	2. Hauptmax.	42	12			

Tabelle IIc. **CaMn** (goldgelber Nuance).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	λ	Int.	Nachleuchten desselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz $Na_2SO_4 + CaFl_2$	α	gelb	stark	einziges Max.	59	5	außerordentlich dauernd	Gibt allein das goldgelbe Nachleuchten	
	β	grün	ziemlich stark ($-180°$)	(bei gewöhnl. Temp. kaum erscheinend)	—	1	momentan		
	γ	blaugrün	mittel	(von Filterultraviolett kaum erregt)	—	0—1	momentan[1])		

Zusatz $Na_2S_2O_3$ ergab, bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett untersucht, völlig dasselbe.

1) Beobachtet bei Erregung im Quarzspektrum. Daß das Absinken der Bande immerhin gut meßbare Zeit erfordert, zeigte sich im rotierenden Phosphoroskop, bei Erregung mit Sonnenlicht, wo dieselbe $^1/_{800}$ Sek. nach Belichtung neben der auch hier viel helleren α-Bande gut zu sehen war; ebenso erschienen im Zinkfunkenphosphoroskop beide Banden. Auch durch Kathodenstrahlen in Entladungsröhren wurde γ gut erregt, aber auch hier nur mit momentaner Dauer; ihr Vorhandensein während Erregung läßt die CaMn-Phosphore während der Entladung hell weißlichgelb erscheinen (α und γ), im Nachleuchten tiefer und reiner Gelb (α allein).

Zu Tabelle IIc. CaMn.

Charakteristik der CaMn-Banden:

α wohlausgeprägte, bei gewöhnlicher Temperatur als intensives Maximum hervortretende Hauptbande[1]) mit charakteristischer Erregungsverteilung (vgl. Taf. III, Nr. 7). Über ihre Lage im Spektrum s. das weiter Folgende.[2])

β als helles, wohlgesondertes Maximum bei -180^0 erscheinend, $\lambda = 53$.

γ hat eigentümliche Erregungsverteilung (Taf. III, Nr. 9), wird besonders hell bei ca. $+100^0$. $\lambda = 48$, gemessen an $CaMnNa_2S_2O_3$ in Kathodenstrahlen.

Besonders Bemerkenswertes zeigte die orangegelbe Nuance der CaMn-Phosphore, zu deren Untersuchung wir eine Probe $CaMnNa_2SO_4$ mit der Intensität 3 wählten, der größten, welche bei dieser Nuance erreicht wurde. Es zeigte sich im Spektrum bei Belichtung mit Filterultraviolett wieder die gelbe Hauptbande α, und der einzige Unterschied gegenüber der goldgelben Nuance bestand in dem Fehlen der geringen Spuren des Grün (β) und Blaugrün (γ). Da dieser Unterschied zur Erklärung des Farbenunterschiedes, besonders auch im Nachleuchten, nicht ausreichte, war nach einer Verschiedenheit der α-Bande in den beiden Fällen zu suchen. Eine solche konnte allerdings darin gefunden werden, daß diese Bande — welche mit ihrem Maximum im Gelb, mit ihren Rändern im Rot einerseits, im Gelbgrün andererseits liegt — bei der goldgelben Nuance mehr Gelbgrün, bei der orangegelben mehr Rot aufwies, besonders im Nachleuchten, ohne daß aber eine Verschiebung der ganzen Bande oder ihres Maximums bei der benutzbaren Dispersion mit Sicherheit ersichtlich geworden wäre.[3]) Es scheint vielmehr eine Verschiebbarkeit der Emissionsverteilung innerhalb der Bande vorzuliegen.

---

1) Identisch mit der bereits früher für CaMn angegebenen Bande (I p. 99).

2) Ein besonderes Charakteristikum dieser Bande, bei den Hauptbanden der Ca-Phosphore sonst nur noch bei CaPb β_1 zu finden, ist es, daß sie (nach Tabellen I) durch Chloridzusätze auch bei starkem Glühen nicht beeinträchtigt wird.

3) Äußerstenfalls schwankten die gemessenen Lagen der Maxima zwischen $\lambda = 59{,}0$ und 60,5.

Die Annahme, daß etwa α aus zwei sehr benachbarten, verschiedenen Banden zusammengesetzt sei, wurde durch Beobachtung im Quarzspektrum nicht bestätigt. Beide Nuancen zeigten, vergleichsweise daselbst belichtet, dieselbe Erregungsverteilung mit dem einzigen Unterschiede, daß diese Verteilung (Taf. III, Nr. 7) im einen Falle heller und gelb, im anderen dunkler und orange erleuchtet erschien. Da nach allem sonst Beobachteten die Erregungsverteilung als charakteristisches und ganz unveränderliches Merkmal einer Bande anzusehen ist (108), erscheint hiernach CaMn α als Beispiel einer Bande von nicht völlig konstanter Wellenlängenverteilung. Es ist dies das einzige Beispiel dieser Art, welches wir gefunden haben. Zu bemerken ist, daß auch dieses der Untersuchung hätte entgehen müssen, wenn nicht die Bande fast allein im Spektrum der betreffenden Phosphore und an einer solchen Stelle desselben gelegen wäre, wo geringe Änderung der Wellenlänge schon verhältnismäßig großen Farbenunterschied bedingt. Danach wird man ähnliche geringe Veränderlichkeiten auch für andere Banden als möglich hinstellen müssen.

Zu Tabelle II d. CaNi.

Charakteristik der CaNi-Banden (vgl. 23):

α Hauptbande, der größten Intensität fähig, mit charakteristischer Erregungsverteilung (Taf. III, Nr. 10). $\lambda = 64$, gemessen bei 17°.

β nur in großer Kälte hervortretende Bande. $\lambda = 57$, gemessen bei $-180°$.

γ_1 und γ_2 schlechter definierte Banden, deren Lagen in Taf. III zu ersehen sind. Andeutungen der Existenz einer besonderen blauen Bande sind vorhanden.

Zu Tabelle II e. CaBi.

Charakteristik der CaBi-Banden:

γ besonders in der Kälte hervortretende, freistehende Bande; $\lambda = 59{,}5$, gemessen bei $-45°$ und $-180°$.

β wird in der Hitze stark und ist dann fast allein im Spektrum[1]); $\lambda = 52{,}2$, gemessen bei $+400°$.

1) Diese Bande, welche wir bereits früher bemerkten (I p. 98 u. 104) konnten wir damals, bei geringerer Reinheit der benutzten Phosphore,

α_1 durch die vorliegenden Beobachtungen nicht gut definierte, nur (bei gewöhnlicher Temperatur) als sekundäres Maximum bei $\lambda = 47$ gesehene Bande (vgl. Taf. II).[2])

α_2 die Hauptbande des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur[3]); als solche gemessen: $\lambda = 45$. Bei $-180°$ einzige und symmetrische Bande am blauen Ende (vgl. Taf. II): $\lambda = 45{,}4$. Beide Messungen, das Maximum der Bande betreffend, stimmen genügend überein; die letztere war bei der größeren Intensität genauer auszuführen.

α_3 am meisten gegen Violett liegende sichtbare Bande, sehr stark (mit Na-Zusatz) bei gewöhnlicher Temperatur während der Erregung, $\lambda = 44{,}3$, aber nur kurz nachleuchtend.

Zu Tabelle IIf. CaSb.

Das Spektrum zeichnet sich durch große Verwaschenheit aus, was seine Untersuchung schwierig macht. In der hier angenommenen Zerlegung ist:

β ein bei gewöhnlicher Temperatur angedeutetes, stark durch Nachleuchten bei $+200$ und $+300°$ hervortretendes, besonderes Maximum bei $\lambda = 46$.

γ sondert sich von α und δ im gekreuzten Spektrum durch verschiedene Erregungsverteilung (vgl. Taf. III) und durch das verschieden schnelle Abklingen; die Lage von γ vgl. in Taf. III.

α tritt alleinstehend auf bei $-180°$, $\lambda = 54$.

δ ist nie als gesondertes Maximum beobachtet worden; zeigt sich nur als blaugrünes Nachleuchten bei gewöhnlicher Temperatur in anderer spektraler Erregungsverteilung (vgl. Taf. III) als β. Die Lage vgl. in Taf. III.

---

von CaCuα_2, womit sie nahe zusammenfällt, nicht trennen. Über die Nichtidentität beider vgl. 45, 49.

2) Vielleicht wäre ihr Ort richtiger dahin zu legen, wo bei $+200°$ das Nachleuchten sich zeigt (Taf. II, Nr. 29); $\lambda = 48$. Vgl. über die scheinbare Verschiebung, welche sekundäre Maxima notwendigerweise zeigen müssen (I p. 608).

3) Identisch mit der von uns früher für CaBi angegebenen Bande (I p. 98).

Tabelle IId.

CaNi (vgl. Taf. II, Nr. 20).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gewöhnl. Temp. im Filterultraviolett	Erscheinen derselben während Belichtung: λ	Erscheinen derselben während Belichtung: Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz $CaFl_2$	α	roth	stark	einziges Max.	64,0	7	nicht sehr dauernd	Hat fast allein Teil an allem (stets roten) Leuchten bei gewöhnlicher Temperatur, ganz allein am Nachleuchten	
	β	gelb	stark	(erscheint nur in der Kälte)		0—1	—		
	γ_1	grün	(nur im gekr. Spektr. bei gew. Temp. gesehen)	(durch Filterultraviolett nicht erregt)		0—1	momentan (beob. im gekr. Spektrum)	Erscheint mit allem durch Quarz gehenden Licht nur schwach im Vergleich zu α	
	γ_2	blauviolett	mittel	(erscheint nur in der Hitze)		0	—		

Tabelle IIe. CaBi (vgl. Taf. II, Nr. 30).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	bei gew. Temp. im Filterultrav.	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gew. Temp.	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
$Na_2B_4O_7 + Na_2SO_4 + CaFl_2$	γ	rot	mittel	kleines Max.[1]	59	3	momentan[2]	Tragen nicht wesentlich bei zum Leuchten bei Erregung mit Licht[4]	
	β	grün	stark (in der Hitze)	eben bemerkbares Max.[4]	52	2			
	α_1	blau	mittel	sekundäres Max.	47	4	ziemlich dauernd[3]	Geben zusammen das blaue Leuchten während und nach Belichtung	
	α_2	blau	sehr stark	großes Hauptmax.	44	6	dauerndst[3]		Gibt das lange andauernde blaue Nachleuchten.
	α_3	indigo				0	kurz[3]		Gibt den ersten starken Abfall des Nachleuchtens (vgl. Tab. I)

1) Bei Zusatz $Na_2S_2O_3$ + NaFl erschien γ ziemlich stark, bei $Na_2S_2O_3$ allein sehr wenig (bei Erregung mit Licht). — Durch Kathodenstrahlen scheint γ weniger erregt zu werden als durch Licht.

2) Im Zinkfunkenphosphoroskop und im rotierenden Phosphoroskop mit Sonnenlicht sieht man neben der α-Gruppe und β auch γ $^1/_{200}$ Sek. lang gut nachleuchten; bei ganz langsamer Rotation des Phosphoroskopes, ca. $^1/_2$ Sek. nach Belichtung, wird γ unsichtbar und nur die α-Gruppe bleibt übrig.

3) Dieselben Verschiedenheiten im Abklingen der 3 α-Banden haben wir auch bei Erregung mit Kathodenstrahlen beobachtet und auch bei Zusatz von $Na_2S_2O_3$ sowie $Na_2S_2O_3$ + NaFl.

4) Die grüne β-Bande wird bei gewöhnlicher Temperatur von schnellen Kathodenstrahlen in Entladungsröhren viel stärker erregt als von allem Licht, das durch Quarz geht, hat aber auch hier keine nennenswerte Dauer. Es leuchten dementsprechend die CaBi-Phosphore während der Entladung weißlichblau, sofort danach aber in demselben reineren Blau wie bei Erregung mit Licht.

Tabelle IIf. **CaSb.**

(Vgl. Taf. II, Nr. 25.)

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenz bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	Beziehung derselben zur Phosphoreszenz bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz Na_2SO_4 + NaFl	γ	orange	alle mittelstark	1. Maximum	—	3	momentan	Gibt sehr merklichen Intensitätsabfall beim Löschen des Lichtes, mit Farbenumschlag von gelblichgrün zu bläulichgrün	
	α	grün, etwas gelblich				4	ziemlich dauernd	Geben zusammen das bläulichgrüne Nachleuchten	Geben zusammen das grüne, etwas gelbliche Nachleuchten
	δ	blaugrün		schwach; das Min. zwischen den beiden Max. erhellend (stärker in der Hitze)		1			
	β	blau		2. schwaches Max.	46	2	kurz dauernd		Scheint durch Tageslicht wenig erregt zu werden

Zu Tabelle IIg. SrCu.

Charakteristik der SrCu-Banden:

γ besonders in der Kälte gut hervortretende Bande. Da aber alsdann auch die α-Gruppe intensiver wird, erschien γ auch bei -180^0 nur als sekundäres Maximum am Abhange von α; vgl. die Lage derselben in Taf. III.

α-Gruppe. α_1 und α_2 erschienen immer nur als eine einzige, wohlausgeprägte Bande. Sie ist außerordentlich großer Intensität fähig und daher als Hauptbande zu bezeichnen.[1]) Daß wir diese Bande hier in zwei geteilt haben, α_1 und α_2, ist in dem eigentümlichen Abklingen ihrer Erregungsverteilung begründet (vgl. 82). Die beiden α-Banden haben danach verschiedene Dauer und verschiedene Erregungsverteilung (vgl. Taf. III), aber ganz oder nahe gleiche Lage im Spektrum. $\lambda = 53{,}7$ nach gut übereinstimmenden Messungen an SrCuK und SrCuNa bei -180^0, -45^0, 17^0 und $+200^0$ und SrCuLi bei -180^0, -45^0 und 17^0.

β-Gruppe. β_1 und β_2 zusammen zeigen ähnliches Verhalten beim Abklingen der Erregungsverteilung wie α (vgl. 82), doch ist die Notwendigkeit der Zweiteilung hier außerdem auch durch den Einfluß der Temperatur angezeigt. Bei -180^0 verschwindet das Blaugrün und es bleibt eine freistehende blaue Bande bei $\lambda = 45{,}5$ übrig (bei K-Zusatz gemessen), β_2 genannt. Das Blaugrün, β_1 genannt, trat in keinem Falle als Maximum im Spektrum hervor neben den Banden α und β_2, deren mindestens eine stets gleichzeitig sehr hell vorhanden war.

Die Wirkung der Zusätze besteht in der Hauptsache darin, daß Na die gelbgrüne α-Gruppe sehr bevorzugt und fast allein erscheinen läßt, K die blaue β-Gruppe zur besten Entwickelung bringt, besonders was das Nachleuchten anlangt, Li aber für beide Gruppen günstig ist. Die Bande α_1 kommt mit keinem der drei Zusätze zu dauerndem Leuchten.

---

1) Identisch mit der früher bereits angegebenen SrCu-Bande (I p. 97).

Tabelle IIg. **SrCu** (vgl. Taf. II).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz $Na_2SO_4 + Na_2B_4O_7$	γ	orange	schwach	(erscheint in der Kälte)		0	—	Gibt sprungweisen Abfall der Intensität beim Löschen des Lichtes, ohne Farbenänderung	
	α_1	gelbgrün	sehr stark	einziges, sehr intensives Max.[1]	54,0	13	schnell absink.		
	α_2		sehr stark				sehr dauernd	Gibt das dauernde, gelbgrüne Nachleuchten	
	β_1	blaugrün	schwach	(treten in der Hitze besser hervor)		1	—		
	β_2	blau							
Zusatz $Li_3PO_4 + CaF_2$	γ	orange	schwach	(wie oben)		0	—	Gibt sprungweisen Abfall der Intensität beim Löschen des Lichtes, mit Farbenumschlag von grün zu bläulich	
	α_1	gelbgrün	stark	sehr intensives, 1. Max.	53,0	11	schnell absink.		
	α_2		schwach				sehr dauernd	Geben das dauernde, bläulich-weißlich-grüne Nachleuchten	
	β_1	blaugrün	ziemlich stark	schwächeres, 2. Max.	—	4	sehr dauernd		
	β_2	blau	schwach				schnell absink.		

Zusatz $KH_2PO_4 + K_2B_6O_{10}$									
	γ	orange	stark	(wie oben)		1	momentan		
	α_1	gelbgrün	stark	sehr intensives, 1. Max.	53,7	12	schnell absink.	Gibt sprungweisen Intensitätsabfall beim Löschen des Lichtes	
	α_2						langsamer absinkend als α_1, aber schneller als β_1		Giebt das flüchtige Grün des ersten Nachleuchteus
	β_1	blaugrün	schwach	2. Max.	46	7	recht andauernd	Geben das dauernde, blaue Nachleuchten	
	β_2	blau	stark				etwas weniger dauernd als β_1		

Mehrfarbiges Anklingen. — Man bemerkt, daß in der Gesamtemission von SrCuK neben überwiegendem, dauernd leuchtendem Blau (β_1 und β_2) viel Grün (α_1) von kurzer Dauer enthalten ist. Dieses schnell abklingende Grün klingt ebenso schnell auch an, und das langsamer abklingende Blau klingt auch langsam an. Dies gibt Anlaß zur merkwürdigen Erscheinung, daß dieser Phosphor im ersten Augenblicke einer Belichtung mit Filterultraviolett hellgrün aufleuchtet und danach allmählich dauernd Blau wird.

1) In gleicher Lage, wie bei Erregung durch Licht, auch in Entladungsröhren beobachtet.

Tabelle IIh. **SrPb.**

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gew. Temp. im Filterultrav.	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Tageslicht
$Na_2SO_4 + NaFl$	α	gelbgrün	stark	Hauptmax.	55	7	andauernd	Gibt alles (grünlichgelbe oder goldgelbe) Nachleuchten	
	β_1	blau	schwach	(durch Filterultrav. schlecht erregt)	—	0	momentan (nach Beob. im gekr. Spektr.)		
	β_2	indigo	schwach	schwaches 2. Max.	—	2	momentan	Geben sehr schwachen weißlich-bläulichen Schein während der Belichtung	
	β_3	violett	mittel						
$Li_2SO_4 + CaFl_2$	α	gelbgrün	mittel	kleines Max.	55	5	dauerndst	α und β_2 geben zusammen das fahlgrünliche Nachleuchten	Gibt d. schließliche Grünlich des Nachleuchtens
	β_1	blau	mittel	(wie oben) Verbindung		1	ziemlich dauernd		Gibt (durch Tagesl. besser erregt als durch Filterultrav.) d. Blau d. Nachl.
	β_2	indigo	mittel			5			
	β_3	violett	außerordentlich stark	sehr starkes Hauptmax.	42	13	zusehends abfallend	Gibt helles Violett während der Bel., sogleich nachher unter starkem Intensitätsabfall verschwindend	Gibt den anfänglichen, violetten Schein des Nachleuchtens
K_2SO_4	α	gelbgrün	ziemlich stark	1. Max.	55	6	dauernd	Geben zusammen das schließliche Nachleuchten, fahlgrünlich bez. bläulich	
	β_1	blau	mittel	Verbindung (wie oben)		1	dauernd (wie oben)		(β_1 durch Tageslicht besser erregt als durch F.-U.)
	β_2	indigo	stark	2. Max.	41	6	weniger dauernd	Geben das Bläulich während der Belichtung, nachher gleich in Fahlgrünlich übergehend	Scheint den ersten schnellen Abfall des Nachleuchtens zu geben [1]
	β_3	violett	sehr stark			10	schnell abfallend		

1) Wechsel der Phosphoreszenzfarbe dabei ist **wegen der sehr fahlen Nuance derselben — entsprechend der Vielfarbigkeit ihrer Bestandteile — nicht zu erwarten.**

Tabelle IIi. SrAg.

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
Na_2SO_4	α_1	orange	schwach			2	dauernd	Geben zusammen das fleischfarbene[1]) dauernde Nachleuchten	
	α_2	gelbgrün	mittel	1. Max.	55	6			
	β	violett	mittel	2. Max.	42	5	zieml. schnell absinkend	Gibt das Rosaviolett während der Belichtung	Gibt das Rosaviolett im ersten Augenblick des Nachleuchtens
$Li_2SO_4+Li_2CO_3$	α_1	orange	sehr schwach			1	momentan	Verschwinden neben dem überwiegenden Violett	
	α_2	gelbgrün	schwach	1. kleines Max.	54	3			
	β	violett	sehr stark	2. Hauptmax.	42	12	recht andauernd	Gibt das andauernd helle, violette Nachleuchten	

1) Es ist bei beiden Zusätzen etwas Blau im Spektrum nachleuchtend vorhanden, nie als besonderes Maximum beobachtet, aber wohl bei Bildung des Fleischfarben im Nachleuchten von SrAgNa wesentlich beteiligt.

Zu Tabelle IIh. SrPb.

Charakteristik der SrPb-Banden (vgl. 25):

β_3, die brechbarste Bande, ist wie bei CaPb — und im Gegensatz zu CaCu und SrCu — weitaus der größten Intensität fähige Hauptbande. $\lambda = 41$, gemessen an SrPbK und SrPbLi bei $-45°$, genügend übereinstimmend mit den Angaben der Tabelle für 17°.

β_1 $\lambda = 47$, gemessen an SrPbLi bei $-180°$.

β_2 $\lambda = 44$, gemessen an SrPbK bei $-180°$.

α nächst β_3 besonders intensitätsfähig; $\lambda = 55$, nach gut übereinstimmenden Messungen an SrPbNa bei $-45°$, 17° und 200° und an SrPbLi bei 17°.

Über Anzeichen des Bestehens einer besonderen orangegelben Bande vgl. Tab. IIIh.

Die Wirkung der Zusätze besteht in der Hauptsache darin, daß Na die gelbgrüne Bande α fast allein zu großer Intensität erhebt, Li die blaue β-Gruppe begünstigt, besonders β_3, während K beiden Gruppen, α und β, mittlere Intensität gibt. Große Dauer besitzt die violette Bande β_3 mit keinem der drei Zusätze, was den Anlaß zu vielen Farbenwechseln im Nachleuchten dieser Phosphore gibt (vgl. Tab. Ih und 119).

Zu Tabelle IIi. SrAg.

Charakteristik der SrAg-Banden:

β, die brechbarste Bande, ist — wie bei Pb — Hauptbande. Sie fehlt in der Hitze und in größter Kälte. Ihr Maximum liegt bei $\lambda = 42$, gemessen bei $-45°$ an SrAgNa und SrAgLi, übereinstimmend mit den Angaben der Tabelle bei 17°. Die Bande ist von großer Breite und Verwaschenheit und, wie es scheint, die Summe mehrerer, verschiedener Banden.

α_2 trat nie stark hervor, am besten bei SrAgNa und gewöhnlicher Temperatur, $\lambda = 55$.

α_1 ist eine schlecht definierte Bande, meist nur als sekundäres Maximum am Abhang von α_2 beobachtet bei $\lambda = 62$.

Es ist noch eine besondere Bande γ im Rot anzunehmen, welche bei gewöhnlicher Temperatur nur wenig erscheint, in hoher und tiefer Temperatur aber bei SrAgLi deutlich hervortrat (vgl. Tab. IIIi).

Über Anzeichen des Bestehens einer weiteren blauen Bande vgl. die Fußnote zur Tabelle.

Der Einfluß der Zusätze ist ähnlich wie bei Pb; Na läßt den minder brechbaren, Li den brechbareren Teil der Emission besser nachleuchten. Über den hier starken Einfluß der Glühdauer vgl. Tab. I i und 153.

Zu Tabelle II k. SrZn.

Charakteristik der SrZn-Banden:

α sehr wohlausgeprägte Bande, bei gewöhnlicher Temperatur fast allein im Spektrum, mit charakteristischer, weit ins sichtbare Violett und Blau sich erstreckender Erregungsverteilung (vgl. Taf. III). $\lambda = 55$ nach gut übereinstimmenden Messungen bei $-45°$, $+17°$ und $+200°$.

δ ebenfalls von sehr charakteristischer Erregungsverteilung (vgl. Taf. III), erscheint in der Nähe von $+100°$, nicht bei höherer, noch bei tieferer Temperatur; die Lage vgl. in Taf. III.

β erscheint am besten bei mäßiger Kälte, $\lambda = 42$; ist bei $-45°$ großer Intensität fähig und (mit $CaFl_2$-Zusatz) auch nachleuchtend.

Zu Tabelle II l. SrMn.

Charakteristik der SrMn-Banden (vgl. 24):

α Hauptbande des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur, gemessen als solche $\lambda = 56$ bei $17°$.

β_1, die rote Bande, haben wir weder bei SrMnNa jemals nachleuchten sehen, noch gab auch ein anderer Zusatz rotes Nachleuchten (vgl. Tab. I l).[1]) $\lambda = 60$, gemessen bei $-45°$.

β_2 vgl. Taf. III.

Es ist im gekreuzten Spektrum Andeutung einer blauen Bande vorhanden, für welche nach Tab. I l mit K-Zusätzen besseres Erscheinen zu erwarten wäre.

Zu Tabelle II m. SrBi.

Charakteristik der SrBi-Banden:

γ in der Kälte hervortretende Bande, bei $-180°$ gut meßbar, $\lambda = 63$.

β in der Hitze am stärksten leuchtende Bande, bei $+200°$ und darüber einziges, sehr kräftiges Maximum im Spektrum; $\lambda = 53{,}5$, gemessen bei $+200°$ und $+400°$.

1) Über ihr zu erwartendes Nachleuchten unterhalb $-180°$ vgl. 114.

Tabelle IIk. **SrZn.**

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz $CaFl_2$	α	gelbgrün	stark	Hauptmax.	55,0	8	sehr dauernd	Gibt das helle, gelbgrüne Nachleuchten	
	δ	blaugrün	mittel	(erscheint nur bei $+100^0$)		0	—		
	β	violett	stark (bei -45^0)	2. kleines Maximum	—	2	nicht dauernd [1])		

1) Die violette β-Bande wird durch Kathodenstrahlen in Entladungsröhren besser erregt als durch alles durch Quarz gehende Licht; sie steht aber auch da (bei gewöhnlicher Temperatur) gegen α an Intensität zurück und ist nicht nachleuchtend. Auch im Zinkfunkenphosphoroskop erscheinen beide Banden, α und β, letztere schwach.

Tabelle III. SrMn.

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz Na_2SO_4	β_1	rot	mittel	zusammen ein breites Max. bildend	—	3	momentan	Geben zusammen grün während der Belichtung [1])	
	α	grüngelb	mittel			5	zieml. dauernd		Gibt das schließliche gelbliche Nachleuchten
	β_2	grün	mittel			3	zusehends abfallend		Gibt das Grün, mit stark. Intensitätsabfall, im ersten Nachleuchten

Mehrfarbiges Anklingen. — Ähnlich wie SrCuK erfüllt SrMnNa die Bedingung, daß der momentane Teil der Emission von anderer Farbe ist als die Gesamtemission; über die dadurch bedingte Farbenänderung im Anklingen vgl. 24.

1) Unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen in Entladungsröhren leuchtet der Phosphor während der Entladung weißlich, nachher grün. Es wird danach die rote Bande β_1 durch Kathodenstrahlen stärker erregt als durch Filterultraviolett (welches nicht günstig für diese Bande ist, vgl. Taf. III), aber ebenfalls nur momentan. Neue Banden erschienen auch mit Kathodenstrahlen nicht.

Tabelle II m. **SrBi** (vgl. Taf. II).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	bei gewöhnlicher Temperatur im Filterultraviolett	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnlicher Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz Na_2SO_4.	γ	rot	mittel	(nur in d. Kälte)		0	—		
	α_1	gelb	mittel	(durch Filterultraviolett wenig erregt)[1]		2	schnell abfallend	Gibt weißlich-gelbl. Schein neben dem Bläulichgrün während Belichtung[1]	
	β	gelbgrün	sehr stark	1. Hauptmax.	53	7	viel langsamer abfallend als α_1, aber schneller als α_2 u. α_3		
	α_2	grün	mittel	von β nicht getrennt, von α_3 durch ein Min. getrennt		4	sehr andauernd	Geben zusammen das sehr andauernde bläulichgrüne Nachleuchten	
	α_3	grünblau	stark	2. klein. Max. (wird stärker in der Kälte)	47	4			

Mehrfarbiges Anklingen. — Im ersten Augenblick der Belichtung mit Filterultraviolett leuchtet der Phosphor gelblich auf, erst nachher wird er bläulichgrün. Derselbe gelbliche Schein also (α_1-Bande), welcher schnell abklingt (vgl. die Tabelle), klingt auch schnell an, und die langsam abklingenden Teile der Emission (β, α_2, α_3) klingen auch langsam an.

1) Gut erregt durch violettes Licht (vgl Taf. II, Nr. 35 und die Erregungsverteilung Taf. III), daher auch das erste Nachleuchten des Phosphors gelblicher ist bei Erregung mit violettem Licht.

α_1 schlecht definierte Bande, nie als gesondertes Maximum beobachtet, am besten durch violettes Licht erregt. Die Lage vgl. in Taf. III.

α_2 wegen großer Nachbarschaft schlecht von β zu trennende Bande; $\lambda = 52{,}0$, gemessen bei -45^0, wo β nur schwach vorhanden ist.

α_3 sehr wohl definiertes, brechbarstes Maximum im sichtbaren Gebiet, in größter Intensität gesehen und gemessen bei -45^0, $\lambda = 47$.

Zu Tabelle II n. BaCu.

Charakteristik der BaCu-Banden:

α_1 sehr großer Intensität fähig, durch langes Nachleuchten bei Li_3PO_4-Zusatz und gewöhnlicher Temperatur von allen anderen Banden sich trennend und hiernach bei $\lambda = 61$ gelegen [1]); von außerordentlich charakteristischer, weit ins sichtbare Spektrum gehender Erregungsverteilung (vgl. Taf. III).

α_2 ebenso großer Intensität fähig wie α_1 und dieser Bande sehr benachbart, aber von ganz anderer Erregungsverteilung (vgl. Taf. III); kommt am stärksten in der Kälte zur Geltung und tritt da, bei -180^0, als schmales, freistehendes intensives Maximum auf, bei $\lambda = 59$, beobachtet bei Li_3PO_4 sowohl als bei NaFl als Zusatz.

β_1, β_2, β_3 einander sehr benachbart und nicht so scharf charakterisiert und voneinander trennbar als die α-Banden. β_1 trat nie als gesonderte Bande auf, hat bei $+200^0$ größte Intensität; die Lage vgl. in Taf. III. β_2 bei -45^0 hervortretend und bei dieser Temperatur mit NaFl-Zusatz als besonderes, aber breites Maximum im Nachleuchten nach Erregung mit violettem Licht gemessen, $\lambda = 54$; wird durch Filterultraviolett schlecht erregt. β_3 erschien bei

1) Insofern das Auge brauchbar ist zur Beobachtung an der Grenze von Rot gegen Ultrarot würde diese Wellenlänge dem Maximum von α_1 zugehören; früher (I p. 98) wurde für die damals beobachtete rote BaCu-Bande $\lambda = 64{,}5$ angegeben. Andere Beobachtungsmittel müssen über die Beschaffenheit dieses Teiles des BaCu-Spektrums entscheiden, besonders auch unter Benutzung einer größeren Zahl von Zusätzen ($K_2SO_4 + CaFl_2$ würde nach Tab. III n besonders günstig sein).

Tabelle IIn. **BaCu** (vgl. Taf. II).

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	Erscheinen derselben während Belichtung: bei gew. Temp. im Filterultrav.	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnl. Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz NaFl	α_1	rot	mittel	zusammen ein breites, flaches Max. (durch F.-U. n. gut erregt[1])		5	momentan	Zusammen mit β_1 starken Helligkeitsabfall ohne deutl. Farbenwechsel bei Löschen des erregten Lichtes gebend	
	α_2	orangegelb	sehr stark (bei $-180°$)			7	zieml. dauernd		
	β_1	grün	stark			6	schnell absink.		
	β_2		stark			3	weniger dauernd als α_2	α_2 mit β_2 das anfangs mehr grünliche, schließlich mehr gelbliche Nachleuchten gebend	
	β_3		fehlt	—		0	—		
	β_4	blau	mittel (bei $-45°$)	schwache Erhellung		0—1	momentan		
Zusatz Li_3PO_4	α_1	rot	außerordentlich stark	zusammen ein sehr flaches Max.		14	sehr dauernd	Gibt das orangerote, sehr dauernde Nachleuchten	
	α_2	orangegelb	außerordentlich stark				schnell abfall.	Gibt Gelborange od. tief Chromgelb während der Bel. und starkem Helligkeitsabfall mit Farbenumschlag zu Rot nachher	
	β_1	grün	mittel	Anhängsel an obigem Max.		5	momentan		
	β_2		fehlt			2	—		
	β_3		mittel (bei $-180°$)			1	—		
	β_4	blau	fehlt			0	—		

Zusatz $Na_2S_2O_3$: Im gekreuzten Spektrum bei gewöhnlicher Temperatur Orange stark, und lange nachleuchtend, mit derselben charakteristischen Erregungsverteilung, welche α_2 in BaCuNaFl und $BaCuLi_3PO_4$ eigen ist. Außerdem starkes Grün mit ganz oder nahe derselben Erregungsverteilung wie bei $BaCuLi_3PO_4$, demnach β_1; nicht so lange nachleuchtend als das Orange (α_2). Endlich viel Blau (β_4), zusehends abklingen (vgl. den Farbenwechsel im Nachleuchten, Tab. In, Nr. 2).

Zusatz NH_4Cl: Im gekreuzten Spektrum bei gewöhnlicher Temperatur ebenfalls Orange mit der α_2 eigenen Verteilung, und dasselbe Grün (β_1) wie bei $BaCuNa_2S_2O_3$. Beide nur von kurzer Dauer im Nachleuchten (vgl. Tab. In, Nr. 17).

1) Viel besser durch violettes Licht.

Tabelle II o. **BaPb.**

	Bande	Farbe derselben	Erscheinen derselben während Belichtung: überhaupt	bei gew. Temp. im Filterultrav.	λ	Int.	Nachleuchten derselben bei gewöhnl. Temperatur	Beziehung derselben zur Phosphoreszenzfarbe bei gewöhnlicher Temperatur: bei Erregung mit Filterultraviolett	bei Erregung mit Tageslicht
Zusatz Na_2SO_4	α_1	orange	sehr stark (bei −180°)	zusammen ein breites, flaches Max.		7	kurz dauernd	Gibt mit β_1 sehr starken Intensitätsabfall beim Löschen d. Lichtes ohne deutl. Farbenwechsel	
	α_2	gelb	stark			7	länger, aber auch nicht sehr dauernd	Gibt das gelbe Nachleuchten	
	β_1	gelbgrün	stark			6	kurz dauernd		
	β_2	blau	stark (bei −45°)	(durch F.-U. schlecht erregt)		0	sehr kurz dauernd [1]		

Tabelle II p. **BaBi** (vgl. Taf. II).

Zusatz $K_2B_8O_{10}$	α_1	gelb, etwas orange	sehr stark (bei −180°)	zusammen ein breites, flaches Max.		6	momentan		
	β	grüngelb	stark			7	außerordentl. dauernd	Gibt das dauernde, grüngelbe Nachleuchten	
	α_2	gelbgrün	außerordentlich stark (bei −180°)			6	momentan	Geben zusammen mit α_1 ersten, schnellen Intensitätsabfall beim Löschen des Lichtes ohne Farbenwechsel	
	α_3	grün	mittel			5	momentan		

1) Beobachtet bei Erregung mit violettem Licht, wobei die Bande gut erscheint.

Li_3PO_4-Zusatz als schmales, gut meßbares Maximum bei -180^0, $\lambda = 53$, und fehlte bei gewöhnlicher Temperatur.

β_4 erschien hell und wohlausgeprägt bei NaFl-Zusatz und -45^0, $\lambda = 46{,}3$.

Was die Wirkung der Zusätze anlangt, kann auf Tab. In verwiesen werden; ein Vergleich mit den hier gemachten Angaben wird zeigen, daß die verschiedenen, dort beobachteten Phosphoreszenzfarben sehr wohl auf die hier gefundenen sechs Banden zurückgeführt werden können und zugleich, welches die für jede dieser Banden günstigsten Zusätze wären (vgl. auch Tab. IIIn).

Zu Tabelle IIo. BaPb.

Charakteristik der BaPb-Banden:

α_1 bei -180^0 als sehr intensives Maximum bei $\lambda = 60$ hervorragend.

α_2 Bande des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur, $\lambda = 58$.

β_1 und β_2 als besondere Maxima bei -45^0 beobachtet, $\lambda = 55$ bez. 45.

Zu Tabelle IIp. BaBi.

Charakteristik der BaBi-Banden:

α_1 und α_2 bei -180^0 als zwei sehr wohl definierte, intensive Maxima gut meßbar, $\lambda = 60$ bez. 54.

β Bande des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur, $\lambda = 55$.

α_3 nur als brechbarster, schnell abklingender Teil der Emission bei gewöhnlicher Temperatur beobachtet, nie als gesondertes Maximum, die Lage vgl. Taf. III.

---

34. Die in den Tabb. II gegebenen Beobachtungsresultate sind durch folgende allgemeine Bemerkungen zusammenzufassen (34—43):

1. Die verschiedenen Farben oder Farbennuancen des Phosphoreszenzlichtes, welche durch verschiedene Zusätze entstehen, sind alle aus denselben bestimmten Emissionsbanden zusammengesetzt, die dem betreffenden Metall im betreffenden

Sulfid zugehören. Jeder Zusatz bevorzugt gewisse dieser Banden gegenüber anderen, die er zurücktreten läßt.

2. Diese Wirkung der Zusätze auf die Banden besteht in einer Abänderung: 1. der Intensität und 2. der Dauer ihres Leuchtens. Eine Verschiebung von Banden im Spektrum wurde nicht beobachtet.

3. 35. Intensität und Dauer des Leuchtens jeder Bande sind aber unabhängig voneinander variabel, so daß durch einen gewissen Zusatz die Intensität einer Bande vermehrt, ihre Dauer aber vermindert werden kann, oder umgekehrt.[1]) So gibt beispielsweise (vgl. Tab. II n) Li_3PO_4 der orangegelben $BaCu\alpha_2$-Bande große Intensität mit geringer Dauer[2]), NaFl dagegen derselben Bande etwas geringere Intensität, aber viel größere Dauer.[3])

4. 36. Soweit ohne Intensitätsmessung zu urteilen, wurden im Verlauf des Abklingens sämtlicher beobachteten Phosphoreszenzbanden keine anderen Unterschiede bemerkt als nur solche, welche als Verschiedenheit der Dauer zum Ausdruck kommen. Alle Banden schienen nach demselben Gesetz[4]) abzuklingen, nur verschieden schnell.

37. Ganz anders verhält es sich mit dem Absinken der Gesamtemission bei den verschiedenen Phosphoren. Hier bietet jeder Fall seine besonderen Eigentümlichkeiten. Es seien beispielsweise drei Phosphore miteinander verglichen, welche das

---

1) Bemerkt muß werden, daß Fälle von Abnahme der Intensität bei Zunahme der Dauer nach Späterem (Kapitel D, d) nicht unabhängig von der erregenden Lichtstärke aufgefaßt werden dürfen, wobei daran zu erinnern ist, daß wir die Intensitäten der Banden hier stets so messen, wie sie bei einer bestimmten, erregenden Lichtstärke, nämlich der des angewandten Filterultraviolett, erscheinen (16).

2) Diese geringe Dauer von $BaCu\alpha_2$ bei Li_3PO_4-Zusatz scheint mit dem gleichzeitigen intensiven Auftreten der roten Bande α_1 als Dauerbande zusammenzuhängen und danach ein Beispiel gegenseitiger Beeinflussung zweier Banden zu sein im Sinne von 56; denn die Dauer der gelben Bande α_2 ist in tieferer Temperatur, wo die rote Bande α_1 fehlt, nicht gering (vgl. Tab. III n und Taf. II).

3) Über die Beschränktheit des Einflusses der Zusätze vgl. 116.

4) Vermutlich Exponentialfunktion der Zeit, was für das Auge dem Eindruck des Absinkens um gleiche Helligkeitsstufen in gleichen Zeiten entsprechen würde. Es wäre dann der reziproke Zeitkoeffizient des Exponenten das exakte Maß dessen, was wir hier roh Dauer nennen.

Gemeinsame haben, während der Belichtung (mit Filterultraviolett) in nahe gleicher, großer Helligkeit zu leuchten und $^1/_4$ Stunde nach Schluß der Belichtung einen ebenfalls nahe gleichen, geringen, aber noch gut sichtbaren Endwert der Helligkeit anzunehmen; SrCuNa, BaBiNa und SrZnFl. Der Übergang vom gleichen Anfangswert zum gleichen Endwert der Helligkeit ist bei jedem der drei Phosphore ein anderer. Bei SrCuNa sinkt die Intensität in den ersten Zehntelsekunden des Nachleuchtens mit großer Geschwindigkeit zu einem sehr geringen Bruchteil ihres Anfangswertes herab, um aber dann nur äußerst langsam weiter abzunehmen. CaBiNa klingt ebenfalls zuerst ersichtlich sehr viel schneller ab als später, aber der erste Abfall ist viel weniger stark als beim vorigen und er erstreckt sich auf mehrere ganze Sekunden. Bei SrZnFl endlich wird ein besonderer, anfänglicher Abfall der Helligkeit so wenig bemerklich, daß der Zeitpunkt des Löschens des erregenden ultravioletten Lichtes aus dem Anblick des Phosphors nicht mit Sicherheit angebbar wäre.

In Tabb. II ist bereits gezeigt (Kolumne 6 und 7), wie diese Eigentümlichkeiten des Abklingens bei allen Phosphoren aus der Übereinanderlagerung des Abklingens ihrer einzelnen Emissionsbanden folgen, deren jede ihre besondere Dauer hat.

38. Bemerkenswert ist es, daß kein einziger Phosphor anfänglich langsamen und schließlich schnelleren Intensitätsabfall zeigte. Dies und die Zusammensetzung des Phosphoreszenzlichtes aus verschiedenen, verschieden schnell abklingenden Teilen war bereits E. Becquerel bei seinen aus zufällig günstigen Ausgangsmaterialien erhaltenen Phosphoren ihm unbekannter chemischer Zusammensetzung aufgefallen und hat ihn zu dem Versuch geführt, das von ihm photometrisch verfolgte Abklingen durch Summen aus mehreren Exponentialfunktionen der Zeit darzustellen.[1]) Daß der Versuch sich nicht als durchführbar erwies, entspricht insofern den Resultaten der gegenwärtigen Untersuchung, als wir fanden, daß bereits die Emission von Phosphoren mit nur einem einzigen wirksamen Metall im allgemeinen aus mehreren, voneinander unabhängig abklingenden Banden zusammengesetzt ist, so daß in

1) E. Becquerel, „La Lumière" 1. p. 285 ff.

E. Becquerels Präparaten, welche ihrer Herkunft nach meist eine größere Zahl von Metallen auf einmal enthalten haben dürften, die Zahl der gleichzeitig zusammenwirkenden Banden im allgemeinen eine nicht geringe gewesen sein kann.

39. Man sieht aus dem unter 4. Gesagten, daß erst bei gesonderter Untersuchung der einzelnen Emissionsbanden Aussicht vorhanden ist, einfache Gesetze der Lichtemission der Phosphore zu finden, und wir glauben durch die Angabe einer Reihe von reinen Phosphoren und die durchgeführte Bandenzerlegung einen Anfang hierzu gegeben zu haben. Hervorgehoben seien besonders, als zu weiterer Untersuchung in dieser Beziehung günstig, diejenigen Phosphore, welche (bei Erregung mit Filterultraviolett und bei gewöhnlicher Temperatur) schon ohne spektrale Zerlegung ganz oder doch in der Hauptsache (vgl. Tabellen II) nur eine einzige Emissionsbande bieten: CaMnNa, CaNiFl, SrZnFl.

5. 40. Das Abklingen jeder Bande ist unzertrennlich verknüpft mit ihrem Anklingen derart, daß schnell abklingende Banden bei allen Arten der Erregung auch schnell anklingen, langsam abklingende auch langsam anklingen.

Es zeigte sich dies nicht nur überall bei der spektroskopischen Beobachtung der einzelnen Banden, sondern bei einzelnen Phosphoren auch in Gestalt der besonderen Erscheinung des mehrfarbigen Anklingens. Diese Erscheinung muß jedesmal dann sich bieten, wenn die Summe der momentanen Banden bei genügender Intensität eine andere Farbe für das Auge ergibt, als die Summe sämtlicher Banden. Als besonders hervorragende Beispiele hierfür sind in Tabellen II SrCuK, SrMnNa, SrBiNa, auch $CaCuCaFl_2$ vermerkt.

41. Das Anklingen sehr dauernder Banden kann viele Minuten währen; es erfolgt jedoch um so schneller, je höher die erregende Lichtstärke ist. Im Filterultraviolett von geringer Intensität, außerhalb des gewöhnlich benutzten Brennpunktes, sieht man Phosphore, deren Emission überwiegend aus Dauerbanden besteht, wie CaBiNa, CaMnNa, SrZnFl, SrBiNa, SrAgLi nur ganz allmählich und träge zum Leuchten kommen, und langes Warten ist erforderlich, bis sie das Maximum ihrer Intensität erreichen. Phosphore dagegen, welche starken Anteil von Momentanbanden besitzen, wie CaCuNa

(β-Gruppe), SrCuNa, SrCuLi (Bande α_1, vgl. Tab. II g), sieht man sofort in großer, so gut wie voller Helligkeit aufleuchten.

42. Daß länger dauernde Phosphoreszenzen als Ganzes auch länger brauchen, um voll erregt zu werden, kurz dauernde kürzer, wurde von E. Becquerel bereits bemerkt bei Substanzen von phosphoroskopisch kurzem Leuchten, wie Kalkspat, Tonerde, Uranglas; für die länger dauernden Phosphoreszenzen seiner Erdalkalisulfidpräparate fand er den Satz nicht allgemein bestätigt, spricht aber die Vermutung aus, daß dies in der Zusammengesetztheit der Emission dieser Präparate seinen Grund haben dürfte. Wir sehen nun, daß in der Tat, sobald man nur jede Emissionsbande für sich betrachtet, der Satz von der Gleichartigkeit des An- und Abklingens als ganz allgemein gültig hingestellt werden kann, soweit gegenwärtig die Untersuchung geht.

43. Es sei noch eine besondere Folge des Satzes erwähnt. Belichtet man einen Phosphor, welchem Banden verschiedener Dauer eigen sind, z. B. CaBiNa, eine kurze Zeitlang, z. B. 1 Sek., so werden in der Hauptsache nur seine schnell abklingenden Banden erregt sein, er wird daher im Nachleuchten gleich einem schnell abklingenden Phosphor sich verhalten müssen. Belichtet man ihn aber länger, z. B. 3 Min. lang, so werden auch seine Dauerbanden voll erregt werden, und er wird dann im Nachleuchten ganz anders, nämlich wie ein langsam abklingender Phosphor sich verhalten müssen. Eine Erscheinung dieser Art wurde von Hrn. E. Wiedemann beschrieben[1]); sie gibt ein anderes Beispiel dafür, wie erst das Studium der Eigenschaften der einzelnen Emissionsbanden einen Einblick gewährt in die sonst unlösbar komplexe Erscheinungsmannigfaltigkeit der Phosphore.

Kiel und Preßburg, den 24. Juli 1904.

---

1) Allerdings mit anderer Deutung. Vgl. E. Wiedemann, Wied. Ann. 37. p. 223 ff. 1889.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

(Eingegangen 26. Juli 1904.)

2. *Über den Geschwindigkeitsverlust, welchen die Kathodenstrahlen beim Durchgang durch dünne Metallschichten erleiden, und über die Ausmessung magnetischer Spektren*[1]; *von G. E. Leithäuser.*

§ 1.

Der Durchgang der Kathodenstrahlen durch dünne Metallschichten ist zuerst von H. Hertz[2]) beobachtet und beschrieben worden; er wies auch nach, daß die Strahlen beim Durchgang diffus zerstreut werden. Nach H. Hertz hat sich besonders Ph. Lenard[3]) mit diesem Gegenstande beschäftigt. Ihm gelang es zuerst, durch ein dünnes Metallblättchen Strahlen aus dem Entladungsrohr in die Luft austreten zu lassen; seine zahlreichen Messungen beziehen sich hauptsächlich auf die Absorption der Strahlen in verschiedenen Körpern. Bei der Untersuchung der magnetischen Ablenkbarkeit der durch ein Metallblättchen gegangenen Strahlen fand er keine Änderung infolge dieses Durchganges, d. h. keine Geschwindigkeitsänderung. In neuerer Zeit hat sich Hr. Seitz[4]) mit diesem Gegenstand beschäftigt und ist zu demselben Ergebnis gelangt.

Nun hat aber Hr. Gehrcke[5]) gezeigt, daß homogene Kathodenstrahlen, die unter konstantem Entladungspotentiale erzeugt sind und in einem zur Strahlenrichtung senkrechten Magnetfeld keine Dispersion erleiden, nach der Reflexion an Metallen sich als inhomogen erweisen und bei magnetischer Ablenkung zu einem „Spektrum" auseinandergelegt werden können. Es sind dabei unter den reflektierten Strahlen solche vorhanden, die die ursprüngliche Ablenkbarkeit beibehalten

1) Berliner Dissertation vom 31. Juli 1903 für die Annalen bearbeitet, mit Zusätzen.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 45. p. 28. 1892.

3) Ph. Lenard, Wied. Ann. 52. p. 27. 1894.

4) W. Seitz, Ann. d. Phys. 6. p. 29. 1901.

5) E. Gehrcke, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin, 18. April 1901.

haben, und an diese reihen sich mit abnehmender Intensität Strahlen an, die eine größere Ablenkung erfahren. Hr. Gehrcke hat Strahlen beobachten können, welche die doppelte Ablenkung derjenigen besaßen, die sie vor der Reflexion hatten.

Diese Vermehrung der Ablenkung kann nun auf zweierlei Weise zustande kommen; indem sich nämlich bei der Reflexion für einen Teil der Strahlen entweder das Verhältnis von Ladung zur Masse oder die Geschwindigkeit, oder beides zusammen ändert. Ersteres ist, wie Hr. Starke[1]) gezeigt hat, nicht der Fall; man muß also die Vermehrung der Ablenkung auf eine Änderung der Geschwindigkeit schieben, und es folgt so aus der Beobachtung, daß das homogene Strahlenbündel in eins verwandelt wird, das alle Geschwindigkeiten von der ursprünglichen bis zu der Hälfte derselben enthält.

Man kann die beobachtete Erscheinung erklären, indem man einerseits annimmt, daß die Reflexion der Kathodenstrahlen keine Oberflächenreflexion ist, sondern daß die Elektronen zum Teil ins Metall eindringen und erst aus größerer Tiefe reflektiert werden, andererseits, daß dieselben auf ihrem Wege durchs Metall durch Zusammenstöße mit den Molekülen oder auch durch elektromagnetische Ausstrahlung an Geschwindigkeit verlieren. Sind diese beiden Annahmen richtig, so muß ein Kathodenstrahlbündel auch beim Durchgang durch ein Metallblättchen inhomogen werden, indem Geschwindigkeitsverluste auftreten, welche für verschiedene Strahlenpartien verschiedene Werte aufweisen.

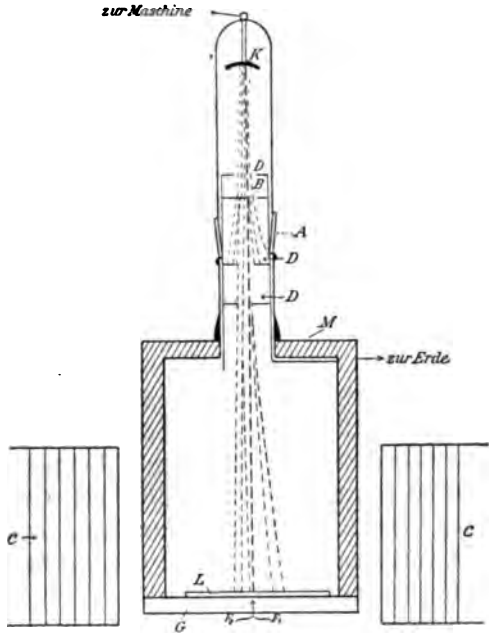
Die Arbeiten der Herren Lenard und Seitz stehen, wie man sieht, mit diesen Folgerungen nicht im Einklang. Nun waren bei diesen Versuchen die Kathodenstrahlen mit Hilfe von Induktorien erzeugt. Da aber das Entladungspotential an den Polen eines Funkeninduktors niemals ein konstantes ist, so waren die benutzten Kathodenstrahlen von vornherein inhomogen, ein Umstand, der das Auffinden eines Geschwindigkeitsverlustes nach dem Durchgang durch ein Metallblättchen sehr erschweren mußte (vgl. indessen auch § 13). So erschien es geboten, diese Versuche noch einmal mit homogenen Kathodenstrahlen, wie sie mittels einer Influenzmaschine erhält-

1) H. Starke, Verh. d. Phys. Ges. 5. Jahrg. Nr. 1.

lich sind, zu wiederholen. Auf Anregung von Hrn. Geheimrat Warburg habe ich diese Arbeit übernommen und das bestätigt gefunden, was die Gehrckeschen Versuche voraussehen ließen.

§ 2.

Die angewandte Versuchsanordnung war folgende. Horizontale, homogene, an einer Hohlspiegelkathode mittels einer 20 plattigen Influenzmaschine erzeugte Kathodenstrahlen trafen nach dem Durchgang durch eine kreisförmige Blende auf einen horizontalen Spalt, der mit zwei Lagen dünner Aluminiumfolie belegt war. Hinter dem Spalt befanden sich in geringer Ent-



K Kathode.
D, *D* Diaphragmen.
B Blättchen.
M Messingkasten.
C Magnetspulen.
F_1 direkter Fleck.
F_2 durchgegangene Strahlen.
G Abschlußplatte.
L Fluoreszenzschirm.

Fig. 1.

fernung zwei ähnliche Diaphragmen, um aus dem nach Austritt aus dem Blättchen diffus verlaufenden Strahlenbündel einen Teil auszublenden. Dieser Teil fiel am Ende der Röhre auf einen Fluoreszenzschirm, einen langen, an den Rändern

etwas verwaschenen leuchtenden Streifen auf ihm erzeugend. In die Aluminiumfolie war ein kleines Loch gestochen, so daß ein kleiner Teil der von der Kathode kommenden Strahlen, ohne durch das Blättchen gegangen zu sein, auf den Schirm gelangte und auf diesem einen helleren runden Fleck erzeugte, der innerhalb des von den durchgegangenen Strahlen erhellten Streifens lag. Alle Diaphragmen waren durch einen Messingzylinder metallisch verbunden, der als Anode diente und zur Erde abgeleitet war.

Das Entladungsrohr mit den Diaphragmen wurde in einen Kasten aus Messingrotguß M (Fig. 1) von 19 cm Höhe, 12,5 cm Breite und 9,3 cm Tiefe eingekittet, den auch Hr. Gehrcke benutzt hatte. Die Vorderfläche war mit einer dicken Spiegelglasplatte verschlossen, die mit Chatterton-Asphaltkitt sorgfältig luftdicht aufgesetzt war. Sie trug auf der Innenseite den Fluoreszenzschirm, auf Seidenpapier aufgetragenes Calciumsulfid. Später trug ich das CaS direkt auf die mit einer dünnen Fettschicht präparierte Platte auf, da das Seidenpapier noch einen erheblichen Teil des Fluoreszenzlichtes absorbierte. Im Kasten waren Schalen mit P_2O_5 aufgestellt, um das Vakuum trocken zu halten.

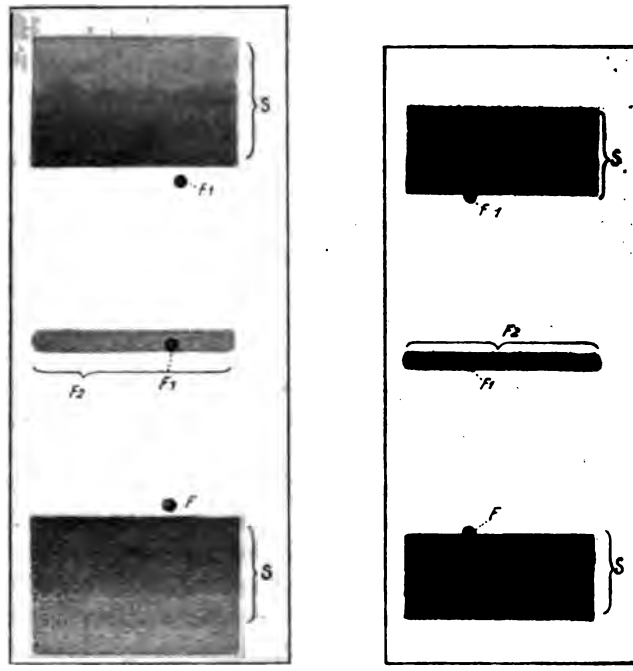
Ist in einem der beiden Strahlenbündel ein Geschwindigkeitsverlust vorhanden, so muß die gleichzeitige magnetische Ablenkung der beiden Bündel ihn direkt erkennen lassen. Das Magnetfeld konnte mittels zweier auf Zinkzylinder aufgewickelter Drahtspulen, die von Hrn. Simon[1]) konstruiert und ausführlich beschrieben sind, hervorgebracht werden. Bei seiner Erregung wurden die Fluoreszenzflecke gleichzeitig nach oben oder nach unten, je nach der Richtung des Stromes abgelenkt. Die Richtung der Kraftlinien war horizontal und zur Fortpflanzungsrichtung der Kathodenstrahlen senkrecht.

§ 3.

War unter fortwährendem Hindurchsenden von Entladungen das Vakuum im Apparat so weit fortgeschritten, daß die 20 plattige Influenzmaschine, deren einer Pol geerdet war, Kathodenstrahlen solcher Geschwindigkeit erzeugte, daß

1) S. Simon, Wied. Ann. **69.** p. 595. 1899.

neben dem punktförmigen direkten Strahlenbild der von den durchgegangenen Strahlen herrührende Lichtstreif erschien, so zeigt die Fig. 2 das Verhalten der Fluoreszenzflecke bei Erregung des Magnetfeldes. In der Mitte erkennt man die Flecke in der unabgelenkten Lage, den punktförmigen direkten F_1 und den an den Rändern nicht ganz scharf begrenzten F_2. Der direkte Fleck mußte sehr klein sein, weil sonst seine Hellig-



F_1 direkter Fleck. S Spektrum. F_2 von durchgegangenen Strahlen herrührend.

Fig. 2a. (E = 12000 Volt.) Fig. 2b. (E = 17000 Volt.)

keit bei der Beobachtung des Flecks F_2 störte. Wird das Magnetfeld erregt, so werden beide Flecke, wie aus der Fig. 2a und b ersichtlich, je nach der Stromrichtung nach oben oder unten abgelenkt. Fig. 2a entspricht einem Entladungspotential von 12000 Volt, Fig. 2b einem von 17000 Volt. Betrachtet man Fig. 2a, die Ablenkung nach oben, so findet man zunächst, daß die direkten Strahlen ohne jede Verbreiterung abgelenkt werden; sie sind also vollkommen homogen. Bei 12000 Volt

ist der den durch die Folie gegangenen Strahlen entsprechende Streifen F_2 zu einem breit ausgedehnten „magnetischen Spektrum" verbreitert. Die Unterkante des Spektrums ist gegen den direkten Fleck verschoben (im Gegensatz zur Reflexion); während dieser in der unabgelenkten Lage mitten im Streifen F' liegt, ist er nach der Ablenkung ganz aus dem Spektrum herausgetreten, so daß sich bei einer Ablenkung des direkten Flecks von 32 mm ein dunkler Zwischenraum zwischen ihm und der Unterkante des Spektrums von 3 mm befand. Hieraus geht hervor, daß in diesem Falle alle durch das Blättchen gegangenen Strahlen einen Geschwindigkeitsverlust erfahren haben; die Erscheinung des Spektrums beweist, daß der Verlust für alle durchgegangenen Strahlen durchaus nicht gleich groß ist.

Während die Ablenkung der Unterkante 35 mm betrug, war die Oberkante um 68 mm abgelenkt, es waren also im Spektrum noch Strahlen enthalten, die nur noch ungefähr die Hälfte ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit besaßen. Die Helligkeit in diesem Spektrum nahm nach kleineren Geschwindigkeiten allmählich, ohne schärferen Sprung ab.

Wenn man nun durch fortwährendes Evakuieren den Druck im Entladungsrohr weiter erniedrigte, so daß das Entladungspotential anstieg und damit die Geschwindigkeit der erzeugten Kathodenstrahlen wuchs, so änderte sich die beschriebene Erscheinung und nahm ein Aussehen an, wie es die Fig. 2b darstellt. Das Entladungspotential ist hier 17000 Volt. Der dunkle Zwischenraum zwischen dem direkten Fleck und der Unterkante des Spektrums ist zusammengeschrumpft, er berührt jetzt die Unterkante und ragt nur wenig aus ihr hervor. Mithin sind jetzt im Spektrum unter den durchgegangenen Strahlen solche vorhanden, deren Geschwindigkeit nur um einen sehr kleinen Wert von der ursprünglichen abweicht, oder ihr gleich ist. Die Ausdehnung des Spektrums ist nicht mehr so groß wie vorher. Bedeutend geändert hat sich aber gegenüber dem Fall von 12000 Volt die Helligkeitsverteilung im Spektrum. Während in jenem Falle der Übergang von helleren zu weniger hellen Stellen allmählich vor sich ging, findet er hier viel plötzlicher statt, d. h. das Spektrum hat an der Unterkante maximale Helligkeit, die sich nach oben

hin etwas abnehmend über ein bestimmtes Gebiet erstreckt, dann erfolgt ein Sprung zu einem wenig hellen Gebiet, das den Rest des Spektrums ausfüllt.

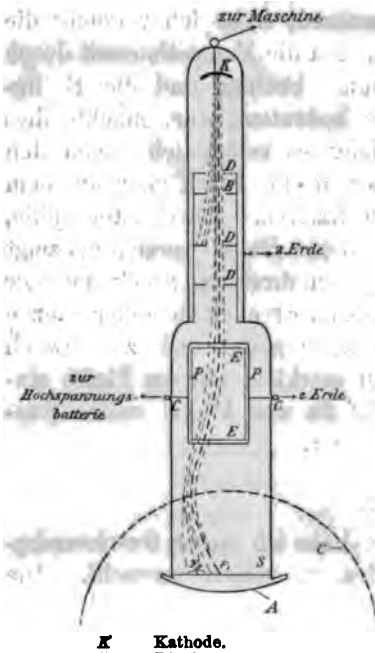
Um etwas Objektives zu besitzen, habe ich versucht die Erscheinung zu photographieren. Da die Expositionszeit durch das Konstantbleiben des Vakuums bedingt und die Helligkeit der Fluoreszenzflecke nicht bedeutend war, machte dies Schwierigkeiten. Trotzdem gelang es schließlich, auch den Fall bei 12000 Volt, bei dem der direkte Fleck ganz aus dem Spektrum herausgetreten ist, zu fixieren. Die Photographie, auf deren Wiedergabe ich an dieser Stelle verzichte, zeigt deutlich den Zwischenraum zwischen direktem Fleck und der Unterkante des Spektrums; letzteres aber nicht in seiner ganzen Ausdehnung, da die dunkleren Teile desselben doch zu schwach waren, um in der Expositionszeit merklich auf die Platte einzuwirken. Daher geben die Fig. 2a und b das wahre Aussehen der Erscheinung besser wieder.

§ 4.

Noch auf eine andere Weise habe ich diesen Geschwindigkeitsverlust der Kathodenstrahlen zu zeigen versucht. Die magnetische Ablenkung eines Kathodenstrahlbündels ist umgekehrt proportional der Kathodenstrahlgeschwindigkeit, die elektrostatische Ablenkung dem Quadrat derselben. Lenkt man nun zwei Strahlenbündel verschiedener Geschwindigkeit zusammen elektrostatisch ab und kompensiert die Ablenkung für die Strahlen größerer Geschwindigkeit durch ein im entgegengesetzten Sinne wirkendes Magnetfeld, so muß für jede kleinere Geschwindigkeit eine Ablenkung im Sinne der elektrostatischen übrig bleiben.

Den benutzten Apparat zeigt Fig. 3. Der Entladungsraum von 10 cm Länge, der die hohlspiegelförmige Kathode aus Aluminium und das schon früher benutzte Messingrohr mit Diaphragmen und Blättchen enthält, erweitert sich in einen 15 cm langen Tubus, der am unteren Ende durch eine Schliffkappe *S* verschlossen ist. Sie trägt auf der Innenseite den mit CaS bestrichenen Fluoreszenzschirm. Nach dem Austritt aus dem letzten Diaphragma passieren die Kathodenstrahlen einen bei *C* eingeschmolzenen Kondensator (in der Figur um

90° gedreht gezeichnet), dessen Platten eine Oberfläche von 4×5 cm² besaßen; der Abstand der Platten voneinander betrug 1 cm; vier Elfenbeinstäbchen zwischen den Kondensatorplatten sorgten für Isolation. Das elektrische Feld zwischen den Kondensatorplatten erzeugte eine Hochspannungsbatterie von 2000 Volt Spannung. Bei der elektrostatischen Ablenkung muß die Luft im Entladungsrohr in hohem Grade verdünnt sein, da die Strahlen auf ihrem Wege die Luft leitend machen. Hinter dem Kondensator wurde mit den beschriebenen Spulen das Magnetfeld erzeugt.



K Kathode.
D, D Diaphragmen.
B Blättchen.
P Kondensatorplatten.
A Schliffkappe.
F_1, F_2 Fluoreszenzflecke.
E Elfenbeinstäbchen.

Fig. 3.

Der Versuch zeigte das erwartete Resultat. Wurde durch passende Stromstärke in den Spulen die elektrostatische Ablenkung kompensiert für die direkten Strahlen, so blieb für die durchgegangenen ein Spektrum, elektrostatisch abgelenkt, übrig. Auch hier zeigte das Spektrum je nach der Größe des Entladungspotentiales die früher beschriebene Helligkeitsverteilung. Die Unterkante war durch einen großen dunklen Zwischenraum vom direkten Fleck getrennt, wenn das Entladungspotential verhältnismäßig gering war; stieg es zu höheren Werten an, so verkleinerte dieser Zwischenraum sich schnell, die Länge des Spektrums schrumpfte zusammen, und es zeigte jenen mehr plötzlicheren Übergang von hellen zu schwächeren Stellen.

§ 5.

Durch die beschriebenen Versuche ist gezeigt worden, daß beim Durchgang der Kathodenstrahlen durch dünne Metall-

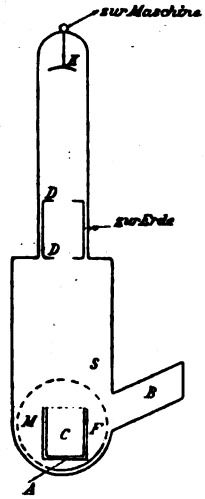
schichten ein Geschwindigkeitsverlust derselben stattfindet und daß dieser bei sonst ungeänderten Versuchsbedingungen vom Entladungspotential, d. h. von der ursprünglichen Geschwindigkeit abhängt.

Für eine Theorie der Erscheinung ist es nun von Wichtigkeit, die Verteilung der Elektrizitätsmenge im Spektrum zu kennen. Aus der Fluoreszenzhelligkeit eines Spektralbezirkes kann man ohne weiteres einen Schluß auf die dorthin gelangende Elektrizitätsmenge nicht ziehen, da sie jedenfalls auch eine Funktion der Kathodenstrahlgeschwindigkeit ist. Der einfachste Weg, über eine Verteilung der Elektrizitätsmenge im Spektrum Kenntnis zu erhalten, schien der zu sein, einen durch einen geerdeten Metallmantel geschützten Hohlzylinder durch das zu untersuchende Spektrum hindurchzubewegen und die ihm an den einzelnen Stellen von den einfallenden Strahlen erteilte Ladung durch den in einem Galvanometer hervorgebrachten Ausschlag zu messen. Diese Methode war leider undurchführbar, weil der entstehende Strom selbst bei sehr empfindlichen Instrumenten zu geringe Ausschläge erzeugte. Ein anderer Weg bestand darin, die Ladung an den einzelnen Stellen elektrometrisch zu bestimmen, die ein Auffänger dort in einer gewissen Zeit erlangte. Es wurde hierbei ein Hankelsches Elektrometer von großer Empfindlichkeit und sehr kleiner Kapazität benutzt. Die Ausschläge waren gut meßbar, doch ergaben sich in den einzelnen Spektralgebieten nur sehr kleine Unterschiede, was wohl auf das Leitendwerden der Luft unter dem Einfluß der Kathodenstrahlen zu schieben war. Man hätte also, um mit der Methode einwandfreie Resultate erzielen zu können, den Entladungsraum vom Raum der magnetischen Ablenkung vollkommen luftdicht trennen und letzteren auf das höchst erreichbare Vakuum bringen müssen, was eine sehr schwierige Aufgabe gewesen wäre. Es blieb nun noch ein dritter Weg: aus der photometrisch gemessenen Helligkeit die Elektrizitätsmenge zu berechnen.

§ 6.

Dieser Weg setzte eine Kenntnis der Abhängigkeit der Helligkeit vom Potential und der Stromdichte der Kathodenstrahlen voraus, wobei unter dem Potential der Strahlen die

Potentialdifferenz zwischen Kathode und dem Punkt verstanden ist, in welchem die Strahlen beobachtet werden.[1]) Zu dieser Bestimmung benutzte ich ein Entladungsrohr, wie es Fig. 4 darstellt. Der 7 cm lange Entladungsraum enthielt eine kleine Hohlspiegelkathode und war durch ein Doppeldiaphragma mit 4 mm Öffnungsdurchmesser abgeschlossen. Er erweiterte sich in einen 8 cm langen Raum, der am unteren Ende senkrecht zur Zeichnungsebene der Figur in einen weiten Schliff *S* auslief, mit dem ein Auffänger *A* eingeführt werden konnte, durch einen kleinen Schliff im Konus des ersten drehbar angeordnet. Der Auffänger war ein zur Erde abgeleiteter hohler Messingwürfel, an der Seite, an welcher die Kathodenstrahlen einfielen, durch ein Drahtnetz verschlossen. Im Inneren befand sich, durch Ebonit von den Wänden isoliert, ein metallischer Hohlzylinder, der durch ein Galvanometer zur Erde abgeleitet werden konnte. Die eine Seite des Auffängers trug den Fluoreszenzschirm, der durch eine Drehung des Schliffs der Bestrahlung ausgesetzt wurde; dann fielen also die Kathodenstrahlen nicht in den Zylinder. Durch den seitlichen Ansatz *B* wurde die Stärke des Fluoreszenzlichtes beobachtet; die Öffnung von *B* war mittels einer aufgekitteten Glasplatte luftdicht verschlossen.



K	Kathode.
D, *D*	Diaphragmen.
S	Schliff.
M	geerdeter Mantel des Auffängers.
C	innen Zylinder desselben.
F	Fluoreszenzschirm.
B	Stutzen zur Helligkeitsbeobachtung.
A	Auffänger.

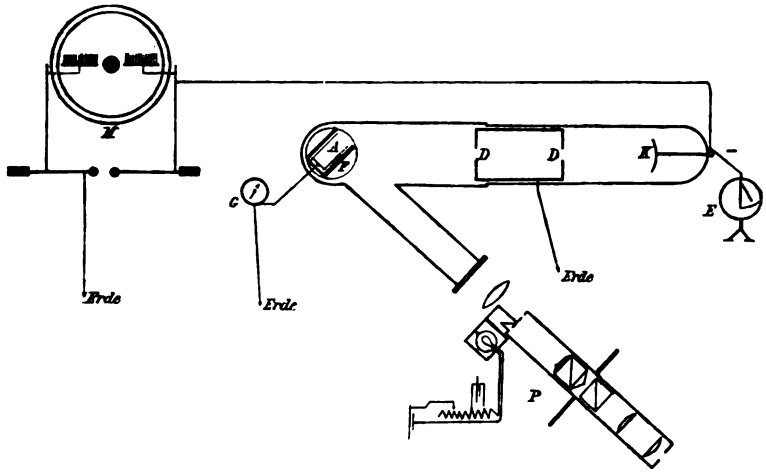
Fig. 4.

Zur Erzeugung der Strahlen diente eine 2plattige Influenzmaschine, die nach guter Reinigung bei konstanter Tourenzahl so regelmäßig arbeitete, daß der vom Auffänger auf-

1) Über diese Frage sind kurz nach dem Erscheinen meiner Dissertation in diesen Annalen (Ann. d. Phys. 12. p. 462. 1903) Messungen von Hrn. Lenard veröffentlicht worden. Doch beziehen sich diese Messungen auf kleinere Potentiale als die von mir benutzten, hören nämlich auf bei Potentialen, bei welchen meine beginnen. Auch ist die von Hrn. Lenard benutzte Messungsmethode eine andere als die meinige. Die Mitteilung meiner Ergebnisse dürfte daher auch an dieser Stelle nicht überflüssig sein.

genommene Kathodenstrahlenstrom einem galvanischen Element zu entstammen schien. Das Photometer war ein von Hrn. Martens[1]) konstruiertes Polarisationsphotometer; das Vergleichslicht eine kleine Glühlampe, die mit bedeutender Unterspannung brannte, welche durch Kompensation gegen ein Normalelement auf $^1/_{1000}$ Volt konstant gehalten werden konnte. Ihr Licht wurde durch farbige Gelatine und Gläser gefärbt und der Farbe des Fluoreszenzmittels gleich gemacht; dadurch ließ sich eine gute Photometereinstellung erreichen.

Die Messungen selbst wurden so ausgeführt, daß zunächst, während der Auffänger die offene Seite den einfallenden Strahlen



M Maschine. *K* Kathode. *D, D* Diaphragmen. *A* Auffänger. *G* Galvanometer. *P* Photometer. *E* Elektrometer. *F* Fluoreszenzschirm.

Fig. 5.

zukehrte, die elektrischen Größen bestimmt wurden; sodann wurde er um einen durch einen Anschlag markierten Winkel gedreht, so daß die Strahlen auf den Fluoreszenzschirm auffielen, und die entstehende Helligkeit aus vier Photometereinstellungen bestimmt, endlich in der Anfangsstellung eine Kontrolle der elektrischen Größen vorgenommen. Bei der photometrischen Messung fielen nur im Augenblick der eigentlichen Einstellung die Strahlen auf das Fluoreszenzmittel auf,

1) F. F. Martens, Phys. Zeitschr. 1. p. 299—303. 1900.

in der übrigen Zeit wurden sie durch Erregung eines Elektromagneten abgelenkt. Durch diese Maßregel erlangte man zu verschiedenen Zeiten bei denselben Verhältnissen von Entladungspotential und Strom immer die gleichen Einstellungen und die Ermüdung des fluoreszierenden Stoffes machte sich nicht störend bemerkbar. Die gesamte Versuchsanordnung zeigt Fig. 5.

§ 7.

Da die orientierenden Messungen zeigten, daß die Helligkeit nicht immer der auffallenden Energiemenge proportional war, so zerfiel die Untersuchung von selbst in zwei Teile; einmal galt es zu bestimmen, wie sich bei konstant gehaltenem Entladungspotential und veränderlichem Strom die Helligkeit änderte, andererseits war ihre Änderung bei konstantem Strom und veränderlichem Entladungspotential zu messen. Zunächst wurde das erstere ausgeführt. Um bei konstantem Potential verschiedene Stromstärken im Entladungsrohr zu erhalten, genügt es nicht, die Tourenzahl der Influenzmaschine zu verändern, da bei einer Vermehrung derselben im allgemeinen wohl der Strom zunimmt, aber auch das Entladungspotential ansteigt. Um letzteres wieder auf den alten Wert zu bekommen, muß man den Druck im Apparat variieren können. Dies geschah einerseits durch Heben oder Senken des Quecksilberniveaus in der Luftpumpe, andererseits durch eine am Rohre angeschmolzene Glaskapillare, die gewöhnlich durch einen fest angedrückten Gummipfropfen verschlossen, momentan durch Entfernen desselben geöffnet werden konnte und ein außerordentlich kleines Luftquantum in den Apparat eintreten ließ. Die Tourenzahl der Maschine war in sehr engen Grenzen variabel gemacht dadurch, daß zum Anker des sie antreibenden Elektromotors, der einen sehr kleinen Widerstand hatte, ein fein regulierbarer Nebenschluß von hohem Widerstand gelegt wurde.

Das Resultat der Messungen für Calciumsulfid als fluoreszierende Substanz zeigt die Tab. I (Kurve A). Man erkennt, daß die Abhängigkeit der Helligkeit vom Strom bei konstantem Potential linear ist; dieselbe Beziehung ist von Hrn. Lenard für kleinere Geschwindigkeiten gefunden worden.[1]) Erst bei sehr großen Helligkeiten, wie sie bei den Messungen nicht benutzt werden, nimmt die Helligkeit langsamer als der Strom

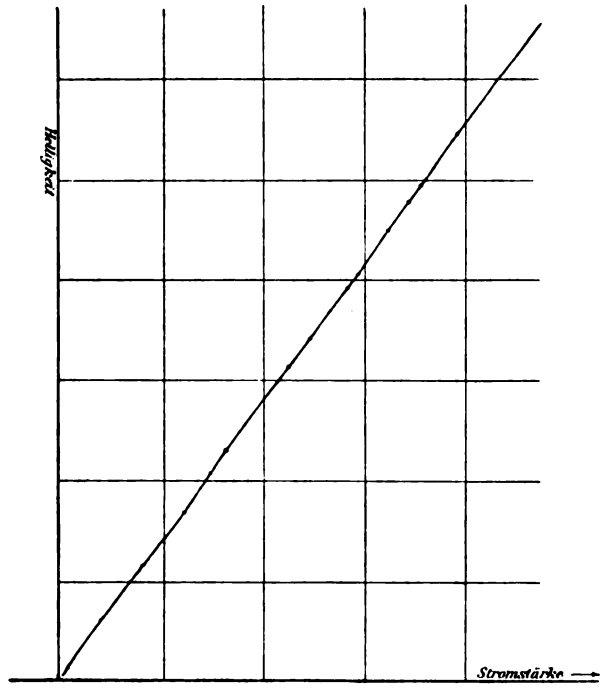
1) P. Lenard, l. c.

zu. Das Resultat der linearen Beziehung wird verständlich, wenn man bedenkt, daß bei konstantem Entladungspotential die Qualität der erzeugten Kathodenstrahlen mit einer Änderung des Stromes sich nicht ändert, sondern daß dabei nur die Quantität der erzeugten Strahlen eine andere wird.

Tabelle I.

Entladungspotential konstant. Helligkeit als Funktion des Stromes.

Strom	Helligkeit	Strom	Helligkeit
2,5	20,0	11,25	82,6
4,0	31,3	12,6	93,0
5,25	39,5	14,11	102,2
6,0	46,1	14,57	108,0
6,86	51,4	15,36	111,7
7,47	54,9	16,30	118,9
8,10	62,0	17,97	128,1
9,30	67,9	18,33	135,0
9,91	73,4	19,67	140,0
10,46	77,0	21,0	148,2



Kurve A. Entladungspotential konstant.

§ 8.

Es folgte nun die Bestimmung der Abhängigkeit der Helligkeit vom Entladungspotential, während der Strom im Apparat konstant blieb. Die Einregulierung der Stromstärke bei verschiedenen Potentialen auf immer den gleichen Wert war mühsam und konnte durch Änderung der Maschinengeschwindigkeit, des Druckes und durch Anwendung eines Spitzennebenschlusses, der zur Röhre parallel geschaltet war, bewirkt werden. Da sie bei hohen Potentialen nicht immer gut zu erreichen war, wurde in solchen Fällen die Stromstärke der erforderlichen möglichst nahe gebracht und der richtige Helligkeitswert aus dem beobachteten durch Interpolation bestimmt. Die Messung des Entladungspotentiales geschah bis zu 12000 Volt mit einem geeichten Braunschen Elektrometer.

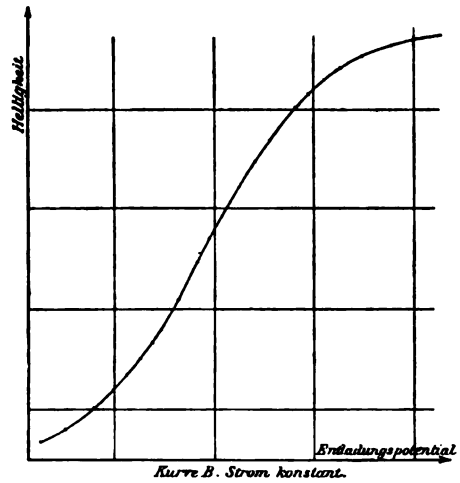
Bei höheren Potentialen lud das zu messende die eine Platte eines Kohlrauschschen Plattenkondensators, an dessen anderer Platte ein Elektrometer anlag. Der Plattenabstand betrug ca. 7 cm, die Eichung der Kombination erfolgte empirisch. Durch diese Anordnung ließen sich Potentiale bis zu 25000 Volt gut messen; Bedingung für eine exakte Messung ist aber vollkommene Isolation des Systems, die in diesem Falle durch Anwendung von Bernstein als Isoliermittel des Elektrometers gut erfüllt war.

Tabelle II.

Strom konstant. Helligkeit als Funktion des Entladungspotentiales.

Entladungspotential	Helligkeit	Entladungspotential	Helligkeit
3000	28,2	11600	138,5
4220	34,4	12300	148,4
5100	41,1	13200	160,0
6350	54,0	13800	166,1
6900	60,7	14400	172,0
7400	66,6	15000	176,0
8050	76,7	15900	181,2
9200	99,9	17100	184,0
9700	107,5	18000	186,3
10400	120,0	19100	188,1
11000	129,0	20000	192,0

Die erhaltenen Resultate sind aus der Tab. II und der Kurve *B* ersichtlich, für einen Fluoreszenzschirm aus CaS. Das Verhältnis $\frac{\text{Helligkeit}}{\text{Entladungspotential}}$ wächst zuerst mit steigendem Entladungspotential, wird in einem darauf folgenden Ge-



Kurve B. Strom konstant.

biet konstant und nimmt alsdann wieder ab. Die Resultate entstammen zahlreichen Messungen, die untereinander eine gute Übereinstimmung zeigen. Hr. Lenard hat für die von ihm benutzten Potentiale ein anderes Ergebnis gefunden.

§ 9.

Nachdem durch diese Messung eine Kenntnis der Abhängigkeit der Helligkeit von den elektrischen Größen gewonnen war, erschien es möglich, durch die Beobachtung der Helligkeitsverteilung im magnetischen Kathodenstrahlspektrum einen Schluß auf die Verteilung der Stromdichte in diesem ziehen zu können. Die Beobachtungen wurden mit der in § 2 beschriebenen Versuchsanordnung angestellt. Der Messingkasten war durch einen anderen von kleinerer Querdimension ersetzt worden, wodurch man eine viel bessere Konstanz des Vakuums erreichte. Die Erzeugung der Strahlen geschah mit einer 20plattigen Maschine neuer Konstruktion, deren Strom so stark war, daß die magnetischen Spektren eine zur Messung

gut ausreichende Helligkeit erlangten. Als Photometer diente das bei den früheren Versuchen benutzte; das zu messende Spektralgebiet wurde mittels einer Linse in natürlicher Größe auf der Photometeröffnung abgebildet. Um die Lage des abgebildeten Gebietes genau bestimmen zu können, trug die Abschlußplatte des Kastens eine Glasskale, auf der die Marken und Striche durch seitlich einreflektiertes Licht einer Glühlampe hell auf dunklem Grunde sichtbar gemacht werden konnten. Durch die Linse wurde diese Skale gleichfalls auf der Photometeröffnung abgebildet, und gestattete damit eine genaue Bestimmung der Lage des gemessenen Bezirkes. Innerhalb einer Messung wurde genau auf Konstantbleiben des Vakuums und der Tourenzahl der Maschine geachtet; das Photometer wurde durch das Spektrum hindurchgeführt, die einzelnen Gebiete von den helleren zu den dunkleren hin erschienen nacheinander auf der Photometeröffnung. Zum Schluß wurde noch einmal auf das zuerst gemessene Gebiet eingestellt und damit die etwaige Veränderung des Vakuums festgestellt.

§ 10.

Die Resultate der Messungen sind durch die Tab. III und die Kurven C dargestellt. Letztere zeigen die Stromdichte als Funktion der Kathodenstrahlengeschwindigkeit. Die Geschwindigkeiten nehmen von links nach rechts hin ab, so daß der am meisten links liegende Teil der Kurven der am wenigsten abgelenkten Kante des Spektrums entspricht.

Die Resultate sind auf folgende Weise gefunden. Für die einzelnen Spektralbezirke sind durch Bestimmung der Größe der magnetischen Ablenkung die Geschwindigkeiten, und damit die Entladungspotentiale der dorthin treffenden Strahlen bestimmt. Setzt man nun die der größten im Spektrum vorkommenden Helligkeit entsprechende Stromdichte gleich 100, so liefert die Kurve B durch graphische Interpolation für jedes andere Entladungspotential, also jede andere Geschwindigkeit und mithin für jeden anderen Spektralbezirk, die, der Stromdichte 100 entsprechende Helligkeit H_{100}. Da aber nach Kurve A bei konstanter Geschwindigkeit die Helligkeiten sich wie die Stromdichten verhalten, findet man aus der für einen

bestimmten Spektralbezirk gemessenen Helligkeit Hg die zugehörige Stromdichte x aus:

$$Hg : H_{100} = x : 100.$$

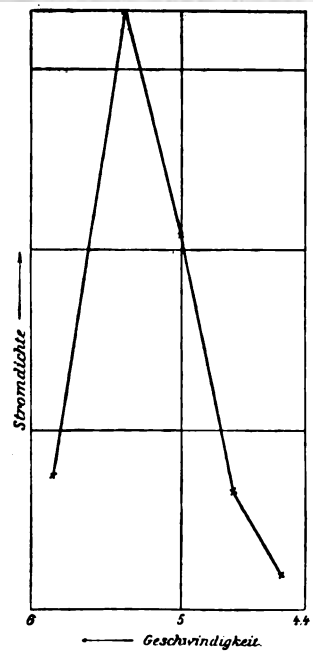
Tabelle III.

Magnetische Spektren.

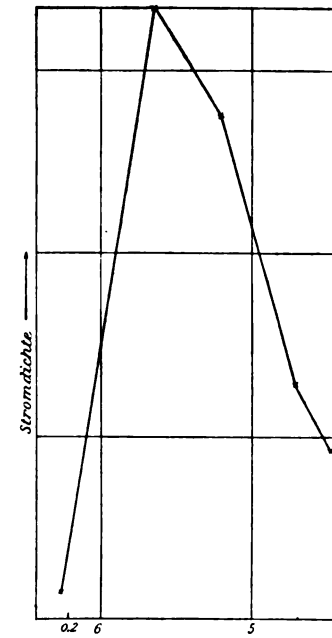
Entladungspotential	Spektralgebiet (Ablenkung)	Geschwindigkeit	Helligkeit	Elektrizitätsmenge
11000	dir. Fl. (43 mm)	$6{,}40 \cdot 10^9$	—	—
9220	I. Geb. 47—51 mm	5,85	10,6	22,7
7820	II. „ 51—55 „	5,39	33,4	100
6730	III. „ 55—59 „	5,00	18,1	63
5860	IV. „ 59—63 „	4,66	4,5	19,7
5140	V. „ 63—67 „	4,36	1,2	6,0
12000	dir. Fl. (37,3 mm)	$6{,}69 \cdot 10^9$	—	—
10440	I. Geb. 40 mm	6,24	4,93	4,44
8630	II. „ 44 „	5,66	81,09	100
7260	III. „ 48 „	5,20	45,55	82,4
6190	IV. „ 52 „	4,70	17,18	38,0
5320	V. „ 56 „	4,45	10,6	27,6
4640	VI. „ 60 „	4,16	6,46	19,5
13000	dir. Fl. (36 mm)	$6{,}96 \cdot 10^9$	—	—
11600	I. Geb. 38 mm	6,60	13,3	9,47
9560	II. „ 42 „	5,97	107,2	100
7990	III. „ 46 „	5,42	68,1	91
6750	IV. „ 50 „	5,02	34,75	61,8
5790	V. „ 54 „	4,64	13,3	29,22
5020	VI. „ 58 „	4,32	10,6	27,26
4390	VII. „ 62 „	4,04	7,19	20,09
3870	VIII. „ 66 „	3,80	3	12
14000	dir. Fl. (45 mm)	$7{,}24 \cdot 10^9$	—	—
12800	I. Geb. 47 mm	6,92	204	100
10900	II. „ 51 „	6,39	152,2	89,7
9870	III. „ 55 „	5,92	89,15	28,96
8150	IV. „ 59 „	5,52	25,6	25,0
7150	V. „ 63 „	5,16	16,88	20,5
6500	VI. „ 66 „	4,94	5,69	8,3

Tabelle III (Fortsetzung).

Entladungspotential	Spektralgebiet (Ablenkung)	Geschwindigkeit	Helligkeit	Elektrizitätsmenge
16500	dir. Fl. (34,5 mm)	7,84 . 10⁹	—	—
16000	I. Geb. 35 mm	7,73	160,2	100
12900	II. „ 39 „	6,94	152,3	11,66
10600	III. „ 43 „	6,28	49,05	4,49
9290	IV. „ 47 „	5,88	42,25	4,49
8150	V. „ 51 „	5,52	30,8	4,48
7000	VI. „ 55 „	5,10	13,3	3,00
	(doppelte Blättchendicke)			
17000	dir. Fl. (42,2 mm)	7,96 . 10⁹	—	—
16400	I. Geb. 43 mm	7,83	11,9	46,5
13700	II. „ 47 „	7,16	32,1	100
11800	III. „ 51 „	6,60	18,98	68,7
10000	IV. „ 55 „	6,12	13,00	55,1
8710	V. „ 59 „	5,71	7,59	43,4
7650	VI. „ 63 „	5,34	4,54	34,1
6770	VII. „ 67 „	5,02	3,11	28,8

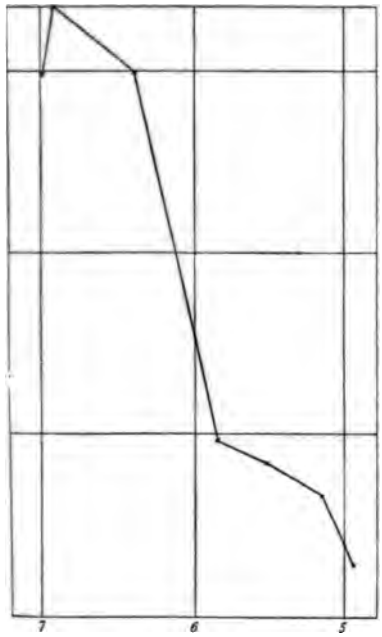


Kurve C. Entladungspotential 11000 Volt

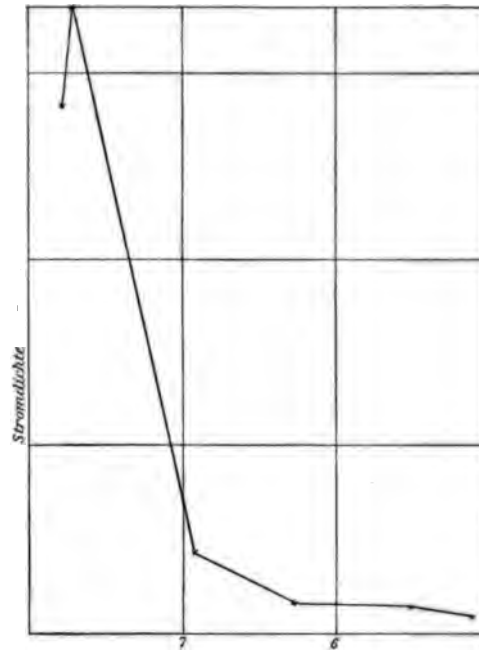


Kurve C. Entladungspotential 12000 Volt.

Betrachtet man die Kurven *C*, so findet man, daß bei Potentialen der auffallenden Kathodenstrahlen, für welche die Durchlässigkeit der Blättchen gering ist, das Maximum der Stromdichte nicht bei den größten Geschwindigkeiten liegt, sondern nach kleineren zu verschoben ist. Alle hindurchgegangenen Strahlen haben an Geschwindigkeit verloren, entsprechend dem dunklen Zwischenraum zwischen direktem Fleck und Unterkante; die Stromdichte für die größten im Spektrum



Kurve C Entladungspotential 14000 Volt.



Kurve C. Entladungspotential 18500 Volt.

vorhandenen Geschwindigkeiten ist sehr klein; erreicht ihren größten Wert bei etwas kleineren Geschwindigkeiten und fällt dann ziemlich schnell mit abnehmender Geschwindigkeit. Bei steigendem Potential der auffallenden Strahlen verändert sich der Charakter der Kurven. Bei 14000 Volt z. B. liegt das Maximum der Stromdichte den größten im Spektrum vertretenen Geschwindigkeiten viel näher; nur wenige Strahlen besitzen noch eine größere Geschwindigkeit als die Haupt-

menge. Hinter dem Maximum fällt die Stromdichte nicht mehr gleichmäßig mit der Geschwindigkeit ab, sondern zunächst viel rascher, um von einem gewissen Werte an gleichmäßig abzunehmen. Steigt das Potential der auffallenden Strahlen noch weiter (16500 Volt), so liegt das Maximum an der Unterkante des Spektrums, die meisten Strahlen haben ihre ursprüngliche Geschwindigkeit beibehalten.

Kurve Ca. Dopp.-Blättchendicke Entladungspotential 17000 Volt.

Die Kurve fällt sehr steil ab zu einem kleinen Werte und verläuft dann wieder gleichmäßig; d. h. es sind Strahlen kleinerer Geschwindigkeit vorhanden, aber in nur kleiner Zahl und diese nimmt mit abnehmender Geschwindigkeit nur sehr langsam ab. Bei diesen Versuchen ist die Dicke des Blättchens unverändert geblieben, ändert man sie, so beobachtet man dieselbe Abhängigkeit der Elektrizitätsmenge von der Geschwindigkeit, wie sie die Kurven darstellen, aber bei anderem Potential der auffallenden Strahlen. So bezieht sich die Kurve *Ca*

auf ein Potential von 17000 Volt und eine Blättchendicke von 0,0036 mm, gleich der doppelten der früher benutzten. Wie man sieht, ist der Verlauf der Kurve demjenigen bei 11000 Volt und einfacher Dicke ähnlich.

§ 11.

Nimmt man an, daß die von Kathodenstrahlen beim Durchgang durch Metalle getroffenen Körperteilchen mit Masse behaftete Kraftzentren sind, die auf die Elektronen mit einer Kraft wirken, welche mit abnehmender Entfernung stark wächst[1]), so läßt die Theorie voraussehen, daß die aus einem Blättchen austretenden Kathodenstrahlen nicht ganz diffus verlaufen können, sondern daß im austretenden Bündel die Richtung der einfallenden Strahlen bevorzugt sein muß, um so mehr, je größer die Geschwindigkeit der letzteren und je kleiner die Dicke des Blättchens ist. Dies wurde in der Tat bereits von Hrn. des Coudres[2]) beobachtet. Durch die folgenden Versuche über dieses Verhalten sollte das Potential der einfallenden Strahlen ermittelt werden, bei welchem im austretenden Bündel die Bevorzugung der Richtung der einfallenden Strahlen beginnt. Ich benutzte dabei eine Röhre von der Gestalt der Fig. 6. Im Zentrum der Kugel *A* befand sich ein dünnes Metallblättchen, ein Diaphragma im geerdeten, das Rohr *B* verlängernden Messingzylinder *M* bedeckend. In den letzteren fielen Kathodenstrahlen von konstanter Geschwindigkeit an der Hohlspiegelkathode *K* mit der 20 plattigen Maschine erzeugt ein, konnten daher in die Halbkugel nur nach dem Durchgang durch das Blättchen gelangen. Die Glaswand der Kugel war durch einen gleichmäßigen Überzug von Calciumsulfid

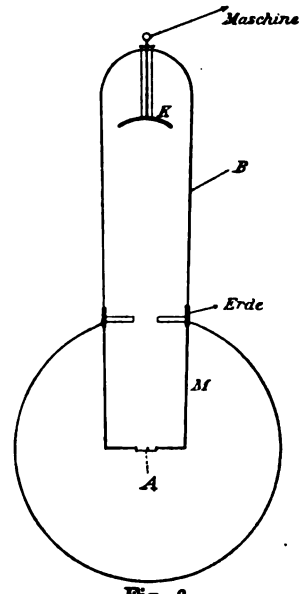


Fig. 6.

1) E. Warburg, Verh. d. Phys. Gesellsch. 1904. Heft 1.
2) Th. des Coudres, Physik. Zeitschr. 4. p. 140. 1902.

zum Fluoreszieren geeigneter gemacht. Bei einem Entladungspotential von 12000 Volt bemerkte man zuerst ein an allen Stellen der Kugel gleich starkes Fluoreszieren; die austretenden Strahlen verliefen also vollkommen diffus. Beim Steigern des Entladungspotentiales nahm die Helligkeit der Fluoreszenz an allen Stellen der Kugel zu, bis zu einem Potential von 20000 Volt, wo man zwar nicht mit bloßem Auge, aber mit dem Photometer eine hellere Fluoreszenz der zentraleren, in der Verlängerung der Einfallsrichtung liegenden Glaswandpartien bemerken konnte. Bei noch höherer Geschwindigkeit der Strahlen, bei 22000 Volt, trat der Helligkeitsunterschied der verschiedenen Stellen der Halbkugel so deutlich hervor, daß man ihn ohne Photometer sehen konnte. Der Übergang von helleren zu dunkleren Stellen war durchaus gleichmäßig und ohne irgend einen Sprung in der Intensität. Der Versuch zeigt, daß bei dem Entladungspotential 16500 Volt, bei dem das letzte Spektrum gemessen wurde, eine bevorzugte Strahlenrichtung im Blättchen nicht vorhanden ist, sondern daß die Strahlen vollkommen diffus in ihm verlaufen.

§ 12.

Um die Theorie des Hrn. Warburg auf die beschriebenen Versuche anwenden zu können, war es nötig, die Durchlässigkeit der benutzten Blättchen zu kennen, d. h.

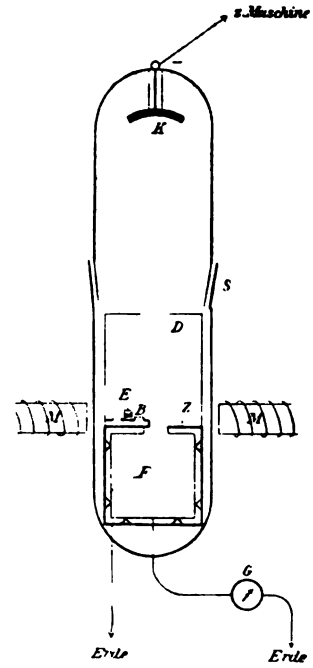
$$\frac{\text{Ladung der durchgegangenen Strahlen}}{\text{Ladung der auffallenden Strahlen}},$$

eine Größe, die mit der Geschwindigkeit der einfallenden Strahlen schnell wächst und auf folgende Weise gemessen wurde. Homogene Kathodenstrahlen fielen in schmalem durch ein Diaphragma begrenzten Bündel (Fig. 7) in einen mit kleiner Öffnung versehenen Faradayschen Zylinder, der durch eine erdabgeleitete Hülle gegen störende Ladungen geschützt und durch ein empfindliches Drehspulgalvanometer zur Erde abgeleitet war. Der Galvanometerausschlag maß also direkt die auffallende Menge. Vor der Öffnung des Faradayschen Zylinders war magnetisch von außen verschiebbar ein kleiner Metallschieber angebracht, der entweder die Öffnung frei ließ, oder

aber sie mit einem dünnen Metallblättchen bedeckte, so daß im letzteren Falle nur Strahlen in den Zylinder gelangten, die das Blättchen durchsetzt hatten. Der Galvanometerausschlag mißt also jetzt die durchgegangene Menge. Für die Messungen ist ein sehr konstantes Vakuum erforderlich, da während der Dauer einer Messung das Entladungspotential sich nicht ändern darf; zur Kontrolle wurde die Messung der einfallenden Menge zweimal, nämlich vor und nach der Bestimmung der hindurchgegangenen gemacht. Die folgende Tabelle gibt die Resultate der Messungen für die Dicken 0,0018 und 0,0036 mm.

V (Volt)	Durchlässigkeit $\delta = 0{,}0018$	$d = 0{,}0036$
11600	0,036	—
13000	0,095	0,018
14000	0,16	0,038
15000	0,24	0,108
16500	0,33	0,150

Auf diese Versuche hat Hr. Warburg seine Berechnungen gegründet.[1])



K Kathode.
S Schliff.
D Diaphragma.
M Magnetfeld.
E weiches Eisenstäbchen.
B Blättchen.
Z geerdeter Zylinder.
F Faradayscher Zylinder.
G Galvanometer.

Fig. 7.

§ 13.

Daß den Herren Lenard und Seitz der Geschwindigkeitsverlust der Kathodenstrahlen beim Durchgang durch dünne Blättchen entgangen ist, glaube ich dem Umstande zuschreiben zu sollen, daß die Herren mit einem Induktorium und daher

1) E. Warburg, l. c.

wahrscheinlich mit sehr hohen Entladungspotentialen gearbeitet haben. Dann muß die Auffindung des Verlustes Schwierigkeiten machen, da, wie die Kurven C zeigen, in solchen Fällen der Hauptteil der hindurchgegangenen Strahlen die alte Geschwindigkeit besitzt und nur ein kleiner Teil mit kleinerer Geschwindigkeit vorhanden ist.

Auch an dieser Stelle sei es mir gestattet, Hrn. Geheimrat Warburg für das stete Interesse an der vorliegenden Arbeit und für fördernden Rat meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Berlin, Physik. Institut d. Univ., 1. August 1904.

(Eingegangen 5. August 1904.)

3. *Zur Messung der Absorption elektrischer Wellen; von Otto Berg.*[1])

(Hierzu Taf. IV, Figg. 1—3.)

Die Kenntnis der Absorption elektrischer Wellen hat durch Drudes Entdeckung ihres Zusammenhanges mit der anomalen elektrischen Dispersion[2]) verschiedener Substanzen erhöhte Bedeutung gewonnen. Drude selbst hat die Größe des Absorptionskoeffizienten in einigen Fällen durch eine mehr indirekte Methode zu erschließen gesucht.[3]) Außerdem ist die Absorption namentlich längerer Wellen von einer Reihe von Autoren[4]) bestimmt worden.

Neuerdings hat Wildermuth[5]) auch bei kürzeren Wellen Absorptionsindices bestimmt.

Alle derartigen Messungen beruhen auf Intensitätsmessungen der elektrischen Wellen. Sie leiden also an den Schwierigkeiten und Übelständen, die überhaupt mit der Messung der Intensität elektrischer Wellen verbunden sind. Der Grund der Schwierigkeiten liegt darin, daß es nicht möglich ist, Wellen von gleichbleibender Intensität einige Zeit hindurch zu erzeugen, da die Funkenstrecke des Erregers infolge der Korrosion der Funkenpole durch die überspringenden Funken dauernden Veränderungen unterworfen ist. Die Sicherheit jeder Einzelbeobachtung ist aus diesem Grunde eine sehr geringe. Darum kann selbst bei groben Abweichungen der Einzelbeobachtungen von den theoretisch zu erwartenden Werten nicht angegeben werden, ob Beobachtungsfehler (Veränderungen in der Funkenstrecke) oder anderweitige Störungen vorliegen. Da der Absorptionsindex für elektrische Wellen aber eine ebenso genau definierte Konstante ist wie andere physikalische

1) Zum Teil nach des Verfassers Habilitationsschrift.

2) P. Drude, Wied. Ann. **58.** p. 1. 1896.

3) P. Drude, Wied. Ann. **60.** p. 43. 1897; Abh. d. k. sächs. Gesellschaft **23.** Nr. II. p. 151. 1896.

4) G. U. Yule, Wied. Ann. **50.** p. 742. 1893; Phil. Mag. **36.** p. 531. 1893; **39.** p. 309. 1895; P. Zeeman, Kon. Akad. van Wetenschappen, Amsterdam, Sept. 1896; A. Eichenwald, Wied. Ann. **62.** p. 571. 1897.

5) K. Wildermuth, Ann. d. Phys. **8.** p. 212. 1902.

Konstanten, so sollte er sich auch mit der sonst verlangten Genauigkeit bestimmen lassen.

Man hat in ähnlichen Fällen wie dem vorliegenden Nullmethoden angewandt. Beispielsweise ist bei Widerstandsmessungen in der Wheatstoneschen Brücke keine konstante Stromquelle erforderlich. Wenn einmal auf Stromlosigkeit der Brücke eingestellt ist, so bleibt die Brücke stromlos, selbst wenn der Speisestrom schwankt oder ganz unterbrochen wird. Ich habe mich daher bemüht, das Prinzip der Nullmethode bei Messung der Absorption zu verwerten.

Dies läßt sich prinzipiell auf zweierlei Weise erreichen. Man kann erstens zwei Wellenzüge von ursprünglich gleicher Intensität zur Interferenz kommen lassen, von denen der eine die auf Absorption zu untersuchende Substanz durchsetzt hat. Man bringt einen Wellenindikator an eine Stelle, wo die Wellen sich bei gleicher Intensität ganz aufheben (Knoten). Ist nun der eine der Wellenzüge durch Absorption geschwächt, so tritt im Knoten keine vollständige Auslöschung mehr ein; man kann nun den anderen Wellenzug in meßbarer Weise so abschwächen, bis die Auslöschung wieder vollkommen ist. Diese Methode ließe sich verwirklichen durch Anwendung eines Drahtvierecks, wie es Hr. Kiessling im hiesigen Institut zur Messung von Dielektrizitätskonstanten benutzt hat.[1]) An der praktischen Durchführung wurde ich dadurch gehindert, daß es mir anfangs nicht gelang, gewisse störende Schwingungssysteme zu vermeiden; dadurch zeigte der Wellenindikator auch in einem Knotenpunkt Wellen an, in dem die Intensität hätte gleich Null sein müssen.

Die zweite Art, eine Nullmethode anzuwenden, besteht darin, daß man die durch einen Wellenindikator angezeigte Intensität der Wellen mit Hilfe einer Nullmethode mißt. Als Wellenindikator ist das Bolometer und das Thermoelement verwendbar. Beim Arbeiten mit Drahtwellen kann man beispielsweise folgendermaßen verfahren: man baut einen nach zwei Seiten symmetrischen Primärerreger (ich benutzte einen Blondlotschen Erreger) und stellt beiderseitig je einen Sekundärerreger auf. Die Paralleldrähte des einen Sekundärerregers

1) K. Kiessling, Dissertation Greifswald 1902.

gehen durch eine Schicht der etwa zu untersuchenden Flüssigkeit hindurch und führen dann in ein Thermoelement (nach Klemenčič). Die elektromotorische Kraft dieses Thermoelementes wird nach einer Kompensationsmethode mit der eines zweiten Thermoelementes verglichen, in das die Paralleldrähte des zweiten Sekundärerregers einmünden. Man vergleicht die elektromotorische Kraft beider Thermoelemente für verschiedene Schichtdicken der Flüssigkeit.

Statt der Thermoelemente könnten auch Bolometerdrähte verwandt werden, deren Widerstände mit der Wheatstoneschen Brücke verglichen werden. Ich habe aber gefunden, daß Thermoelemente eine weit größere Empfindlichkeit besitzen.

Die elektromotorische Kraft der Thermoelemente ist bei den hier in Betracht kommenden Temperaturdifferenzen proportional der in der Zeiteinheit durch die Wellen zugeführten Energie. Soll das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte beider Thermoelemente konstant, d. h. von der Stärke der Erregung, der Wirksamkeit des Funkens etc. unabhängig sein, so muß der primäre Erreger, von diesen Faktoren unabhängig, den beiden Sekundärerregern in stets gleichbleibendem Verhältnis Energie zustrahlen. Diese Bedingung ist nicht unter allen Umständen erfüllt.

Werden beispielsweise in den Sekundärkreisen auf den Paralleldrähten Brücken aufgelegt, so daß die Sekundärkreise als Resonatoren aufzufassen sind, so wird von den Sekundärkreisen auf den Primärerreger Energie zurückgestrahlt. Diese Rückstrahlung kann je nach dem Grade der Resonanz verschieden stark sein. Läßt man, wie es üblich ist, die Paralleldrähte in die Flüssigkeit so eintreten, daß die Eintrittsstelle in einen Knoten des durch Reflexion hervorgerufenen stehenden Wellensystems fällt, so ändert sich der Grad der Resonanz mit der Dicke der Flüssigkeitsschicht; je nach der Dicke derselben bilden die Drähte innerhalb der Flüssigkeit ein resonierendes oder nicht resonierendes System. Damit wird auch die Rückstrahlung auf den Primärerreger größer oder kleiner werden.

Ich wurde auf diese Tatsachen durch folgenden Versuch hingewiesen. In beiden Sekundärkreisen war eine Brücke aufgelegt. Die Flüssigkeit (Wasser) war so angebracht, daß die

Eintrittsstelle der Drähte in einen Schwingungsknoten fiel. Hinter der Flüssigkeit führten die Drähte in einer längeren Leitung zum Thermoelement. Die Länge dieser Leitung war so groß, daß Resonanzerscheinungen auf derselben (wegen der zeitlichen Dämpfung der Schwingungen) nicht mehr auftraten. Im anderen Sekundärkreis war das Thermoelement hinter der Brücke so angebracht, daß es eine zweite Brücke bildete. Die richtigen Lagen der ersten und zweiten Brücken und der Eintrittsstelle der Paralleldrähte in das Wasser waren durch besondere Vorversuche festgestellt worden. Ich bestimmte nun das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte beider Thermoelemente und veränderte sodann die Länge des Erregerfunkens. Dabei zeigte sich, daß das Verhältnis beider Thermoelemente ein anderes geworden war.

Dies Verhalten erklärt sich dadurch, daß die Wellenlänge (und wohl auch die Dämpfung) der vom Erreger ausgesandten Schwingungen mit der Funkenlänge des Erregerfunkens variiert. Die Wellenlänge nimmt etwas zu, wenn die Funkenlänge abnimmt, da mit abnehmender Funkenlänge die Kapazität des Erregers wächst. Wenn nun beide Sekundärkreise nicht ganz genau auf gleiche Schwingungsdauer abgestimmt sind, so muß derjenige stärker ansprechen, dessen Schwingungsdauer besser mit der des Primärerregers übereinstimmt.

Tatsächlich war es möglich, durch sorgfältiges Ausprobieren Stellungen für die Brücken, das Thermoelement und die Wasseroberfläche zu finden, derart, daß das Verhältnis der durch beide Thermoelemente gemessenen Intensitäten wenigstens innerhalb gewisser Grenzen von der Länge des Erregerfunkens unabhängig war. Änderte man nun aber die Dicke der Wasserschicht, so gewann sofort die Länge der Funkenstrecke wieder ihren Einfluß; derselbe verschwand nur für gewisse Schichtdicken, die sich um die halbe Wellenlänge der Schwingungen in Wasser voneinander unterschieden.

Es folgt daraus, daß das Verhältnis der den beiden Sekundärkreisen zugestrahlten Energiemengen auch bei konstanter Funkenlänge nicht konstant bleiben kann, wenn in dem einen der Sekundärkreise die Resonanzverhältnisse sich ändern. Eine Versuchsanordnung, wie die eben beschriebene, leidet also notwendig an einer Fehlerquelle und wird sich zur Messung

der Absorption nicht ohne weiteres verwenden lassen. Allerdings konnte sich dies bei den bisher benutzten Meßmethoden nicht bemerkbar machen.

Um diese Schwierigkeiten zu vermeiden, habe ich die Flüssigkeitsschicht in so großer Entfernung vom Erreger angebracht, daß auch auf den Paralleldrähten zwischen Erreger und Flüssigkeit voraussichtlich keine Resonanzerscheinungen auftreten konnten. Somit ergab sich die Versuchsanordnung, wie sie in der Fig. 1 skizziert ist. Dort befindet sich bei *c* das Gefäß mit der Flüssigkeit (Wasser), bei *a* und *b* die Thermoelemente. Zur Ausführung der Kompensation dient eine Brückenwalze und ein Galvanometer.

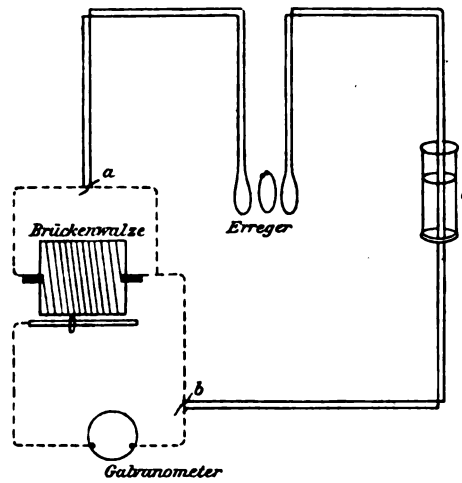


Fig. 1.

Berechnung der Interferenzen.

Durch Reflexion der Wellen an der Eintrittsstelle der Drähte in die Flüssigkeit und an der Austrittsstelle treten in bekannter Weise Interferenzen auf. Dieselben bewirken, daß die Intensität der durchgegangenen Wellen mit wachsender Schichtdicke der Flüssigkeit periodisch ab- und zunimmt, und zwar unter abnehmender Amplitude. Zeichnet man eine Kurve mit den Schichtdicken als Abszissen und den am Thermoelement gemessenen Intensitäten als Ordinaten, so hängt der Verlauf dieser Kurve von der Wellenlänge, der Dämpfung und Absorption der Schwingungen in der Flüssigkeit ab. Es handelt sich darum, aus dem Verlauf der Kurve diese 3 Größen, speziell die Absorption zu berechnen.

Den Verlauf der Kurve zu berechnen, hat keine Schwierig-

keit, wenn man sich, was praktisch ausreichend ist, auf die Maxima und Minima beschränkt, und wenn man die Annahme macht, daß in die Flüssigkeit eine reine logarithmisch gedämpfte Sinusschwingung eintritt. Die Annahme einer einfach gedämpften Sinusschwingung ist sicher nicht berechtigt, wenn auf den Paralleldrähten eine Brücke liegt; denn in diesem Falle muß im Sekundärkreise infolge der Resonanz die Amplitude der Schwingung zuerst zunehmen, bis ein Gleichgewichtszustand zwischen Zustrahlung vom primären Erreger und Fortleitung der Wellen über die Brücke hinweg, Rückstrahlung etc. eintritt; von da an nimmt die Amplitude wieder ab. Ich habe aus diesem Grunde, ebenso wegen der oben dargelegten Schwierigkeiten (p. 309 ff.) und gleichzeitig zur Erzielung größerer Intensitäten die Brücken in beiden Sekundärkreisen ganz fortgelassen und versucht, durch geeignete Einrichtung des Erregers möglichst reine Wellen zu erzeugen.

Die Berechnung der Maxima und Minima der Interferenzkurve ist unter der genannten Voraussetzung von Wildermuth durchgeführt worden. Der von ihm angegebene Weg der Ableitung gibt zu Bedenken Anlaß. Darum soll, obwohl die von Wildermuth gefundene Schlußformel richtig ist, der Gang der Rechnung hier kurz angedeutet werden.

Es bedeute d die Dicke der Flüssigkeitsschicht, λ die Wellenlänge in der Flüssigkeit, τ die Schwingungsdauer der Wellen, γ ihre zeitliche Dämpfung, und $\varkappa$ ihre Absorption[1]) in der Flüssigkeit. Dann läßt sich die Stromstärke der in die Flüssigkeit eintretenden Schwingung darstellen als der reelle Teil des Ausdrucks $A' . e^{2\pi(i-\gamma)\frac{t}{\tau}}$, in dem t die Zeit bedeutet.

Beim Wiederaustritt aus der Flüssigkeit wäre dieselbe Welle darzustellen durch

$$A . e^{2\pi(i-\gamma)\frac{t}{\tau} - 2\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}}.$$

Diese komplexen Ausdrücke können nach Drudes Vorgang[2]) mit Vorteil zur Rechnung verwandt werden, solange die in Frage kommenden Gleichungen linear und homogen bleiben.

1) Definiert dadurch, daß die Wellen beim Durchtritt durch die Schicht von der Dicke d im Verhältnis $1 : e^{-2\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}}$ geschwächt werden.

2) P. Drude, Wied. Ann. 60. p. 6. 1897.

Der Wellenzug, der nach p maliger Reflexion an beiden Flüssigkeitsflächen aus der Flüssigkeit austritt, ist gegeben durch

$$i_p = r^{2p} \cdot e^{-4p\pi i\Delta} A \cdot e^{2\pi(i-\gamma)\frac{t}{\tau} - 2\pi\varkappa\frac{t}{\lambda} - 4p\pi(i+\varkappa-\gamma)\frac{d}{\lambda}}.$$

Darin bezeichnet r die Amplitudenverminderung bei der Reflexion, Δ die Phasenverzögerung. Während des Intervalles

$$2n\left(\frac{d}{\lambda}+\Delta\right)\tau \quad \text{bis} \quad 2(n+1).\left(\frac{d}{\lambda}+\Delta\right)\tau$$

superponieren sich auf den Drähten hinter der Flüssigkeit $(n+1)$ Wellensysteme, deren Interferenzeffekt gegeben ist durch

$$I_n = \sum_0^n i_p = A \cdot e^{2\pi(i-\gamma)\frac{t}{\tau} - \varkappa\frac{d}{\lambda}} \cdot \frac{\left(r^2 e^{-4\pi i\Delta}\right)^{n+1} e^{-4(n+1)\pi(i+\varkappa-\gamma)\frac{d}{\lambda}} - 1}{r^2 e^{-4\pi i\Delta} e^{-4\varkappa(i+\varkappa-\gamma)\frac{d}{\lambda}} - 1}.$$

Die im Thermoelement erzeugte Erwärmung ist dem Quadrat der Stromstärke proportional. Um den Gesamteffekt auf das Thermoelement zu finden, ist also für jedes einzelne der oben angegebenen Zeitintervalle das Quadrat der (reellen) Stromstärke nach der Zeit zu integrieren und sodann die Summe aller Integrale bis ins Unendliche zu bilden. Es ist also der Ausdruck zu berechnen:

$$\sum_0^\infty \int_{2n\left(\frac{d}{\lambda}+\Delta\right)\tau}^{2(n+1)\left(\frac{d}{\lambda}+\Delta\right)\tau} R_n^2\, dt,$$

worin R_n den reellen Teil von I_n bezeichnet. Wenn ich Wildermuth recht verstehe, so hat er hier nicht das Quadrat des reellen Teiles von I_n gebildet, sondern das Quadrat von I_n selber, hat dann integriert, summiert und zum Schluß das Reelle vom Imaginären getrennt. Dies Verfahren ist sicher unzulässig, scheint aber, wenn man sich, wie es Wildermuth zum Schluß tut, auf die Maxima und Minima beschränkt, zu einem richtigen Endresultat zu führen.

Man erhält die Maxima der Interferenzkurven, wenn man

$$4\left(\frac{d}{\lambda}+\Delta\right) \text{ gleich einer geraden Zahl } 2m;$$

die Minima, wenn man

$$4\left(\frac{d}{\lambda}+\Delta\right) \text{ gleich einer ungeraden Zahl } (2m+1)$$

setzt. Der Ausdruck von I_n vereinfacht sich in diesen beiden Fällen wesentlich und der reelle Teil läßt sich leicht absondern.

Als Resultat erhält man im ersten Falle:

$$(1) \qquad E_1 = a^2 \cdot \frac{e^{-2m\pi\varkappa}}{1 - R^4 e^{-4m\pi\varkappa}} \cdot \frac{1 + R^2 e^{-2m\pi(\varkappa+\gamma)}}{1 - R^2 e^{-2m\pi(\varkappa+\gamma)}},$$

im zweiten Falle:

$$(2) \qquad E_2 = a^2 \cdot \frac{e^{-(2m+1)\pi\varkappa}}{1 - R^4 e^{-2(2m+1)\pi\varkappa}} \cdot \frac{1 - R^2 e^{-(2m+1)\pi(\varkappa+\gamma)}}{1 + R^2 e^{-(2m+1)\pi(\varkappa+\gamma)}}.$$

In diesen Formel ist gesetzt:

$$R = r \cdot e^{2\pi(\varkappa-\gamma)\Delta}.$$

Die Formeln wären mit der von Wildermuth gegebenen identisch, wenn $R = r$ wäre; tatsächlich ist nach Drude[1]) Δ in den praktisch interessierenden Fällen mit hinreichender Annäherung gleich Null zu setzen.

Zur bequemen Übersicht der Formeln ist zu bemerken, daß (mit $\Delta = 0$) in Formel (1) $2m$, in Formel (2) $(2m+1)$ die Dicke der Flüssigkeitsschicht, gemessen nach Viertelwellenlängen, angibt. Schreiben wir dafür wieder $4 \cdot d/\lambda$, so folgt:

$$(1a) \qquad E_1 = a^2 \cdot \frac{e^{-4\pi\varkappa\cdot\frac{d}{\lambda}}}{1 - R^4 e^{-8\pi\varkappa\cdot\frac{d}{\lambda}}} \cdot \frac{1 + R^2 e^{-4\pi(\varkappa+\gamma)\frac{d}{\lambda}}}{1 - R^2 e^{-4\pi(\varkappa+\gamma)\frac{d}{\lambda}}},$$

$$(2a) \qquad E_2 = a^2 \cdot \frac{e^{-4\pi\varkappa\cdot\frac{d}{\lambda}}}{1 - R^4 e^{-8\pi\varkappa\cdot\frac{d}{\lambda}}} \cdot \frac{1 + R^2 e^{-4\pi(\varkappa+\gamma)\frac{d}{\lambda}}}{1 - R^2 e^{-4\pi(\varkappa+\gamma)\frac{d}{\lambda}}}.$$

Lassen wir in den Formeln (1a) und (2a) d nicht nur ganzzahlige Vielfache von $\lambda/4$ annehmen, sondern auch sämtliche Zwischenwerte, so erhalten wir aus (1a) die Gleichung einer Kurve, auf der sämtliche Maxima liegen, aus (2a) die Kurve sämtlicher Minima.

Wir bilden nun das geometrische Mittel von E_1 und E_2 und erhalten nach (1a) und (2a):

$$(3) \qquad \sqrt{E_1 \cdot E_2} = E = a^2 \cdot \frac{e^{-4\pi\varkappa\cdot\frac{d}{\lambda}}}{1 - R^4 e^{-8\pi\varkappa\cdot\frac{d}{\lambda}}}.$$

1) P. Drude, Abhandl. d. sächs. Akad. d. Wissensch., math.-phys. Klasse 13. p. 125.

Die rechte Seite dieser Gleichung läßt sich in die Summe zerlegen:

$$\left(a \cdot e^{-2\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}}\right)^2 + \left(a \cdot R^2 e^{-6\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}}\right)^2 + \left(a R^4 e^{-10\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}}\right)^2 + \ldots$$
$$+ \left(a R^{2n} e^{-(2+4n)\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}}\right)^2 + \ldots$$

Die einzelnen Glieder dieser Reihe sind den Energien des direkt durch die Flüssigkeit gegangenen, des 1 mal, 2 mal ... n mal in der Flüssigkeit hin- und herreflektierten Wellenzuges proportional. Die der Gleichung (3) entsprechende geometrische Mittellinie der Kurven (1a) und (2a) repräsentiert also die Superposition der Wirkungen des 0 mal, 1 mal, 2 mal ... reflektierten Wellenzuges auf das Thermoelement für den Idealfall, daß das Zustandekommen der Interferenzen verhindert wird.

Wenn keine Absorption vorhanden ist ($\varkappa = 0$), so verläuft die Mittellinie parallel zur Abszissenachse. Bei vorhandener Absorption senkt sie sich gegen die Abszissenachse, indem sie sich asymptotisch der Kurve $e = a^2 \cdot e^{-4\pi\varkappa\frac{d}{\lambda}}$ (der gewöhnlichen Dämpfungskurve) nähert. Sie fällt praktisch mit dieser Kurve zusammen, wenn nur der direkt durch die Flüssigkeit hindurchgegangene Wellenzug in Betracht kommt, die ein- und mehrmals hin- und herreflektierten Wellen durch Absorption unmerklich schwach geworden sind.

Die Interferenzkurve selbst schwankt periodisch mit abnehmender Amplitude um die Mittellinie. Aus (1a) und (2a) folgt die der Gleichung (3) analoge Gleichung:

$$\sqrt{\frac{E_1}{E_2}} = \frac{1 + R^2 \cdot e^{-4\pi(\varkappa+\gamma)\frac{d}{\lambda}}}{1 - R^2 \cdot e^{-4\pi(\varkappa+\gamma)\frac{d}{\lambda}}}. \tag{4}$$

Die Annäherung des Quotienten $\sqrt{E_1/E_2}$ an die Einheit kann man als charakteristisch für die Abnahme der Schwankung um die Mittellinie betrachten. Bemerkenswert ist, daß $\sqrt{E_1/E_2}$ durch die Summe von Dämpfung und Absorption $(\varkappa + \gamma)$ bestimmt wird, während die Senkung der Mittellinie selbst *nur* von der Absorption $(\varkappa)$ abhängt (vgl. Gleichung (3)). Zur Berechnung der Absorption ist also die Mittellinie vorzugsweise geeignet.

Störungen.

Direkte Einwirkung des Induktoriums, das zur Erregung der Wellen diente, auf das zur Ausführung der Kompensation benutzte Galvanometer wurde durch geeignete Orientierung der Achse des Induktoriums in der Horizontalen und Vertikalen vermieden.

Anfänglich wurde der Blondlotsche Erreger durch einen Teslatransformator gespeist. Dies hat vor der direkten Verbindung des Erregers mit dem Induktorium mancherlei Vorzüge. Bei Anwendung des Teslatransformators ist die mit dem Thermoelement gemessene Intensität der Wellen eine weit größere. Die Funkenstrecke des Erregers versagt weniger leicht und wird weniger angegriffen. Befindet sie sich, wie im vorliegenden Falle, unter Petroleum, so wird auch das Petroleum weniger angegriffen. Die Ursache dieser Vorzüge sehe ich darin, daß bei Anwendung des Teslatransformators statt einer einzigen Entladung des Induktoriums unter großer Stromstärke eine größere Anzahl von Einzelentladungen geringer Elektrizitätsmengen durch die Funkenstrecke erfolgt.

Leider brachte aber der Teslatransformator eine Reihe von Übelständen mit sich. Eine direkte Induktionswirkung der Primärspule des Transformators auf die Zuleitungsdrähte zum Thermoelement ließ sich nur schwer vermeiden. Schlimmer aber war, daß von der Sekundärspule eine Strahlung ausging, die augenscheinlich den ganzen Beobachtungsraum mit diffusen elektrischen Schwingungen erfüllte. Von dieser Ausstrahlung freizukommen ist mir auf keine Weise gelungen. Ich habe, jedoch ohne jeden Erfolg, den ganzen Beobachtungsapparat: Galvanometer, Brückenwalze, Leitungsdrähte mit metallisch bez. elektrolytisch leitenden, vollkommen geschlossenen und zur Erde abgeleiteten Schutzhüllen versehen. Die vom Teslaerreger ausgehende Strahlung glitt dann augenscheinlich an den Paralleldrähten entlang und trat durch die Thermoelemente hindurch in deren Ableitungen ein, so daß die Lötstellen erwärmt wurden, auch wenn die Paralleldrähte auf eine längere Strecke zusammengelegt wurden.

Wurde das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte der Thermoelemente bestimmt, so zeigte sich, daß dasselbe sich änderte, wenn man die Schutzhülle des Beobachtungsapparates

irgendwo mit der Hand berührte, und zwar war die Änderung ganz verschieden je nach der Stelle, die berührt wurde.

Ich war darum gezwungen, von der Verwendung des Teslatransformators ganz abzusehen. Statt dessen suchte ich nach einer Vorrichtung, welche es gestattete, die Entladung des Induktoriums in eine Reihe von Partialentladungen aufzulösen, ohne schädliche Strahlungen auszusenden. Ich erreichte dies durch eine Versuchsanordnung, die in der Fig. 2 skizziert ist. In die Zuleitungen des Induktoriums zum Erreger sind je zwei kleine Kondensatoren *a* . . . *b* eingeschaltet. Der Vorgang der Erregung gestaltet sich dann folgendermaßen: Nach Unterbrechung des Stromes im Primärkreise des Induktoriums werden die Kondensatorbelege *a a* allmählich aufgeladen und die Belege *b b* laden sich durch Influenz; wenn ihre Spannungsdifferenz einen bestimmten Wert erreicht hat, springt in der Funkenstrecke *f* des Erregers ein Funken über. Das wiederholt sich so oft, bis die Kondensatoren *a* . . . *b* maximal geladen sind; sodann spielt sich der Vorgang in umgekehrter Richtung bis zur völligen Entladung der Kondensatoren ab. Die jedesmal durch die Funkenstrecke gehenden Elektrizitätsmengen entsprechen dabei der Kapazität der Kondensatoren *a* . . . *b* und der Funkenspannung des Erregerfunkens.

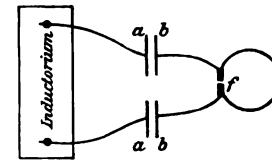


Fig. 2.

Der Erreger arbeitete mit dieser Vorrichtung sehr regelmäßig, die Korrosion der Funkenpole und des Petroleums war sehr gering und die Schwingungen reichlich ebenso kräftig wie beim Teslatransformator. Dabei war eine störende Strahlung nicht zu bemerken. Ein Berühren der von den Thermoelementen zur Brückenwalze und zum Galvanometer führenden Drähte war *ohne* Einfluß (vgl. p. 316).

Dagegen gab das hinter der Flüssigkeitsschicht angebrachte Thermoelement noch immer einen Ausschlag, wenn die Paralleldrähte vor Eintritt in die Flüssigkeit auf einer längeren Strecke (durch aufgesetzte Klammern) aneinander gelegt wurden. Dieser Ausschlag schien mir davon herzurühren, daß die Kondensatorbelege *b b*, die nicht sehr weit voneinander entfernt standen (vgl. Fig. 4 auf p. 320), durch die Funkenstrecke *f* des Erregers

hindurch zu einem Schwingungssystem verbunden waren, das ziemlich kurze, durch die Funken in *f* angeregte Schwingungen ausführen mußte, die sich dann auf die Sekundärkreise übertragen konnten. Um diese Schwingungen unschädlich zu machen, schaltete ich in die Zuleitungsdrähte der Kondensatorbelege *b b* zur Funkenstrecke *f* kurz vor dieser große dämpfende Flüssigkeitswiderstände ein.

Dadurch wurde eine große Verbesserung erzielt. Immerhin zeigte das Thermoelement noch einen gewissen, wenn auch kleinen Ausschlag, wenn die Paralleldrähte zusammengelegt wurden. Dieser Ausschlag wurde dadurch auf einen gerade noch gut merkbaren Bruchteil reduziert, daß zwischen Primärerreger und den Sekundärkreisen je ein Metallschirm gestellt wurde, in den ein Spalt von sorgfältig ausprobierter Länge eingeschnitten war. Der Spalt stand senkrecht zur Richtung der Funkenstrecke. Einen solchen Spalt hat auch Wildermuth, allerdings bei einem anderen Erreger, verwendet. Die Intensität der Wellen wird durch den Spalt nicht verkleinert, sondern vergrößert. Dasselbe gilt von den eben besprochenen Flüssigkeitswiderständen.

Apparate.

Das Induktorium, mit dem die Wellen erzeugt wurden, hatte eine Funkenlänge von 12 cm (System Wydts). Dasselbe besitzt (angeblich) eine ganz schmale Sekundärspule von sehr geringem Widerstand und geringer Selbstinduktion, welche die Mitte der Primärspule umschließt. Als Unterbrecher diente ein Wehneltunterbrecher, dessen Platinspitze in Glas eingeschmolzen war. Dieser Unterbrecher funktionierte regelmäßiger als ein solcher mit verstellbarer Spitze. Die Betriebsspannung betrug 36 Volt.

Die Konstruktion des Erregers ist aus Fig. 3 ersichtlich. Die Pole der Funkenstrecke bestehen aus zylindrischen Messingstücken *f f*, die in den Hartgummiprismen *a b* von rechteckigem Querschnitt stecken. Die beiden Erregerhälften aus Messingdraht *e e* stecken in einem federnden Stück Hartgummi *h* und werden dadurch in Auskörnungen der Messingstücke *f* fest eingedrückt. Die Hartgummihalter *a b* werden durch die Hartgummifeder *d* gegen den Stift *c* gedrückt und

können durch die Schraube g in ihrem gegenseitigen Abstand reguliert werden, wobei der Streifen m als Führung dient. Dadurch ist die Funkenstrecke gut regulierbar. Der Halter b sitzt an dem Arm b_1, und dieser wird durch Schraubstift und Mutter i in einem Schlitz des Winkels b_2 festgeklemmt. Derselbe wird durch die Schraube k an einem (in der Figur nicht angegebenen) Holzbrettchen befestigt, das an die Schmalseite eines Leyboldschen Troges angedrückt wird. Die Umrisse

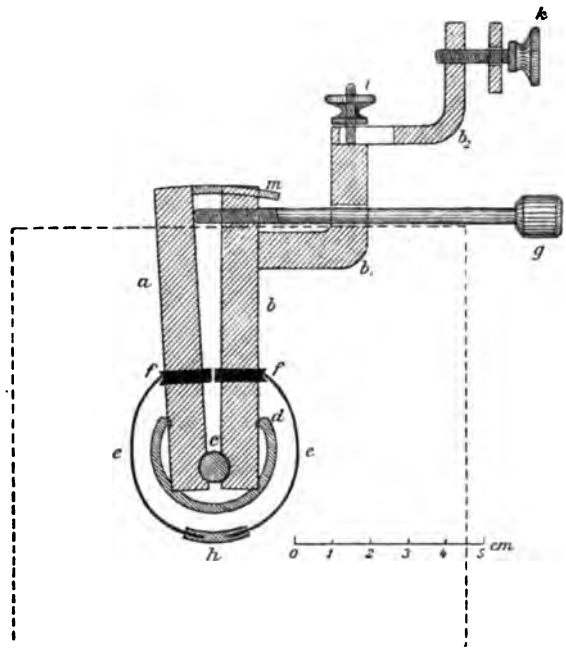
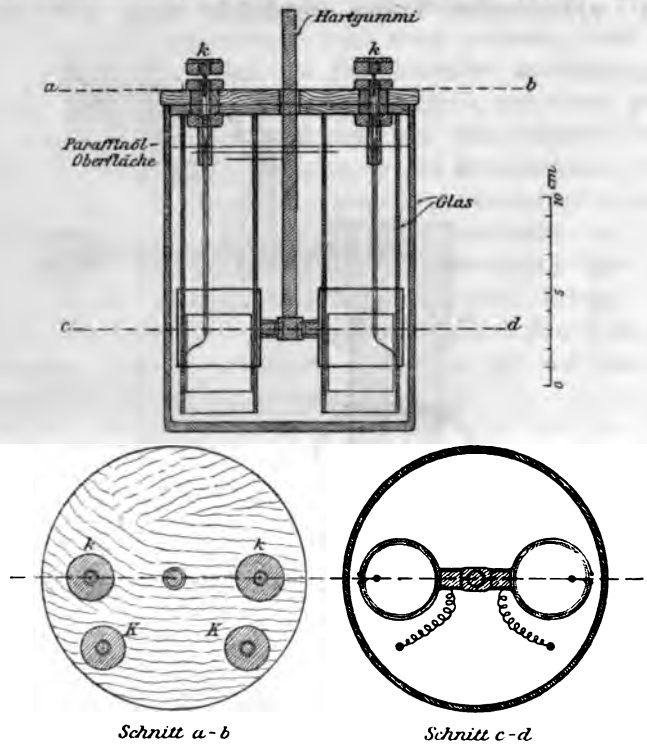


Fig. 3.

des Troges sind in der Fig. 3 durch gestrichelte Linien angegeben. Der Trog ist mit Petroleum gefüllt. Der ganze Erreger befindet sich also in senkrechter Lage in Petroleum. An den Messingstücken $f f$ sind ganz in der Nähe der Funkenstrecke kurze Stücke Platindraht angelötet; dieselben sind in Glasröhren von ca. 7 cm Länge und $2^1/_2$ mm Lumen eingeschmolzen, die mit ihrem anderen, offenen Ende aus dem Troge herausragen. Die Glasröhren werden mit destilliertem Wasser gefüllt und dienen als Dämpfungswiderstände (vgl. p. 318).

Die Zuleitungsdrähte werden in das Wasser eingetaucht. Die von diesem Erreger ausgesandten Wellen haben eine Länge von 74,6 cm.[1])

Die Konstruktion des (auf p. 317 besprochenen) Doppelkondensators ist aus Fig. 4 ersichtlich. Die Kondensatoren haben Zylinderform. Die inneren Belege bestehen aus Stanniolringen im inneren je eines Glasrohres; als äußere Belege sind



k k: Klemmen für die Zuleitungen zu den inneren Kondensatorbelegen.
K K: Klemmen für die Zuleitungen zu den äußeren Kondensatorbelegen.

Fig. 4.

auf demselben Messingröhren verschiebbar angebracht. Dadurch kann die günstigste Kapazität ausprobiert werden.

Die Thermoelemente wurden zuerst ganz nach Art der von Klemenčič angegebenen gebaut; nur war darauf Rück-

1) Die relativ große Wellenlänge erklärt sich durch die dem Erreger gegenüberstehenden Spaltschirme.

sicht genommen, daß sie leicht auf den Paralleldrähten angebracht werden konnten. Späterhin benutzte ich der größeren Empfindlichkeit wegen die von Lebedew[1]) angegebenen Vakuum-Thermoelemente. Das Element besteht aus Eisen- und Konstantandraht von 0,03 mm Durchmesser. Diese Drähte sind in einem Glasgefäß angebracht, wie es die Fig. 5 angibt. Die Vakuumröhre ist bei *a b* durch eingeschmolzene Plättchen aus Platinblech verschlossen. In diese Plättchen sind der Eisen- und der Konstantandraht eingelötet. An die Plättchen werden von außen die Paralleldrähte, welche die Wellen zuführen, angedrückt. *e f* sind Federn, welche die dünnen Drähte straff gespannt halten; *c d* die Ableitungen. Die Elektroden *g h* dienen zur Kontrolle des Vakuums.

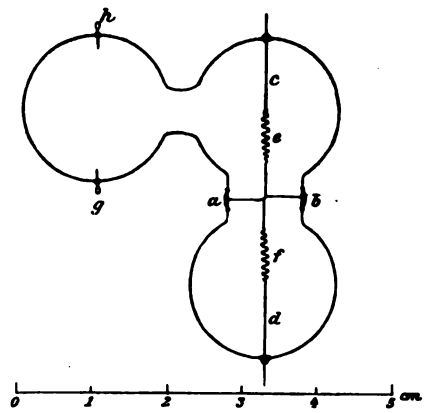


Fig. 5.

Dem primären Erreger stehen in einer Entfernung von etwa 3 cm beiderseitig die Sekundärkreise gegenüber, die etwa denselben Durchmesser wie der Primärkreis besitzen. In dem einen Sekundärkreis führt eine Leitung von Paralleldrähten von 7 bis 8 m Länge zum Flüssigkeitsgefäß, von da eine wieder etwa ebenso lange Leitung zum Thermoelement. Im zweiten Sekundärkreis führt eine gleich lange Leitung zum Thermoelement. Der Abstand der Paralleldrähte ist 11 mm. Um diese großen Längen der Drähte im Zimmer unterzubringen, wurden die Drähte in beiden Sekundärkreisen, wie es die Skizze Fig. 1 (p. 311) andeutet, senkrecht nach oben, bis dicht unter die Zimmerdecke geführt. Sodann liefen sie einige Meter parallel der Zimmerdecke; dann abwärts, einerseits zum Flüssigkeitsgefäß, andererseits zum Thermoelement. Vom Flüssigkeitsgefäß liefen sie bis nahe zum Fußboden, dann an

1) P. Lebedew, Ann. d. Phys. 9. p. 209. 1903.

diesem entlang und schließlich wieder senkrecht in die Höhe zum Thermoelement. Jedoch waren die rechtwinkligen Knicke vermieden und die Drähte zur Erzielung der Richtungsänderungen von 90° je zweimal um 45° umgebogen. Die Drähte bestanden aus straff gespanntem 0,4 mm starkem Kupferdraht.

Als Flüssigkeitsgefäß diente ein Glaszylinder von etwa 80 cm Länge und 8 cm Durchmesser, dessen Boden eine Hartgummiplatte bildete; die Platte besitzt eine Durchbohrung mit Röhrchen zum Ablassen der Flüssigkeit.

Das Galvanometer war Dubois-Rubensscher Konstruktion, wurde mit leichtestem Magnetsystem und mittelstarker Astasierung benutzt und mußte der Erschütterungen wegen aufgehängt werden.

Zur Ausführung der Kompensation wurde, wie erwähnt, eine Brückenwalze nach Kohlrausch benutzt.

Beobachtungen.

Die Flüssigkeit wird bis zu einer bestimmten Marke am Gefäß eingefüllt, die Kompensation der Thermoelemente ausgeführt und die Walzenstellung notiert. Sodann wird ein bestimmtes Volumen Flüssigkeit (bei Wasser meist 20 ccm) abgelassen und wieder beobachtet. Dies wird fortgesetzt, bis alle Flüssigkeit abgelassen ist. Um die entsprechenden Schichtdicken der Flüssigkeit zu kennen, ist das Gefäß sorgfältig kalibriert und die Höhe der Einfüllmarke über dem Gefäßboden gemessen worden.

Um aus den Einstellungen des Kontaktes an der Brückenwalze das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte beider Thermoelemente berechnen zu können, muß das Verhältnis der Widerstände des Walzendrahtes und des an seinen Enden liegenden Thermoelementes nebst Zuleitungen bekannt sein. Dies Verhältnis wurde sofort nach jeder Versuchsreihe mit Brücke und Telephon bestimmt und erwies sich, soweit erkennbar, als konstant. Das Thermoelement entsprach 272/1000 der Länge des Brückendrahtes; dieser hatte einen Widerstand von etwa 23 Ω.

Die Sicherheit der Einzeleinstellungen war so groß, daß in den mittleren Teilen des Brückendrahtes die Einstellung auf etwa einen Teilstrich genau ausgeführt werden konnte

(1 Teilintervall = $^1/_{1000}$ der Länge des Brückendrahtes). Nach den Enden des Drahtes zu wuchs die Genauigkeit der Einstellung entsprechend. Einer Verschiebung des Kontaktes auf dem Brückendraht um ein Intervall entsprach in den mittleren Teilen des Drahtes ein Ausschlag des Galvanometers von etwa 1 mm. Das Galvanometer stand bei ausgeführter Kompensation fast ruhig, außer wenn der Erregerfunke aussetzte (s. u.). Die Einstellung der Brückenwalze ist völlig unabhängig von der Frequenz des Wehneltunterbrechers und von der Länge des Erregerfunkens.

Eine Schwierigkeit der Einstellung besteht darin, daß die Galvanometernadel beim Einsetzen und Aufhören der Schwingungen einen stoßweisen Ausschlag ausführt, der sich also auch zeigt, wenn einmal der Erregerfunke für kurze Zeit aussetzt. Dieser Stoß rührt nicht von irgend einer Induktionswirkung her; er entsteht wahrscheinlich durch die etwas verschiedene thermische Trägheit der beiden Thermoelemente.

Wenn die Paralleldrähte vor dem Flüssigkeitsgefäß aneinander gelegt werden, so muß der Kontakt der Brückenwalze auf den ersten Teilstrich gestellt werden, damit Kompensation eintritt. Dieser Einstellung entspricht in den Kurventafeln (Taf. IV) eine Ordinatenhöhe von noch nicht 0,001 der Teilung. Dieser geringe Betrag wurde von den Beobachtungen in Abzug gebracht.

Ergebnisse der Beobachtungen.

In der geschilderten Weise wurden Beobachtungen mit Wasser und zwei wässerigen Lösungen angestellt, nämlich einer $^1/_{100}$-normalen und einer $^1/_{20}$-normalen Chlorkaliumlösung. Die Beobachtungen sind in den Kurven der Taf. IV, Fig. 1 wiedergegeben. Als Abszissen sind die Schichtdicken in Zentimetern, als Ordinaten die Verhältnisse der elektromotorischen Kräfte beider Thermoelemente aufgetragen. Der Verlauf der Kurven ließ es wünschenswert erscheinen, noch größere Schichtdicken als 40 cm in Betracht zu ziehen; darum wurden die Kurven der Taf. IV, Fig. 2 für Wasser und $^1/_{100}$-normale KCl-Lösung aufgenommen, die sich auf Schichtdicken bis zu 75 cm beziehen.

Bei Betrachtung der Kurven ist zunächst auffällig, daß das erste und auch noch das zweite Minimum durch eine Erhebung gestört ist. Dies rührt, wie mir scheint, von einer

stark gedämpften Oberschwingung des Erregers in der Oktave her (Schwingung einer Erregerhälfte).

Ich habe nun, entsprechend der Gleichung (3) auf p. 314, die geometrische Mittellinie der beobachteten Kurven gezogen. Die den Kurven der Figg. 1. u. 2 entsprechenden Mittellinien sind, um Verwirrung zu vermeiden, in Fig. 3 mit stark verkleinerten Abszissen gesondert wiedergegeben. I bezeichnet die Mittellinie der Kurve für destilliertes Wasser. Diese Mittellinie enthält, im Widerspruch mit der Gleichung (3), Maxima, Minima und Wendepunkte. Ich vermute darum, daß der Erreger nicht, wie ich erwartet hatte, eine reine Schwingung, sondern außer der Schwingung von 37,8 cm Wellenlänge noch längere Schwingungen aussendet. Zieht man zu der Linie I nun ihrerseits eine Mittellinie (II), so enthält diese immer noch Wendepunkte. Erst die Mittellinie (III) der Linie II enthält keine Wendepunkte mehr. Dementsprechend müßte der Erreger außer seiner eigentlichen Schwingung noch zwei Schwingungen aussenden, deren Wellenlänge sich auf 185 cm und auf 261 cm angeben läßt.

Aus der Kurve III sollte sich nun mit Hilfe der Formel (3) auf p. 314 die Absorption $\varkappa$ für Wasser berechnen lassen. Man übersieht aber sofort, daß die so berechnete Absorption so groß sein würde, wie sie unmöglich sein kann. Der Abfall der Kurve III muß also irgend einer anderen Ursache zugeschrieben werden. Mir scheint dies folgende zu sein. Die Länge der Paralleldrahtleitung vor der Wasserschicht war so bemessen, daß eine Resonanzwirkung auf die kurzen Wellen ihrer voraussichtlichen Dämpfung nach ausgeschlossen erscheinen mußte. Damit ist aber eine Resonanzwirkung auf die 5- und 7 mal längeren Wellen noch gut möglich. Durch eine solche Resonanzwirkung ist der Abfall der Kurve III entstanden.

Jedoch scheint es wenigstens möglich, aus dem Verlauf des letzten Endes der $^1/_{20}$-normalen Chlorkaliumlösung deren Absorption zu berechnen, da die Mittellinie I der Wasserkurve gerade über dem maßgebenden Stück der Kurve für die $^1/_{20}$-normale Chlorkaliumlösung ziemlich parallel zur Abszissenachse verläuft. Dabei ist folgendes in Betracht zu ziehen. Aus den von Drude[1]) gegebenen Formeln ergibt sich, daß bei nicht

1) P. Drude, Wied. Ann. 60. p. 28. 1897.

zu großer Leitfähigkeit der Absorptionskoeffizient ($\varkappa$) von Salzlösungen in erster Annäherung der Wellenlänge proportional ist, oder mit anderen Worten, daß die Amplitudenschwächung beim Durchgang durch eine bestimmte Flüssigkeitsschicht für alle Wellenlängen die gleiche ist. Unter dieser Annahme habe ich die Absorption der $^1/_{20}$-normalen Chlorkaliumlösung berechnet. Der gefundene Wert für die Absorption kann etwas größer sein als der wahre Wert, da ein Teil des Abfalles der Kurve vielleicht durch Resonanzwirkung außerhalb der Salzlösung hervorgerufen wird. In der folgenden Tabelle ist in der ersten Zeile (unter „n") die Dicke der Flüssigkeitsschicht in Viertelwellenlängen, in der zweiten (unter „d") die Dicke in Zentimetern angegeben; in der dritten Zeile stehen (unter „y") die entsprechenden Ordinaten der Figg. 1, 2 u. 3. Die Berechnung der Absorption $\varkappa$ geschieht nach der aus Gleichung (3) (p. 314) folgenden Formel:

$$\varkappa = \frac{1}{(n_1 - n_2)\,\pi} \log \text{nat} \frac{y_1}{y_2}.$$

KCl $^1/_{20}$-normal.

n	4	6	8	5	7
d	8,4	12,7	16,9	10,6	14,5
y	0,028	0,010	0,0038	0,016	0,006
$\log \text{nat} \frac{y_1}{y_2}$	1,08	0,955		0,955	

$\varkappa = 0{,}15.$

Aus der Versuchstemperatur von 14,4° folgt für die Leitfähigkeit in absolutem elektromagnetischen Maße: $\sigma = 5{,}349.10^{-13}$. Daraus folgt nach Drudes Formeln[1]) die Absorption $\varkappa = 0{,}146$.

Vergleicht man die Kurven für destilliertes Wasser mit denen für die $^1/_{100}$-normale Chlorkaliumlösung, so ist der Unterschied des Abklingens der Schwankungen um die Mittellinie sehr auffällig. Dies Abklingen ist nach Formel (1a) und (2a) durch die Summe von Dämpfung und Absorption ($\varkappa + \gamma$) bestimmt. Unter der Annahme, daß im Wasser keine anomale Absorption vorhanden ist, kann man aus der Wasserkurve die

1) P. Drude, l. c. p. 37.

Dämpfung der Schwingungen berechnen. Unter Benutzung dieses Wertes der Dämpfung läßt sich dann aus der Kurve für die Chlorkaliumlösung deren Absorption berechnen. Die folgenden Tabellen enthalten wiederum die Schichtdicke in Viertelwellenlängen in der ersten, in Zentimetern in der zweiten Zeile, die Werte von $E_2 - E_1$ (vgl. die folgende Formel) in der dritten, die Logarithmen von $(E_2 - E_1)_{n_1} / (E_2 - E_1)_{n_2}$ für die nebeneinander stehenden Werte (n_2, n_1) von n in der vierten Zeile (unter ΔE).

Durch Subtraktion von Gl. (1a) und (2a) (p. 314) läßt sich für die Berechnung der Absorption aus diesen Zahlen folgende Gleichung ableiten, die durch Probieren und Näherung gelöst werden muß:

$$\frac{(E_2 - E_1)_{n_1}}{(E_2 - E_1)_{n_2}} = \frac{e^{n_2 \pi \varkappa}}{e^{n_1 \pi \varkappa}} \cdot \frac{e^{2 n_1 \pi \varkappa} - R^4}{e^{2 n_2 \pi \varkappa} - R^4} \cdot \frac{e^{n_1 \pi (\varkappa + \gamma)} - R^4}{e^{n_2 \pi (\varkappa + \gamma)} - R^4}.$$

Der Wert des Reflexionskoeffizienten R, der mit nur geringer Genauigkeit bekannt zu sein braucht, wurde nach den Formeln von Drude[1]) berechnet; er ist bei geringer Absorption mit genügender Annäherung $= (n - 1/n + 1)^2$ zu setzen, wo n den Berechungsexponenten der Flüssigkeit bedeutet. Es wurde also mit $R^4 = 0{,}17$ gerechnet.

I. Destilliertes Wasser Nr. 1.

n	6	8	10	12	7	9	11	13
d	12,7	16,9	21,1	25,3	14,5	20,0	23,2	27,4
$E_2 - E_1$	0,112	0,077	0,053	0,039	0,092	0,063	0,044	0,033
ΔE		0,38	0,37	0,30		0,38	0,31	0,29

Im Mittel $\Delta E = 0{,}34$. $\gamma = 0{,}051$.

II. Destilliertes Wasser Nr. 2.

n	6	8	10	12	14	7	9	11	13
d	12,7	16,9	21,1	25,3	29,4	14,5	20,0	23,2	27,4
$E_2 - E_1$	0,112	0,079	0,056	0,040	0,028	0,094	0,067	0,047	0,033
ΔE		0,35	0,34	0,34	0,36		0,34	0,35	0,38

Im Mittel $\Delta E = 0{,}35$. $\gamma = 0{,}052$.

1) P. Drude, l. c. p. 37.

III. KCl $^1/_{100}$-normal Nr. 1.

n	3	4	5	6	7
d	6,3	8,4	10,6	12,7	14,5
$E_2 - E_1$	0,099	0,063	0,042	0,027	0,018
ΔE		0,196	0,176	0,192	0,176

Im Mittel $\Delta E = 0{,}185$. Daraus $\varkappa = 0{,}038$.

Versuchstemperatur 14,5°.

σ[1]) $= 1{,}144 \cdot 10^{-12}$. Daraus berechnet[2]) $\varkappa = 0{,}0312$.

IV. KCl $^1/_{100}$-normal Nr. 2.

n	3	4	5	6	7
d	6,3	8,4	10,6	12,7	14,5
$E_2 - E_1$	0,096	0,061	0,040	0,026	0,017
ΔE		0,197	0,183	0,187	0,185

Im Mittel $\Delta E = 0{,}188$. Daraus $\varkappa = 0{,}039$.

Versuchstemperatur 16,9°.

σ[1]) $= 1{,}201 \cdot 10^{-12}$. Daraus berechnet[2]) $\varkappa = 0{,}0334$.

Die gefundenen Werte weichen von den theoretisch berechneten um Größen ab, die sich durch die Unsicherheit erklären lassen, welche die Art der Berechnung notwendigerweise mit sich bringt. Eine der Sicherheit der Einzelbeobachtungen entsprechende Genauigkeit in der Berechnung der Absorption aus den Beobachtungen ist mir infolge des komplizierten Charakters der vom Erreger ausgesandten Schwingungen noch nicht gelungen.

Resultate.

Im Vorhergehenden ist eine Methode beschrieben worden, welche es ermöglicht, die Intensität elektrischer Drahtwellen mit einer bisher nicht erreichten Genauigkeit und Sicherheit zu messen.

Diese Methode ist zur Messung der Absorption in Salzlösungen verwandt worden.

Greifswald, Physik. Inst. d. Universität 1904.

1) σ ist das Leitvermögen in absolutem elektromagnetischen Maß.
2) P. Drude, l. c. p. 28.

(Eingegangen 25. Juli 1904.)

4. *Ein Volumometer für große Temperaturintervalle; von L. Zehnder.*

Vor etwa zwei Jahren habe ich ein Volumometer für kleine Substanzmengen beschrieben[1]), mit dem sich verhältnismäßig recht gute Dichtebestimmungen bei gewöhnlicher Zimmertemperatur ausführen lassen. Durch kleine Abänderungen habe ich nunmehr das Volumometer so eingerichtet, daß es für Temperaturen von Null bis über 100° brauchbare Werte liefert. Es scheint sogar, daß dasselbe im Bereich aller Temperaturen, bei denen das zu benutzende Quecksilber den flüssigen Aggregatzustand behält, d. h. von −38,8° bis +357°, Verwendung finden könne.

Das Prinzip der Volumenbestimmung eines Körpers bei von der Temperatur t_1 des Volumometers selber verschiedenen Temperaturen t ist das gleiche, wie es schon in meiner oben erwähnten Mitteilung beschrieben wurde. Der Wert des Volumens S des Körpers ist aber aus der dort abgeleiteten Formel (2a) zu berechnen, wenn während des ganzen Versuches der Barometerstand b sich nicht wesentlich ändert. Muß auf die Änderung des Barometerstandes Rücksicht genommen werden, so daß beim Eintauchen des Fläschchens von der Kapazität C unter die Quecksilberoberfläche der (reduzierte) Barometerstand b, dagegen bei der Druckmessung (h_1) im Volumometer der (reduzierte) Barometerstand b_1 ist, so erhält man statt jener Gleichung (1):

$$\frac{C - S}{V - S} = \frac{(b - h_1)(1 + \alpha t)}{b(1 + \alpha t_1)}$$

die neue:

(1a) $$\frac{C - S}{V - S} = \frac{(b_1 - h_1)(1 + \alpha t)}{b(1 + \alpha t_1)},$$

worin $V - S$ wie in (1) das Volumen im Volumometer bezeichnet, in welches das Luftvolumen $C - S$ expandieren kann.

1) L. Zehnder, Ann. d. Phys. **10.** p. 40. 1902.

Für *große Temperaturdifferenzen* muß auf die Änderung des Volumens S der Substanz und des Volumens C des Fläschchens bei den verschiedenen Temperaturen Rücksicht genommen werden. Entsprechen z. B. die Volumina C und S der Temperatur t, die Volumina V_1 und S_1 der Temperatur t_1, so wird aus jener Gleichung (1):

$$\frac{C - S}{V_1 - S_1} = \frac{(b_1 - h_1)(1 + \alpha t)}{b(1 + \alpha t_1)}, \tag{1 b}$$

$$S = C - \frac{(V_1 - S_1)(b_1 - h_1)(1 + \alpha t)}{b(1 + \alpha t_1)}. \tag{1 c}$$

Nachdem man das Volumen S_1 bei der allen folgenden manometrischen Messungen (h) zugrunde zu legenden Zimmertemperatur bestimmt hat, ist S die einzige und also ohne weiteres zu ermittelnde Unbekannte dieser Gleichung. Die Kapazität C des Fläschchens ist für die Temperatur t besonders zu bestimmen; mit Hilfe des thermischen Ausdehnungskoeffizienten des Glases läßt sie sich aus der Kapazität für Zimmertemperatur näherungsweise berechnen. V_1 ist hier gleichbedeutend mit dem früheren Volumen V im Innern des Barometerrohres; den Index $_1$ habe ich nur beigesetzt, weil nunmehr alle Buchstaben ohne Index und ebenso alle mit Index zusammengehören, abgesehen vom thermischen Ausdehnungskoeffizienten α der Luft.

Für die Volumenbestimmung bei verschiedenen Temperaturen t ist also die Aufgabe ganz einfach die, das Fläschchen mit der Substanz bei der betreffenden Temperatur t und bei dem gemessenen Druck b abzuschließen, dasselbe in das Volumometer einzuführen und die Einstellung und Druckablesung so auszuführen, wie es bereits in meiner früheren Mitteilung beschrieben wurde. Dort habe ich auf den Vorteil, namentlich in der einfachen Berechnung der Versuche, hingewiesen, der erreicht wird, wenn man die Temperatur des Volumometers t_1 genau gleich derjenigen des einzuführenden Fläschchens t macht. Dies läßt sich bei Zimmertemperatur leicht bewerkstelligen, wird aber um so unbequemer, je mehr die Temperatur t von der gewöhnlichen Zimmertemperatur t_1 abweicht. Viel einfacher ist das im folgenden beschriebene Verfahren:

In der nebenstehenden, der früheren Mitteilung entnommenen Abbildung des Volumometers (Fig. 1) wird an den obersten Teil seiner Röhre *b b* ein erweitertes Glasrohrstück *R* (Fig. 2) angeblasen, mit Schliff und in diesen passendem hohlen Glasstöpsel s_3. Der letztere wird, zur Verminderung seines Auftriebes, mit Quecksilber gefüllt. Sein gleichfalls ganz aus Glas hergestellter Stiel wird abgekröpft, wie die Figur zeigt. Dieser Stöpsel hat den Zweck, den längeren Bestand beträchtlicher Temperaturunterschiede zwischen dem im Gefäß *R* und dem in der Röhre *b* befindlichen Quecksilber zu ermöglichen. Vermöge des Abkröpfens jenes Stieles kann der Durchmesser des Gefäßes *R* klein gehalten werden. Das Fläschchen *f* mit der Substanz ist durch vier über federnde Stahldrähtchen geschobene Glasröhrchen wie in einer Führung festgehalten, wie es die Fig. 3 zeigt; in dieser Führung *F* kann es nach Belieben höher oder tiefer gestellt werden. Die Federung der Drähte ist so stark, daß das Fläschchen durch sein eigenes Gewicht in der Führung noch nicht herabgleitet. Vermittelst des Stöpsels s_1, der in den Schliff s_1 der Volumometerröhre *b* paßt, wird das Fläschchen in der richtigen Lage festgehalten, so daß nur der oberste Teil desselben aus dem Quecksilber in die Luft herausragt, zur Ausgleichung des Luftdruckes im Innern des Fläschchens und im Außenraum. Auch der Stiel

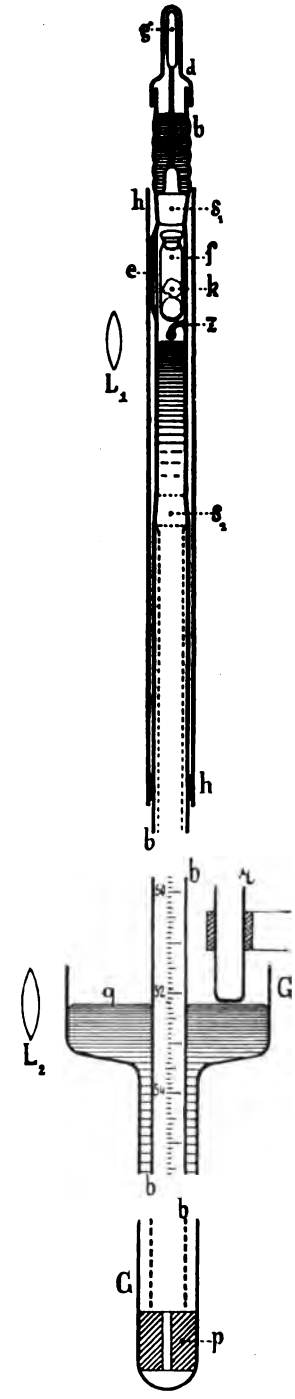


Fig. 1.

des Stöpsels s_1 ist ganz aus Glas hergestellt; die beiden gegeneinander federnden Halbringe *HH* (Fig. 4), in denen jene federnden Stahldrähte befestigt sind, umschließen diesen Stiel so, daß der Stöpsel nicht aus der Führung herausfällt. Unmittelbar neben dem Fläschchen befindet sich das Quecksilbergefäß des Thermometers *Th*.

Die Temperaturänderung des Quecksilbers im Gefäß *R* wird hervorgebracht durch Zufließen von

Fig. 4.

Fig. 3.

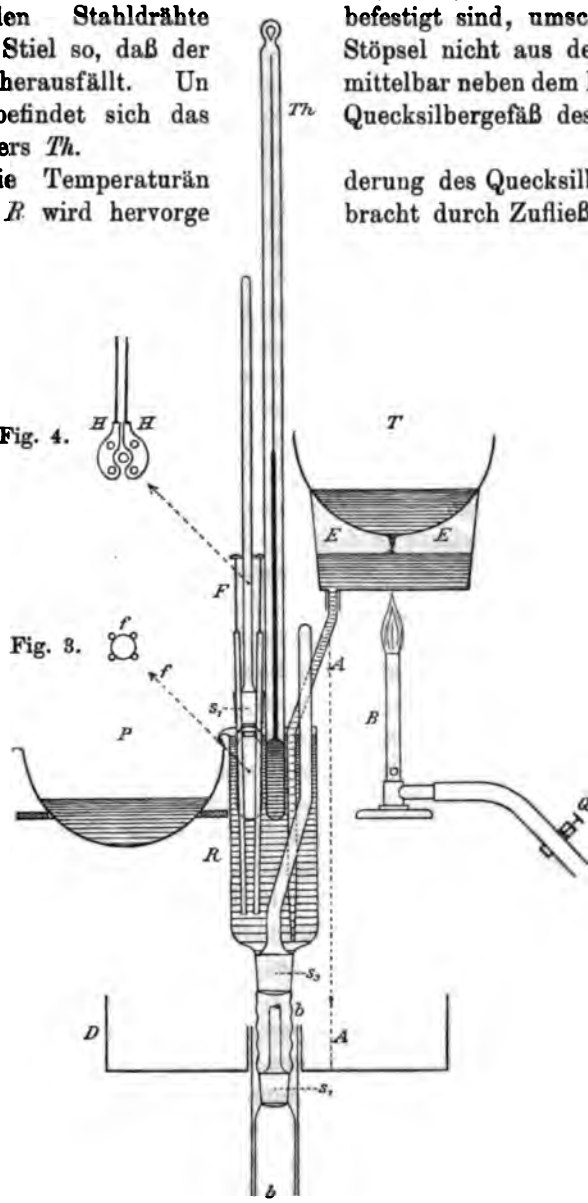


Fig. 2.

wärmerem bez. kälterem Quecksilber aus einer Eisenschale EE vermittelst einer in den Boden dieser Schale eingesetzten, bis auf den Grund des Gefäßes R reichenden engen Glasröhre. Die Weite dieser Röhre richtet sich nach der Schnelligkeit, mit der die Temperaturänderung bewirkt werden soll. In der Fig. 2 ist Zufluß von erwärmtem Quecksilber dargestellt. Das durch den Bunsenbrenner B erwärmte Quecksilber fließt am Boden des Gefäßes R in dieses hinein und fällt über einen Ausguß in die Porzellanschale P. Von Zeit zu Zeit wird die letztere, nachdem sie durch eine Reserveschale ersetzt ist, in den Trichter T entleert, so daß dasselbe Quecksilber immer wieder durch den Apparat hindurchfließen muß. Die Ausflußöffnung des Trichters T ist so eng gemacht, daß das Quecksilber ebenso langsam in die Schale E hineinfällt, wie es aus dieser in das Gefäß R hinüberfließt. Dadurch wird ein Zufluß von möglichst gleichtemperiertem Quecksilber bewirkt. Mittels des Quetschhahnes Q kann die Flammenhöhe des Bunsenbrenners in der gewünschten Weise reguliert werden.

Ein Asbestschirm AA hält die direkte Wärmestrahlung vom Volumometer ab. Denn namentlich der unterhalb des Schliffes s_1 befindliche Teil des Volumometers soll durchweg möglichst gleichmäßige Temperatur bewahren. Auf das Rohr b ist noch eine Pappschale D aufgeschoben, die ein Zubodenfallen des Fläschchens f verhütet, wenn dasselbe beim Einbringen in die Führung der Glasröhrchen aus der Pinzette, mit der es allein angefaßt werden darf, zufällig einmal herausfallen sollte.

Der Gang der Versuche, z. B. bei hoher Temperatur, ist nun folgender: Der Stöpsel s_3 wird in seinen Schliff gesteckt, nachdem das Gefäß R ganz mit (luftfreiem) Quecksilber gefüllt ist. Das mit der einzuführenden Substanz gefüllte Fläschchen f wird dann von oben her in seine Führung F eingeschoben und mit dem Stöpsel s_1 so tief in das Quecksilber hineingedrückt, daß durch seinen Schliff hindurch eben noch die in seinem Innern befindliche Luft mit der äußeren Luft kommunizieren kann. Diese Kommunikation muß auch beim höchsten Stand des Quecksilbers im Gefäß R, unmittelbar vor seinem Abfließen durch den Ausguß, erhalten bleiben; andererseits muß aber die ganze im Fläschchen befindliche Luft noch

unter der Quecksilberoberfläche sich befinden, damit sie möglichst genau die Temperatur des Quecksilberbades annimmt. Nun wird das Thermometer *Th* in das Quecksilberbad eingehängt, so daß sein Quecksilbergefäß möglichst nahe dem Fläschchen und in gleicher Höhe mit demselben steht. Dabei wird etwas Quecksilber in die Porzellanschale *P* hinüberfließen. Nachdem man so viel Quecksilber in die höher gestellte Eisenschale *E* gegossen hat, daß dasselbe aus der engen Röhre auszufließen beginnt, senkt man diese Schale so tief, daß ihre Röhre nahezu auf den Grund des Gefäßes *R* reicht, wie die Fig. 2 zeigt. Nun erwärmt man die Schale *E* durch den Brenner *B*, gießt das in die Schale *P* abgeflossene Quecksilber von Zeit zu Zeit in den Trichter *T* zurück, so oft, daß dieser Trichter nie völlig leer wird. Der Brenner darf so stark heizen, daß in 10 Min. oder sogar schon in 5 Min. das Quecksilber im Gefäß *R* von etwa 20° auf 100° gebracht wird. Ist die gewünschte Temperatur nahezu erreicht, so wird der Brenner *B* mittels des Quetschhahnes *Q* so klein gestellt, daß die Quecksilbertemperatur möglichst konstant bleibt. Bei vorsichtiger Regulierung des Brenners, namentlich wenn Luftströmungen von der Flamme ferngehalten werden, gelingt es leicht, diese Temperatur eine Viertelstunde lang im Bereich von etwa 3 bis 5 Zehntelgraden konstant zu halten. Werden ganze Versuchsreihen bei einer und derselben Temperatur ausgeführt, so wird man die anfängliche Erwärmung der Schale *E* durch einen zweiten Bunsenbrenner vornehmen, den durch den Quetschhahn *Q* regulierten Brenner *B* dagegen möglichst unverändert lassen, damit er, solange er brennt, in stets gleichmäßiger Weise die Schale auf derselben hohen Temperatur erhalte.

Nachdem das Thermometer während einer Viertelstunde konstante Temperatur angezeigt hat, wird das Fläschchen durch Hinabstoßen des Stöpsels s_1 so tief unter das Quecksilber getaucht, daß auch der ganze Schliff des Stöpsels s_1 noch unter der Quecksilberoberfläche verschwindet. Diese Vorsicht ist unbedingt geboten, weil bei der späterhin bewirkten Abkühlung des Quecksilbers die Luft im Fläschchen einen geringeren Druck annimmt, so daß aus dem Außenraum Luft in das Fläschchen eingesaugt würde, wenn etwa durch ungenügendes

Untertauchen desselben kapillare Lufträume zwischen dem Quecksilber und den das Fläschchen führenden Glasröhrchen (F) bestehen blieben. Aus demselben Grunde wird der Schliff s_1 nach jenem Hinabstoßen noch ein- bis zweimal um einige Millimeter rasch gehoben und langsam wieder gesenkt, damit nicht eine Luftblase zwischen ihm und dem Fläschchen sitzen bleibt.

Unmittelbar nach dem Untertauchen des Fläschchens wird der Brenner B an seinem Haupthahn abgedreht, das heiße Quecksilber aus dem Trichter T entfernt; statt dessen wird kaltes Quecksilber in den Trichter gegossen so lange, bis das Thermometer Th infolge des nunmehrigen Zirkulierens von kaltem Quecksilber ungefähr Zimmertemperatur anzeigt. Nunmehr löst man den Stöpsel s_3 durch Drehen desselben, und hebt ihn vorsichtig heraus, ohne das Fläschchen f zu berühren, welches sonst wegen seines starken Auftriebs im Quecksilber leicht aus seiner Führung herausspringen würde. Sollte sich dieser Stöpsel s_3 vermöge der vorhergehenden Erwärmung des Gefäßes R in seinem Schliff festgeklemmt haben, so würde ein leichter Druck abwärts auf das unten auf dem Gummipfropf p (Fig. 1) aufsitzende Volumometerrohr b genügen, um durch den entstehenden hydrostatischen Druck den Stöpsel aus seinem Schliff herauszudrücken. Während des Heraushebens des Stöpsels s_3, sowie des Thermometers Th aus dem Quecksilber läßt man immer noch kaltes Quecksilber in das Gefäß R fließen, damit sich die Quecksilberoberfläche nie zu weit senkt und etwa in die Nähe des Versuchsfläschchens gelangt.

Durch Wärmeleitung während der Periode der Heizung hat das unter dem Stöpsel s_3 befindliche Quecksilber eine etwas höhere Temperatur angenommen, wenn auch diese Temperatursteigerung von oben nach unten rasch abnimmt. Es ist deshalb zweckmäßig, den zwischen den Schliffen s_1 und s_3 befindlichen Raum gleichfalls mit kaltem Quecksilber auszuspülen, durch Senken der Schale E, aus der das kalte Quecksilber ausfließt. Die Vorsicht erheischt, daß der aus der Schale E austretende Quecksilberstrahl ein konstanter, nie durch Luftblasen unterbrochener sei. Denn eine Luftblase, die sich zufällig am Versuchsfläschchen f emporarbeitete, würde sehr wahrscheinlich, vermöge des nunmehr im Fläschchen herrschen-

den geringeren Druckes, durch seinen Schliff hindurch ins Innere gesaugt werden.

Nach diesen Vorbereitungen und nach Entfernen der Schale *E* wird die Führung *F* mit dem Fläschchen in die Mitte des Gefäßes *R* gebracht und so weit gesenkt, daß die unteren Enden der Führungsröhrchen unmittelbar über dem Schliff s_3 stehen, so daß das Fläschchen *f* durch Hinabstoßen des Stöpsels s_1 sicher in das engere Rohr *b* gelangt. In diesem wird dasselbe durch rasches Heben des Stöpsels s_1 und vorsichtiges Abwärtsbewegen desselben (um einige Millimeter) ein paarmal etwas gehoben und wieder gesenkt und schließlich so weit hinabgestoßen, bis der Stöpsel s_1 in seinem Schliff festsitzt. Sodann wird etwa die Hälfte des im Gefäß *R* befindlichen Quecksilbers abgesaugt, damit es beim Heben des Volumometerrohres nicht zufällig überfließt. Der weitere Gang der Versuche ist genau derselbe, wie er schon in der oben erwähnten Arbeit für die bei Zimmertemperaturen auszuführenden Versuche beschrieben worden ist. Wegen der starken Temperaturunterschiede, die das Gefäß *R* gegenüber den tiefer unten befindlichen Teilen des Volumometerrohres zeitweise zeigen muß, ist es bei diesen Versuchen ganz besonders empfehlenswert, nach der Entfernung des Fläschchens aus dem Volumometer die Temperatur des Quecksilbers unmittelbar *unter* dem Schliff s_1 vermittelst eines entsprechend dünnen eingesenkten Thermometers zu bestimmen. Diese Temperaturangabe wird man für die durch das Fläschchen ins Volumometer eingeführte Luft in ihrem expandierten Zustand verwenden. Für die Reduktion der Volumometer-Quecksilbersäule auf 0° nimmt man zweckmäßig den Mittelwert aus den vor und nach jedem Versuch im oberen Teil des Volumometerrohres und im unteren Teil desselben bez. im Gefäß *G* (Fig. 1) abgelesenen, also im ganzen aus vier Temperaturen.

Meine Versuche zur Prüfung der Anwendbarkeit dieses Volumometers für Temperaturen bis etwa 100° erstrecken sich auf Quecksilber und auf Schwefel. Die Erwärmung des Quecksilbers wurde noch nicht in der oben beschriebenen Weise vorgenommen, sondern in primitiverer Weise durch Einstecken eines Schenkels eines hufeisenförmigen Eisenstabes, dessen anderer Schenkel vermittelst eines Bunsenbrenners erwärmt

wurde, in das Quecksilbergefäß *R*. Durch Regulierung der Luftzufuhr zu jenem Brenner konnte ich die Quecksilbertemperatur ziemlich konstant halten. Dies Verfahren ist aber weniger empfehlenswert als das oben beschriebene, weil hier das Quecksilber an der *Oberfläche* des Gefäßes *R* in erster Linie auf höhere Temperatur gebracht wird und diese dem tiefer liegenden Quecksilber durch Leitung mitteilen muß, während dort das erhitzte Quecksilber am Boden des Gefäßes *R* austritt und daher eine gleichmäßige Durchwärmung allen Quecksilbers gewährleistet. In der Tat sind mit meiner oben beschriebenen Wärmvorrichtung erfolgreiche Versuche im hiesigen mineralogischen Institut ausgeführt worden, die voraussichtlich an anderer Stelle veröffentlicht werden.

Im folgenden teile ich meine eigenen Versuchsergebnisse mit. Die Tabellen bilden im Anschluß an meine frühere Mitteilung über das Volumometer eine fortlaufende Reihe. Ihre Nummer bezieht sich wie dort auf die chronologische Reihenfolge. Es bedeuten darin wiederum:

t die zu den neben ihnen stehenden Quecksilberständen gehörenden Temperaturen, in Zentigraden;

h die Quecksilberstände im Volumometer, mit eingeführtem Fläschchen voll Substanz;

b_0 die auf 0° reduzierten Barometerstände, aus den Beobachtungen interpoliert.

Die erste Versuchsreihe bezieht sich auf das nahezu voll Quecksilber bei Zimmertemperatur eingeführte Fläschchen, entspricht also der Tabelle 3 meiner früheren Mitteilung. Durch diese Versuche wollte ich prüfen, ob das Fläschchen seine frühere Beschaffenheit, namentlich bezüglich des Mitreißens von Luft an seiner Oberfläche, merklich beibehalten habe.

Tabelle 10. Nr. 10.

t	h	b_0
19,5	71,00	71,69
20,2	70,89	71,67
20,0	70,99	71,65
20,8	70,70	71,63
21,1	70,85	71,61
21,4	70,91	71,59

Das Volumen des im Fläschchen befindlichen Quecksilbers ergab sich zu 0,30460 ccm, die Kapazität des Fläschchens ist wie früher 0,30754 ccm, also die Differenz: 0,00294 das Volumen der im Fläschchen eingeschlossenen Luft. Aus der Tab. 10 erhält man dagegen für das Volumen der mit dem Fläschchen in das Volumometer eingeführten Luft die 6 Werte:

$C—S = 0{,}00911 \quad 0{,}01010 \quad 0{,}00879 \quad 0{,}01176 \quad 0{,}00989 \quad 0{,}00901$ ccm.

Die Differenzen beider Volumina ergeben die gesuchten Korrektionswerte:

0,00617 0,00716 0,00585 0,00882 0,00695 0,00607 ccm,

welche ihren absoluten Beträgen nach merklich geringer sind als die in der früheren Beobachtungsreihe Tab. 3 gefundenen Korrektionen, aber um weniges größer als die aus der dortigen Tab. 2 berechneten Korrektionen, in Übereinstimmung mit der damals gegebenen Erklärung der Ursache solcher an sich immerhin kleiner Differenzen von etwa 2 cmm.

Gewöhnlicher Stangenschwefel, in kleine Stücke gebrochen, ergab bei Zimmertemperatur die Versuchsreihe:

Tabelle 11. Nr. 11.

t	h	b_0
21,0	60,91	71,38
20,3	60,46	71,03
21,4	60,77	71,12
21,6	60,68	71,10
21,95	60,46	71,09
22,1	60,69	71,04

Daraus erhalten wir unter Berücksichtigung der oben gefundenen Korrektionswerte die Volumina:

$S = 0{,}1803 \quad 0{,}1798 \quad 0{,}1806 \quad 0{,}1804 \quad 0{,}1794 \quad 0{,}1806$

Die Masse des Schwefels betrug 0,3769 g. Das Verhältnis beiderlei Werte ist:

2,090 2,096 2,087 2,089 2,100 2,087

das arithmetische Mittel gibt: $d = 2{,}091$ für die Dichte des rhombischen Schwefels bei 21,4°.

In Landolt und Börnsteins Tabellen[1]) findet man für natürlichen rhombischen Schwefel die Dichtebestimmungen von Pisati: 2,0748 bei 0°; von Deville: 2,070 bei mittlerer Temperatur. Die mit meinem Volumometer gefundene Dichte ist um etwa 1 Proz. größer. Im allgemeinen, soweit nicht die Unsicherheit der hier benutzten Methode wegen der kleinen verwendeten Substanzmengen eine zu große ist, muß mit derselben eine größere Dichte aller Substanzen erhalten werden, welche infolge von Sprüngen und Rissen, überhaupt Poren aller Art, Luft oder Flüssigkeiten eingeschlossen halten, weil im Vakuum die Luft und fast alle Flüssigkeiten aus solchen Poren austreten. Der wahren Dichte des Materiales wird dieser höhere Dichtewert besser entsprechen, als jene niedrigeren Ergebnisse.

Für die bei höherer Temperatur ausgeführten Beobachtungen lasse ich ein Beispiel meiner Ablesungen folgen:

Tabelle 12.

$t_0 = 20{,}2$ $t_u = 20{,}3$ **Beginn: 9h 45′.**

9	103,0	$[b] = 71{,}85$, $[t] = 19{,}1$
10	103,0	
11	103,05	konst. von 10h 9′ bis 10h 23′
12	102,95	
13	102,95	
14	103,0	
15	103,15	
16	103,0	
17	103,0	
18	103,0	
19	103,0	
20	103,0	
21	103,0	
22	102,9	
23	103,0	unterget. $[b] = 71{,}86$, $[t] = 19{,}2$
	$t = 103{,}0$	

$t_u = 21{,}1$ $h_1 = 64{,}38$ $t_1 = 22{,}3$

$(t) = 21.0$ $b_0 = 71{,}62$

1) H. Landolt u. R. Börnstein, Physikal.-chem. Tab., 2. Aufl., p. 119. Berlin 1894.

Hierin bedeuten:

t_0 die Temperatur des Quecksilbers im oberen Gefäß R vor Beginn der Erwärmung,

t_u die Temperatur des Quecksilbers im unteren Gefäß G vor Beginn der Erwärmung,

Beginn der Erwärmung um $9^h\,45'$, konstante Temperatur erreicht von $10^h\,9'$ bis $10^h\,23'$, sodann wurde das Fläschchen untergetaucht.

Sobald die Temperatur konstant war, wurde jede Minute (Kolumne 1) die Temperatur abgelesen (Kolumne 2).

$\underline{t}$ ist das Mittel aus allen Temperaturen der Kolumne 2.

Nunmehr wurden abgelesen:

t_u im unteren Gefäß G nach Beendigung der Erwärmung,

$\underline{h_1}$ der Quecksilberstand im Volumometer nach eingeführtem Fläschchen,

$\underline{t_1}$ die Temperatur des Quecksilbers nach dem Versuch im Volumometerraum, in dem sich zuvor das Fläschchen befand.

Ferner wurden vor und nach dem Versuch der Quecksilberstand [b] und die Temperatur [t] des Barometers abgelesen.

Zur Berechnung herangezogen wurden die unterstrichenen Zahlen, nämlich: $\underline{t}$ für die Temperatur der Substanz beim Untertauchen des Fläschchens; $\underline{t_1}$ für die Temperatur der Luft im Volumometer; $\underline{h_1}$ für den Quecksilberstand im Volumometer, welcher Stand vermittelst der Mitteltemperatur

$$\underline{(t)} = \frac{t_0 + t_u + t_u + \underline{t_1}}{4}$$

aus den vor und nach der Erwärmung abgelesenen Quecksilbertemperaturen auf 0° reduziert wurde; endlich das Mittel $\underline{b_0}$ aus beiden Barometerablesungen, auf 0° reduziert.

Zuerst war festzustellen, wieviel Luft an den Außenwandungen und im Schliff des Fläschchens selber bei jedem Versuch mitgerissen wird, wenn die Versuche bei einer anderen als der Zimmertemperatur ausgeführt werden. Zu diesem Zweck führte ich eine Reihe von sechs Versuchen aus mit dem nahezu mit Quecksilber gefüllten Fläschchen. Jeder Versuch bestand aus zahlreichen Ablesungen, wie sie in Tab. 12 beispielshalber notiert sind. Das Fläschchenvolumen 0,30754 ccm, mit dem mittleren Ausdehnungskoeffizienten des gewöhnlichen Thüringer Glases auf die mittlere Versuchstemperatur 103°

umgerechnet, ist mit 0,30825 ccm in Rechnung zu setzen. Aus der in das Fläschchen hineingebrachten gewogenen Quecksilbermenge berechnete sich ihr Volumen zu 0,30916 ccm, bei 103°. Es zeigt sich also, daß das Volumen des benutzten Quecksilbers größer ist, als die Kapazität des Fläschchens, beide auf die Versuchstemperatur umgerechnet. Die Differenz beträgt freilich nur 0,9 cmm. Indessen muß in Wirklichkeit das Volumen des Quecksilbers auch bei jener hohen Temperatur etwas kleiner als die Kapazität des Fläschchens gewesen sein. Sonst würde das bei der Erwärmung sich ausdehnende Quecksilber den Stöpsel des Fläschchens herausgedrückt haben, was nicht beobachtet wurde. Es ist also vielleicht die wirkliche Kapazität des Fläschchens bei 103° etwa $^1/_{300}$ größer gewesen, als sie durch die oben angedeutete Volumenberechnung erhalten wurde. Diese Differenz, deren Ursache sich durch entsprechende Versuche aufklären ließe, ist indessen für die Versuchsergebnisse nicht von sehr wesentlichem Belang. Denn ein konstanter derartig kleiner Fehler in der Volumen-**bestimmung des Fläschchens geht in die Korrektion für die durch Außenwandung und Schliff des Fläschchens mitgerissene Luft ein und wird mit dieser berücksichtigt. Daher dürfen** wir einfach die Voraussetzung machen, das Fläschchen sei bei diesen Korrektionsversuchen vollständig mit Quecksilber gefüllt gewesen und die wirklich mit dem Fläschchen eingeführte Luft komme allein auf Rechnung der Korrektion.

In der folgenden Tab. 13 sind die Ergebnisse der obengenannten sechs Versuche enthalten, und zwar nur die zur weiteren Berechnung heranzuziehenden Temperaturen (t), t, t_1 und Quecksilberstände h_1, b_0, deren Bedeutung bereits in der Tab. 12 erläutert worden ist. Diese sechs Versuche wurden an verschiedenen Tagen ausgeführt.

Tabelle 13. Nr. 12.

(t)	h_1	t_1	t	b_0
21,1	71,34	22,2	101,8	71,60
18,9	71,57	20,1	102,7	71,81
20,1	71,35	21,5	103,2	71,80
21,2	71,48	22,9	102,4	71,78
22,1	71,40	23,3	103,0	71,71
21,9	71,41	23,05	102,9	71,68

In die Gleichung (1 c) sind daher folgende Werte einzusetzen:

$S = C$, weil bei der höheren Temperatur das Fläschchen vollständig mit Quecksilber gefüllt war (vgl. vorhergehende Seite),

$V_1 = 1{,}0760$ nach früherer Kalibrierung [1]),

$S_1 = 0{,}8046$ für das Volumen des benutzten Quecksilbers bei der mittleren Temperatur t_1,

$b_1 = b = b_0$ für den während der Versuche fast vollständig konstant gebliebenen Barometerstand,

die Werte b_0, h_1, t_1 und t aus der Tab. 13. Der Quotient der Gleichung (1 c) gibt dann unmittelbar die Korrektionswerte c der bei der hohen Temperatur t während des Eintauchens des Fläschchens in seinem Schliff, an seiner Außenwand und am Stöpsel s_1 haftenden und daher mitgerissenen Luft. Man erhält aus jenen sechs Versuchen die sechs Werte:

$$c = 0{,}00575 \quad 0{,}00510 \quad 0{,}00824 \quad 0{,}00627 \quad 0{,}00655 \quad 0{,}00601 \text{ ccm},$$

die sich von den bei Zimmertemperatur gefundenen Korrektionswerten weniger unterscheiden, als man erwarten durfte, nämlich nur um etwa 0,7 cmm.

Die Beobachtungsergebnisse von acht Versuchen mit Schwefel bei hoher Temperatur sind in der folgenden Tabelle enthalten:

Tabelle 14. Nr. 13.

(t)	h_1	t_1	t	b_0
22,9	63,30	24,0	103,0	71,04
23,5	63,70	24,1	103,0	71,05
21,0	64,38	22,3	103,0	71,62
22,0	64,28	24,0	103,0	71,70
22,6	64,18	23,8	103,0	71,78
22,4	64,42	23,4	103,0	71,76
22,1	64,47	22,6	103,0	71,76
20,4	64,40	22,3	103,0	71,90

In die Gleichung (1 c) sind einzusetzen:

$C = 0{,}30825$ ccm für die Kapazität des Fläschchens, der höheren Temperatur t entsprechend,

---

1) L. Zehnder, l. c. p. 47.

$V_1 = 1{,}0760$ ($= V$) wie bei allen früheren Versuchen,
$S_1 = 0{,}1925$ berechnet aus der Masse des benutzten Schwefels 0,3769 g mit der den Tabellen Landolt u. Börnsteins entnommenen Dichte 1,958 des monoklinen Schwefels[1]),
$b_1 = b = b_0$, sowie h_1, t_1 und t aus der Tab. 14.

Man erhält dann für die Dichte acht Werte:

$d =$ 1,955	1,915	1,910	1,915	1,921	1,915	1,912	1,929

Das Mittel aus den sechs besser übereinstimmenden mittleren Werten der Reihe ergibt die Dichte des monoklinen Schwefels bei 103°:

$$d = 1{,}915.$$

Reduziert man diesen Wert vermittelst der Ausdehnungskoeffizienten des Schwefels, wie sie von Kopp gegeben wurden[2]), so erhalten wir für die Dichte des monoklinen Schwefels bei 20°: $d = 1{,}965$; mit Springs Ausdehnungskoeffizienten[2]) erhalten wir dagegen für diese Dichte bei 20°: $d = 1{,}935$, während in genannten Tabellen $d = 1{,}958$ angegeben wird. Man sieht, daß die Übereinstimmung, in Anbetracht der geringen verwendeten Substanzmenge, gewiß als eine recht gute bezeichnet werden darf. Allerdings fallen die Dichtewerte der ersten und der letzten Beobachtung ziemlich aus der Reihe der übrigen Werte heraus. Vielleicht ist dies abweichende Verhalten so zu erklären, daß der rhombische Schwefel eine gewisse Zeit nötig hat, um die monokline Modifikation anzunehmen, weshalb die erste Beobachtung einen größeren Wert der Dichte gab, einen Mittelwert der Dichten des rhombischen und des monoklinen Schwefels. Die letzte Beobachtung mußte dann gleichfalls eine etwas größere Dichte ergeben, weil sie einen Tag später ausgeführt wurde, so daß der Schwefel in der langen Zeit niedrigerer Temperatur sich teilweise wieder in die rhombische Modifikation zurückverwandeln konnte. Vielleicht rühren jene größeren Dichten von einer Flüssigkeit, von einer Wasserhaut her, welches Wasser sich in den feinen Sprüngen und Rissen der Schwefelkristalle festgesetzt hat und nur langsam durch den zu verwendenden Exsikkator, sehr rasch aber durch Evakuieren entfernt wird (vgl. p. 338).

1) H. Landolt u. R. Börnstein, l. c. p. 119.
2) H. Landolt u. R. Börnstein, l. c. p. 97.

Durch die hier veröffentlichten Beobachtungen glaube ich gezeigt zu haben, daß man mit der beschriebenen Konstruktion des Volumometers sogar mit sehr geringen Substanzmengen recht brauchbare Resultate erhält, sowohl bei Zimmertemperatur als auch bei von dieser stark verschiedenen Temperaturen, zum Beispiel etwa bei 100°. Nichts hindert aber, wenn größere Substanzmengen zur Verfügung stehen, sämtliche Dimensionen des Volumometers wesentlich zu vergrößern. Würde man die Lineardimensionen des Versuchsfläschchens auf etwa das Doppelte bringen und das Volumometerrohr selber doppelt so weit machen, so erhielte man eine gegen 8 mal so große Genauigkeit der Messungsergebnisse, d. h. eine Genauigkeit, die sich anderen Präzisionsmessungen von Dichten ebenbürtig an die Seite stellt. Das volumometrische Verfahren unterscheidet sich aber, wie ich nochmals hervorheben will, von anderen Verfahren der Dichtebestimmung namentlich dadurch, daß es die Dichte eher zu groß als zu klein erscheinen läßt.

München, 31. Juli 1904.

(Eingegangen 2. August 1904).

5. *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern; von Fritz Hasenöhrl.*[1])

Im folgenden ist der Versuch gemacht, einige Sätze aus der Theorie der Wärmestrahlung bewegter Körper, möglichst ohne Benutzung spezieller Vorstellungen über das Wesen der strahlenden Wärme, aus den thermodynamischen Hauptsätzen abzuleiten und anzuwenden. Dadurch unterscheidet sich diese Arbeit nach Methode und Ziel wesentlich von einigen in jüngster Zeit erschienenen Publikationen, welche dasselbe Thema vom Standpunkt der elektromagnetischen Lichttheorie, speziell von der Lorentzschen Theorie ausgehend, behandeln. Gänzlich ausreichend sind jedoch die thermodynamischen Grundsätze für das Folgende nicht. Den Wert des Strahlungsdruckes auf eine bewegte Fläche, den wir im folgenden brauchen werden, liefern sie nämlich nicht. Zwar ist die Existenz eines solchen Druckes eine Forderung des zweiten Hauptsatzes, und kann auch der Wert desselben für eine ruhende Fläche aus dem Energiesatz abgeleitet werden[2]); doch versagt diese Methode, wenn man sie auf bewegte Körper anzuwenden versucht. Der Wert des Strahlungsdruckes auf eine bewegte Fläche muß also aus einer speziellen Hypothese über das Wesen der strahlenden Wärme abgeleitet werden; und zwar wollen wir den Wert benutzen, den Hr. Abraham[3]) aus der Lorentzschen Theorie abgeleitet hat. Derselbe Wert ergibt sich übrigens, wie weiter unten gezeigt werden soll, auch aus einer ganz anderen Betrachtung, die auf dem Boden der alten Lichttheorie fußt.

Sonst wollen wir von der strahlenden Wärme nichts anderes voraussetzen, als daß sie eine Energieart ist, welche sich

1) Der vorliegende Aufsatz ist eine teilweise gekürzte, gänzlich neue Bearbeitung des Inhalts mehrerer Abhandlungen, die der k. Akademie d. Wissenschaften in Wien (Abt. II a) in den Sitzungen vom 11. Februar, 28. April und 23. Juni 1904 vorgelegt wurden.

2) P. Drude, Lehrbuch der Optik p. 447.

3) M. Abraham, Boltzmann-Festschrift p. 87. 1904.

nach allen Richtungen mit der gleichen absoluten[1]) Geschwindigkeit c bewegt, und daß die Richtung des Energieflusses, des „Strahles", durch die Konstruktion nach dem Huyghensschen Prinzip bestimmt wird, auch wenn es sich um die Emission eines bewegten Körpers handelt.[2]) Ferner setzen wir natürlich die unbeschränkte Gültigkeit der thermodynamischen Hauptsätze voraus.

Trotz des wesentlich anderen Ausgangspunktes werden sich doch manche Berührungspunkte mit der elektromagnetischen Theorie, speziell mit einer Arbeit des Hrn. Abraham[3]) ergeben, welche kürzlich, als die vorliegende Arbeit schon im wesentlichen abgeschlossen war, erschienen ist. Es betrifft dies vor allem verschiedene, rein geometrische Betrachtungen, welche jedoch nicht immer so einfach sind, daß sie nicht zu Mißverständnissen Anlaß geben könnten. Soweit ich es übersehe, herrscht da zwischen Hrn. Abraham und mir vollständige Übereinstimmung.

Der Inhalt der vorliegenden Arbeit ist kurz folgender: In § 1 werden die geometrischen Beziehungen zwischen absoluter und relativer Strahlengeschwindigkeit und -richtung aufgestellt. Dieselben sind zum Teil, wie erwähnt, schon von anderen Autoren angegeben worden, mußten jedoch hier vollständig zusammengestellt werden.

§ 2 gibt die Definitionen für die Begriffe „absolute Strahlung", „totale" und „wahre relative Strahlung"; auch diese Begriffe sind, zum Teil in anderer Bedeutung, bereits von Hrn. Abraham[4]) gebildet worden. Es wird ferner der Satz abgeleitet, daß die „wahre relative" Ausstrahlung eines bewegten schwarzen Körpers das Lambertsche Kosinusgesetz befolgt.

In § 3 wird die Dichte der Strahlung in einem bewegten Hohlraum berechnet. Dieselbe setzt sich aus zwei Bestand-

---

1) Unter absolut soll natürlich stets nur „in bezug auf die Fixsterne" verstanden sein.

2) Es ist dies natürlich nicht a priori evident, wie Hr. Abraham l. c. (Anm. 3) p. 251 bemerkt, doch, wie ich glaube, eine sehr plausible Annahme.

3) M. Abraham, Ann. d. Phys. 14. p. 236. 1904. (l. c.)

4) M. Abraham, l. c. p. 245.

teilen zusammen, von denen der eine aus dem Wärmevorrat der Begrenzung des Hohlraumes stammt, während der andere das Äquivalent der Arbeit ist, welche nötig ist, ein solches System in Bewegung zu setzen.

Bisher wurde nur die Existenz eines Druckes der Strahlung vorausgesetzt. Da wir im folgenden auch den Betrag desselben kennen müssen, wird in

§ 4 der Wert des Strahlungsdruckes den Arbeiten des Herrn Abraham entnommen und auch die erwähnte andere Ableitung dieses Wertes angegeben. Wir sind jetzt imstande, die Beziehung zwischen der totalen und wahren relativen Strahlung zahlenmäßig anzugeben.

In § 5 wird die Arbeit berechnet, welche aufgewendet werden muß, um die Geschwindigkeit eines mit Strahlung erfüllten Hohlraumes zu verändern. Die Arbeit, welche zur Vergrößerung der Geschwindigkeit geleistet werden muß, wird bei Verminderung derselben um den gleichen Betrag wieder gewonnen, falls die Geschwindigkeitsänderung unendlich langsam vorgenommen wird. Dann ist dieser Vorgang also reversibel; und zwar sowohl bei „isothermer" als auch bei „adiabatischer" Veränderung der Geschwindigkeit. Diese Verhältnisse geben Anlaß zur Bildung des Begriffes einer scheinbaren, durch Strahlung bedingten Masse, welche der sogenannten elektromagnetischen Masse ganz analog ist.

In § 6 beschäftigen wir uns mit der Wärmemenge, welche ein bewegter schwarzer Körper an einen mit ihm starr verbundenen Hohlraum abgibt, wenn die Geschwindigkeit dieses Systems verändert wird. Wir stoßen dabei auf einen Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik, welcher dadurch gelöst werden kann, daß man annimmt, daß die Dimensionen der Materie von der Geschwindigkeit ihrer Translationsbewegung durch den Äther abhängig sind. Und zwar ergibt sich für diese Abhängigkeit genau der Betrag, der nach Lorentz und Fitzgerald zur Erklärung des negativen Resultates des Versuches von Michelson und Morley nötig ist.

§ 1.

Es ist bekanntlich zweckmäßig, in der Optik bewegter Körper zwei Bezugssysteme zu benutzen, von denen das eine

in absoluter Ruhe ist, während das andere die Bewegung der Materie mit macht, also in relativer Ruhe ist.[1]) Dementsprechend hat man zwischen absoluter und relativer Geschwindigkeit und Richtung eines Strahles zu unterscheiden. Sei die Geschwindigkeit der Materie durch den Vektor $\mathfrak{w}$ gegeben, dessen Betrag $w = \beta c$ sei. (c ist die Lichtgeschwindigkeit.) Wir bezeichnen ferner den *spitzen* Winkel, den eine mit der *absoluten* Strahlenrichtung zusammenfallende Gerade mit dem Vektor $\mathfrak{w}$ einschließt mit φ; den *spitzen* Winkel, den eine mit der *relativen* Strahlenrichtung zusammenfallende Gerade mit $\mathfrak{w}$ einschließt, mit ψ. Sei ferner c' der Betrag der relativen Geschwindigkeit des Lichtes, so ergeben sich aus der Fig. 1 leicht die folgenden Beziehungen, in denen das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem die Bewegungsrichtung der Materie und des betrachteten Strahles denselben Sinn haben oder nicht:

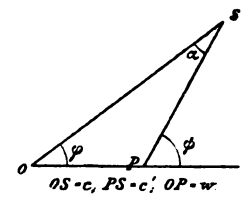


Fig. 1.

$$(1) \qquad c' = c\sqrt{1+\beta^2 \mp 2\beta\cos\varphi}$$

$$(2) \qquad = c\left(\mp\beta\cos\psi + \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}\right).$$

Wir werden auch oft die Bezeichnungsweise:

$$(3\,a) \quad c_- = c\sqrt{1+\beta^2-2\beta\cos\varphi} = c\left(-\beta\cos\psi + \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}\right)$$

$$(3\,b) \quad c_+ = c\sqrt{1+\beta^2+2\beta\cos\varphi} = c\left(\beta\cos\psi + \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}\right)$$

verwenden. Ferner ergibt sich leicht:

$$(4) \qquad \sin\psi = \sin\varphi\,\frac{c}{c'},$$

$$(5) \qquad \cos\psi = (\cos\varphi \mp \beta)\frac{c}{c'},$$

$$(6) \qquad \cos\varphi = \pm\beta\sin^2\psi + \cos\psi\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi},$$

$$(7) \qquad 1 \mp \beta\cos\varphi = \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}\;\frac{c'}{c}.$$

1) Vgl. H. A. Lorentz, De l'influence du mouvement de la terre sur les phénomènes lumineux. Arch. Néerl., **21**. p. 106. 1886.

Den Aberrationswinkel (Winkel zwischen absoluter und relativer Strahlenrichtung) bezeichnen wir mit α; es ist

$$\sin\alpha = \beta\sin\psi, \quad \cos\alpha = \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}. \tag{8}$$

Endlich ergibt sich durch Differentiation der Gleichung (6):

$$\sin\varphi\, d\varphi = \sin\psi\, d\psi \frac{\sigma'^2}{\sigma^2\cos\alpha}, \tag{9}$$

eine Gleichung, welche das Verhältnis des Öffnungswinkels eines Strahlenbündels im absoluten und relativen Strahlengange angibt.

Bewegt sich ein Spiegel mit beliebiger Geschwindigkeit in der Richtung seiner Normalen (oder auch senkrecht dazu), so ist für die relative Strahlenrichtung das Reflexionsgesetz streng erfüllt.[1])

Unter „relativ" werden wir stets relativ in bezug auf ein mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$ bewegtes System verstehen. Wenn wir mit verschiedenen Geschwindigkeiten des Bezugssystems zu tun haben, werden wir kurz sagen: relativ „in bezug auf $\mathfrak{w}$".

§ 2.

Als positiven Sinn der Normalen, oder als Normale schlechtweg, des Oberflächenelementes eines materiellen Körpers wollen wir ein für alle Male die Richtung festsetzen, welche vom Körper nach außen (in den umgebenden Äther) weist. Dadurch ist auch der positive Sinn der Normalen an ein strahlendes oder reflektierendes Flächenelement gegeben. Bewegt sich nun das Flächenelement im Sinne der positiven oder negativen Normalen, so wollen wir im folgenden kurz von einer positiven oder negativen Bewegung desselben reden.

---

1) Es ergibt sich dies sowohl aus der elektromagnetischen Theorie (vgl. M. Abraham, Boltzmann-Festschrift p. 87. 1904) als auch aus dem Huyghensschen Prinzip (vgl. F. Hasenöhrl, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien II a **113**. p. 469. 1904). Bewegt sich der Spiegel in anderer Richtung, so ist dieses Gesetz nur bis auf Größen von der Ordnung β richtig. Das Reziprozitätsgesetz ist aber für die Relativstrahlen stets exakt gültig, d. h. ein Relativstrahl kann stets denselben Weg in beiden Richtungen durchlaufen; es ist dies eine Forderung der Thermodynamik (vgl. F. Hasenöhrl, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien IIa. **113**. p. 493. 1904).

Unter *absoluter Strahlung* versteht man die Energiemenge, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit einer senkrecht zur absoluten Strahlenrichtung gelegenen, absolut ruhenden Ebene durchsetzt. Diese Energiemenge ist gleich der Wärme, welche von der Flächeneinheit einer gleich gelegenen schwarzen Ebene absorbiert wird.

Unter *totaler relativer Strahlung* verstehen wir die Energiemenge, welche in der Zeiteinheit die Flächeneinheit einer (gedachten) Ebene durchsetzt, welche sich mit der absoluten Geschwindigkeit w bewegt, und welche senkrecht zur relativen Strahlenrichtung orientiert ist. Ersetzt man diese gedachte Ebene durch eine materielle, schwarze (gleich bewegte und orientierte) Ebene, so ist diese totale relative Strahlung nicht identisch mit dem Betrag der von letzterer absorbierten Wärme; denn es kommt hier noch die Arbeit des Strahlungsdruckes oder die (äußere) Arbeit gegen denselben in Betracht, je nach dem sich die schwarze Ebene in negativem oder positivem Sinne bewegt. Vermindert bez. vermehrt man die totale relative Strahlung um den Betrag dieser Arbeit, so erhält man den Betrag der von der schwarzen Ebene absorbierten Wärme, welchen Betrag wir die *wahre relative Strahlung* nennen wollen.

Diese Anschauungsweise, nach welcher sich mechanische Arbeit direkt in Strahlungsenergie verwandelt und umgekehrt, ist, wie ich glaube, zuerst von Poynting[1]), dann von v. Türin[2]), unabhängig von jeder speziellen Vorstellung über das Wesen der strahlenden Wärme, rein als Folge des Energiesatzes ausgesprochen worden. Es ist dies auch in Einklang mit der Theorie von Abraham. Was wir hier wahre relative Strahlung nennen, deckt sich mit der „relativen Strahlung" schlechtweg des Hrn. Abraham.

Ganz analog liegen die Verhältnisse bei der Emission einer bewegten schwarzen Fläche. Dieselbe wird von einem gewissen Betrag totaler relativer Strahlung verlassen, welche gleich ist der wahren relativen Strahlung vermehrt bez. vermindert um den Betrag der Arbeit, welche gegen den Strahlungsdruck, bez. vom Strahlungsdruck geleistet wird, je nach dem

1) J. H. Poynting, Phil. Trans. 202 A. 1904.
2) Vl. v. Türin, Ann. d. Naturphil. 3. p. 270. 1904.

sich die schwarze Fläche in positivem oder negativem Sinne bewegt. Nur die wahre relative Strahlung stammt aus dem Wärmevorrat des bewegten Körpers, wodurch unsere Terminologie gerechtfertigt werden mag.

Die Differenz zwischen der totalen und der wahren relativen Strahlung wollen wir die *scheinbare relative Strahlung* nennen.

Die Beziehung zwischen der absoluten und der totalen relativen Strahlung ergibt sich aus rein geometrischen Betrachtungen. Da die Dichte der Strahlungsenergie eine skalare Größe ist, hat sie natürlich für beide Bezugssysteme denselben Wert. Haben wir also mit paralleler Strahlung zu tun, so verhält sich die absolute Strahlung zur totalen relativen wie $c:c'$.

Betrachten wir nun ein Strahlenbündel, dessen absolute Strahlenrichtungen mit ϖ Winkel einschließt, deren Größe zwischen φ und $\varphi + d\varphi$ liegt, und ist die absolute Strahlung dieses Bündels etwa durch $2\pi J \sin\varphi\, d\varphi$ gegeben, so ist die entsprechende totale Relativstrahlung nach obigem $2\pi J \sin\varphi\, d\varphi\, c'/c$; schreiben wir dies in der Form $2\pi J' \sin\psi\, d\psi$, so ist entsprechend Gleichung (9):

$$J' = J\frac{c'^3}{c^3\cos\alpha}. \tag{10}$$

Betrachten wir also eine beliebige zerstreute Strahlung, so verhalten sich die „Strahlungsintensitäten" der absoluten und der totalen relativen Strahlung wie $1 : c'^3/c^3\cos\alpha$; die Dichten der Strahlung, welche sich im absoluten und relativen Strahlengange in der Einheit des Öffnungswinkels bewegen, verhalten sich wie

$$\frac{J}{c} : \frac{J'}{c'} = 1 : \frac{c'^2}{c^2\cos\alpha}. \tag{11}$$

Wir wollen nun daran gehen, die Beziehung zwischen der totalen und wahren relativen Strahlung aufzusuchen. Zu diesem Zwecke betrachten wir einen zylindrischen Hohlraum R, dessen Basisflächen A und B zwei schwarzen Körpern angehören sollen, während die Mantelfläche des Zylinders, sowie die äußere Begrenzung der beiden schwarzen Körper nach innen vollkommen spiegelnde Flächen sein sollen. Der Querschnitt des Raumes R sei gleich 1; seine Höhe gleich h. Sowohl der Raum R als auch der Außenraum soll ganz frei von ponderabler

Materie sein. Dieses System soll sich mit der Geschwindigkeit w in der Richtung des Pfeiles bewegen (Fig. 2). Der Außenraum soll sich auf der Temperatur 0° *A.* befinden (damit das System bei seiner Bewegung keinen äußeren Widerstand erfahre), dagegen sollen die schwarzen Flächen A und B eine bestimmte, von Null verschiedene Temperatur haben. (Wenn das beschriebene System ruht, ist es nach außen ganz abgeschlossen.)

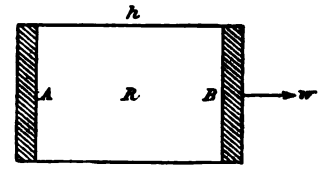


Fig. 2.

Die Fläche A wird nun in der Zeiteinheit von einem gewissen Betrag totaler relativer Strahlung verlassen; wir greifen die Strahlung heraus, deren relative Richtung mit der Normalen (und daher auch mit $\mathfrak{w}$) Winkel zwischen ψ und $\psi + d\psi$ einschließt. Ihr Betrag sei:

$$2\pi i \cos\psi \sin\psi \, d\psi . \tag{12a}$$

Diese Strahlung übt auf A einen gewissen Druck aus, dessen in die Richtung der negativen Normalen fallende Komponente wir mit

$$2\pi p_1 \cos\psi \sin\psi \, d\psi \tag{13}$$

bezeichnen wollen. Da sich A in positivem Sinne bewegt, muß von außen her in der Zeiteinheit die Arbeit

$$w \cdot 2\pi p_1 \cos\psi \sin\psi \, d\psi \tag{14}$$

geleistet werden, damit die gleichförmige Bewegung der Fläche A erhalten bleibe. Bezeichnen wir die wahre Strahlung von A mit

$$2\pi i_0 \cos\psi \sin\psi \, d\psi , \tag{15}$$

so ist nach dem früheren:

$$i = i_0 + w p_1 .$$

Die hervorgehobene totale Relativstrahlung (12a) trifft nun auf die in negativem Sinne bewegte Ebene B auf und wird dort zum Teil in mechanische Arbeit verwandelt, zum Teil absorbiert. Und zwar hängt das Verhältnis dieser beiden Teile von der Größe des Druckes ab, den die nun in B auffallende Strahlung (12a) auf diese Fläche ausübt. Denken wir uns nun für den

Augenblick B auf der Temperatur 0^0 A., so ist die von A ausgehende Strahlung die einzige in R vorhandene und es fordert das Reaktionsprinzip, das in diesem Falle zu leugnen wohl allen bisher geäußerten Ansichten widersprechen würde, daß die Strahlung (12a) in B denselben Druck wie in A, aber in entgegengesetzter Richtung ausübt.[1]) Da die entsprechende Arbeit, deren Betrag also wieder durch (14) gegeben ist, hier von der Strahlung geleistet wird, ist ihr Betrag von (12a) abzuziehen, um die von B absorbierte Strahlung zu erhalten, wofür wir also wieder die wahre Strahlung (15) erhalten.

Nehmen wir nun wieder an, daß sich auch B auf einer bestimmten von Null verschiedenen Temperatur befindet, so wird B unter einem gewissen Winkel mit der Normalen von der totalen Relativstrahlung

(12b) $$2\pi i' \cos\psi \sin\psi \, d\psi$$

verlassen, zu welcher in diesem Falle der Arbeitsbetrag

$$w \cdot 2\pi p_2 \cos\psi \sin\psi \, d\psi$$

zu addieren ist, um die wahre Strahlung zu erhalten, welche von B geliefert wird; sie gibt ebenso wie früher auch die Wärmemenge an, welche auf der anderen Seite des Hohlraumes von A absorbiert wird.

Es herrscht dann auf beiden Seiten der gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Druck

(16) $$2\pi (p_1 + p_2) \cos\psi \sin\psi \, d\psi .$$

Wir sehen, daß die wahre relative Strahlung allein für den Wärmetransport zwischen den Körpern A und B maßgebend ist; denn sie stammt ganz aus dem Wärmevorrat des einen schwarzen Körpers und wird vollständig in Wärmevorrat des andern verwandelt. Die andere in R vorhandene Energie, die scheinbare Strahlung, ist aus mechanischer Arbeit gewonnen. Auf der einen Seite des Hohlraumes wird beständig Arbeit in Wärme verwandelt, welche denselben durchsetzt und an der anderen Seite wieder in Arbeit vom gleichen Betrag rückverwandelt wird, so daß im ganzen bei gleichförmiger Translation unseres Systems keine Arbeit geleistet oder gewonnen wird.

1) Die Ausführungen des § 4 werden dies bestätigen.

Sind die beiden Flächen A und B auf derselben Temperatur, so fordert der zweite Hauptsatz, daß ihre gesamte gegenseitige wahre relative Zustrahlung gleich sei; denn nur dann bleiben ihre Temperaturen einander gleich. Damit dasselbe auch von zwei beliebigen, beliebig gegeneinander orientierten Flächenelementen gelte, muß für die wahre relative Strahlung das Kosinusgesetz gelten; d. h. es muß i_0 von ψ unabhängig sein und muß ferner für A und B, also für eine positiv und negativ bewegte Fläche, denselben Wert haben. Wir *erhalten* also den für das Folgende wichtigen Satz:

Die wahre relative Ausstrahlung eines bewegten schwarzen Körpers befolgt (im relativen Strahlengange) das Lambertsche Kosinusgesetz.

Dagegen hat die totale relative Strahlungsintensität einer in positivem bez. negativem Sinne bewegten schwarzen Fläche den Betrag:

(17a) $$i = i_0 + w p_1$$

bez.

(17b) $$i' = i_0 - w p_2,$$

und zwar ist natürlich gar kein Grund vorhanden, auch von diesen Größen anzunehmen, daß sie von ψ unabhängig seien.

Es kann für den Strahlungszustand in R von keinerlei Einfluß sein[1]), wenn wir die eine der beiden schwarzen Flächen A oder B durch einen Spiegel (oder auch durch eine beliebige andere Fläche) ersetzen. Insbesondere gibt auch (16) den Wert des Druckes auf einen bewegten Spiegel an, wenn derselbe, in negativem bez. positivem Sinne bewegt, von der totalen Relativstrahlung (12a) bez. (12b) getroffen wird.

§ 8.

Wir wollen jetzt die Dichte der Energie in unserem bewegten Hohlraume berechnen. Die von A ausgehende Strahlung (12a) bewegt sich nach § 1 mit der Geschwindigkeit c_-, die Strahlung (12b) mit der Geschwindigkeit c_+ durch den Hohlraum. Da der Weg, den beide Strahlungen im Hohlraum R zurückzulegen haben, $h/\cos\psi$ ist, so ist die Zeit, während

1) Vgl. J. H. Poynting, l. c.

welcher sie sich in R befinden, gleich $h/c_- \cos\psi$ bez. $h/c_+ \cos\psi$; sie tragen daher zum Energieinhalte von R der Summanden

$$h \cdot 2\pi \sin\psi \, d\psi \left(\frac{i}{c_-} + \frac{i'}{c_+} \right)$$

bei. Wenn wir diesen Ausdruck bezüglich ψ von 0 bis $\pi/2$ integrieren, ferner durch das Volumen h des Raumes R dividieren, so erhalten wir die Dichte ϱ der totalen Strahlung in R. Setzen wir für i und i' gleich ihre Werte aus (17a) und (17b) ein, so wird also:

$$\varrho = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\psi \, d\psi \left(\frac{i_0 + w p_1}{c_-} + \frac{i_0 - w p_2}{c_+} \right).$$

Wir setzen nun

(18) $$\varrho = \varepsilon + \varepsilon',$$

worin

$$\varepsilon = 2\pi i_0 \int_0^{\pi/2} \sin\psi \, d\psi \left(\frac{1}{c_-} + \frac{1}{c_+} \right)$$

und

(19) $$\varepsilon' = 2\pi w \int_0^{\pi/2} \sin\psi \, d\psi \left(\frac{p_1}{c_-} - \frac{p_2}{c_+} \right)$$

ist. Setzen wir in den ersten dieser Ausdrücke für c_- und c_+ ihre Werte aus (3a) und (3b) ein, so wird

$$\varepsilon = \frac{4\pi i_0}{c(1-\beta^2)} \int_0^{\pi/2} \sin\psi \, d\psi \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}.$$

Wir setzen nun die Dichte der Energie in einem ruhenden Hohlraum

(20) $$\frac{4\pi i_0}{c} = \varepsilon_0 \left(= \frac{4\sigma}{c} \right)$$

(σ ist das „Emissionsvermögen“) und

$$\varkappa = \frac{1}{1-\beta^2} \int_0^{\pi/2} \sin\psi \, d\psi \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}$$

oder nach Ausführung der Integration

(21) $$\varkappa = \frac{1}{2(1-\beta^2)} + \frac{1}{4\beta} \log \frac{1+\beta}{1-\beta}.$$

Dann ist

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varkappa . \tag{22}$$

Wenn wir Größen von der Ordnung β^4 an vernachlässigen, so wird

$$\varkappa = 1 + \frac{2}{3}\beta^2 . \tag{23}$$

Es ist offenbar ε die Dichte der wahren Strahlung. Um ε', die Dichte der scheinbaren Strahlung, zu berechnen, müssen wir die Werte von p_1 und p_2 kennen, mit denen wir uns also im folgenden Abschnitt beschäftigen wollen.

§ 4.

Nach Hrn. Abraham ist der Strahlungsdruck auf eine bewegte Fläche gleich der in der Zeiteinheit auffallenden oder abgehenden Strahlung (nach unserer Terminologie ist dies die totale relative Strahlung) dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit; und zwar wirkt dieser Druck in der Richtung der absoluten Fortpflanzung im Sinne der negativen Normalen. Da wir unter p_1 und p_2 senkrechte Druckkomponenten verstanden, ist also:

$$2\pi p_1 \cos\psi \sin\psi \, d\psi = \frac{2\pi i \cos\psi \sin\psi \, d\psi}{c} \cdot \cos\varphi ,$$

$$2\pi p_2 \cos\psi \sin\psi \, d\psi = \frac{2\pi i' \cos\psi \sin\psi \, d\psi}{c} \cdot \cos\varphi .$$

Dividieren wir auf beiden Seiten die gleichen Faktoren weg und setzen für $\cos\varphi$ seinen Wert aus (6) ein, so wird unter Berücksichtigung des entsprechenden Vorzeichens:

$$p_1 = \frac{i}{c}\left(\beta \sin^2\psi + \cos\psi \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}\right), \tag{24a}$$

$$p_2 = \frac{i'}{c}\left(-\beta \sin^2\psi + \cos\psi \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}\right). \tag{24b}$$

Setzen wir dies in die Gleichungen (17) ein, so erhält man

$$i = \frac{i_0}{\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}\left(-\beta \cos\psi + \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}\right)} = \frac{i_0 c}{\cos\alpha \, . \, c_-}, \tag{25a}$$

$$i' = \frac{i_0}{\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}\left(\beta \cos\psi + \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2\psi}\right)} = \frac{i_0 c}{\cos\alpha \, . \, c_+}. \tag{25b}$$

Wir können daher auch setzen:

$$(26a)\quad \left\{ \begin{aligned} p_1 &= \frac{i_0\,(\beta \sin^2\psi + \cos\psi \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi})}{c\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}\,(-\beta\cos\psi + \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi})} \\ &= \frac{i_0\,(\cos\psi + \beta\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi})}{c(1-\beta^2)\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}}, \end{aligned} \right.$$

$$(26b)\quad \left\{ \begin{aligned} p_2 &= \frac{i_0\,(-\beta \sin^2\psi + \cos\psi \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi})}{c\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}\,(\beta\cos\psi + \sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi})} \\ &= \frac{i_0\,(\cos\psi - \beta\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi})}{c(1-\beta^2)\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}}. \end{aligned} \right.$$

Diese Ausdrücke können nun, wie bereits in der Einleitung erwähnt wurde, auch aus einer anderen Hypothese abgeleitet werden; nämlich aus der Annahme, daß ein bewegter Körper in der Zeiteinheit gleich viele Wellen aussendet, wie in der Ruhe und daß auch die Amplitude dieser Wellen durch die Bewegung der Lichtquelle nicht geändert wird. Nur die Wellenlänge erfährt eine Änderung entsprechend dem Dopplerschen Prinzip. Nimmt man nun, der alten Lichttheorie entsprechend, an, daß die Energie eines Wellenzuges caeteris paribus per Längeneinheit dem Quadrat der Wellenlänge umgekehrt proportional ist, daß also auf eine Welle eine Energiemenge fällt, welche der ersten Potenz ihrer Länge umgekehrt proportional ist, so steht, da ja die Zahl der ausgesandten Wellen in beiden Fällen dieselbe ist, die Ausstrahlung des bewegten Körpers zu der des ruhenden im umgekehrten Verhältnis der Wellenlängen. Da dieses Verhältnis nach dem Dopplerschen Prinzip gleich $(1 \mp \beta\cos\varphi)$ ist, so erhalten wir:

$$i = \frac{i_0}{1-\beta\cos\varphi} = \frac{i_0\,c}{\cos\alpha\,.\,c_-}$$

bez.

$$i' = \frac{i_0}{1+\beta\cos\varphi} = \frac{i_0\,c}{\cos\alpha\,.\,c_+},$$

wobei wir (7) benutzt haben. Diese Ausdrücke sind nun in der Tat mit den Gleichungen (25) identisch. Setzen wir sie in die Gleichungen (17) ein, so können wir natürlich auch die Gleichungen (24) und (26) ableiten.

Der hier angeführte Gedankengang wurde zuerst von Hrn. Larmor[1]) auf das Problem der Reflexion, dann von

1) J. Larmor, Rep. brit. Ass. 1900.

Hrn. Poynting[1]) auf die Emission einer bewegten Fläche angewendet. Die genannten Autoren beschränken sich jedoch auf den Fall senkrechter Inzidenz bez. Emission. Übrigens hat Hr. Poynting[1]) auch nach einer anderen Methode den Druck der Strahlung bei senkrechter Emission mit demselben Resultat berechnet.

Setzen wir in (16) die Werte (26) ein, so erhalten wir den Druck auf die Flächen A und B. Berechnen wir z. B. den Druck, der auf der Fläche B lastet und drücken diesen Wert etwa durch die Dichte der totalen einfallenden Strahlung

$$\frac{2\pi i \sin\psi\, d\psi}{c_-} = d$$

aus, so erhalten wir

$$2d \cdot \frac{c^2}{c^2} \frac{\cos^2\psi}{1-\beta^2} = 2d \frac{(\cos\varphi - \beta)^2}{1-\beta^2}, \tag{27}$$

welche Gleichung natürlich mit der entsprechenden des Hrn. Abraham übereinstimmt.[2])

Der Druck auf einen bewegten Spiegel läßt sich übrigens aus der erwähnten Hypothese sehr leicht direkt ableiten, wobei man auch mit einem Schlage das Reflexionsgesetz erhält.[3]) Aus derselben folgt ja unmittelbar, daß sich die Intensitäten des einfallenden und reflektierten Lichtes umgekehrt wie die Wellenlängen, direkt wie die Schwingungszahlen verhalten.[4])

§ 5.

Wir wollen uns nun mit dem Bestandteil der Energie in R beschäftigen, welcher der scheinbaren Strahlung verdankt wird und welcher aus mechanischer Arbeit gewonnen ist. Setzen wir in (19) für p_1 und p_2 ihre Werte aus (26) ein, so wird

$$\varepsilon' = \frac{4\pi w i_0}{c^2(1-\beta^2)^2} \int_0^{\pi/2} \sin\psi\, d\psi \frac{\beta\cos^2\psi + \beta(1-\beta^2\sin^2\psi)}{\sqrt{1-\beta^2\sin^2\psi}}.$$

Wir setzen

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \tau, \tag{28}$$

1) J. H. Poynting, l. c. Anhang.

2) M. Abraham, l. c. p. 257. Gl. (18).

3) F. Hasenöhrl, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien IIa. Sitzung vom 23. Juni 1904.

4) Vgl. M. Abraham, l. c. p. 252. Gl. (11c).

wobei ε_0 seine durch (20) gegebene Bedeutung hat, während wir für τ nach Ausführung der Integration erhalten:

$$\tau = \frac{1+\beta^2}{2(1-\beta^2)^2} - \frac{1}{4\beta}\log\frac{1+\beta}{1-\beta}. \quad (29)$$ [1])

Wenn wir die Glieder von der Ordnung β^4 an vernachlässigen, so wird

$$\tau = \tfrac{4}{3}\beta^2. \quad (30)$$

Wie bereits mehrmals erwähnt, ist die im Raum R befindliche Energiemenge $h\varepsilon'$ aus mechanischer Arbeit gewonnen. Da aber bei gleichförmiger Translation unseres Systems im ganzen keine Arbeit geleistet wird, muß diese Energiemenge das Äquivalent einer Arbeit sein, welche bei der Beschleunigung desselben geleistet wurde und welche sich daher zur Arbeit gegen den gewöhnlichen Trägheitswiderstand addiert. Man kann sich dies leicht auf folgende Weise veranschaulichen: Denken wir uns unser System anfangs in absoluter Ruhe, und die Flächen A und B irgendwie gehindert Energie auszustrahlen, so daß der Raum R keine Energie enthält. Bringen wir nun das System plötzlich auf die Geschwindigkeit w und lassen gleichzeitig der Ausstrahlung von A und B freie Bahn, so muß sofort gegen die von A ausgehende Strahlung (12a) die Arbeit $w \cdot 2\pi p_1 \cos\psi \sin\psi \, d\psi$ (14) per Zeiteinheit geleistet werden. Sobald diese Strahlung in B anlangt, wird dort der gleiche Arbeitsbetrag gewonnen; es vergeht aber die Zeit $h/c_- \cos\psi$ bis dies geschieht; während dieser Zeit ist also die äußere Arbeit (14) unkompensiert. Desgleichen leistet die von B ausgehende Strahlung sofort die Arbeit $w \cdot 2\pi p_2 \cos\psi \sin\psi \, d\psi$, und es vergeht jetzt die Zeit $h/c_+ \cos\psi$, ehe diese Arbeit durch eine gleich große Arbeit der äußeren Kräfte in A kompensiert wird. Es mußte also im ganzen die Arbeit

$$2\pi \cos\psi \sin\psi \, d\psi \, w \left(p_1 \frac{h}{c_- \cos\psi} - p_2 \frac{h}{c_+ \cos\psi}\right)$$

von außen her geliefert werden. Integrieren wir diesen Ausdruck von 0 bis $\pi/2$ und beachten wir (19), so erkennen wir, daß in der Tat die aufgewendete Arbeit den Betrag $h\varepsilon'$ hat.

1) Es fällt auf, daß τ mit der durch Gl. (21) gegebenen Größe $\varkappa$ durch die einfache Gleichung $\tau = \beta \frac{d\varkappa}{d\beta}$ verbunden ist.

Wenn nun unser System zwar anfangs in Ruhe war, die Flächen A und B jedoch nicht am Ausstrahlen gehindert waren, so herrscht zu Anfang in R die Energiedichte ε_0, und es fragt sich, was mit dieser Energiemenge geschieht, wenn das System plötzlich auf die Geschwindigkeit w gebracht wird. Die obige Überlegung deutet an, daß diese Energiemenge ganz von den Flächen A und B absorbiert werden muß; kein Teil derselben darf in mechanische Arbeit verwandelt werden. Zu diesem Resultat führt übrigens auch eine direkte Rechnung, welche von den im vorigen Abschnitt angeführten Werten der Größen p_1 und p_2 ausgeht. Diese Berechnung ist nur ein Spezialfall des folgenden, und will ich sie daher hier nicht durchführen, zumal dies bereits an anderem Orte geschehen ist.[1])

Würden wir dagegen unser System mit der oben gegebenen Energie im Hohlraume R plötzlich aus dem Stadium der Bewegung in das der Ruhe versetzen, so würde die ganze Energiemenge $h\varepsilon'$ (überhaupt der ganze durch die Bewegung bedingte Überschuß der Energie in R) von A und B absorbiert; denn an den nunmehr ruhenden Begrenzungsflächen des Raumes R kann ja keine Arbeit geleistet werden. Wird also die Bewegung unseres Systems plötzlich beschleunigt, so muß Arbeit geleistet werden, welche sich in (strahlende) Wärme verwandelt; bei plötzlicher Verzögerung der Bewegung wird diese Arbeit nicht wiedergewonnen, ihr Energiebetrag bleibt vielmehr in der Form von Wärme. Derartige rasche Änderungen der Geschwindigkeit der Bewegung sind daher von irreversibeln Vorgängen begleitet. Dagegen ist die Energieverwandlung bei unendlich langsamer Änderung der Geschwindigkeit, wie ich gleich zeigen werde, vollkommen umkehrbar. Es liegen die Verhältnisse ganz ähnlich, wie etwa bei der Kompression und Expansion eines Gases. Die Kompressionsarbeit verwandelt sich stets in Wärme, ob die Kompression langsam oder rasch geschieht; diese Wärmemenge verwandelt sich aber nur dann bei der Expansion wieder in Arbeit, wenn die Expansion ganz langsam, „reversibel" erfolgt.

Wir wollen also jetzt untersuchen, was geschieht, wenn

---

1) F. Hasenöhrl, Sitzungsber. d. k. Akad d. Wissensch. zu Wien IIa. Sitzung vom 28. Juni 1904.

wir die Geschwindigkeit w unseres Systems um die unendlich kleine Größe δw ändern. (Von dieser unendlich kleinen Änderung kann natürlich vorausgesetzt werden, daß sie plötzlich geschieht.)

Sei $$w + \delta w = w_1 = \beta_1 c = (\beta + \delta\beta) c.$$

Es befindet sich also zu Beginn in R eine totale relative Strahlung (in bezug auf w) von der Strahlungsintensität i bez. i'. Diese Strahlung entspricht nach (10) einer absoluten Strahlung von der Intensität

$$i \cdot \frac{c^3 \cos\alpha}{c_-^3} \quad \text{bez.} \quad i' \cdot \frac{c^3 \cos\alpha}{c_+^3}.$$

Und dieser absoluten Strahlung entspricht wieder eine totale relative Strahlung in bezug auf $w + \delta w$ von der Intensität

$$i \frac{c^3 \cos\alpha}{c_-^3} \cdot \frac{c_{-,1}^3}{c^3 \cos\alpha_1} \quad \text{bez.} \quad i' \frac{c^3 \cos\alpha}{c_+^3} \cdot \frac{c_{+,1}^3}{c^3 \cos\alpha_1},$$

wobei der den Größen c_-, c_+, α **angehängte Index 1 bedeutet,** daß diese Größen nun aus ψ_1 **und** β_1 **zu bilden sind, anstatt** aus ψ und β.

Wir können also sagen: **Zu Beginn ist die totale relative** Strahlung in R **in bezug auf** w_1 durch die Ausdrücke:

$$2\pi \cos\psi_1 \sin\psi_1 \, d\psi_1 \, i \frac{c_{-,1}^3 \cos\alpha}{c_-^3 \cos\alpha_1}$$

bez.

$$2\pi \cos\psi_1 \sin\psi_1 \, d\psi_1 \, i' \frac{c_{+,1}^3 \cos\alpha}{c_+^3 \cos\alpha_1}$$

gegeben. Die Dichte dieser Strahlungen erhalten wir durch Division durch $c_{-,1}\cos\psi_1$ bez. $c_{+,1}\cos\psi_1$. Es ist also der Energiebetrag dieser hervorgehobenen Strahlungen in R gleich (Dichte mal Volumen):

(31 a) $$2\pi \sin\psi_1 \, d\psi_1 \, i \frac{c_{-,1}^2 \cos\alpha}{c_-^3 \cos\alpha_1} \cdot h$$

bez.

(31 b) $$2\pi \sin\psi_1 \, d\psi_1 \, i' \frac{c_{+,1}^2 \cos\alpha}{c_+^3 \cos\alpha_1} \cdot h.$$

Nun war das Verhältnis der totalen zur wahren relativen Strahlung, welch letztere tatsächlich absorbiert wird, gleich i/i_0 bez. i'/i_0; wenn also die Geschwindigkeit gleich w ist

$c/c_-\cos\alpha$ bez. $c/c_+\cos\alpha$. Wenn jetzt die Geschwindigkeit den Wert w_1 hat, so wird dieses Verhältnis gleich $c/c_{-,1}\cos\alpha_1$ bez. $c/c_{+,1}\cos\alpha_1$. Es wird also jetzt von der zu Beginn in R vorhandenen Strahlung (31) der Bruchteil

$$2\pi\sin\psi_1\,d\psi_1\,i\,h\,\frac{c_{-,1}^3\cos\alpha}{c\,.\,c_-^3}$$

bez.

$$2\pi\sin\psi_1\,d\psi_1\,i'\,h\,\frac{c_{+,1}^3\cos\alpha}{c\,.\,c_+^3}$$

absorbiert. Wollen wir den Teil Q der gesamten, zu Beginn in R enthaltenen Energie erhalten, welcher nach Änderung der Geschwindigkeit um δw von A und B absorbiert wird, so haben wir diese Ausdrücke bezüglich ψ_1 von 0 bis $\pi/2$ zu integrieren. Wir setzen vorerst für i und i' ihre Werte aus (25) ein und erhalten so:

$$Q=\int_0^{\pi/2}2\pi\sin\psi_1\,d\psi_1\,i_0\,h\left(\frac{c_{-,1}^3}{c_-^4}+\frac{c_{+,1}^3}{c_+^4}\right).$$

Nun ist nach (1):

$$c_{-,1}^2=c^2+(w+\delta w)^2-2c(w+\delta w)\cos\varphi=c_-^2-2\delta w(c\cos\varphi-w),$$

oder, unter Benutzung von (5)

$$c_{-,1}^2=c_-^2-2\,\delta w\,c_-\cos\psi.$$

Da wir in dem mit der unendlich kleinen Größe δw multiplizierten Ausdruck statt $c_-\cos\psi$ auch $c_{-,1}\cos\psi_1$ setzen können, wird endlich:

$$c_-=c_{-,1}\left(1+\delta w\frac{\cos\psi_1}{c_{-,1}}\right).$$

Ganz analog ergibt sich:

$$c_+=c_{+,1}\left(1-\delta w\frac{\cos\psi_1}{c_{+,1}}\right).$$

Benutzen wir diese Gleichungen, so wird:

$$Q=2\pi i_0\,h\int_0^{\pi/2}\sin\psi_1\,d\psi_1\left(\frac{1-4\,\delta w\frac{\cos\psi_1}{c_{-,1}}}{c_{-,1}}+\frac{1+4\,\delta w\frac{\cos\psi_1}{c_{+,1}}}{c_{+,1}}\right).$$

oder

$$Q = 2\pi i_0 h \int_0^{\pi/2} \sin\psi_1 \, d\psi_1 \left(\frac{1}{c_{-,1}} + \frac{1}{c_{+,1}}\right) - 8\pi i_0 h \delta w \int_0^{\pi/2} \sin\psi_1 \cos\psi_1 \, d\psi_1 \left(\frac{1}{c^2_{-,1}} - \frac{1}{c^2_{+,1}}\right).$$

Das erste Integral können wir mit Hilfe der Gleichung (21) bestimmen, das zweite hat den Wert:

$$\frac{2\beta_1}{c^2(1-\beta_1^2)^2} \int_0^{\pi/2} \sin\psi_1 \cos^2\psi_1 \, d\psi_1 \sqrt{1-\beta_1^2\sin^2\psi_1} = \frac{2}{c^2(1-\beta_1^2)^2}\left(\frac{1+\beta_1^2}{8\beta_1} - \frac{(1-\beta_1^2)^2}{16\beta_1^2}\log\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1}\right),$$

also wird

$$Q = h\varepsilon_0 \varkappa_1 - h\varepsilon_0 \frac{\delta w}{c}\left(\frac{1+\beta_1^2}{2\beta_1(1-\beta_1^2)^2} - \frac{1}{4\beta_1^2}\log\frac{1+\beta_1}{1-\beta_1}\right),$$

wobei $\varkappa_1$ der Wert ist, der aus $\varkappa$ entsteht, wenn man β durch β_1 ersetzt (vgl. Gleichung (21)). Man überzeugt sich nun leicht, daß der Klammerausdruck in der letzten Gleichung den Wert $d\varkappa_1/d\beta_1$ hat; also wird

$$Q = h\varepsilon_0\left(\varkappa_1 - \delta\beta\frac{d\varkappa_1}{d\beta_1}\right) = h\varepsilon_0\varkappa = h\varepsilon.$$

Damit ist unsere frühere Behauptung bewiesen. Zu Anfang, als die Geschwindigkeit unseres Systems w war, hatte die in R enthaltene Energiemenge den Betrag $h(\varepsilon+\varepsilon') = h\varepsilon_0(\varkappa+\tau)$; wenn die Geschwindigkeit geändert wird, und sich das Gleichgewicht der Strahlung in R wiederhergestellt hat, hat diese Energiemenge den Betrag $h\varepsilon_0(\varkappa_1+\tau_1)$ (wobei τ_1 aus β_1 wieder ebenso gebildet ist, wie τ aus β). Davon stammt, wie wir wissen, der Teil $h\varepsilon_0\varkappa_1$ aus dem Wärmevorrat der Körper A und B; da dieselben, wie eben bewiesen wurde, von der ursprünglich vorhandenen Strahlung den Teil $h\varepsilon_0\varkappa$ absorbieren, sehen wir, daß bei Veränderung der Geschwindigkeit von w auf w_1 die Begrenzung des Hohlraumes die Wärme

$$h\varepsilon_0(\varkappa_1 - \varkappa)$$

an letzteren abgibt, während die Differenz des Betrages der scheinbaren Strahlung, also die Energiemenge

$$h\,\varepsilon_0\,(\tau_1 - \tau)$$

das Äquivalent der Arbeit ist, welche aufgewendet werden mußte, um unserem Systeme eine Beschleunigung zu erteilen. Und zwar hat das Vorzeichen von δw in unserer Beweisführung gar keine Rolle gespielt; der Vorgang ist also umkehrbar. Dasselbe gilt auch von einer endlichen Geschwindigkeitsänderung, die man sich ja durch öftere Wiederholung einer beliebig kleinen solchen Änderung entstanden denken kann. Nur muß dieselbe eben so langsam vorgenommen werden, daß die Strahlung in R stets in dem, dem momentanen Wert der Geschwindigkeit entsprechenden Gleichgewichtszustand ist. Nur dann sind die eine endliche Geschwindigkeitsänderung begleitenden Energieverwandlungen reversibel.

Diese Arbeit, welche bei jeder Geschwindigkeitsvermehrung geleistet, bei jeder Verminderung derselben gewonnen wird und die sich natürlich zur Arbeit gegen den Trägheitswiderstand im gewöhnlichen Sinne addiert, zeigt uns, daß die gewöhnliche kinetische Energie unseres Systems infolge der Strahlung im Hohlraum um den Betrag $h\,\varepsilon_0\,\tau$ vergrößert erscheint; es verhält sich die Sache so, als ob die Masse unseres Systems um den Betrag $2\,h\,\varepsilon_0\,\tau/w^2$ vermehrt worden wäre. Setzen wir hierin für τ seinen angenäherten Wert aus (30) ein, so wird diese scheinbare Massenvergrößerung unabhängig von der Geschwindigkeit, und zwar gleich:

$$\frac{8}{3}\,\frac{h\,\varepsilon_0}{c^2}. \tag{32}$$

Und zwar ist die Einführung dieses Begriffes einer scheinbaren, durch die Strahlung bedingten Masse vollkommen analog der Einführung der elektromagnetischen Masse. Wir erwähnen noch, daß das Verhältnis dieser scheinbaren Masse zur Energie des ruhenden Hohlraumes gleich $8/3\,c^2$ ist; das Verhältnis der elektromagnetischen Masse eines kugelförmigen Elektrons zur Energie des ruhenden Elektrons ist (im Falle der Oberflächenladung) gleich $4/3\,c^2$ [1]), also von derselben Größenordnung.

1) Vgl. etwa M. Abraham, Ann. d. Phys. 10. p. 151. 1903.

Übrigens zeigen auch die exakten Werte der scheinbaren Masse (vgl. Gleichung (29)) in beiden Fällen Ähnlichkeit im Aufbau; sie sind jedoch nicht identisch.

Es ist zu erwähnen, daß wir bisher stillschweigend angenommen haben, daß die Größe i_0 und damit ε_0 nicht (explizit) vom Werte der Translationsgeschwindigkeit abhängig ist; wir werden darauf später zurückkommen.

Zur Angabe des Wertes der Größe τ und damit der eben eingeführten scheinbaren Masse war die Kenntnis der Größen p_1 und p_2 nötig. Jedoch kann man auch ohne dem aus dem Ausdruck (19) auf die Existenz derselben schließen; man erkennt überdies sofort, daß dieser Ausdruck in erster Näherung w^2 proportional sein muß.

Da der Wärmeinhalt eines jeden Körpers zum Teil aus strahlender Wärme besteht, gilt das, was wir hier bei einem Hohlraum zeigten, mutatis mutandis von jedem Körper, dessen Temperatur von 0^0 *A.* verschieden ist. Insbesondere muß jeder Körper eine scheinbare Masse besitzen, welche durch die innere Strahlung bedingt ist, und welche daher vor allem von der Temperatur abhängig sein muß.

Die eben betrachteten Änderungen der Geschwindigkeit und damit des Strahlungszustandes in unserem Hohlraume können wir als isotherme bezeichnen, da der Raum R dabei stets in Verbindung mit den Körpern A und B war, deren Wärmekapazität wir unendlich groß gegenüber der des Raumes R selbst annahmen.

Wollen wir den Vorgang bei „adiabatischen" Änderungen studieren, so wäre es am einfachsten, einen allseitig von Spiegeln umschlossenen, mit Strahlungsenergie in bestimmtem Betrage erfüllten Raum zu betrachten und denselben verschiedene Geschwindigkeiten annehmen zu lassen. Doch ergibt die Durchführung dieses Gedankens, daß sich in diesem Falle Strahlungszustände bilden, welche von den früher betrachteten wesentlich verschieden sind, und welche man als labil bezeichnen kann; denn bei der geringsten Änderung der Oberflächenbeschaffenheit der Begrenzungsflächen wird der Strahlungszustand gleich ein ganz anderer, während die früher

betrachteten Zustände von der Beschaffenheit der Begrenzung des Hohlraumes ganz unabhängig waren.

Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wollen wir uns adiabatische Änderungen des Strahlungszustandes in unserem Hohlraum so vorgenommen denken, daß sich in dem allseitig von Spiegeln umgebenen Raume ein schwarzer Körper befindet, dessen Kapazität jedoch so klein sei, daß sein Wärmeinhalt gegenüber dem Energieinhalt des Raumes R vernachlässigt werden darf. Der Zweck desselben ist bloß der, die Verteilung der Strahlung nach verschiedenen Richtungen so zu regulieren, daß dieselbe in stabilem Gleichgewichte bleibt, wenn die Geschwindigkeit des Systems geändert wird; gleichzeitig kann er dazu dienen, die Temperatur der Strahlung im bewegten Hohlraum zu definieren, indem wir letztere gleich der Temperatur eben dieses kleinen Körpers zu setzen haben.

Wir betrachten nun einen solchen mit der Geschwindigkeit w bewegten Raum, der etwa früher mit einem ausgedehnten schwarzen Körper, der dieselbe Geschwindigkeit hatte (also mit einem Wärmereservoir von bestimmter Temperatur) in Verbindung war. Es herrscht dann in diesem Raume die Energiedichte

$$\varepsilon + \varepsilon' = \varepsilon_0 \varkappa + \varepsilon_0 \tau .$$

Wird nun die Geschwindigkeit um δw auf w_1 geändert, so absorbiert das schwarze Körperchen von der ursprünglich vorhandenen Energie $h(\varepsilon + \varepsilon')$ den Teil $h\varepsilon = h\varepsilon_0 \varkappa$. ($h$ sei wieder das Volumen des Raumes.) Jetzt muß aber diese Wärmemenge wegen der verschwindenden Kapazität des Körperchens gleich sein der Wärme, welche es nun — bei der veränderten Geschwindigkeit abgibt. Letztere muß aber nach dem früheren jetzt proportional $\varkappa_1$ [1]) sein; es muß sich also ε_0 verändert haben, etwa auf $\varepsilon_{0,1}$, so daß

$$\varepsilon_{0,1} \varkappa_1 = \varepsilon_0 \varkappa$$

ist. Der Betrag der wahren Strahlung bleibt also ungeändert, was ja eigentlich schon von vornherein klar war. Da sich aber $\varkappa$ mit der Geschwindigkeit ändert, muß sich auch ε_0 ent-

1) Der Index 1 soll wieder dieselbe Bedeutung haben, wie früher.

sprechend der obigen Gleichung und damit die Temperatur der Strahlung ändern.

Die aus Arbeit gewonnene scheinbare Strahlung hat jetzt, nach Veränderung der Geschwindigkeit, die Dichte $\varepsilon_{0,1}\tau_1$, also mußte jetzt zu dieser Veränderung die Arbeit:

$$h(\varepsilon_{0,1}\tau_1 - \varepsilon_0\tau)$$

geleistet werden. (In diesem Falle hätte also auch unsere früher eingeführte scheinbare Masse einen anderen Wert; doch kommt dem, wie wir im nächsten Abschnitt sehen werden, keine reale Bedeutung zu.)

Ebenso wie früher spielt hier das Vorzeichen von δw keine Rolle, und können unsere Überlegungen auch auf endliche Geschwindigkeitsänderungen angewandt werden, wenn dieselben genügend langsam vorgenommen werden.

Wird speziell die Bewegung unseres Systems vollständig sistiert, so ist die gewonnene Arbeit gleich $h\varepsilon_0\tau$, da ja der Endwert von τ (für $\beta = 0$) Null ist. Diese Arbeit ist also gleich dem Überschuß der totalen Strahlungsenergie über die wahre. Der Betrag der letzteren ändert sich also nicht; ihre Dichte bleibt unverändert gleich $\varepsilon_0 \varkappa$. Dagegen hat diese Strahlung jetzt offenbar eine Temperatur, die höher ist als die des Wärmereservoirs, mit dem der Hohlraum ursprünglich (bei der Geschwindigkeit w) in Verbindung war. Denn das Emissionsvermögen des letzteren war (vgl. Gl. 20) $e = \frac{c}{4}\varepsilon_0$; jetzt aber müssen wir den (ruhenden) Hohlraum mit einem schwarzen Körper vom Emissionsvermögen $e_1 = \frac{c}{4}\varkappa\varepsilon_0$ in Verbindung bringen, damit kein Wärmeübergang stattfindet. Da $\varkappa > 1$, also auch $e_1 > e$, ist also die Temperatur der Strahlung gestiegen. (Nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz im Verhältnis $1 : \varkappa^{1/4}$).

§ 6.

Es liegt nun nahe, diese Temperaturerhöhung dazu zu benutzen, um einen Kreisprozeß zu konstruieren, der Wärme von einem Körper tieferer Temperatur auf einen Körper höherer Temperatur schafft.

Denken wir uns wieder ein System, das aus einem

(schwarzen) Wärmereservoir von der Temperatur T und einem von Spiegeln umgebenen Hohlraum vom Volumen v besteht. Sei anfangs das System in Ruhe, der Hohlraum in Verbindung mit dem Wärmereservoir, so daß also in ersterem die Strahlungsenergie $v\varepsilon_0$ vorhanden ist. Bringen wir nun das System auf die Geschwindigkeit w, so gibt das Wärmereservoir an den Hohlraum die Wärme $v(\varepsilon - \varepsilon_0) = v\varepsilon_0(\varkappa - 1)$ ab; gleichzeitig muß die Arbeit $v\varepsilon' = v\varepsilon_0\tau$ geleistet werden. Nun schließen wir den Hohlraum vom Wärmereservoir durch einen Spiegel ab und bringen die Geschwindigkeit unseres Systems wieder auf Null. Dabei wird von der Hohlraumstrahlung wieder die Arbeit $v\varepsilon_0\tau$ gewonnen, so daß also im ganzen Arbeit weder gewonnen noch verloren wurde. Die Dichte der wahren (im nunmehr ruhenden Hohlraum einzig vorhandenen) Strahlung ist aber gleich $\varepsilon_0\varkappa$ geblieben, ihre Temperatur ist aber jetzt höher als T, und sie kann daher von selbst auf einen Körper, dessen Temperatur auch höher als T ist, übergehen. Da sich sonst alles in demselben Stadium, wie zu Beginn befindet, involviert dies einen Widerspruch gegen den zweiten Hauptsatz.

Zur Lösung desselben bedarf es also einer neuen Hypothese. Eine solche wäre die Annahme, daß sich das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers mit der Geschwindigkeit seiner Translation ändert, so daß dasselbe stets caeteris paribus proportional $1/\varkappa$ ist. Dann hätte die Dichte der wahren Hohlraumstrahlung stets den Wert ε_0 und unser eben beschriebenes Verfahren, Wärme auf höhere Temperatur zu bringen, würde unmöglich. Wir müssen daran festhalten, daß diese Veränderung das wahre Emissionsvermögen treffen müßte, also den Betrag der inneren Energie des strahlenden Körpers, der sich in der Zeiteinheit in Strahlung verwandelt. Von dieser Größe nahmen wir bisher stets an, daß sie von der Bewegung unabhängig sei; falls dies unrichtig wäre, würde dies also auch von unseren früheren Betrachtungen gelten; so auch von unserer Ableitung des Strahlungsdruckes. Jedenfalls paßt also diese Annahme nicht in den Rahmen der hier vorgetragenen Theorie. Es müßte ferner diese Änderung die nach verschiedenen Richtungen ausgesandten Energiemengen in gleicher Weise treffen; es müßte also wohl die von den elementaren Oszillatoren ausgesandte Energie, *unabhängig von der Orien-*

tierung der letzteren, in gleichem Betrag durch die Bewegung geändert werden. Gerade dies scheint mir unwahrscheinlich. Doch muß die Möglichkeit dieser Hypothese jedenfalls zugelassen werden.

Es bietet sich nun aber auch eine andere Möglichkeit zur Lösung des Widerspruches, welche dadurch besonders bemerkenswert ist, daß es dieselbe ist, welche von Lorentz und Fitzgerald zur Erklärung des negativen Resultates des Versuches von Michelson und Morley aufgestellt wurde. Nämlich die Hypothese, daß die Dimensionen der Materie von ihrer absoluten Geschwindigkeit abhängig sind.

Der scheinbare Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatz, auf den wir gestoßen sind, rührt ja daher, daß sich die Temperatur der wahren Hohlraumstrahlung bei adiabatischer Änderung der Geschwindigkeit ändert; oder, was dasselbe ist, daß sich die Dichte derselben nicht ändert. Durch eine entsprechende Änderung des Volumens kann dann natürlich erreicht werden, daß sich die Dichte der wahren Strahlung so ändert, daß die Temperatur dieselbe bleibt; daß sie also speziell im Falle, wo der Hohlraum wieder zur Ruhe gelangt, den Wert ε_0 annimmt.

Bezeichnen wir jetzt die (während der adiabatischen Geschwindigkeitsänderung) veränderliche Dichte der wahren Strahlung mit ε, so ist εv der momentane wahre Energieinhalt des Hohlraumes. Verändert sich das Volumen, so leistet die Strahlung dabei eine Arbeit, deren Betrag von der Größe des Druckes abhängt. Obwohl es wahrscheinlich keine Schwierigkeit hätte, diese Arbeit exakt zu berechnen, wollen wir uns doch hier auf eine Genauigkeit beschränken, die sich nur bis auf Glieder von der Ordnung β^2 inkl. erstreckt. Da, wie wir vorausschicken wollen, die betrachtete Änderung des Volumens von der Ordnung β^2 ist, können wir uns bei Angabe des Druckes auf das erste, von β unabhängige Glied beschränken; also den Druck gleich einem Drittel der Dichte der totalen Strahlung setzen. Da sich ferner totale und wahre Strahlung auch nur um Glieder von der Ordnung β^2 unterscheiden, können wir die von der wahren Strahlung geleistete Arbeit gleich

$$\frac{1}{3}\varepsilon\, dv$$

setzen. Da nun die Abnahme der Energie gleich der geleisteten Arbeit ist, haben wir

$$d(\varepsilon v) = -\frac{1}{3}\varepsilon\, dv$$

oder

$$v\, d\varepsilon + \frac{4}{3}\varepsilon\, dv = 0.$$

Unser Widerspruch ist gelöst, wenn die Dichte der wahren Strahlung nicht konstant bleibt, sondern (ebenso wie bei der isothermen Veränderung) stets gleich $\varepsilon_0 \varkappa$ ist, wo ε_0 konstant bleibt und $\varkappa$ die schon oft erwähnte Funktion der momentanen Geschwindigkeit ist. Dann bleibt eben die Temperatur konstant. Wir setzen also in die obige Differentialgleichung $\varepsilon = \varepsilon_0 \varkappa$ ein und dividieren durch die Konstante ε_0 weg, so bleibt

$$v\, d\varkappa + \frac{4}{3}\varkappa\, dv = 0,$$

woraus folgt:

$$v = v_0 \varkappa^{-3/4}.$$

Hierin ist v_0 das Volumen, wenn die Geschwindigkeit gleich Null, $\varkappa = 1$ ist. Und zwar ist dieses Resultat bis einschließlich auf Größen von der Ordnung β^2 richtig. Setzen wir für $\varkappa$ seinen Wert aus (23) ein, so wird

$$v = v_0\left(1 + \frac{2}{3}\beta^2\right)^{-3/4} = v_0\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2\right).$$

Die einfachste Annahme ist jetzt die, daß etwa die Dimensionen der Materie senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung unveränderlich sind, während die in die Bewegungsrichtung fallende Dimension durch den Faktor $1 - {}^1/_2\beta^2$ von der Translationsgeschwindigkeit abhängt.

Die Übereinstimmung mit der Annahme von Lorentz und Fitzgerald ist also eine vollständige.

Ich möchte mir noch erlauben, zu bemerken, daß ich dieses Resultat auch auf anderem Wege abgeleitet habe[1]), wobei die Kenntnis der Werte des Strahlungsdruckes nicht

1) F. Hasenöhrl, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien IIa. p. 469. 1904.

nötig war; doch mußte da auf umständlichem Wege gezeigt werden, daß die Summe der Arbeit, die bei einem Kreisprozeß mit bewegten strahlenden Körpern auf Beschleunigung und Verzögerung derselben geleistet werden muß, gleich Null ist.

Die Größe der scheinbaren Masse, die wir in § 5 berechnet haben, wird nun durch diese angenommen Änderung des Volumens modifiziert. Die Gleichung (23) bleibt jedoch unverändert, da diese Modifikation außerhalb der Genauigkeitsgrenze liegt, welche für diese Gleichung gilt.

Wien, im Juli 1904.

(Eingegangen 28. Juli 1904).

6. *Über die dunkeln Streifen, welche sich auf den nach Lippmanns Verfahren hergestellten Photographien sich überdeckender Spektren zeigen (Zenkersche Streifen);*

von L. Pfaundler.

(Mitgeteilt aus den Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien. Mathem.-naturw. Klasse. 113. Abt. II a. Februar 1904.)

Herr Dr. R. Neuhauss hatte die Güte, mir eine Anzahl seiner prächtig gelungenen Photographien nach Lippmanns Verfahren zur Ansicht zu senden. Auf einer dieser Platten befinden sich zwei Aufnahmen sich überdeckender Spektren. Die eine Aufnahme zeigt zwei verkehrt angeordnete, parallel verlaufende, gleich lange Spektren, die sich mit der Hälfte ihrer Flächen überdecken, die andere Aufnahme gibt zwei sich rechtwinklig überkreuzende Spektren. Beide Photographien zeigen in den überdeckten Teilen ein System dunkler, paralleler Streifen, welche nach schriftlicher Mitteilung des Hrn. Neuhauss von Hrn. Zenker als „Talbotsche Streifen", von Hrn. O. Wiener als „Schwebungen" erklärt, aber bisher noch nicht näher untersucht worden sind. Da auch mir diese Erscheinung als eine für die Theorie und die Zukunft des Lippmannschen Verfahrens höchst wichtige und lehrreiche erscheint, so versuche ich, im nachfolgenden eine theoretische Erklärung derselben zu geben, die mir bis jetzt mit den Beobachtungen im Einklange oder doch nicht im Widerspruche zu stehen scheint. Es wird sich dabei herausstellen, daß die Erscheinung mit Talbotschen Streifen nichts zu tun hat. Auf den Vorschlag von Neuhauss gebrauche ich dafür die Bezeichnung „Zenkersche Streifen", denn Zenker hat dieselben vorausgesagt und über deren Abstände die richtige Vermutung ausgesprochen, daß sie von der Dicke der Schichte abhängen. Neuhauss gebührt das Verdienst, die Streifen zuerst hergestellt zu haben.

I. Das System der stehenden Lichtwellen unter den verkehrt parallel sich überdeckenden Spektren.

Es stelle die Gerade SS' (Fig. 1) die Ebene des Spiegels und die angrenzende Papierfläche einen senkrecht zum Spiegel und parallel zu den Spektren gerichteten Querschnitt durch die empfindliche Schichte dar, die wir uns in ihrer Dicke viele tausendmal vergrößert denken müssen. Die beiden Spektren liegen parallel SS', das eine mit dem roten Ende bei S, mit dem violetten Ende bei S', das andere umgekehrt. Die Wellenlängen der äußersten Lichtsorten seien in Luft λ und λ'. Sind ν und ν' die Brechungsindizes dieser Strahlen in der Schichte, so sind λ/ν und λ'/ν' die Wellenlängen derselben innerhalb der Schichte. Die *Hälften* dieser Wellenlängen wollen wir abkürzungshalber mit l und l' bezeichnen. l ist also die Länge einer halben Welle des violetten Lichtes innerhalb der Schichte, l' dasselbe für das rote Licht.

In der Mitte bei O begegnen sich die Spektra mit einer für beide gleichen Farbe. Die Wellenlänge derselben hängt von dem Dispersionsgesetz ab. Bei den prismatischen Spektren der Neuhaussschen Photographien ist diese Farbe ein Indigoblau etwa von der Wellenlänge λ in Luft $= 440\,\mu\mu$. Da aber diese Farbe mit der Dispersion von einer Prismensorte zur anderen wechselt, so wollen wir, um eine allgemein gültige Ableitung zu erhalten, annehmen, daß wir mit Gitterspektren zu tun haben, bei welchen, wie bekannt, die Wellenlängen proportional den Abständen im Spektrum fortschreiten. Die Rechnung wird dadurch sehr vereinfacht und es bietet keine Schwierigkeit, nachher die Resultate derselben auf das prismatische Spektrum zu übertragen. Die Wellenlängen im Violett und Rot verhalten sich ungefähr wie 5 : 8; wir wählen, um diesem Verhältnisse nachzukommen, in der graphischen Darstellung für die halben Wellenlängen dieser Farben innerhalb der Schichte die Längen $l = 5$, $l' = 8$ mm. Die Länge der Spektren, also den Abstand SS' bezeichnen wir mit $2a$, so daß also $a = OS = OS'$ ist. Wir tragen nun auf beiden in S und S' errichteten Senkrechten die Strecken $l = 5$ und $l' = 8$ mm wiederholt auf und bezeichnen die erhaltenen Teilpunkte mit l, $2l$, $3l \ldots l'$, $2l'$, $3l' \ldots$ Die Mittelpunkte dieser Strecken, welche den Abständen $l/2$, $3l/2 \ldots l'/2$, $3l'/2 \ldots$ entsprechen,

sind ebenfalls eingetragen, die Bezeichnung aber, um Überfüllung zu vermeiden, fortgelassen.

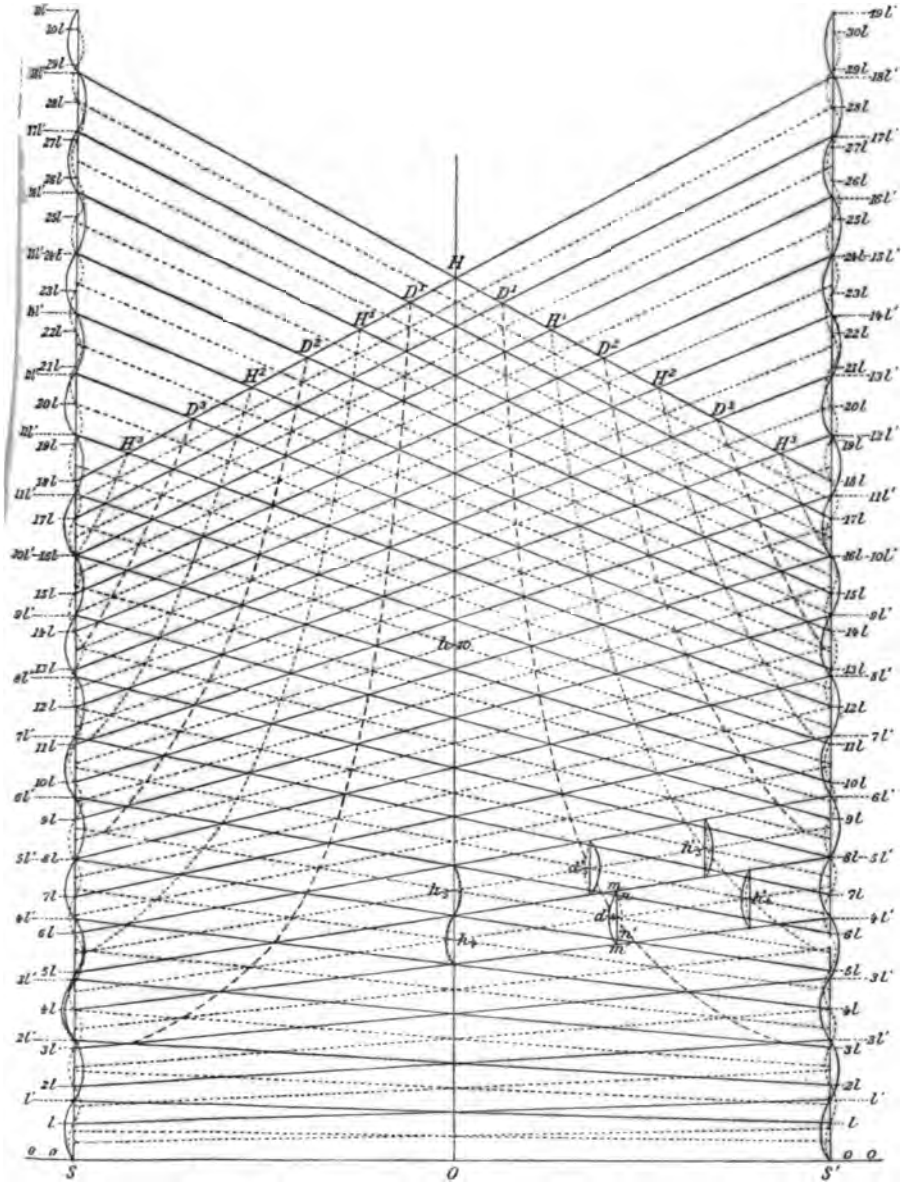


Fig. 1.

Hierauf verbinden wir alle Teilpunkte $l/2$, l, $3l/2$... links mit den entsprechenden Teilpunkten $l'/2$, l', $3l'/2$... rechts und ebenso umgekehrt die ersten Teilpunkte rechts mit den entsprechenden Teilpunkten links durch Gerade, wobei die Teilpunkte der Halbwellen mit ganz ausgezogenen Linien, die dazwischen liegenden der Viertelwellen mit punktierten Linien verbunden sind.

Nach O. Wieners neueren Untersuchungen[1]) liegen die Knotenpunkte der stehenden Wellen, welche durch Interferenz des einfallenden Lichtes mit dem vom Quecksilberspiegel zurückgeworfenen Lichte entstehen, zwar nicht an den Punkten, welche um ein ganzes Vielfaches der halben Wellenlänge von der Spiegelebene abstehen. Da dieser Umstand aber auf die Erklärung der Zenkerschen Streifen, soweit ich übersehe, keinen Einfluß hat, so wurde in der Zeichnung der Einfachheit wegen angenommen, daß die Spiegelebene, wie bei Glasspiegel, die ersten Knoten enthalte.

Die in die Fig. 1 eingezeichneten Wellenkurven geben demnach die momentane Lage der Ätherteilchen in den stehenden Wellen an, wobei vorausgesetzt ist, daß alle Wellen kohärent seien und mit gleicher Phase vom Spiegel reflektiert werden. Auf Grund dieses Schemas ist es nun leicht, sich über die Lage der Lichtwellen an irgend einer Stelle des Raumes innerhalb der Schichte zu orientieren. Man braucht nur festzuhalten, daß die von *links nach rechts aufsteigenden, ganz ausgezogenen Geraden die Knoten* aller Wellen verbinden, welche durch das Spektrum entstehen, *dessen violettes Ende links liegt*, während die von rechts nach links aufsteigenden, ganz ausgezogenen Geraden die Knotenpunkte der Wellen des umgekehrt gelegenen Spektrums durchsetzen. Ebenso *entsprechen die von links nach rechts ansteigenden punktierten Geraden den Bäuchen*, die dem *ersten* Spektrum angehören, die von rechts nach links ansteigenden ebenso den Bäuchen des verkehrten Spektrums, dessen violettes Ende rechts liegt.

Längs der von O ausgehenden Mittellinie $O\,II$ fallen von beiden Spektren Wellen gleicher Länge zusammen, welche das arithmetische Mittel der Wellenlängen an den Enden des

1) O. Wiener, Wied. Ann. **69.** p. 488. 1899.

Spektrums sind (immer vorausgesetzt, daß wir mit Beugungsspektren zu tun haben). Die Figur deutet die sich deckenden Wellen für die Bauchpunkte h_4 und h_5 an. Um die Lage der zusammentreffenden Wellen für irgend einen anderen Bauchpunkt, z. B. d'_4, zu finden, gehen wir so vor. Wir ziehen durch diesen Punkt eine auf SS' Senkrechte von solcher Länge, daß sie die benachbarten ganz ausgezogenen Geraden durchschneidet. Die Durchschnittspunkte m, m' sind die Knotenpunkte, welche dem ersten Spektrum zugehören, n und n' die Knotenpunkte für die Welle des zweiten Spektrums.

Verfolgen wir die durch m, m' gehenden Geraden nach rechts oder links bis zum Rande, so ersehen wir sofort, ob die zugehörige Halbwelle ihren Bauch nach links oder rechts gerichtet hat. Er ist diesmal nach links gerichtet, dagegen finden wir den zwischen n und n' liegenden Bauch nach rechts gerichtet. Für den Punkt h'_4 finden wir auf diese Weise, daß *beide* Bäuche nach links gerichtet sind; für den Punkt d'_5 finden wir wieder entgegengesetzte Lage beider Bäuche; für den Punkt h'_5 gleiche Lage, aber nach rechts, im Gegensatz zu Punkt h'_4.

Es ist klar, daß in den Punkten d'_4 und d'_5 das Licht fast ganz aufgehoben wird, daß es in den Punkten der Mittellinie h_4 und h_5 zur doppelten Amplitude verstärkt wird, daß es ebenfalls in den Punkten h'_4 und h'_5 verstärkt wird. Untersucht man so alle Bauchpunkte, so kommt man sofort zur Einsicht, daß die in H, H^1, H^2 H^3 endigenden Kurven alle Punkte enthalten, wo sich die Lichter beider Spektren unterstützen, dagegen die in D^1, D^2, D^3 endigenden Kurven alle die Punkte enthalten, wo sich diese Lichte gegenseitig ganz oder teilweise vernichten. Besteht demnach die chemische Aktion des Lichtes darin, daß sie in Verbindung mit der darauffolgenden Entwickelung und Fixierung der Platte zu Ausscheidungen von Silberkörnern an den Bauchpunkten führt, so müssen diese Silbermassen längs der H-Kurven periodisch verteilt sein, während die D-Kurven frei von Ausscheidungen bleiben. Diese Kurven sind, wie aus dem Späteren hervorgeht, Hyperbeläste, die sich der Mittellinie OH asymptotisch nähern. Ihre Durchschnittspunkte mit einer senkrecht auf OH gezogenen Grenzlinie haben, wie auch Fig. 1 ersehen läßt, sehr nahe gleiche Abstände untereinander.

II. Das Verhalten der fertigen Platte gegen weißes, senkrecht auffallendes Licht.

Denken wir uns jetzt den Spiegel von der Schichte abgenommen und weißes Licht senkrecht auf die Platte auffallen, so haben wir zu unterscheiden, ob dies von der Schichtseite her (in unserer Figur von unten nach oben) oder von der Glasseite her (von oben nach unten) stattfindet. Nach schriftlicher Mitteilung von Neuhauss *zeigen sich die Zenkerschen Streifen ausnahmslos nur im letzteren Falle*, also nur von der *Glasseite*. Die Aufnahme der überdeckten Spektren, welche dieser Untersuchung zugrunde liegt, ist deshalb auch nicht mit der Schichtseite, sondern mit der Glasseite an das deckende Glasprisma angekittet, welches zur Beseitigung des störenden Reflexlichtes aufgesetzt ist. Auch bei einem von Neuhauss zum Geschenke erhaltenen, ungedeckten Doppelspektrum zeigen sich auf der Schichtseite keine Zenkerschen Streifen.

Beachten wir also zunächst das von der Glasseite (in der Figur von oben) einfallende Licht, so trifft dasselbe in der Mitte bei H auf eine Reihe strenge hintereinander liegender Silberschichten (Wieners Elementarspiegel) und findet dort die Bedingungen zur Entstehung heller Farbe. Daneben liegen links und rechts die Stellen D', wo längs der dort ausmündenden Kurven keine Silberausscheidungen liegen. Das dort eindringende Licht wird daher keine Farben zeigen, vielmehr durch Absorption in der Tiefe und an der geschwärzten Rückwand verschwinden; diese Stellen müssen daher dunkel erscheinen; es sind die ersten dunklen Streifen. Darauf folgen dann helle Stellen bei H', dann wieder dunkle bei D^2 etc. Es verhält sich also hier umgekehrt wie bei einem gewöhnlichen Negativ, das an den Stellen der Silberausscheidungen dunkel, an den von Silber freien dagegen hell erscheint.

Gegen die Enden der Spektren hin werden die Projektionen der D-Kurven auf die Glasfläche, also auch die dunkeln Stellen wegen der stärkeren Krümmung der Kurven verbreitert und übereinandergreifend erscheinen, wodurch die Maxima der Dunkelheit verwischt werden und die Platte an den Enden der Spektren in gedämpfter Färbung, ohne deutliche dunkle Streifen erscheinen muß. Die Theorie verlangt daher lebhafte Färbung

in der Mitte der Spektren, durchbrochen von relativ scharf begrenzten dunkeln Streifen, welche die Spektren senkrecht auf deren Längsrichtung in nahezu gleichen Abständen durchziehen, Abnahme der Schärfe dieser Streifen gegen die Enden der Spektren bis zum völligen Verschwinden, nebst Abnahme der Lebhaftigkeit der Färbung an diesen Stellen. Daß die Streifen von der Schichtseite aus nicht gesehen werden, ist vielleicht durch die scheinbar unregelmäßige Anlage der Bauchpunkte, welche dort nicht in Reihen hintereinander liegen, zu erklären.

Die Abbildung Fig. 2 zeigt, daß diese Folgerungen aus der Theorie in der Tat zutreffen. Das gemeinschaftliche Feld beider Spektren zeigt in der Mitte ein brillantes Indigoblau, durchsetzt von äquidistanten dunkeln Streifen, deren etwa 12 im ganzen sichtbar sind. Sie nehmen rasch an Schärfe ab und sind in den äußeren Dritteln des Feldes nicht mehr sichtbar.

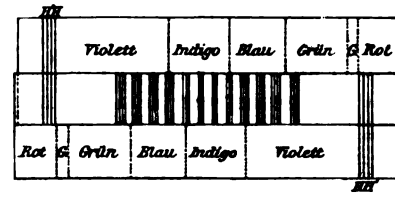


Fig. 2.

An den Enden der Spektren treten nur die Fraunhoferschen *H*-Linien deutlich auf (die übrigen Fraunhoferschen Linien sind nicht sichtbar). Hätten wir mit Beugungsspektren zu tun, so würden dieselben in der Mitte statt mit Indigoblau mit Gelbgrün zusammentreffen. Wollten wir unsere Konstruktion in Fig. 1 für das prismatische Spektrum durchführen, so müßten an Stelle der geraden Linien $l'l$ und ll' etc. Kurven gezeichnet werden, deren Ordinaten den halben Wellenlängen gleich wären, welche den betreffenden Stellen der Spektren entsprechen. Eine wesentliche Änderung der Gesamterscheinung könnte dadurch nicht herbeigeführt werden. Eine Prüfung dieser Behauptung durch eine in getreuen Verhältnissen ausgeführte Konstruktion scheitert an den großen Dimensionen, welche dieselbe annehmen müßte.

Wollten wir dieselbe für das 50 mm lange Bild von Neuhauss durchführen und dabei der mittleren Wellenlänge innerhalb der Schichte auch nur die Länge von 2 mm geben, so müßten wir den Spektren die Länge von 280 m geben. Wir

wollen nun auf dem Wege der Rechnung versuchen, die gegebene Erklärung auch in quantitativer Richtung durchzuführen.

III. Berechnung der Lage der dunkeln Streifen.

Wir nehmen zunächst wieder an, daß wir mit Beugungsspektren von der Länge $2a$ zu tun haben, und berechnen die Lage aller Bauchpunkte, an denen *keine* Silberausscheidung erfolgt, also die Lage der Punkte auf den mit D^1, D^2 ... bezeichneten Kurven.

Zu diesem Zwecke denken wir uns SS' als Abszissenachse, OH als Ordinatenachse eines rechtwinkligen Koordinatensystems und fassen einen der gesuchten Punkte, z. B. d_4^1 ins Auge. Derselbe entsteht durch die Durchschneidung der von dem Punkte $x = -a$, $y = {}^9/_2\, l$ nach dem Punkte $x = +a$, $y = {}^9/_2\, l'$ gezogenen Geraden mit der von dem Punkte $x = +a$, $y = {}^{11}/_2\, l$ nach dem Punkte $x = -a$, $y = {}^{11}/_2\, l'$ gezogenen Geraden.

Ebenso entsteht der nächste Punkt d_5' derselben Kurve D^1 durch den Durchschnitt zweier Geraden, von denen die eine vom Punkte $x = -a$, $y = {}^{11}/_2\, l$ nach dem Punkte $x = +a$, $y = {}^{11}/_2\, l'$ gezogen ist, mit der vom Punkte $x = +a$, $y = {}^{13}/_2\, l$ nach dem Punkte $x = -a$, $y = {}^{13}/_2\, l'$ gezogenen Geraden.

Allgemein entsteht also der Punkt h_n' durch Kreuzung einer Geraden, die vom Punkte

$$x = -a, \quad y = \frac{2n+1}{2}\, l$$

nach dem Punkte

$$x = +a, \quad y = \frac{2n+1}{2}\, l'$$

geht, mit einer Geraden, die vom Punkte

$$x = +a, \quad y = \frac{2n+3}{2}\, l$$

nach dem Punkte

$$x = -a, \quad y = \frac{2n+3}{2}\, l'$$

geht.

Die Gleichungen dieser beiden Geraden sind:

$$y = \frac{2n+1}{4a}(l' - l)x + \frac{2n+1}{4}(l' + l)$$

und

$$(1) \qquad y = -\frac{2n+3}{4a}(l'-l)x + \frac{2n+3}{4}(l'+l),$$

woraus sich die Koordinaten ihres Durchschneidungspunktes h'_n, die wir mit ξ_1, η_1 bezeichnen wollen, wie folgt ergeben:

$$(2) \qquad \xi_1 = \frac{\frac{2n+3}{4}(l'+l) - \frac{2n+1}{4}(l'+l)}{\frac{2n+1}{4a}(l'-l) + \frac{2n+3}{4a}(l'-l)} = \frac{a.(l'+l)}{2(n+1)(l'-l)},$$

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{\frac{2n+1}{4a}(l'-l)\cdot\frac{2n+3}{4}(l'+l) + \frac{2n+3}{4a}(l'-l)\cdot\frac{2n+1}{4}(l'+l)}{\frac{2n+1}{4a}(l'-l) + \frac{2n+3}{4a}(l'-l)} \\ &= \frac{(2n+1)(2n+3)(l'+l)}{8(n+1)}. \end{aligned} \right.$$

Wir wiederholen, daß hier bedeuten:

n eine ganze Zahl, welche mit dem Index des gesuchten Punktes d'_n übereinstimmt, a die halbe Länge der Spektren, l und l' die halben Längen der Lichtwellen an den Enden des Spektrums innerhalb der Schichte.

Die Werte der Koordinaten ξ_2, η_2 für die Punkte der Kurve D^2 würden wir in derselben Weise erhalten, wenn wir in (1) statt $n+3$ $n+5$ einsetzten.

Wären uns nun die Dicke δ der Schichte und ihr mittlerer Brechungsindex ν bekannt, so könnten wir mittels der Formel (3) für η, welches mit δ nahezu identisch ist, den Wert von n, d. i. die Anzahl der in der Schichte enthaltenen halben Wellen und aus dieser Zahl mittels der Formel (2) den Wert ξ, d. i. den halben Abstand der mittleren beiden dunkeln Streifen berechnen und diesen mit dem beobachteten Werte vergleichen, um so unsere Theorie auch in quantitativer Beziehung zu bestätigen.

Leider sind die genauen Werte von δ und ν nicht bekannt. Wir können daher diese Größen nur schätzungsweise ermitteln und sehen, ob die daraus berechneten Streifenabstände wenigstens der Größenordnung nach mit der Beobachtung übereinstimmen. Wir erhalten dadurch, wenn auch keine vollständige Bestätigung der Theorie, so doch einen Nachweis ihrer Möglichkeit.

Nach schriftlicher Mitteilung des Hrn. Neuhauss bewegen sich die Dicken des Eiweißhäutchens seiner Farbenphotographien zwischen den Grenzen 0,005 und 0,015 mm. An den verkitteten Aufnahmen ist eine Messung eo ipso ausgeschlossen, aber auch an der unverkitteten Platte ist es mir bisher nicht gelungen, eine genauere Messung auszuführen. Den Brechungsindex des (mit Erythrosin, Glycinrot und Cyanin versetzten) Eiweißes kann man mit einer für den vorliegenden Zweck genügenden Genauigkeit $= \nu = 1{,}5$ setzen.

Nehmen wir also einmal für die Dicke δ der Schichte einen mittleren Wert von 0,01 mm an.

Bevor wir die Rechnung durchführen, wollen wir aber noch auf den Umstand Rücksicht nehmen, daß wir nicht mit Beugungsspektren, sondern mit prismatischen Spektren zu tun haben, bei denen bekanntlich der brechbarere Teil mehr in die Länge gezogen erscheint. Ist bei diesen demnach die Wellenlänge nicht eine lineare Funktion der Abmessungen im Spektrum, so darf man doch mit genügender Annäherung annehmen, daß innerhalb einer begrenzten Strecke die Differenz der Wellenlängen proportional den Abständen im Spektrum sei.

Nun liegen an der Neuhaussschen Aufnahme die Zenkerschen Streifen, den beobachteten Farben nach zu schließen, in dem Gebiete zwischen den Fraunhoferschen Linien F und G. Dieses Gebiet hat eine Ausdehnung von 17 mm, so daß also für das so beschnittene Spektrum die Größe $a = 8{,}5$ mm ist.

Aus den Wellenlängen in Luft für $F = 486\ \mu\mu$ und $O = 431\ \mu\mu$ ergeben sich die Wellenlängen innerhalb der Schichte für

$$F = \frac{486}{1{,}5} = 324\ \mu\mu, \quad \text{für} \quad O = \frac{431}{1{,}5} = 287\ \mu\mu,$$

somit die halben Wellenlängen an den Enden $l' = 162$ mm, $l = 144$ mm.

Wir erhalten demnach:

$$l' + l = 0{,}000306, \quad l' - l = 0{,}000018 \text{ mm}.$$

Durch Einsetzen von $\delta = 0{,}01$ für η_1 und 0,000306 für $l' + l$ in Formel (3) erhält man für n die Zahl 66.

Einen genäherten Wert erhielten wir noch einfacher durch Division der Schichtendicke 0,01 durch die mittlere halbe Wellenlänge $l' + l/2$, was $n = 65{,}3$ ergeben würde.

Demnach enthielte die Schichte 33 ganze Wellen. Setzen wir endlich diesen Wert $n = 66$ in die Formel (2), so kommt:

$$\xi_1 = \frac{a(l'-l)}{2(n+2)(l'-l)} = \frac{8{,}5 \,.\, 0{,}000\,806}{2 \,.\, 67 \,.\, 0{,}000\,018} = 1{,}08 \text{ mm},$$

folglich ist der Streifenabstand $= 2\,\xi_1 = 2{,}16$ mm.

Die direkte Ausmessung hatte ergeben 2,0 mm.

Diese nahe Übereinstimmung ist natürlich nur ein Zufall, denn die Annahme, daß die Schichtendicke = 0,01 mm sei, ist ja nur eine schätzungsweise. Wir ziehen aus dieser Übereinstimmung auch nur den Schluß, daß unsere Erklärung mit der Beobachtung nicht in Widerspruch stehe.

Bei der von Hrn. Neuhauss zum Geschenke erhaltenen Platte, bei welcher nur zwei etwa doppelt so breite Streifen im Abstand von 4 mm sichtbar sind, müßte also die Schichtendicke 0,005 mm betragen, was der unteren Grenze entspricht.

IV. Die dunkeln Streifen der überkreuzten Spektra.

An der Hand der bisherigen Ergebnisse ist es nicht schwierig, auch die Erscheinungen an den überkreuzten Spektren zu erklären.

Wir wollen zu diesem Zwecke synthetisch vorgehen und das Bild derselben aus dem der parallelen Spektra ableiten. Das Quadrat $VRSV'$, Fig. 3, zeigt zunächst die Gesamtanordnung, wobei angenommen ist, daß die Spektren ebenso lang als breit seien, so daß sie sich vollständig bedecken. Die Farbengrenzen sind aus Fig. 2 übernommen.

Der Mittelpunkt O des Quadrates entspricht der Stelle, wo die mittleren Strahlen beider Spektren zusammentreffen; dort muß also ein lebhaftes Indigoblau auftreten. Ziehen wir durch O die mit den Quadratseiten Parallelen und tragen auf ihnen von O aus dieselben Abstände auf, welche die dunkeln Streifen auf den parallelen Spektren von der Mitte aus haben, ziehen von dort Senkrechte auf die Diagonale VV', so kommen wir auf solche Punkte, wo genau dieselben Farbenmischungen auftreten, wie auf den parallelen Spektren an der Stelle der

dunkeln Streifen auftreten würden. Durch diese Stellen müssen auch die dunklen Streifen im gekreuzten Bilde hindurchgehen. Ihr Abstand muß im Verhältnis $1 : \sqrt{2}$ größer sein als im Bilde, Fig. 2, also 2,818 betragen.[1]) Die Streifen müssen ferner senkrecht stehen auf derjenigen Richtung, wo das Gefälle der Wellenlängen das größte ist, das ist für die Richtung VV', somit müssen die Streifen mit der Diagonale RS parallel laufen. Dies ist allerdings nur im Beugungsspektrum strenge richtig. Im prismatischen Spektrum müßten die Streifen nach innen ein wenig konvex gekrümmt sein, was auch in der Tat zu bemerken ist.

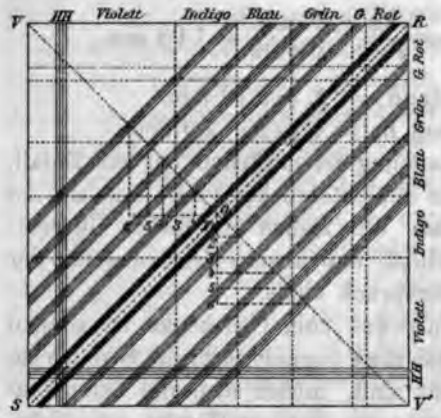


Fig. 3.

Was die Farben angeht, so müssen beim Übergange von R bis S längs der Diagonale lauter reine Spektralfarben auftreten; gegen die Farben V und V' müssen sie verändert und gedämpft erscheinen.

Das wirkliche Bild zeigt diese Beschaffenheit im wesentlichen, die Streifen haben die gezeichnete Lage, nur daß sie, wie erwähnt, ein wenig gegen die Diagonale RV konvex gebogen sind, wie ja vorausbestimmt werden kann. Ihr Abstand wurde zwischen 2,5 und 2,9 gemessen, was mit dem berechneten 2,818 übereinstimmt. Im übrigen weicht das wirkliche Bild von dem konstruierten deshalb ab, weil die Spektren schmäler als lang sind; auch ist es etwas unsymmetrisch. Auf der rechtsseitigen Bildhälfte sind die Streifen aus unbekanntem Grunde ausgeblieben. Auf der linken Seite sind sie in dem violetten, blauen und grünen Teile sehr gut ausgeprägt, dagegen nur sehr schwach sichtbar in dem Gelb und Rot.

1) Die Aufnahme der gekreuzten Spektren befindet sich auf derselben Platte, wie die der parallelen, daher die Schichtendicke als nahe gleich angenommen werden darf.

Im Natriumlichte erscheinen beide Spektrumbilder überall dunkel mit Ausnahme der gelben Stellen; Streifen sind, wie zu erwarten, nicht zu sehen.

V. Folgerungen für das Problem der Photographie in natürlichen Farben.

Aus dem Bisherigen geht hervor, daß es zwar theoretisch möglich ist — und die Erfolge haben es bestätigt —, reine spektrale Farben unter den schon von O. Wiener angegebenen Vorsichtsmaßregeln und Einschränkungen getreu wiederzugeben. Anders geht es mit den *Mischfarben*, falls dieselben nicht etwa nur subjektiv dadurch zustande kommen, daß objektiv ein feines Mosaik homogener Farben vorhanden ist, welches im Auge als Mischfarbe wahrgenommen wird.

Wenn zwei Lichtwellen verschiedener Wellenlänge in die Schichte eindringen, so bietet es mit Rücksicht auf das Prinzip der Koexistenz der kleinen Bewegungen wohl zunächst keine Schwierigkeit, anzunehmen, daß die Schichte an den Bauchpunkten *beider* Wellensysteme ohne gegenseitige Störung derselben jene latente Einwirkung erfahre, welche bei der nachträglichen Entwickelung zur Ausscheidung von Silber führt. Sind diese Silbermassen aber einmal ausgeschieden, so ist schwer anzunehmen, daß sich die beiden Systeme von periodischen Abständen dieser Ausscheidungen nicht gegenseitig stören; denn es kommen ja durch die Zwischenschaltung der Ausscheidungen des zweiten Systems zwischen die des ersten ganz neue Intervalle zustande, welche die Resonanz der Lichtwellen zum Teile stören oder ganz vernichten, während aus dem einfallenden weißen Lichte andere Lichtwellen durch die Resonanz in diesen neuen Intervallen Verstärkung finden. Wenn auch die Mehrzahl dieser Lichte, weil außerhalb der sichtbaren Skala fallend, das sichtbare Farbengemisch nicht störend beeinflußt, so bleiben doch sicherlich noch genug sichtbare, daher störende übrig.

Sehen wir aber von den theoretischen Einwänden ganz ab; das *Auftreten der Zenkerschen Streifen liefert den schlagenden Beweis, daß es eine ganze Reihe von Farbenpaaren gibt, welche sich beim Lippmannschen Verfahren nicht zu einer kor-*

rekten Farbenmischung vereinigen, sondern sich gegenseitig zu Schwarz neutralisieren.

Das Lippmannsche Verfahren ist demnach **nicht allein** wegen seiner unsicheren und schwierigen Handhabung, sondern vor allem *wegen des Versagens seiner theoretischen Grundlage nicht als eine vollkommene Lösung des Problems der Farbenphotographie anzuerkennen.* Wenn trotzdem in den Händen geschickter Experimentatoren einzelne gelungene Bilder zustande kommen, so erklärt sich das wohl dadurch, daß entweder annähernd homogene Farben zur Wirkung gelangen, wie bei lebhaft gefärbten Vögeln, bunt bemalten Vasen etc., oder daß die Mischfarben in solcher Mannigfaltigkeit und Abwechselung am Objekte vorkommen, daß die Auslöschungen der Farben nirgends kompakt auftreten, sondern sich wie ein Schleier auf das ganze Bild verteilen. Dies dürfte bei den Landschaftsaufnahmen zutreffen, welche im allgemeinen matt gefärbt erscheinen.

Das Lippmannsche Verfahren wird deshalb wohl immer bleiben, was es bisher war: ein überaus reizendes und höchst **interessantes physikalisches Experiment.**

(Eingegangen 21. Juli 1904.)

7. *Zur Berechnung der Stromstärke in netzförmigen Leitern; von W. Feussner.*

Zu dem vor zwei Jahren mitgeteilten Verfahren[1]) will ich im Folgenden einen Satz hinzufügen, der besonders geeignet ist, die Berechnung der Zähler der Ausdrücke für die Stromstärke zu erleichtern.

1. Um eine größere Einheitlichkeit der Formeln zu erzielen, werde ich hier das in der vorigen Abhandlung festgehaltene Verfahren, nur *geschlossene* Netze zu behandeln, fallen lassen und auch solche mit nur einseitig mit dem Netz zusammenhängenden, frei endigenden Drähten zulassen. Es entstehen solche, wenn im Verlauf des schrittweisen Überganges zu immer einfacheren Netzen durch folgeweises Entfernen der einzelnen Drähte alle an einem Verzweigungspunkt zusammenlaufenden mit Ausnahme von einem weggenommen sind.

Wenn in einem beliebigen Netz ein dreifacher Verzweigungspunkt vorhanden ist, in dem die Drähte a, b, c zusammenlaufen (Fig. 1), deren Widerstände durch die gleichen

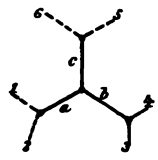


Fig. 1.

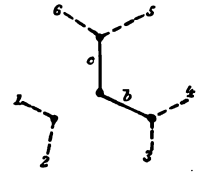


Fig. 2.

Fig. 3.

Buchstaben bezeichnet werden mögen, so kann nach Gleichung (6 der angezogenen Abhandlung zunächst

$$N = a N_a + N_{a'}$$

gesetzt werden, worin N_a dem durch Fig. 2, $N_{a'}$ dem durch Fig. 3 angedeuteten Netz zugehört. Bei weiterem Fortschreiten

1) W. Feussner, Ann. d. Phys. 9. p. 1304. 1902.

in der Zerlegung kann man nun, statt sofort in Fig. 2 den Leiter $b + c$ zu entfernen, auch zuerst b allein wegnehmen, also setzen

$$N_a = b\,N_{a\,b} + N_{a\,b'},$$

worin $N_{a\,b}$ der Fig. 4, $N_{a\,b'}$ der Fig. 5 entspricht. Das durch Fig. 4 angedeutete Netz enthält den frei endigenden Draht c,

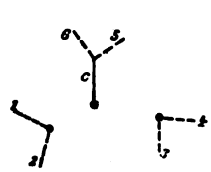


Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

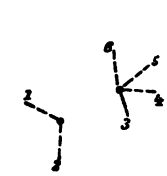


Fig. 7.

der bei der weiteren Zerlegung nicht mehr in Betracht kommt. Man hat also

$$N = a\,b\,N_{a\,b} + a\,N_{a\,b'} + N_{a'}.$$

Es ist aber

$$N_{a\,b'} = c\,N_{a\,b'c} + N_{a\,b'c'},$$

worin die auf der rechten Seite stehenden N den Fig. 6 bez. 7 entsprechen. Da nun

$$N_{a\,b} = N_{a\,b'c} = N_{a\,(b+c)} \quad \text{und} \quad N_{a\,b'c'} = N_{a\,(b+c)'}$$

ist, so geht die jetzt angewandte Zerlegung

$$N = a\,b\,N_{a\,b} + a\,N_{a\,b'} + N_{a'}$$

unmittelbar über in die frühere

$$N = a\,(b + c)\,N_{a\,(b+c)} + a\,N_{a\,(b+c)'} + N_{a'}.$$

Die jetzige hat aber den Vorteil, bei jedem Verzweigungspunkt, einerlei ob er dreifach oder mehrfach ist, in gleicher Weise anwendbar zu sein.

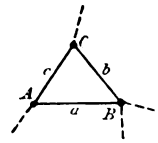


Fig. 8.

2. Bezeichnen wir durch $\mathfrak{N}$ den gemeinschaftlichen Nenner der Ausdrücke für die Stromstärken in einem beliebigen gegebenen Netz, in welchem ein durch die drei Drähte a, b, c gebildeter geschlossener Kreis vorhanden ist (Fig. 8), so können wir durch wiederholte Anwendung der schon vorhin benutzten Gleichung (6) der früheren Abhandlung setzen

$$\mathfrak{N} = a\,b\,c\,\mathfrak{N}_{a\,b\,c} + a\,b\,\mathfrak{N}_{a\,b\,c'} + a\,c\,\mathfrak{N}_{a\,b'\,c} + b\,c\,\mathfrak{N}_{a'\,b\,c} + a\,\mathfrak{N}_{a\,b'\,c'} + b\,\mathfrak{N}_{a'\,b\,c'} + \mathfrak{N}_{a'\,b'}.$$

Wenn wir ferner das N desselben Netzes nach Entfernung der Drähte $a\,b\,c$ des geschlossenen Kreises — wir wollen es dann das *gekürzte* Netz nennen — durch N bezeichnen, und das eines hieraus durch Zusammenlegen zweier Anknüpfungspunkte der entfernten Drähte, z. B. A und B, entstehenden Netzes durch $N_{\widehat{AB}}$ und entsprechend in anderen Fällen, so ist

$$\mathfrak{N}_{abc} = N, \quad \mathfrak{N}_{ab'c'} = N_{\widehat{CA}}, \quad \mathfrak{N}_{a'bc} = N_{\widehat{BC}}, \quad \mathfrak{N}_{a'bc'} = N_{\widehat{AB}},$$

$$\mathfrak{N}_{a'b'c'} = \mathfrak{N}_{a'bc'} = N_{\widehat{ABC}}, \quad \mathfrak{N}_{a'b'} = c\,N_{\widehat{ABC}}.$$

Wir können daher schreiben

$$\mathfrak{N} = a\,b\,c\,N + a\,b\,N_{\widehat{CA}} + a\,c\,N_{\widehat{BC}} + b\,c\,N_{\widehat{AB}} + (a+b+c)\,N_{\widehat{ABC}}.$$

Man kann also $\mathfrak{N}$ in eine Summe von Gliedern zerlegen, die aus den Kombinationen dritter, zweiter und erster Klasse der drei Drähte des benutzten Kreises bestehen; jede Kombination multipliziert mit dem N eines Netzes, das aus dem gekürzten Netz durch Zusammenlegung der Endpunkte der in der Kombination *nicht* vorkommenden Drähte des Kreises entsteht. Ebenso bei Kreisen von vier Drähten $a\,b\,c\,d$ (Fig. 9)

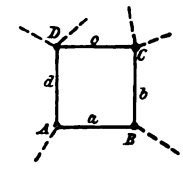


Fig. 9.

$$\begin{aligned}\mathfrak{N} = {} & a\,b\,c\,d\,N + a\,b\,c\,N_{\widehat{DA}} + a\,b\,d\,N_{\widehat{CD}} + a\,c\,d\,N_{\widehat{BC}} + b\,c\,d\,N_{\widehat{AB}} \\ & + a\,b\,N_{\widehat{CDA}} + b\,c\,N_{\widehat{DAB}} + c\,d\,N_{\widehat{ABC}} + d\,a\,N_{\widehat{BCD}} \\ & + a\,c\,N_{\widehat{BC}\,\widehat{DA}} + b\,d\,N_{\widehat{AB}\,\widehat{CD}} + (a+b+c+d)\,N_{\widehat{ABCD}}.\end{aligned}$$

So kann man fortfahren, indem man andere, von mehr Drähten gebildete geschlossene Figuren benutzt. Dabei ist jedoch zweierlei zu beachten. Wenn n die Anzahl der Drähte, m die der Verzweigungspunkte in dem gegebenen Netz ist, so besteht $\mathfrak{N}$ aus einer Summe von Kombinationen von je $\mu = n - m + 1$ Elementen; man kann daher bei der angegebenen Zerlegung von $\mathfrak{N}$ in der Bildung der Kombinationen aus den Drähten des gewählten Kreises nicht über solche μ^{ter} Klasse hinausgehen, wenn auch der Kreis mehr als μ Drähte enthält. Da ferner bei der mehrfachen Anwendung der Gleichung (6) der früheren Abhandlung niemals ein Zerfall des Netzes in getrennte Teile vorkommt, so sind alle diejenigen Glieder wegzulassen, bei denen dies durch Entfernen der in ihnen enthaltenen Drähte des benutzten Kreises eintreten würde.

Es ergibt sich also:

Das N eines gegebenen Netzes kann in folgender Weise gebildet werden: Man wähle in ihm einen beliebigen geschlossenen Kreis aus, er möge h Drähte enthalten. Wenn $h \leqq \mu$ ist, bilde man die Kombinationen h^{ter}, $h-1^{ter}$ ... 1ter Klasse, wenn $h > \mu$ ist, nur die μ^{ter}, $\mu-1^{ter}$ ... 1ter Klasse der Widerstände dieser h Drähte, mit Ausnahme derjenigen Kombinationen aus Drähten, durch deren Wegnahme das Netz in getrennte Teile zerfallen würde. Jede dieser Kombinationen multipliziere man mit dem N eines Netzes, das aus dem durch Entfernen der h Drähte gekürzten Netz durch Zusammenlegen der Punkte entsteht, welche durch nicht zu der Kombination beitragende Drähte des Kreises verbunden waren. Die Summe dieser Produkte ist das gesuchte N.

Kommen mehrfache Strecken in dem Netz vor, so ersetzt man sie durch einfache, verfährt nach der vorstehenden Anweisung und berücksichtigt dann die mehrfachen Strecken nach dem Satz in Nr. 14 der früheren Abhandlung.

3. Von besonderem Wert ist der abgeleitete Satz zur Bildung der Zähler der Ausdrücke für die Stromstärke. Wenn in einem Netz, dessen N durch $\mathfrak{N}$ bezeichnet werden möge, die elektromotorische Kraft sich in a befindet und die Stromstärke i_k in k bestimmt werden soll, so erhält man den Zähler nach dem in Nr. 9 meiner früheren Abhandlung angegebenen Verfahren, indem man aus $\mathfrak{N}_a$, also dem Faktor von a in $\mathfrak{N}$, zunächst diejenigen Glieder entnimmt, welche frei von den Widerständen aller Drähte sind, die einen geschlossenen, a und k enthaltenden Kreis K_1 bilden, sodann die von den Widerständen eines zweiten solchen Kreises K_2 freien Glieder etc., bis alle zugleich durch a und k gehenden Kreise erschöpft sind. Denkt man sich nun $\mathfrak{N}$ nach dem oben abgeleiteten Satz unter Benutzung des Kreises K_1 gebildet, so erkennt man leicht, daß a allein, ohne mit anderen Widerständen des Kreises K_1 multipliziert zu sein, nur im letzten Glied vorkommt, daß also der Beitrag zum Zähler, den dieser Kreis liefert, der gemeinsame Faktor seiner Kombinationen erster Klasse in dem Ausdruck von $\mathfrak{N}$ ist. Entsprechendes liefern die anderen Kreise. Man kann also den folgenden Satz aussprechen:

Um den Zähler des Bruches zu bilden, welcher mit der elektromotorischen Kraft E multipliziert die Stromstärke i_k in dem

Draht k angibt, hat man, wenn sich E in a befindet, sämtliche geschlossene Kreise K_1, K_2 . . . K_g zu benutzen, welche die beiden Drähte a und k zugleich enthalten. Man entferne zuerst sämtliche Drähte des Kreises K_1 und vereinige die auf ihm liegenden Verzweigungspunkte zu einem einzigen, das N des so entstehenden Netzes ist der Beitrag von K_1 zum Zähler von i_k. Ebenso verfahre man mit den übrigen Kreisen K_2 . . . K_g. Bezüglich des Vorzeichens wähle man beliebig eine Richtung des Drahtes k als die positive; stimmt die Richtung des Stromes, welchen E in einem der Kreise K für sich allein erzeugen würde, hiermit überein, so hat der von diesem Kreis gelieferte Beitrag das positive, wenn nicht, das negative Vorzeichen zu erhalten.

Dieser Satz vereinfacht die Bildung der Zähler der Ausdrücke für die Stromstärken sehr wesentlich und macht sie unabhängig von der Kenntnis des N des Netzes.

Wenn mehrfache Strecken in dem Netz vorkommen, so ist in dem Zähler mit ihnen ebenso zu verfahren, wie es in Nr. 14 meiner früheren Abhandlung bezüglich des N vorgeschrieben ist. Ausgenommen sind jedoch die Strecken, welche die elektromotorische Kraft und den zu bestimmenden Strom enthalten; sind diese mehrdrähtig, so ist der Zähler mit dem Produkt der Widerstände aller darin vorkommenden Drähte außer *a* und *k* (die die elektromotorische Kraft und den Strom i_k führen) zu multiplizieren. Das ergibt sich leicht, wenn man den eben abgeleiteten Satz auf Netze mit mehrfachen Strecken anwendet.

4. Als Beispiel möge zunächst das Netz der Wheatstoneschen Brücke dienen. Befindet sich die elektromotorische

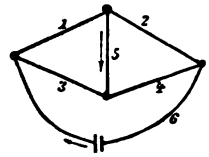


Fig. 10.

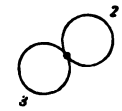


Fig. 10a.

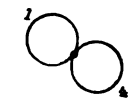


Fig. 10b.

Kraft in 6 (Fig. 10) und soll die Stromstärke in 5 bestimmt werden, so sind die beiden geschlossenen Kreise 6154 und 6352 zu benutzen. Wenn der Strom in 6 und die positive Richtung in 5 durch die beigesetzten Pfeile bezeichnet sind,

hat der Beitrag des ersten Kreises zum Zähler das positive, der des zweiten das negative Vorzeichen zu erhalten. Entfernen wir nun die Drähte des ersten Kreises und vereinigen die auf ihm liegenden Verzweigungspunkte, welche hier die sämtlichen des Netzes sind, in einen einzigen, so entsteht aus dem Übriggebliebenen das Netz Fig. 10a, dessen N nach meiner früheren Abhandlung[1]) $w_2 w_3$ ist. Ebenso liefert der zweite Kreis das Netz Fig. 10b, dessen N $w_1 w_4$ ist. Also ergibt sich der mit E zu multiplizierende Faktor des Zählers: $w_2 w_3 - w_1 w_4$.

Ein zweites Beispiel möge die Ann. d. Phys. 9. p. 1328 behandelte Thomsonsche Brücke bilden.[2]) Die Stromquelle wird in 6 (Fig. 11) in der durch den Pfeil angegebenen Richtung wirkend angenommen und es soll die Stromstärke in 7, dessen

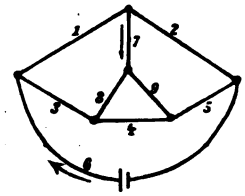


Fig. 11.

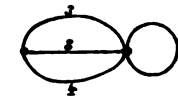


Fig. 11a.

positive Richtung angegeben ist, bestimmt werden. Die zu benutzenden Kreise sind: 6 1 7 9 5, 6 1 7 8 4 5, 6 3 8 7 2, 6 3 4 9 7 2,

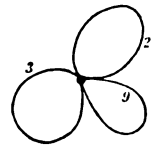


Fig. 11b.

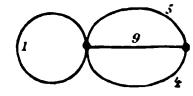


Fig. 11c.

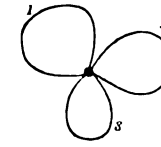


Fig. 11d.

wovon die zwei ersten positive, die zwei letzten negative Beiträge liefern. Die Entfernung der Drähte der einzelnen Kreise und die Zusammenlegung der betreffenden Verzweigungspunkte

1) W. Feussner, Ann. d. Phys. **9.** p. 1311. 1903.

2) Ich benutze die Gelegenheit zu der Bemerkung, daß in dem N dieses Netzes versehentlich die Glieder

$$b_3\left(a_1 b_1 (a_2 + b_2) + a_2 b_2 (a_1 + b_1)\right)$$

ausgelassen sind.

ergeben die in Fig. 11a bis Fig. 11d verzeichneten Netze, woraus sofort als Zähler des mit E zu multiplizierenden Bruches

$$w_2\,(w_3\,(w_4 + w_8) + w_4\,w_8) + w_2\,w_3\,w_9 \\ - w_1\,(w_5\,(w_4 + w_9) + w_4\,w_9) - w_1\,w_5\,w_8$$

folgt, oder

$$(w_2\,w_3 - w_1\,w_5)(w_4 + w_8 + w_9) + (w_2\,w_8 - w_1\,w_9)\,w_4\,,$$

was mit dem in der früheren Abhandlung p. 1328 unten gegebenen Ausdruck übereinstimmt.

Endlich soll noch für das durch Fig. 12 dargestellte Netz, wo die elektromotorische Kraft E in 5 liegen mag, die Stromstärke in 7 bestimmt werden. Die zu benutzenden Kreise sind in diesem Fall: 5 6 7 8, 5 6 7 4 1, 5 2 3 7 8, sie liefern nur positive Glieder, die nach dem obigen Satz unmittelbar hingeschrieben werden können. Es ergibt sich so

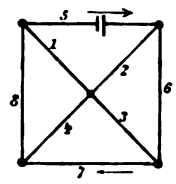


Fig. 12.

$$i_7 = \frac{w_1\,w_2\,(w_3 + w_4) + w_3\,w_4\,(w_1 + w_2) + w_2\,w_3\,w_6 + w_1\,w_4\,w_6}{N}\,E.$$

Das N in diesem Ausdruck läßt sich nach Nr. 15 meiner früheren Abhandlung [1]) ebenfalls sofort angeben, wenn man sich das Netz durch Zufügung des vierfachen Verzweigungspunktes, in dem die Drähte 1, 2, 3, 4 zusammenlaufen zu den übrigen entstanden denkt. Nämlich:

$$\begin{aligned} N = {} & \big(w_1\,w_2\,(w_3 + w_4) + w_3\,w_4\,(w_1 + w_2)\big)(w_5 + w_6 + w_7 + w_8) \\ & + w_1\,w_2\,w_7\,(w_5 + w_6 + w_8) \\ & + w_2\,w_3\,w_8\,(w_5 + w_6 + w_7) + w_3\,w_4\,w_5\,(w_6 + w_7 + w_8) \\ & + w_1\,w_4\,w_6\,(w_5 + w_7 + w_8) \\ & + w_1\,w_3\,(w_5 + w_8)(w_6 + w_7) + w_2\,w_4\,(w_5 + w_6)(w_7 + w_8) \\ & + w_1\,w_6\,w_7\,(w_5 + w_8) \\ & + w_2\,w_7\,w_8\,(w_5 + w_6) + w_3\,w_5\,w_8\,(w_6 + w_7) \\ & + w_4\,w_5\,w_6\,(w_7 + w_8) + w_5\,w_6\,w_7\,w_8\,. \end{aligned}$$

Wenn gewisse von den eindrähtigen Strecken des Netzes durch mehrdrähtige ersetzt werden, so kann man ohne jede Schwierig-

1) W. Feussner, Ann. d. Phys. 9. p. 1324. 1902.

keit nach der Schlußbemerkung in Nr. 3 und den früheren Vorschriften von den vorstehenden Ausdrücken zu den neuen übergehen. Wenn z. B. den Drähten 5, 6, 7, 8 je ein zweiter 9, 10, 11, 12 beigefügt wird (Fig. 13), während die Stromquelle in 5 bleibt, so wird der Zähler von i_7:

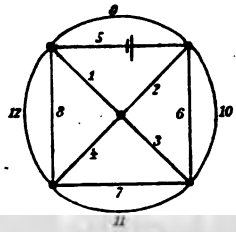


Fig. 13.

$$w_9 w_{11}\big((w_1 w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_1 + w_2))(w_6 + w_{10})(w_8 + w_{12}) + w_2 w_3 w_8 w_{12}(w_6 + w_{10}) + w_1 w_4 w_6 w_{10}(w_8 + w_{12})\big).$$

Ebenso ist gemäß Nr. 14 der ersten Abhandlung das neue N nach den angegebenen des Netzes Fig. 12 sofort hinzuschreiben.

5. Natürlich können in allen Ausdrücken statt der Widerstände w der Drähte ihre reziproken Werte, die Leitfähigkeiten l eingeführt werden. Man erhält die neue Form des Ausdruckes für die Stromstärke, indem man Zähler und Nenner **der alten Form durch das Produkt sämtlicher w des Netzes dividiert und dann für die w die entsprechenden l einführt. Man hat so einen Bruch aus zwei ganzen homogenen algebraischen Funktionen der l,** worin jedes l nur linear vorkommt. Wir wollen diese Form des Nenners durch P bezeichnen und sie „das P des Netzes“ nennen. Die Anzahl der Glieder ist in Nenner und Zähler dieselbe wie vorher, der Grad aber ist im allgemeinen ein anderer, und zwar für P gleich $n - \mu$ oder $m - 1$, also nur abhängig von der Anzahl der Verzweigungspunkte, nicht von der der Drähte im Netz. Je nachdem also n kleiner oder größer als $2(m-1)$ ist, ist der Grad von N niedriger oder höher als der von P. Es kann daher unter Umständen empfehlenswert sein, die l statt der w in die Rechnung einzuführen. Der Grad des Zählers wird $n-(\mu-1)$ oder m; darin ist, wenn die elektromotorische Kraft in a liegt und die Stromstärke i_k in k auszudrücken ist, $l_a l_k$ gemeinschaftlicher Faktor, bei i_a nur l_a.

Leicht zu übersehen ist die Änderung, welche die ausgesprochenen Sätze durch die Einführung der l erfahren. Ich will beispielsweise nur einige der hauptsächlichsten anführen. Wenn wir das P eines durch Wegnahme des Drahtes a aus

dem ursprünglichen entstehenden Netzes durch P_a, das eines durch Wegnahme desselben Drahtes und Zusammenlegung der beiden Anknüpfungspunkte entstehenden durch $P_{a'}$ bezeichnen, so erhalten wir entsprechend der Gleichung (6) der früheren Abhandlung:

$$P = P_a + l_a P_{a'}.$$

Der in Nr. 14 der früheren Abhandlung abgeleitete Satz verwandelt sich in den folgenden:

Wenn in einem Netz die Strecken $a, b, c \ldots$ durch $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ Drähte gebildet werden, so wird das P dieses Netzes aus dem des entsprechenden mit nur einfachen Strecken dadurch erhalten, daß die Leitfähigkeiten $l_a, l_b, l_c \ldots$ jedesmal durch die Summen der Leitfähigkeiten der die einzelnen Strecken bildenden Drähte ersetzt werden.

Der Satz in Nr. 15 der früheren Abhandlung p. 1324 wird zum folgenden:

Wenn zu einem bekannten Netz ein p-facher Verzweigungspunkt hinzugefügt wird, dessen Drähte beliebige Ausgangspunkte am Netz haben, so ist das P des neuen Netzes eine Summe, deren Summanden aus sämtlichen Kombinationen p^{ter}, $p-1^{\text{ter}} \ldots$ bis 1ter Klasse der Leitfähigkeiten der neuen Drähte bestehen, eine jede Kombination multipliziert mit dem P eines Netzes, das aus dem ursprünglichen durch die Vereinigung der Ausgangspunkte aller Drähte der Kombination erhalten wird.

Der oben p. 388 gegebene Satz wird:

Das P eines gegebenen Netzes kann in folgender Weise gebildet werden: Man wähle in ihm einen beliebigen geschlossenen Kreis aus, er möge h Drähte enthalten. Wenn $h \leqq \mu$ ist, bilde man die Kombinationen $h-1^{\text{ter}}$, $h-2^{\text{ter}} \ldots$ bis 0ter Klasse, wenn $h > \mu$ ist, die $h-1^{\text{ter}} \ldots$ bis $h-\mu^{\text{ter}}$ Klasse der Leitfähigkeiten dieser h Drähte mit Ausnahme derjenigen Kombinationen aus Drähten, durch deren Wegnahme das Netz in getrennte Teile zerfallen würde. Jede dieser Kombinationen multipliziere man mit dem P eines Netzes, das aus dem durch Entfernen der h Drähte gekürzten Netz durch Zusammenlegen der Punkte entsteht, welche durch Drähte der Kombination verbunden waren. Die Summe dieser Produkte ist das gesuchte P.

Der Satz endlich zur Bildung der Zähler (oben p. 388 u. 389) lautet hier folgendermaßen:

Um den Zähler des Bruches zu bilden, welcher mit der elektromotorischen Kraft E multipliziert die Stromstärke i_k in dem Draht k angibt, hat man, wenn sich E in a befindet, sämtliche geschlossene Kreise $K_1, K_2 \ldots K_g$ zu benutzen, welche die beiden Drähte a und k zugleich enthalten. Man vereinige zuerst nach Entfernung aller Drähte des Kreises K_1 die auf ihm gelegenen Verzweigungspunkte in einem einzigen. Das P des so entstandenen Netzes mit dem Produkt der Leitfähigkeiten aller Drähte von K_1 multipliziert ist der Beitrag dieses Kreises zu dem Zähler von i_k. Ebenso verfahre man mit den übrigen Kreisen $K_2 \ldots K_g$. Das Vorzeichen bestimmt sich ebenso wie oben.

(Eingegangen 11. August 1904.)

8. *Werte der erdmagnetischen Elemente zu Potsdam für die Jahre 1902 und 1903; von Adolf Schmidt.*

(Mitgeteilt namens der magnetischen Abteilung des Kgl. Preußischen Meteorologischen Instituts.)

In gleicher Weise wie für die früheren Jahre sind auch für 1902 und 1903 die Mittelwerte der magnetischen Elemente am Potsdamer Observatorium abgeleitet worden. Die in der folgenden Zusammenstellung enthaltenen Zahlen, denen der Übersicht halber und wegen einer gegenüber der vorigen Mitteilung[1]) getroffenen Änderung die Mittelwerte von 1901 hinzugefügt sind, bezeichnen also den Durchschnitt der Tagesmittel, die ihrerseits aus den je 24 Werten zu den vollen Stunden nach Ortszeit berechnet sind. Alle diese Einzelwerte sind den fortlaufenden Registrierungen entnommen, deren mit der Zeit veränderliche Basiswerte durch regelmäßig angestellte absolute Beobachtungen (monatlich je drei bei der Deklination und der Horizontalintensität, wöchentlich zwei bei der Inklination) bestimmt werden.

Element		1901	1902	1903
Deklination	D	− 9° 52,1′	− 9° 48,0′	− 9° 43,8′ (West)
Inklination	J	+66° 22,8′	+66° 20,8′	+66° 20,0′ (Nord)
Horizontalintensität .	H	0,18861	0,18878	0,18876 Γ
Nördliche Komponente	X	+0,18582	+0,18598	+0,18605 Γ (Nord)
Östliche Komponente	Y	−0,03233	−0,03212	−0,03190 Γ (West)
Vertikalintensität . .	Z	+0,43128	+0,43090	+0,43068 Γ
Totalintensität . . .	F	0,47072	0,47042	0,47022 Γ

Unter Γ ist die Einheit der Feldstärke $cm^{-1/2} g^{1/2} sec^{-1}$, für die jetzt bereits vielfach der Name Gauss gebraucht wird, verstanden; das weiterhin auftretende Symbol γ bezeichnet den Betrag 0,00001 Γ.

Die zuvor angedeutete Änderung gegenüber den früher veröffentlichten Werten betrifft die Inklination und die mit

1) Ad. Schmidt, Ann. d. Phys. 10. p. 890. 1903.

ihrer Hilfe berechneten Werte der Vertikal- und der Totalintensität. Sie ist die Folge eines Wechsels des zur Bestimmung der absoluten Inklinationswerte dienenden Instrumentes.

Bis zum Ende des Jahres 1897 wurde zu diesem Zwecke ein von C. Bamberg angefertigtes Nadelinklinatorium benutzt. Neben diesem wurde nach mehrjährigen Vorversuchen 1896 ein Erdinduktor nach der von Leonhard Weber angegebenen Konstruktion in Gebrauch genommen.[1]) Vom Beginn des Jahres 1898 an trat der Induktor insofern an die Stelle des Nadelinklinatoriums, an dem die Beobachtungen jedoch bis zum Juli 1901 fortgesetzt wurden, als er dazu diente, den Verlauf der Inklination im einzelnen festzustellen. Die von ihm gelieferten Werte wurden jedoch durch eine konstante Korrektion, die sich aus den jahrelangen Vergleichsbeobachtungen beider Apparate ergab, auf das Nadelinklinatorium reduziert. Letzteres blieb also für die Mittelwerte das Normalinstrument, obgleich seinen Angaben unzweifelhaft eine größere Unsicherheit anhaftete als denen des Induktors. Es wurde dieses Verfahren eingeschlagen, weil ein endgültiges Urteil über die Möglichkeit systematischer Fehler in den Angaben des letzteren noch nicht gewonnen war. Im Interesse der Einheitlichkeit der langjährigen Beobachtungsreihe sollte so lange an der alten Grundlage festgehalten werden, bis eine neue sicher festgestellt war, damit nicht etwa nachträglich wiederholte Änderungen an den abgeschlossenen Ergebnissen vorgenommen werden müßten. Aus dieser Erwägung heraus wurde selbst dann die Beziehung auf das Nadelinklinatorium zunächst noch festgehalten, als dieses selbst nicht mehr beobachtet wurde und als im Laufe des Jahres 1901 ein neues Instrument als das bei weitem geeignetste erkannt und nach längeren Vorversuchen und Vergleichsbeobachtungen vom September an zum Normalinstrument gewählt und ausschließlich benutzt wurde. Es ist dies ein von G. Schulze in Potsdam nach Eschenhagens Angaben ähnlich dem Wildschen gebauter Rotationsinduktor, dessen schon früher auch von K. Schering

1) Eine eingehende Beschreibung und bildliche Darstellung dieses Instrumentes findet man in A. Winkelmanns Handbuch der Physik 3. II. Abt. p. 91.

benutztes Prinzip darin besteht, daß man diejenige Stellung der Achse einer Spule aufsucht, in der in dieser bei kontinuierlicher Drehung kein Strom durch das magnetische Feld der Erde induziert wird.

Die in der vorigen Veröffentlichung angegebenen Mittelwerte der Inklination (66° 30,3′), Vertikalintensität (0,43387 *I*) und Totalintensität (0,47309 *I*) beruhen also durchaus auf Messungen mit den beiden Induktoren, sind aber durch gewisse, aus Vergleichsbeobachtungen abgeleitete Korrektionen auf das Inklinatorium reduziert worden. Aus äußeren, hier gleichgültigen Gründen wurden diese Korrektionen als konstante Änderungen der Vertikalintensität angebracht, und zwar im Betrage von $+172\,\gamma$ bei dem Weberschen und von $+259\,\gamma$ bei dem Wildschen Induktor. Sollen also nun nachträglich jene Werte auf das letztgenannte Instrument bezogen werden, so hat man nur bei Z die soeben angegebene Korrektion wieder abzuziehen und bei den zwei anderen Elementen die daraus entspringenden Änderungen anzubringen. So ergeben sich die in der obigen Tabelle stehenden Werte $Z = 0{,}43128\,I$, $F = 0{,}47072\,I$, $J = 66° 22{,}8'$. Die Inklination ergibt sich also um 7,5′ kleiner als früher gefunden wurde.

Die Ursache dieser beträchtlichen Differenz, die einen neuen Beleg für die bekannte Unsicherheit der Messungen mit dem Inklinatorium liefert, ist noch nicht ganz sicher aufgeklärt; vor allem läßt sich bis jetzt nicht entscheiden, ob und inwieweit sie auf einem von Anfang an bestehenden oder auf einem erst allmählich entstandenen systematischen Fehler der Angaben des Nadelinklinatoriums beruht. Diese Frage wird kaum eher mit Sicherheit beantwortet werden können, als bis eine zur Ableitung der Säkularvariation ausreichende Reihe von Jahresmitteln, die ausschließlich auf Induktormessungen beruhen, vorliegt. Dagegen läßt sich schon jetzt mit Bestimmtheit behaupten, daß jene Differenz fast ausschließlich dem Inklinatorium zur Last zu legen ist, und daß die Beobachtungen mit dem Rotationsinduktor nahezu fehlerfreie Inklinationswerte liefern. Nach den am Potsdamer Observatorium gemachten Erfahrungen und nach theoretischen Erwägungen darf es als ausgeschlossen gelten, daß ein etwaiger systematischer Fehler von mehr als einer halben Minute in

diesen Werten enthalten sein könnte; wahrscheinlich ist diese Grenze sogar viel zu hoch gezogen. Der mittlere zufällige Fehler einer einzelnen, vollständigen Messung ist auf höchstens $\pm 0{,}2'$ zu schätzen.

Die der mitgeteilten Übersicht unmittelbar zu entnehmenden Unterschiede der aufeinander folgenden Jahresmittel erweisen sich bei der Deklination als nahezu konstant, während sie bei der Horizontalintensität und der Inklination eine starke Abnahme zeigen, die besonders beim Vergleich mit den früher veröffentlichten Werten der Säkularvariation (l. c.) hervortritt. Von den dort angegebenen Formeln zur Darstellung der Säkularvariation bleibt daher für die letzten beiden Jahre, besonders für 1903, nur die auf die Deklination bezügliche näherungsweise gültig. Sie liefert $9^\circ\,44{,}5'$ statt des beobachteten Wertes von $9^\circ\,43{,}8'$. Die wesentlich größeren Abweichungen bei den anderen Elementen haben ihre Ursache darin, daß mit dem Jahre 1903 eine neue Störungsperiode begonnen hat. Im allgemeinen hat jede Störung eine erst allmählich wieder verschwindende Abnahme der horizontalen und eine ebensolche Zunahme der vertikalen Intensitätskomponente zur Folge, eine Erscheinung, die zuerst van Bemmelen eingehend untersucht und die er als *Nachstörung* bezeichnet hat. Diese Änderungen sind in Potsdam zur Zeit der Säkularvariation, die eine Zunahme von H und eine Abnahme von Z darstellt, entgegengesetzt, so daß diese ihrem absoluten Betrage nach um so mehr verringert wird, je häufigere und stärkere Störungen auftreten.

In welchem Grade die in Übereinstimmung mit allen früheren Erfahrungen der Sonnenfleckenentwickelung parallel verlaufende Häufigkeit und Stärke der magnetischen Störungen im letzten Jahre zugenommen hat, zeigen die folgenden Angaben, denen zum Vergleich die schon im früheren Bericht enthaltenen für 1901 hinzugefügt sind.

Von den 8760 Stundenwerten jedes Elementes waren bei der

		Deklination	Horizontalintensität	Vertikalintensität
Im Jahre	1901	229	462	110
„	1902	414	778	341
„	1903	1208	1756	1113

als gestört zu bezeichnen. Stärkere Störungen (vom Charakter 4 oder 5 nach der von Eschenhagen eingeführten Skala) fielen auf folgende Tage:

1902: 11. April, 21. August, 24. November;
1903: 26. und 27. Januar, 8. Februar, 18. März, 6. und 9. April, 1., 2. und 29. Juni, 19. September, 12., 13. und 31. Oktober, 1. November, 13. und 31. Dezember.

Die bei weitem stärkste dieser Störungen, ja die stärkste, die überhaupt bisher am Potsdamer Observatorium beobachtet worden ist, war diejenige vom 31. Oktober zum 1. November, die nach Intensität und Verlauf einen geradezu polaren Charakter trug. Die absolute Schwankung erreichte hier bei der Deklination den Betrag von 3° 6′, wobei obendrein zwischen den beiden äußersten Werten nur eine Zeit von 7 Min. lag; bei der Horizontal- und der Vertikalintensität unterschieden sich Maximum und Minimum um rund 1000 γ. Während der Zeit der heftigsten Störung am 31. Oktober wurden vorzugsweise im westlichen und mittleren Europa starke Erdströme, die vielfach den telegraphischen Betrieb auf Einzelleitungen unmöglich machten, beobachtet. Erfreulicherweise sind diese Ströme auf einer größeren Anzahl von Linien des deutschen Reichstelegraphennetzes, besonders solchen, die vom Berliner Haupttelegraphenamt ausgehen, systematisch beobachtet worden. Sehr ausgeprägt war die Nachstörung, die in den Mittelwerten des vorausgehenden und des folgenden Monats natürlich nur abgeschwächt und trotzdem noch deutlich zum Ausdruck kommt. Im Oktober war $H = 0{,}18870$ und $Z = 0{,}43065$, im November $H = 0{,}18851$ und $Z = 0{,}43077$.[1])

Die dem Observatorium übertragene magnetische Landesaufnahme von Preußen wurde im Sommer des Jahres 1903 mit der Vermessung von 35 Stationen im Südwesten des Gebietes zu einem gewissen ersten Abschluß gebracht. Die Beobachtungen wurden wiederum ausschließlich von Hrn. Edler, und zwar mit denselben Instrumenten und nach denselben

1) Eingehendere Mitteilungen über diese in vielen Beziehungen merkwürdige Störung findet man in der Meteorologischen Zeitschrift, Januar 1904, und in Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity, März 1904.

Methoden wie in den vorausgehenden Jahren ausgeführt. Die Gesamtzahl der ziemlich gleichmäßig über das ganze Gebiet verteilten Beobachtungspunkte beträgt 265. Eine kurze Zusammenstellung der Hauptresultate der Vermessung wird demnächst veröffentlicht werden. Dagegen ist der endgültige Abschluß des Unternehmens, da noch verschiedene ergänzende Beobachtungen und die zusammenfassende theoretische Bearbeitung der unmittelbaren Ergebnisse zu erledigen bleiben, erst nach einigen Jahren zu erwarten.

(Eingegangen 5. September 1904.)

9. *Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung und des Molekulargewichtes von verflüssigtem Stickstoffoxydul;* von *Leo Grunmach.*

(Aus den Sitzungsberichten der k. Akademie der Wissenschaften zu Berlin mitgeteilt vom Verfasser.)[1])

In zwei früheren Abhandlungen, welche der Akademie vorgelegt worden sind[2]), habe ich gezeigt, daß man die Kapillarwellenmethode zur genauen Bestimmung der Oberflächenspannungen und Molekulargewichte verflüssigter Gase anwenden kann. In der vorliegenden Arbeit, welche eine Fortsetzung meiner Untersuchungen auf diesem Gebiete bildet, will ich mir erlauben, über meine mit Stickstoffoxydul ausgeführten Versuche[3]) in Kürze zu berichten:

Das verflüssigte Stickstoffoxydul wurde als chemisch rein (frei von Stickoxyd und Sauerstoff) von der englischen Firma Ash and Sons in Stahlbomben bezogen. Aus der Bombe wurde es zunächst durch ein mit konzentrierter Schwefelsäure gefülltes Trockengefäß und aus diesem in einen als Kondensationsgefäß dienenden Erlenmeyerschen Kolben geleitet, dessen Deckel mit zwei Bohrungen für das Zuleitungsrohr und für ein Pentanthermometer versehen war. Das Kondensationsgefäß stand auf einem Glasdreifuß innerhalb eines großen aus zwei konzentrischen Zylindern gebildeten Doppelgefäßes, dessen Zwischenräume durch Watte ausgefüttert waren. Als Ab-

1) L. Grunmach, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 1198. Sitzung vom 28. Juli 1904.

2) L. Grunmach, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1900. p. 829 und 1901. p. 914. Ferner Ann. d. Phys. 3. p. 659. 1900; 9. p. 1262. 1902.

3) Die Versuche sind von mir zum größten Teile ausgeführt worden im anorganischen Laboratorium der Technischen Hochschule. Dem Vorsteher desselben, Hrn. Prof. Dr. Erdmann, spreche ich für sein gefälliges Entgegenkommen, ferner meinen Assistenten, den Herren Dr. Wilhelm Radeboldt und Franz Weidert, für die mir gewährte Unterstützung meinen verbindlichsten Dank aus.

kühlungsflüssigkeit im inneren Zylinder wurde Petroläther benutzt, der durch Eingießen von flüssiger Luft bei beständigem Umrühren auf −93 bis −95° C. abgekühlt wurde, während die Temperatur im Kondensationsgefäß einige Grade höher gehalten wurde. Da Kondensations- und Erstarrungstemperatur des Stickstoffoxyduls nahe aneinander liegen, *muß sowohl die Abkühlung wie das Zuströmen des Gases sehr genau reguliert werden*, um ein Erstarren des kondensierten Stickstoffoxyduls und ein Verstopfen des Zuleitungsrohres zu verhüten. Das so verflüssigte Stickstoffoxydul wurde durch Filter in das zur Beobachtung dienende halbkugelförmige Dewarsche Gefäß hineinfiltriert, welches möglichst erschütterungsfrei auf einem die Grundplatte des Stimmgabelstativs frei durchsetzenden, also *unabhängig von ihm fest aufgestellten* Dreifuße ruhte.

Die Versuchsanordnung und die Methode der Beobachtung war die gleiche wie bei meinen früheren Versuchen[1]), nur habe ich diesmal zur Berechnung der Oberflächenspannung aus der allgemeinen Gleichung

$$\alpha = \frac{\sigma n^2 \lambda^3}{2\pi} - g\frac{\lambda^2 \sigma}{4\pi^2} \text{ dyn./cm},$$

in welcher σ die Dichte, n die Schwingungszahl, λ die Wellenlänge und g die Erdbeschleunigung bedeuten, auch das von der Schwere herrührende Korrektionsglied berücksichtigt, dessen numerischen Einfluß ich an anderer Stelle diskutiert habe.[2])

Als erregende Stimmgabel diente wieder die mit P.T.R.II.38 bezeichnete; sie war inzwischen zu Kapillarmessungen auf flüssigem Brom und flüssigem Jod benutzt[3]) und durch deren Dämpfe etwas angegriffen worden und wurde deshalb von neuem von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geprüft mit dem Ergebnis, daß ihre Gleichung jetzt ist

$$n_t = 253{,}01 - 0{,}025\,(t - 19{,}1^\circ\,\text{C.}).\ ^4)$$

---

1) L. Grunmach, l. c.; ferner Ann. d. Phys. **3.** p. 659. 1900; **9.** p. 1262. 1902.

2) L. Grunmach, Wissenschaftl. Abhandl. d. kaiserl. Normal-Aichungskommission Heft III. p. 107 u. 125 ff.

3) Diese Versuche sollen demnächst veröffentlicht werden.

4) Die erste vor 9 Jahren ausgeführte Prüfung hatte ergeben

$$n_t = 253{,}13 - 0{,}025\,(t - 19{,}1).$$

Als *Siedepunkt des Stickstoffoxyduls* geben die Herren Cailletet und Colardeau[1]) den Wert $-88{,}8^\circ$ C. an ohne nähere Angabe des zugehörigen Barometerstandes, während die Herren Ramsay und Shields[2]) bei Atmosphärendruck den Wert $-89{,}8^\circ$ C. finden. Da meine Beobachtungen bei den Barometerständen $\beta_0 = 741{,}1$ mm und $\beta_0 = 753{,}3$ mm ausgeführt worden sind, so habe ich den Siedepunkt besonders bestimmt und gefunden $-89{,}4^\circ$ C. bei $\beta_0 = 741{,}1$ mm. Als Thermometer diente hierzu ein von C. Richter aus Jenenser Glas 16^{III} hergestelltes, von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geprüftes Pentanthermometer P. T. R. II. 20286. Unter Annahme der von Hrn. Cailletet[3]) früher mitgeteilten Daten über die Tension des Stickstoffoxyduls, nämlich daß einer Druckdifferenz von 0,1 Atm. eine Temperaturdifferenz von 2° C. entspricht, ergibt sich dann als Siedepunkt für den Barometerstand $\beta_0 = 753{,}3$ der Wert $-89{,}1^\circ$ C.

Für die *Dichte des verflüssigten Stickstoffoxyduls* liegen ältere Beobachtungen vor von Andréeff[4]), aus denen er die Formel ableitet

$$\sigma = 0{,}9368 - 0{,}0039\,t$$

und neuere Beobachtungen der Herren L. Cailletet und E. Mathias[5]), die sie durch die Gleichung darstellen

$$\sigma = 0{,}342 + 0{,}00166\,t + 0{,}0922\sqrt{36{,}4 - t}.$$

Hierbei ist indessen zu bemerken, daß die Beobachtungen von Andréeff sich nur auf das Temperaturintervall von -7° bis $+20^\circ$ C. und diejenigen von Cailletet und Mathias auf das Temperaturintervall von $-20{,}6^\circ$ bis $+24^\circ$ C. erstrecken. Deshalb habe ich auch die Dichte bei der Siedetemperatur besonders bestimmt mittels der Mohrschen Wage und bei $t = -89{,}4^\circ$ C. den Wert gefunden $\sigma = 1{,}2257$, einen Wert, der übrigens gut übereinstimmt mit dem aus der Cailletet-

1) L. Cailletet u. E. Colardeau, Compt. rend. **106**. p. 1189. 1888.
2) W. Ramsay u. J. Shields, Journ. Chem. Soc. p. 833. 1893.
3) L. Cailletet, Arch. de Genève **66**. p. 16. 1878.
4) E. Andréeff, Liebigs Ann. **110**. p. 1. 1859.
5) L. Cailletet u. E. Mathias, Journ. de Phys. (2) **5**. p. 549. 1886.

Mathiasschen Gleichung für $t = -89{,}4^0$ C. extrapolierten Wert für die Dichte des flüssigen Stickstoffoxyduls (1,2277). Für die zweite dem Barometerstande $\beta_0 = 753{,}3$ mm entsprechende Beobachtungstemperatur $-89{,}1^0$ C. ergibt sich dann unter Benutzung jener Formel $\sigma = 1{,}2250$.

Es mag besonders hervorgehoben werden, daß die Siedepunkts- und Dichtebestimmungen bei Anwendung langer zylindrischer Dewarschen Gefäße große Vorsicht und Sorgfalt erheischen wegen der Siedeverzugserscheinungen, die explosionsartig auftreten, wenn das Thermometer oder der Schwimmkörper der Mohrschen Wage die innere Wandung des Dewarschen Gefäßes berührt.

Um nun zur Mitteilung der Ergebnisse der eigentlichen Kapillarwellenmessungen überzugehen, so sind drei unabhängige Beobachtungsreihen ausgeführt worden, deren jede wieder aus 10 bis 15 gut untereinander übereinstimmenden Einzelbeobachtungen bestand. In der folgenden tabellarischen Zusammenstellung sind nur die Mittelwerte der drei Beobachtungsreihen mitgeteilt. Die Bedeutung der einzelnen Kolumnen ist aus den einzelnen Überschriften ersichtlich. Zu Kolumne 5 sei nur hinzugefügt, daß die darin mitgeteilten Werte der Spitzenentfernung der Stimmgabel in Mikrometerpartes die Mittelwerte der Messungen sind, welche am Anfang und am Schluß jeder Beobachtungsreihe ausgeführt worden sind, und daß diese Spitzenentfernung andererseits mittels des Horizontalkomparators zu 20,5854 mm bestimmt worden war.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nummer der Beobachtungsreihe	Reduzierter Barometerstand in mm	Zugehörige Temperatur des flüssigen N_2O in ° C.	Entsprechende Dichte σ des flüssig. N_2O	Mittlere Spitzenentfernung in Mikrometerpartes	Mittlere Wellenlänge λ in Mikrometerpartes	Mittlere Temp. t der Stimmgabel in ° C.	Schwingungszahl n der Stimmgabel bei der Temperatur t	Spezifische Kohäsion a^2 des flüss. N_2O in cm²	Oberflächensp. α des flüssigen N_2O in dyn./cm
1	741,1	−89,4	1,2257	1732,0	108,600	13,1	253,16	43,038	26,376
2	741,1	−89,4	1,2257	1731,4	108,738	13,75	253,14	43,245	26,503
3	753,3	−89.1	1,2250	1733,7	108,316	10,75	253,22	42,593	26,089

Im Mittel ergibt sich also für die beobachtete Siedetemperatur $-89{,}8$

die spezifische Kohäsion des flüssigen Stickstoffoxyduls:

$$a^2 = 42{,}959 \text{ cm}^2$$

und

die Oberflächenspannung des flüssigen Stickstoffoxyduls:

$$\alpha = 26{,}323 \text{ dyn./cm.}$$

Nun ergibt sich aus der Gleichung für die molekulare Oberflächenenergie

$$\alpha v^{2/3} = 2{,}27\,(\Theta - t),$$

in welcher v das Molekularvolumen, Θ die kritische Temperatur und t die Beobachtungstemperatur der Flüssigkeit bedeuten, das Molekulargewicht derselben

$$M = \sigma \sqrt{\left(\frac{2.27\,(\Theta - t)}{\alpha}\right)^3}.$$

Für die kritische Temperatur des verflüssigten Stickstoffoxyduls ergibt sich aus den Beobachtungen von Hrn. Janssen[1]) der auch von den Herren L. Cailletet und E. Mathias[2]) bei ihren Untersuchungen über die Dichte kondensierter Gase angenommene Wert $\Theta = 36{,}4^\circ$ C., während Hr. Dewar[3]) $\Theta = 35{,}4^\circ$ C. findet. Setzt man in die Gleichung für das Molekulargewicht M der Reihe nach die in der vorigen Tabelle enthaltenen einander entsprechenden Werte von σ, t und α ein, so erhält man, je nachdem man $\Theta = 35{,}4$ oder $\Theta = 36{,}4^\circ$ C. setzt, folgende Werte des Molekulargewichtes des verflüssigten Stickstoffoxyduls:

Für die kritische Temperatur:

$\Theta = 35{,}4^\circ$ C.	$\Theta = 36{,}4^\circ$ C.
$M_{N_2O} = 43{,}26$	43,79
42,84	43,35
43,68	44,21
Im Mittel: **43,26**	**43,78**

1) W. J. Janssen, Inaug.-Diss. Leiden 1877; Rep. Brit. Assoc. p. 211. 1876; vgl. auch F. Roth, Wied. Ann. 11. p. 1. 1881.

2) L. Cailletet u. E. Mathias, l. c.

3) J. Dewar, Phil. Mag. (5) 18. p. 210. 1884.

Vereinigt man die beiden Werte zu einem Hauptmittel **43,52,** so erhält man damit für das Molekulargewicht des verflüssigten Stickstoffoxyduls einen Wert, der ausserordentlich gut mit dem des gasförmigen, nämlich 44,08 übereinstimmt. Die Abweichung fällt innerhalb der Genauigkeitsgrenzen unserer Kenntnis der kritischen und Siedetemperatur. Wir können daher aus den mitgeteilten Versuchen den Schluß ziehen, daß Stickstoffoxydul, ebenso wie schweflige Säure und Ammoniak[1]) im gasförmigen und im flüssigen Zustande dasselbe Molekulargewicht besitzen.[2])

1) L. Grunmach, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1900. p. 837.

2) Auf Veranlassung von Hrn. van der Waals hat bereits im Jahre 1895 Hr. J. Verschaffelt Messungen der kapillaren Steighöhen von flüssigem Stickstoffoxydul innerhalb des Temperaturintervalles von $+4{,}4$ bis $-20{,}0^\circ$ C. angestellt, aus denen hervorgeht, daß für dieses Intervall die Eötvössche Konstante den Wert 2,198 hat (Commun. from the Phys. Labor. Leiden Nr. 18. p. 12. 1895).

(Eingegangen 28. August 1904.)

10. *Über die Erzeugung sehr hoher Spannungen durch Wechselstrom;* *von B. Walter.*

Vor einiger Zeit hat Hr. W. Wien[1]) darauf hingewiesen, daß es für das genauere Studium sehr hochgespannter Ströme wünschenswert sei, dieselben nicht mit den unregelmäßig arbeitenden Unterbrechern, sondern mit einfachem Wechselstrom zu erzeugen. Derselbe hat dann auch gleichzeitig eine entsprechende Einrichtung beschrieben, die auf die Anwendung einer besonderen Wechselstrommaschine mit sehr hoher Polwechselzahl (1200 in der Sekunde) hinausläuft. Dieselbe hatte eine Leistung von 8 PS. und gab in Verbindung mit einem gewöhnlichen 40 cm-Induktor mit 40 Volt und 42 Amp. einen Funkenstrom von 38 cm Länge.

Auf eine weniger kostspielige Weise erzielt ungefähr dieselbe Funkenlänge Hr. Franz Joseph Koch[2]), indem er den gewöhnlichen Wechselstrom von 100 Polwechseln in einen Apparat hineinschickt, der sich von einem gewöhnlichen Funkeninduktor hauptsächlich durch seinen magnetisch vollständig geschlossenen Eisenkern sowie auch durch eine erheblich größere sekundäre Windungszahl unterscheidet. Das Kochsche Instrument hat allerdings den Übelstand, daß der magnetisch geschlossene Eisenkern desselben sich nicht entfernen und der Apparat sich daher auch nicht zugleich als gewöhnlicher Induktor verwenden läßt, was doch in Anbetracht des hohen Preises derartiger Instrumente wünschenswert ist. Es dürfte daher angebracht sein, darauf hinzuweisen, daß man

1) W. Wien, Physik. Zeitschr. 4. p. 586. 1904.
2) Franz Joseph Koch, Ann. d. Phys. 14. p. 547. 1904.

durch verhältnismäßig einfache Abänderungen jeden größeren Induktionsapparat zu dem gleichen Zwecke verwenden kann, vorausgesetzt allerdings, daß die sekundäre Windungszahl desselben die hinreichende Größe hat. Ein 50 cm-Induktor z. B., der schon vor mehreren Jahren nach meinen Angaben von R. Seifert & Co. hierselbst gebaut worden war, und für dessen sekundäre Windungszahl ich aus später zu erwähnenden Gründen die bis dahin etwas ungewöhnliche Größe von 180000 vorgeschrieben hatte, ergab nach Anbringung der sogleich zu beschreibenden Änderungen mit einem einfachen Wechselstrom von 50 Perioden schon mit 85 Volt und 22,5 Amp. einen Funkenüberschlag von 50 cm Länge, mit 73 Volt und 16,0 Amp. einen solchen von 40 cm Länge etc.; ja bei Vorschaltung der von Hrn. Koch l. c. angegebenen Drosselspule konnte man eine Funkenlänge von 40 cm sogar schon mit 55 Volt und 10 Amp. erhalten.

Die Fähigkeit zur Erzielung derartiger Leistungen erlangte nun der beschriebene Induktor dadurch, daß nach dem Vorgange von Koch an Stelle seiner gewöhnlichen Primärspule mit stabförmigem Eisenkern und verhältnismäßig großer Windungszahl eine solche mit geschlossenem Eisenweg und erheblich kleinerer Windungszahl benutzt wurde; und zwar bestand der letztere aus zwei lamellierten Eisenzylindern von je 6 cm Dicke und 115 cm Länge, die durch zwei ebenfalls lamellierte parallelepipedische Jochstücke von je 35 cm Länge und 6 × 6 cm Querschnitt verbunden waren. Die primären Windungen waren nur auf einem der genannten beiden Eisenzylinder angebracht; und es mußte, wenn es auf die Erreichung der größten Wirkung ankam, natürlich dieser sich innerhalb der sekundären Windungen des Instrumentes befinden. Der zweite Eisenzylinder wird dann am passendsten durch zwei in den Holzträgern der Sekundärspule des Instrumentes angebrachte Löcher gesteckt. Zu erwähnen ist ferner noch, daß die vier genannten Abteilungen des primären Eisenkernes nur durch vier Messingschrauben zusammengehalten werden, so daß man also den Kern in wenigen Minuten zusammensetzen und auseinandernehmen, d. h. also in kurzer Zeit den Funkeninduktor in einen „Funkentransformator“ und umgekehrt verwandeln kann. (Der letztere Name scheint mir für die hier

in Rede stehende Verwendungsweise des Instrumentes besonders zutreffend.)

Ferner aber glaube ich bei dieser Gelegenheit noch darauf hinweisen zu müssen, daß es auch für einen Funkeninduktor als solchen in der Regel durchaus kein Fehler ist, wenn seine sekundäre Windungszahl recht hoch genommen wird; denn wenn auch schon vor längerer Zeit von Klingelfuss[1]) zuerst gezeigt wurde, daß man mit dem Quecksilberbrecher schon mit verhältnismäßig kleiner sekundärer Windungszahl eine recht große Funkenlänge erzielen kann, so verlangen doch derartige Apparate, wenn sie auch mit dem Wehneltunterbrecher ihre volle Funkenlänge geben sollen, hierbei eine ganz außerordentlich große Stromstärke. Zum Vergleiche sei erwähnt, daß der Klingelfusssche 50 cm-Induktor unseres Laboratoriums, der nach Angabe des Fabrikanten nur 43000 sekundäre Windungen besitzt, bei Anwendung des Wehneltunterbrechers und 110 Volt Spannung seine volle Funkenlänge erst mit 45—50 Amp. liefert, während ein nach meinen Angaben gebauter 50 cm-Induktor von Seifert, der in der Regel mit 150000 sekundären Windungen versehen wird, unter den gleichen Umständen die genannte Leistung schon mit 10 Amp. ergibt. Derartige Induktoren mit großer sekundärer Windungszahl haben sich daher auch besonders für den Betrieb von Röntgenröhren mit Wehneltunterbrecher eingeführt; und sie können nun nach dem obigen auch noch den weiteren Vorzug für sich in Anspruch nehmen, daß sie auch als „Funkentransformatoren" eine erheblich größere Funkenlänge liefern als die Instrumente mit kleiner sekundärer Windungszahl. Dabei ist das äußere Volumen der beiden Instrumentengattungen durchaus nicht so sehr verschieden; denn dieses wird weniger durch die Zahl der sekundären Windungen als vielmehr durch das Volumen des Isolationsmateriales, d. h. also durch die maximale Funkenlänge des Apparates überhaupt, bedingt.

Über mehrere, mit dem beschriebenen Transformator angestellte Versuche gedenke ich demnächst zu berichten; im übrigen aber wurde derselbe auch schon von Hrn. W. Voege[2])

---

1) Fr. Klingelfuss, Ann. d. Phys. 5. p. 871. 1901.
2) W. Voege, Ann. d. Phys. 14. p. 556. 1904.

bei dessen kürzlich beschriebenen Untersuchungen fast ausschließlich benutzt.

Schließlich sei hier noch der Verwendung des Funkentransformators zum Betriebe von Röntgenröhren mit einfachem Wechselstrom gedacht, für welchen Zweck natürlich, da der Apparat ja schon von selbst eine genügend hohe Spannung liefert, ein Stromunterbrecher nicht mehr erforderlich ist. Andererseits ist es aber wieder, da die Röntgenröhre nur gleichgerichtete Ströme gebrauchen kann, in diesem Falle notwendig, entweder nur die eine Phase des niedrig gespannten Stromes in den Apparat hineinzulassen oder aber von den beiden, im Hochspannungskreise erzeugten Spannungsphasen die eine von der Röhre fernzuhalten. Hr. Koch ist den letzteren Weg gegangen, indem er einen isolierten Metallstab durch einen Synchronmotor derartig rotieren läßt, daß er eine im Hochspannungskreise offen gelassene Luftstrecke immer nur während der einen Phase des Wechselstromes überbrückt. Die ganze Einrichtung funktioniert allerdings sehr gut; der Betrieb hat aber — abgesehen von der Notwendigkeit des Motors — immerhin auch noch den Nachteil, daß sich an dem direkt mit dem Transformator verbundenen Pole der Röhre eine ganz außerordentlich hohe Spannung entwickelt, die von der unterdrückten Phase des hochgespannten Wechselstromes herrührt und die nicht bloß für die in der Nähe befindlichen Personen sehr unangenehm ist, sondern auch für die Röhre selbst verhängnisvoll werden kann.

Aus diesen Gründen scheint es notwendig darauf hinzuweisen, daß sich ein recht guter Betrieb einer Röntgenröhre mit Funkentransformator und einfachem Wechselstrom auch ohne jene Übelstände, d. h. also auch ohne jede bewegten Teile aufrecht erhalten läßt, indem man nämlich einfach parallel mit der Röhre eine asymmetrische Funkenstrecke (Spitze, Platte) schaltet und deren Länge so reguliert, daß die eine Phase des hochgespannten Wechselstromes durch diese, die andere aber durch die Röntgenröhre geht. Zur besseren Funktion jenes Ventils ist es dann allerdings in der Regel noch erforderlich, in Reihe mit demselben einen sehr großen Widerstand, z. B. eine mehrere Dezimeter lange mit destilliertem Wasser gefüllte Glasröhre von ca. 1 qcm Querschnitt zu

schalten, da nämlich sonst die durch die Funkenstrecke hindurchgehenden Ströme die Luft derselben so stark ionisieren, daß auch die entgegengesetzte Phase ihren Weg nicht über die Röntgenröhre, sondern über die Ventilfunkenstrecke nimmt. Außer der Beseitigung dieses Übelstandes bringt übrigens jener Widerstand auch noch den zweiten Vorteil mit sich, daß er das Geräusch der durch das Ventil überschlagenden Funken nahezu vollständig beseitigt.

Hamburg, Physik. Staatslaboratorium, 1. Sept. 1904.

(Eingegangen 5. September 1904.)

11. *Poyntingscher Satz und Strahlung;* *von W. Wien.*

Bekanntlich ist die Energieströmung im allgemeinen nicht eindeutig bestimmt, da man immer nur Energieänderung eines begrenzten Raumes wahrnehmen kann. Es kann sich daher über jede Energieströmung eine andere überlagern, deren Oberflächenintegral, über die Begrenzung des Raumes genommen, verschwindet und die daher keinen Beitrag zur Energieänderung liefert. Für die Integration über die ganze Oberfläche fällt natürlich diese Schwierigkeit fort und man kann daher ohne weitere Vorsichtsmaßregeln das Poyntingsche Integral mit dem Namen Strahlung belegen.

Handelt es sich nun um die Betrachtung bewegter Körper, so ist zunächst das Natürlichste, den eingeführten Begriff beizubehalten und auch hier mit dem Namen Strahlung zu bezeichnen das Oberflächenintegral des Poyntingschen Vektors über eine geschlossene Fläche. Es liegt, solange wir an der Hypothese ruhenden Äthers festhalten, überhaupt kein Unterschied zwischen ruhenden und bewegten Körpern vor, wenn wir die Fläche, über die integriert wird, irgendwo außerhalb der Körper festlegen.

Hat man es mit Strahlung zu tun, die durch Beschleunigungen elektrischer Ladungen hervorgebracht wird, so liegt in dieser Definition der Nachteil, daß wir unter die Strahlung auch die Energie aufnehmen, welche die an der Ladung haftenden Kraftlinien bei der Bewegung durch die Fläche hindurchführen, so daß wir z. B. auch Strahlung erhielten, wenn sich ein geladenes Teilchen exzentrisch zu einer Kugelfläche mit konstanter Geschwindigkeit bewegt.

Legen wir die Fläche symmetrisch um das Teilchen, so wird das Poyntingsche Integral Null, wenn sich das Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Integrieren wir also den Poyntingschen Vektor über ein Rotationsellipsoid, in dessen Mittelpunkt sich das mit konstanter Geschwindigkeit bewegte Teilchen befindet, so erhalten wir den Wert Null.

Ich kann nun auch als Strahlung bezeichnen das Poyntingsche Integral über eine solche Fläche genommen, die wir uns aber als bewegt denken müssen, damit das strahlende Zentrum immer im Mittelpunkt der Fläche bleibe. Das mit dt multiplizierte Poyntingsche Integral gibt in diesem Falle die Energie, welche durch die Fläche während der Zeit t und $t + dt$ strömt, wenn während dieser Zeit die Fläche festgehalten wird.

Dies hatte ich in meiner letzten Arbeit Strahlung genannt, und durch die Formeln selbst war klar genug ausgesprochen, was gemeint war.

Endlich können wir Strahlung nennen die Energie, welche durch eine mit dem Körper bewegte Fläche während dt hindurchgeht, wenn die Fläche auch während dieser Zeit bewegt wird.

Die beiden letzten Ausdrücke für die Strahlung hängen, wie ich schon früher unter viel allgemeineren Voraussetzungen auseinandergesetzt habe[1]), durch die Gleichung zusammen

$$dt\int\frac{\partial E}{\partial t}dS = dt\int \mathfrak{S}\,d\omega + dt\int v\,E\,d\omega,$$

wo E die elektromagnetische Energie in der Volumeinheit, $\mathfrak{S}$ den Poyntingschen Vektor, $d\omega$ das Flächenelement, dS das Raumelement und v die Komponente der Geschwindigkeit nach der Normale bezeichnen. Dieselbe Formel folgt aus der von mir angeführten Gleichung[2])

$$\frac{d\mathfrak{E}}{dt} = \frac{\partial\mathfrak{E}}{\partial t} - v_x\frac{\partial\mathfrak{E}}{\partial x} = \quad c\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{H},$$

$$\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = \frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t} - v_x\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial x} = -c\,\mathrm{rot}\,\mathfrak{E},$$

wenn man die erste mit $dtdS\mathfrak{E}$, die zweite mit $dtdS\mathfrak{H}$ multipliziert und addiert. Man erhält dann

$$dt\int\frac{dE}{dt}dS = dt\int\left(\frac{\partial E}{\partial t} - v_x\frac{\partial E}{\partial x}\right)dS = dt\int \mathrm{div}\,\mathfrak{S}\,dS$$

oder auch

$$dt\int\frac{\partial E}{\partial t}dS = dt\int \mathfrak{S}\,d\omega + dt\int v\,E\,d\omega.$$

---

1) W. Wien, Wied. Ann. 47. p. 337. 1892.
2) W. Wien, Ann. d. Phys. 14. p. 635. 1904.

Das Oberflächenintegral des Poyntingschen Vektors gibt mir also

$$dt \int \frac{dE}{dt} dS.$$

Was man Strahlung nennen will, ist eine reine Definitionsfrage und man kann natürlich nicht eine von diesen Definitionen den anderen gegenüber als falsch bezeichnen.

Eine Polemik [1]), die ihren Ausgang von dieser Frage nimmt, ist nichts als ein Wortstreit und für die Wissenschaft wertlos.

1) Vgl. M. Abraham, Ann. d. Phys. **14**. p. 277 u. p. 1039. 1904; Physik. Zeitschr. p. 579. 1904.

(Eingegangen 10. September 1904.)

(Die Redaktion schließt hiermit diese Diskussion zwischen den Herren Abraham und Wien.)

12. *Über die Villarische Wirkung beim Nickel.* *Entgegnung an die Herren Honda und Shimizu*[1]*;* *von Adolf Heydweiller.*

Die Herren Honda und Shimizu bestreiten das von mir nachgewiesene[2]) Vorhandensein von Villaris Wirkung beim Nickel. Ich habe bereits auf Grund einer früheren kürzeren Mitteilung[3]) auf die Unzulässigkeit ihrer Schlußfolgerungen und auf das Verfehlte ihrer Deutung meiner Versuche hingewiesen.[4]) Die jetzt vorliegende ausführlichere Mitteilung ihrer Ergebnisse zeigt aber, daß diese, weit entfernt meine Versuche zu widerlegen, sie vielmehr zu stützen geeignet sind, daß die Villarische Wirkung auch hier zu erkennen ist und nur deswegen nicht deutlicher hervortritt, weil die Versuchsbedingungen ungeeignete waren.

Die Verfasser beginnen mit der völlig aus der Luft gegriffenen Behauptung: „sein Experiment war aber, wie man aus seiner Abhandlung sehen kann, nicht ganz so genau, daß man mit Sicherheit die Existenz des kritischen Punktes beim Nickel behaupten könnte", für die meine Abhandlung nicht den mindesten Anhaltspunkt bietet.[5]) — Ebenso unrichtig ist die weitere Behauptung (p. 793), daß ich die vertikale Komponente des Erdmagnetismus nicht kompensiert hätte — ohne eine solche Kompensation hätte ich die angegebenen kleinen Magnetisierungsintensitäten gar nicht erzielen können.

Die Villarische Wirkung besteht bekanntlich darin, daß die longitudinale Magnetisierung eines gestreckten Stabes oder

1) K. Honda u. S. Shimizu, Ann. d. Phys. **14.** p. 791. 1904.

2) A. Heydweiller, Sitzungsber. d. phys.-med. Gesellsch. Würzburg 11. März 1893; Phil. Mag. (5) **35.** p. 469. 1893; Wied. Ann. **52.** p. 462. 1994.

3) K. Honda u. S. Shimizu, Tokyo Phys.-Mathem. Soc. Reports 2. Nr. 7.

4) A. Heydweiller, Phys. Zeitschr. **5.** p. 255. 1904.

5) Auch der vorhergehende Satz ist falsch. Die Versuche sind von G. S. Meyer, Wied. Ann. **59.** p. 134. 1896 wiederholt worden, und zwar mit gleichem Erfolge.

Drahtes durch longitudinale Zugkräfte *unter gewissen Bedingungen* bis zu einem Maximum zunimmt, und ihre Erklärung liegt nach der durch W. Weber begründeten molekularmagnetischen Anschauungsweise darin, daß Gruppen von Molekularmagneten aus *einer* stabilen Gleichgewichtslage, in der sie nach außen magnetisch unwirksam sind, unter der gemeinsamen Wirkung des äußeren Magnetfeldes und der Zugkraft in eine zweite magnetisch wirksame umkippen; die Erscheinung ist daher auch mit starker Hysteresis behaftet, und es findet beim Nachlassen und Aufhören der Zugkraft keineswegs immer ein Rückgang des Magnetismus statt, vielmehr sind dazu ganz bestimmte geeignete Bedingungen zu erfüllen, die beim Eisen leicht, beim Nickel aber schwierig herzustellen sind.

Die Bedingungen für das Zustandekommen der Villarischen Wirkung werden zerstört durch einen zu großen Longitudinalzug, durch zu starke longitudinale oder transversale Magnetisierung, auch durch das Zusammenwirken einer mäßigen Magnetisierung und einer mäßigen Zugkraft, insbesondere bei öfters wiederholter Anwendung der letzteren. Sie können unter Umständen — aber durchaus nicht immer — wiederhergestellt werden durch Anwendung einer hinreichend großen Druckkraft.

Nach diesen auf Erfahrung gegründeten Vorbemerkungen gehen wir über zur Betrachtung der Versuche von Honda und Shimizu, die in Fig. 4a und 4b (p. 796) graphisch dargestellt sind, und vergleichen sie mit meinen in Fig. 1 (l. c. p. 471) aufgezeichneten Versuchen.

Wie bei mir gibt die erste Anwendung einer Zugkraft eine Zunahme des Magnetismus, der Villarischen Wirkung entsprechend; die Zugkraft ist aber nicht bis zur Überschreitung des Maximums ausgedehnt worden, beim Rückgang der Zugkraft tritt daher eine weitere Zunahme der Magnetisierung infolge von Hysteresis auf, ganz wie in meiner zweiten und dritten Versuchsreihe; hätten die Verfasser jetzt sofort eine ausreichende Druckkraft angewendet, so würden sie die Villarische Wirkung mit Sicherheit und deutlich beobachtet haben, wie der weitere Verlauf ihrer Kurven bei wieder wachsender Zugkraft erkennen läßt; das Unterlassen dieses naheliegenden Versuches deutet darauf, daß sie das Wesen der Erscheinung nicht hinlänglich erfaßt und sich mit meinen Versuchen nicht

ausreichend bekannt gemacht haben. Sie haben dadurch die günstigen Bedingungen für das Auftreten der zu beobachtenden Wirkungen selbst zerstört; was sie dann weiter beobachten, war nach Lage der Sache zu erwarten und hat für die vorliegende Frage keine Bedeutung; die später angewendeten Druckkräfte waren nicht stark genug, um die Bedingungen für das Auftreten der Villarischen Wirkung wiederherzustellen, zweifellos zum Teil infolge der beträchtlichen Quermagnetisierung des horizontal und ostwestlich gelagerten 1 cm dicken Stabes durch den gesamten Erdmagnetismus. Die beim Übergang von Zug- zu Druckwirkungen beobachteten Diskontinuitäten lassen darauf schließen, daß dieser Übergang nicht ausreichend kontinuierlich bewirkt wurde. Ich habe dergleichen nie beobachtet, und es ist auch wenig wahrscheinlich.

Also Schluß: *Die Villarische Wirkung beim Nickel ist vorhanden und die Versuche von Honda und Shimizu liefern selbst Belege dafür*, freilich unzulängliche; die entscheidenden und sicheren Belege finden sich in den Arbeiten von G. S. Meyer und von mir.

Münster i. W., Physik. Inst., August 1904.

(Eingegangen 10. August 1904.)

Nachschrift bei der Korrektur: Durch Vorstehendes halte ich auch die weiteren Äußerungen der Herren Honda und Shimizu (Tokyo Phys.-Mathem. Soc. Reports **2**. Nr. 13. 1904; Phys. Zeitschr. **5**. Heft 19. 1904) für erledigt.

13. *Zur zweiten Heydweillerschen Kritik meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion ferromagnetischer Körper"; von R. Gans.*

Hr. Heydweiller[1]) schreibt eine „Entgegnung an Hrn. R. Gans", in der sowohl die persönlichen Bemerkungen gegen mich als auch die sachlichen Behauptungen unrichtig sind. Zweck der folgenden Zeilen ist es, im Interesse der Sache dies nachzuweisen.

Hr. Heydweiller behauptet, ich hätte nur auf seine Fehler *hingewiesen*, sie nicht *nachgewiesen*; „meine Kritik seiner Ableitung beschränke sich auf unbewiesene Behauptungen".

Dagegen bemerke ich, daß meine ganze Arbeit[2]) sich mit nichts anderem beschäftigt, als mit dem *Nachweis*, daß Hr. Heydweiller die magnetischen Drucke und Kräfte falsch angesetzt hat, indem ich selbst die richtigen Formeln ableitete. Die Formeln für die Drucke finden sich l. c. p. 637; die Formel für die Arbeit ist Hrn. Cohn[3]) entlehnt. Wenn Hr. Heydweiller über diese Ableitung hinweggeht, so kann ich nur schließen, daß er meine Arbeit zu flüchtig gelesen hat; dafür spricht auch der Passus bei ihm (l. c. p. 1037): „Hat Hr. Gans also mit dem anderen Ansatz gearbeitet, *was ich aus Zeitmangel nicht prüfen konnte*, so sind seine Gleichungen einfach falsch."

Hr. Heydweiller sagt (p. 1036), „daß es sonst üblich ist, bei der Bestreitung einer theoretischen Ableitung . . . die angeblichen Fehler nachzuweisen". Darin hat er vollkommen recht, er hätte sich nur danach richten sollen und

1) A. Heidweiller, Ann. d. Phys. **14.** p. 1036. 1904.

2) R. Gans, Ann. d. Phys. **13.** p. 634. 1904.

3) E. Cohn, Das elektromagnetische Feld, p. 523. Formel (9). Leipzig 1900.

nicht *ungeprüfte* (wie er selbst zugibt) Ableitungen für falsch erklären sollen.

Sachlich behauptet Hr. Heydweiller, der magnetische Oberflächendruck sei von ihm richtig angegeben, nämlich $\mu M^2/8\pi$ (den versehentlich von Hrn. Heydweiller fortgelassenen Faktor $^1/_2$ habe ich hinzugesetzt). Man sieht aber auf den ersten Blick, auch wenn man nicht im Besitze der richtigen Formel ist, daß obiger Ausdruck nicht richtig sein kann, denn er würde auch einen Druck ergeben, wenn der in Luft eingebettete Körper sich magnetisch gar nicht von Luft unterschiede, d. h. also, wenn $\mu = 1$ wäre. Es müßte also wenigstens $(\mu - 1/8\pi)M^2$ heißen.

Ferner meint Hr. Heydweiller, daß die Werte, welche ich für die Drucke angegeben habe, sich von seinem nur dadurch unterscheiden, daß er μ konstant wählt, während ich es, wie es auch wirklich der Fall ist, als Funktion der Feldstärke auffasse. Doch das stimmt auch nicht; Hr. Heydweiller scheint nicht bemerkt zu haben, daß der magnetische Druck davon abhängig ist, unter welchem Winkel die Kraftlinien die Oberfläche schneiden[1]), und daß auch, wenn der Druck auf die Mantelfläche des Drahtes vernachlässigt werden kann, der auf die Stirnflächen μ mal so groß ist und infolgedessen, wie ich numerisch gezeigt habe[2]), berücksichtigt werden muß.

Ferner behauptet Hr. Heydweiller, sein Ausdruck für die magnetische Arbeit sei richtig, wenn die Induktion um $d\mathfrak{M}$ wächst, und zum Beweise zitiert er eine Formel von Hrn. Cohn.[3]) Darauf erwidere ich, daß diese Formel von Hrn. Heydweiller *vollkommen falsch* angewandt ist, daß seine Ableitung gegen die Grundregeln der Thermodynamik verstößt. Hr. Heydweiller meint, die ins System von außen hineingesteckte Arbeit sei $(v/4\pi)M\,d\mathfrak{M}$, wenn im polarisierbaren Körper die Induktion um $d\mathfrak{M}$ wächst. Nicht einmal das Vorzeichen stimmt. Denn man muß doch ein *vollständiges* System zur Ausführung des Kreisprozesses betrachten. Erzeugt man das

1) Vgl. z. B. E. Cohn, l. c. p. 204. Formel (33).
2) R. Gans, Ann. d. Phys. 14. p. 639.
3) E. Cohn, l. c. p. 523 (letzte Formel der Seite).

Magnetfeld z. B. wie Hr. Koláček[1]) durch zwei sehr starke entgegengesetzte Magnetpole in den Verlängerungen des Drahtes, und zwar in sehr großer Entfernung, so wächst $d\mathfrak{W}$, wenn diese beiden Pole sich *nähern*, wobei die Energie des Systems *abnimmt*, also keine Arbeit dem System *zugeführt* werden muß, sondern noch *gewonnen* wird. Hr. Heydweiller begeht den Fehler, daß er seine energetischen Betrachtungen auf ein unvollkommenes System beschränkt, nämlich auf das Volumen des polarisierten Körpers. Diesen Fehler habe ich ursprünglich gar nicht vermutet, sondern angenommen, daß Hr. Heydweiller die Induktionsvermehrung durch Verschieben des polarisierbaren Körpers zu einer Stelle höherer Feldstärke bewirkt habe, was richtig gewesen wäre. Erst jetzt drückt Hr. Heydweiller sich so deutlich aus, daß man seinen Fehler klar übersieht.

Ich durfte also nicht die von Hrn. Heydweiller aus Cohn zitierte Formel benutzen, sondern mußte die von mir zitierte[2]) wählen. (Beim Abschreiben derselben ist mir allerdings das Versehen passiert, daß ich anstatt

$$\frac{\mu - \mu_0}{4\pi} v M . d M_0$$

geschrieben habe

$$\frac{\mu - \mu_0}{4\pi} v M . d M .$$

Da ich aber keine Anwendung dieser Formel machte, so ist das Versehen ohne irgendwelchen Einfluß.)

Daß ich diese Formel gewählt habe, war somit notwendig, die *Flüchtigkeit*, die Hr. Heydweiller mir vorwirft, liegt also *jedenfalls nicht auf meiner Seite*.

Der Passus *„an Stelle eines Beweises* beruft sich Hr. Gans auf die Autorität des Hrn. E. Cohn“ soll die frühere Bemerkung, daß alle meine Behauptungen *unbewiesen* wären, stützen. Ich überlasse es dem Leser, zu beurteilen, ob das Zitat einer Formel aus einem anderen Schriftsteller, der einen ausführlichen Beweis gebracht hat, als unbewiesene Behauptung hingestellt werden darf.

1) F. Koláček, Ann. d. Phys. **14.** p. 177. 1904.
2) E. Cohn, l. c. p. 523. Formel (9).

Ich habe nicht „auf die *Autorität* des Hrn. E. Cohn" hin die Formel angegeben, sondern ich habe seine Ableitung *geprüft* und für *richtig befunden;* die Prüfung steht jedem anderen auch frei.

Die Umformung meiner Gleichungen auf die Form der Heydweillerschen soll „ohne genaue Ableitung" gegeben sein. Um keinen Grund zu Unklarheiten zu geben, schreibe ich die Gleichung (4) in der Form[1]):

$$d\mu = \alpha \frac{dl}{l} + \beta \frac{dr}{r}$$

(l Länge, r Radius des Zylinders). Nun ist in der von mir gewählten Bezeichnungsweise

$$\frac{dr}{r} = -\sigma \frac{dl}{l}, \quad \frac{dl}{l} = \frac{1}{E} dp,$$

also

$$d\mu = \frac{\alpha - \beta\sigma}{E} dp,$$

woraus meine umgeformten Gleichungen folgen; ich vermutete nicht, daß hier noch irgend jemand eine Schwierigkeit haben könnte.

Sodann sind die Rensingschen Versuche natürlich kein Beweis für die falsche Ableitung meiner Formeln, wie Hr. Heydweiller meint; sie könnten höchstens die Unanwendbarkeit der Maxwellschen Theorie auf die Magnetostriktion erweisen; doch wird man nach Prüfung der Rensingschen Messungen wohl lieber der Versuchsanordnung und den Meßfehlern die Schuld an der mangelnden Übereinstimmung geben.

In der von Hrn. Heydweiller zitierten Abhandlung des Hrn. Koláček[2]) sind die magnetischen Oberflächendrucke nicht berücksichtigt, außerdem soll seine Formel nur für ein sehr gestrecktes Rotationsellipsoid und nicht für einen Zylinder gelten. Bei ersterem gibt es keine eigentliche Stirnfläche, ferner wird das gleichförmige Magnetfeld gar nicht durch das Vorhandensein des Drahtes verändert, es treten also auf der ganzen Oberfläche Kraftlinien aus. Es ist vielleicht möglich,

1) R. Gans, Ann. d. Phys. **13.** p. 635. Formel (4). 1904.
2) F. Koláček, Ann. d. Phys. **14.** p. 177. 1904.

daß bei den Versuchen des Hrn. Rensing[1]) Streuung der Kraftlinien an den Endpartien des Stabes eine Abweichung von der theoretisch geforderten Anordnung ausmachte; doch möchte ich das nicht mit Bestimmtheit behaupten.

Damit glaube ich sämtliche Behauptungen des Hrn. Heydweiller als unrichtig zurückgewiesen zu haben.

Tübingen, Physik. Institut, 5. September 1904.

1) H. Rensing, Ann. d. Phys. **14.** p. 363. 1904.

(Eingegangen 6. September 1904.)

14. *Bemerkung zu der Abhandlung des Hrn. Markowski über die innere Reibung von Sauerstoff, Wasserstoff, chemischem und atmosphärischem Stickstoff und ihre Anderung mit der Temperatur;* von *A. Bestelmeyer.*

In der zitierten Arbeit [1]) bemerkt Hr. Markowski in bezug auf meine Untersuchungen über die Abhängigkeit der inneren Reibung des Stickstoffs von der Temperatur [2]) auf p. 754: „Hr. Bestelmeyer verwendete bei seinen Arbeiten neben chemischem Stickstoff auch atmosphärischen, da er annahm, daß beide Gase dieselbe innere Reibung besäßen. Diese Annahme wird durch einen Vergleich der von mir für beide Gase erhaltenen Werte sowie durch die Resultate der Pulujschen Formel widerlegt."

Der erste dieser beiden Sätze beruht auf einer mißverständlichen Auffassung meiner Abhandlung, aber auch dem zweiten Satz kann ich nicht beistimmen.

Da ich nur die Temperaturabhängigkeit der inneren Reibung, nicht diese selbst, untersuchte, so hatte ich gar keine Gelegenheit, die obige Annahme zu machen; ebensowenig habe ich bezüglich der Änderung der Reibung mit der Temperatur die Gleichheit von atmosphärischem und chemischem Stickstoff vorausgesetzt. Ich habe vielmehr vier Versuche [3]) mit atmosphärischem Stickstoff angestellt — bei allen anderen Versuchen kam chemischer Stickstoff zur Verwendung —, um den Unterschied in dem Verhalten der beiden Gase experimentell zu prüfen. Das Resultat war, daß dieser Unterschied, der ja zweifellos vorhanden sein muß, nicht bemerkbar war, somit vollkommen innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler lag.

Hr. Markowski glaubt nun, eine Differenz in dem Verhalten des atmosphärischen und des chemischen Stickstoffs

1) H. Markowski, Ann. d. Phys. **14.** p. 742 ff. 1904.
2) A. Bestelmeyer, Ann. d. Phys. **13.** p. 944 ff. 1904.
3) A. Bestelmeyer, l. c. p. 984.

nachgewiesen zu haben. Was zunächst wieder die Temperaturabhängigkeit anlangt, so berechnet sich aus den von dem Verfasser für chemischen Stickstoff beobachteten und den daraus nach der Pulujschen Formel für atmosphärischen Stickstoff berechneten Zahlen identisch: $\eta_{183,0} / \eta_{14,0} = 1{,}412$, so daß auch hiernach die gesuchte Verschiedenheit weit innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler lag. Betrachtet man andererseits die für eine bestimmte Temperatur von Hrn. Markowski gefundenen Zahlen untereinander, so kann man auch bezüglich des absoluten Wertes der Reibungskoeffizienten nicht von einem Nachweis der Differenz zwischen chemischem und atmosphärischem Stickstoff sprechen, geschweige denn von einer Bestätigung einer bestimmten Formel. Bei 14°, 101,1°, 183,0° betragen nämlich die Differenzen des beobachteten Reibungskoeffizienten für atmosphärischen und für chemischen Stickstoff beziehungsweise: -3, $+7$, $+5$, während die Differenzen zwischen dem beobachteten Koeffizienten des atmosphärischen Stickstoffs und dem nach der Pulujschen Formel berechneten bez. betragen: -8, $+1$, $+2$. Die Differenzen sind also in beiden Fällen von derselben Größenordnung, und zwar durchaus von der Größenordnung der Beobachtungsfehler.

Endlich sei noch ein Wort über die Formel $\eta_\vartheta = \eta_0(1 + \alpha\vartheta)^n$ hinzugefügt. Nach der wiederholten und weitgehenden Bestätigung der Sutherlandschen Formel dürfte man am besten von der Benutzung jener theoretisch und praktisch bedeutungslosen Formel in Zukunft ganz absehen. Nachdem aber Hr. Markowski eines seiner Resultate aus ihr ableitet, so sei darauf aufmerksam gemacht, daß dessen beide Sätze[1]), daß der Reibungskoeffizient von Wasserstoff durch die Sutherlandsche Formel darstellbar sei, und daß andererseits der Exponent n obiger Formel bei Wasserstoff mit der Temperatur wachse, sich gegenseitig ausschließen, und daß somit das letztere Resultat auf einer Überschätzung der Genauigkeit der berechneten Exponenten beruht.

Zoppot, 16. September 1904.

1) H. Markowski, l. c. p. 755.

(Eingegangen 20. September 1904.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig

Verlag von **Quandt & Händel** in Leipzig.

In neuer Auflage ist erschienen:

Physikalische Demonstrationen.

Anleitung zum Experimentieren im Unterricht
an Gymnasien, Realgymnasien, Realschulen und Gewerbeschulen.

Von **Adolf F. Weinhold.**

4. verbesserte und vermehrte Auflage.

Mit 4 lith. Tafeln und gegen 600 Figuren im Text. (In 3 Lieferungen.)

Erste Lieferung. — Preis 9 M.

Soeben erschien vollständig:

L. Lorenz, Oeuvres scientifiques

revues et annotées par **H. Valentiner.**

Publiées aux frais de la fondation Carlsberg.

2 vols. Preis: 20 Kr.

Wir erlauben uns, die Aufmerksamkeit der Bibliotheken, der Mathematiker und der Physiker auf dieses jetzt abgeschlossene klassische Werk zu lenken.

Kopenhagen, September 1904.

Lehmann & Stage.

Saiten-Galvanometer

nach **Prof. Einthoven.**

Physikalisch-mechanisches Institut

von

Prof. Dr. M. Th. Edelmann, München.

Illustrierte Preisliste über physikal. Präzisionsinstrumente gratis und franko.

Universal-Projektions-Apparat

Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Eingerichtet für die Projektion von Glasdiapositiven, Experimenten (horizontal und vertikal), undurchsichtigen Gegenständen (episkopische Projektion), mikroskopische Projektion, ferner für Versuche mit parallelem Lichtstrahlenbündel.

Der Übergang von der einen Projektionsweise zur anderen wird bewirkt durch ***Drehung eines Spiegels.***

Unser

Universal-Projektions-Apparat

ermöglicht es, horizontal und vertikal angeordnete Experimente, Abbildungen aus Büchern, Glasdiapositive, undurchsichtige Gegenstände in beliebiger Reihenfolge zu projizieren, **ohne Pause zwischen den einzelnen Darstellungen.**

Näheres finden Sie in Liste Nr. 86.

ED. LIESEGANG,
Düsseldorf a. Rh.,
Vollmerswertherstrasse.

Werkstätten für Projektions-Apparate.
Gegründet 1854.

Leppin & Masche,

Berlin SO.

Fabrik wissenschaftlicher Instrumente.

Vollständige Einrichtungen physikalischer und chemischer Laboratorien.

Projektionslampe mit Differentialregulierung ℳ 185.—.

Athen 1904 Goldene Medaille.

RICHARD MÜLLER-URI, Braunschweig,

neben der Techn. Hochschule.

Neueste glastechnische Constructionen. Quecksilber-Bogenlampen. Quecksilberlicht-Röhren. Lichtelektrische Apparate. Thermometer für flüssige Luft. Elektroskope. Braun'sche Röhren. Stromdemonstrationsapparat D. R. G. M. Wärmeleitungsapparat D. R. G. M. Original-Vacuumscala etc. etc.

Dr. H. Geissler Nachf. Franz Müller,

Bonn a. Rhein.

Wissenschaftliche Glasapparate und Präcisionsinstrumente.

Specialität:

Elektrische Röhren nach *Geissler, Crookes, Puluj, Hittorff, Arons, Lecher etc.* — **Spectralröhren** (Argon- u. Helium-Röhren). **Röntgen-Röhren.** — Braun'sche Kathodenstrahlröhren. Tesla-Röhren. — **Luftpumpen** nach *Geissler* und *Töpler-Hagen.* Rowland's Diffractionsgitter und Photogramme.

Feine Thermometer.

Kataloge auf Verlangen.

Gülcher's Thermosäulen mit Gasheizung.

Vorteilhafter Ersatz für galvanische Elemente.

Konstante elektromotorische Kraft.

Geringer Gasverbrauch.

Hoher Nutzeffekt.

Keine Dämpfe kein Geruch.

Keine Polarisation, daher keine Erschöpfung.

Betriebsstörungen ausgeschlossen.

Alleiniger Fabrikant: Julius Pintsch, Berlin O., Andreasstr. 72/73.

Man verlange gratis und franko das

Spezialpreisverzeichnis über

Selen-Zellen und Apparate, System Ruhmer,

von

Ruhmer's Physikalischem Laboratorium. Berlin S.W. 48.

D.R.P. 136094, 142871, 146262, 147113, 149853.
D.R.G.M. 161034, 169259, 195160, 201140.

Für die Leistung der Selen-Zellen, System Ruhmer, ist wohl die Tatsache am bezeichnendsten, daß es mit Hilfe derselben gelang, eine photophonische Übertragung über eine Entfernung von *15 km* herbeizuführen, ein bisher mittelst Zellen anderen Systems auch nicht nur annähernd erreichtes Resultat.

Ein neuer Erfolg! Herr Prof. Dr. A. Korn-München benutzte für seine neuesten erfolgreichen elektrischen fernphotographischen Versuche über *800 km*, unter Mitbenutzung der Leitung: München-Nürnberg-München, Selenzellen System Ruhmer, ein weiterer schlagender Beweis für deren unübertroffene Güte.

Leipziger Glasinstrumentenfabrik F. O. R. GOETZE,

Leipzig, Hartelstr. 4.

Spektralröhren mit allen Gasen, speziell Argon und Helium. D.R.G.M. No. 199763.

Spezialitäten:

Apparate nach Beckmann zur Bestimmung des Molekulargewichtes. **Elektrische Vakuum-Röhren** nach *Geissler, Puluj, Crookes, Goldstein* usw. **Normal-Thermometer** aller Arten nach Bestellung. **Glastechnische Apparate** nach Skizze und Angabe.

Man verlange Listen!

Verlag von **Joh. Ambr. Barth** in Leipzig.

Vektordifferentiation und Vektorintegration

von

Viktor Fischer.

gr. 8°. IV u. 82 S. Mit 20 Figuren.

Mk. 3.—.

Einleitung: Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist es, den Begriff des Differentialquotienten eines abhängig veränderlichen Vektors nach einem unabhängig veränderlichen Vektors zu untersuchen.

Technische Waagen verschiedener Construction. Preislisten in drei Sprachen. Weltausstellung Paris 1900 Gold. Medaille.

Kurzarmige Analysen-Probir-Waagen eigener patentirter Construction.

Gegründet 1876. **J. Wanschaff Sohn** Gegründet 1876.

Wissenschaftliche Instrumente.

Berlin S.O., Elisabeth-Ufer 1.

Insbesondere: **Sämtliche Instrumente, welche genauester Kreis- und Längenteilungen bedürfen**, als:

Refraktoren (Schweden). **Meridian-Kreise** (Eidgen. Sternwarte, Zürich). **Passage-Instrumente, Univ.-Instrumente, Mikr. Theodolite** für Triangulationen etc. (Kgl. Preuß. Landesaufnahme, Reg. v. Dänemark, Niederland, Belgien, Rußland, Schweden, Amerika). **Spiegelprismen-Kreise, Exzentrizitätsfreie Sextanten** (Kaiserl. Deutsche, Kaiserl. Russ. Marine etc.). **Spektrometer** erster Ordnung (Phys.-Techn. Reichsanstalt, mehrere Priv.). **Goniometer, Photometer** (Kgl. Geod. Institut Potsdam). **Zenithteleskope** (Kgl. Geod. Institut, Intern. Erdmessung, Potsdam. Sternwarten in: Italien, Japan, Niederland, Rußland, Amerika). **Magnetische Theodolite u. Registrier-Apparate** jeder Art (Magnet. Observat. Potsdam, viele Bergwerks-Observat.). **Längenteilmaschinen** u. a. m.

Ausrüstungen für Expeditionen.

Illustrierte Kataloge in Deutsch, Englisch, Französisch gratis und franko.

Neukonstruktionen jeder Art. | Paris 1900: Großer Preis. Goldene Medaille: Melbourne, Chicago.

Genauigkeit der Kreisteilungen: 0,3—0,1" Bek. (mittlerer Teilungsfehler).

Instrumente für die Tropen (ohne Stahl).

Fabrik-Marke.

Emil Gundelach,

Gehlberg in Thüringen.

Glasgeräte und Apparate

für

wissenschaftl. u. technischen Gebrauch.

Glasröhren.

Elektrische Vakuum-Röhren

nach

Geißler, Crookes, Puluj, Tesla, Moore etc. etc.

Röntgen-Röhren

(Bis jetzt über 12000 Röntgen-Röhren geliefert.)

Die Firma besteht seit 1862.

PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämmtlichen beschickten Ausstellungen.

Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.

Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Specialität:

Physikalische und analytische Waagen

in garantirt vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

Schnellstschwingende

Waagen für Chemiker.

Preislisten kostenfrei.

Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Ampèremeter und Voltmeter nach Deprez-d'Arsonval, D. R.-P.,

Funkeninduktoren, Kondensatoren, Spiegelgalvanometer,

Thermosäulen nach Angabe des Hrn. Prof. Dr. Rubens,

Pyrometer zum Messen von Temperaturen bis 1600° C.,

Galvanometer zu Linde'schen Kältemessungen,

Trockenelemente.

Preisverzeichnisse kostenfrei.

E. LEITZ,

Optische Werkstätte,

Wetzlar.

Zweiggeschäfte: **Berlin NW.**, Luisenstr. 45.
New York 111 W., 59th Str. **Chicago** 32—38, Clark Str.
Frankfurt a. M., Kaiserstr. 64. **St. Petersburg**, Moskressenski 11.

Vertreter für München:
Dr. A. Schwalm, Sonnenstr. 10.

Neuestes Modell 1903.

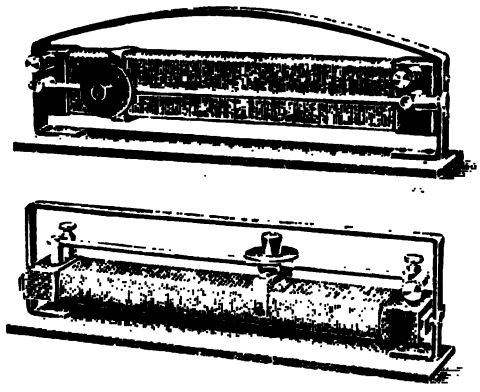
Mikroskope,

Mikrotome, Mikrophotogr. und Projektions-Apparate.

Preislisten kostenfrei.

Elektrizitäts-Gesellschaft Gebr. Ruhstrat, Göttingen,

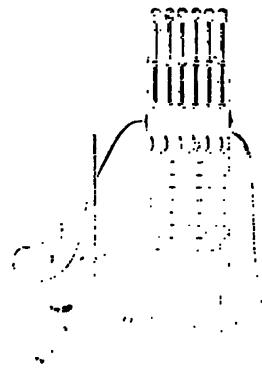
liefert als Spezialität:
Laboratoriumwiderstände
und **Meßapparate.**



Man verlange Preisliste.
Experimentierschalttafeln,
Projektionslampenwiderstände.

Physikalische Apparate.

Projektionsapparate. Modelle jeder Art.
Röntgen-Apparate.



Neu!

Differential- und Doppel-Thermoskop und **sechsfaches Manometer** nach Kolbe.

Spinthariskop nach Crookes. Prospekt zu Diensten.

Apparat für elektrische Drahtwellen nach Coolidge-Blondlot.

Universal-Instrumentarium nach Sohn-Ernecke für Resonanz elektr. Schwingungen, elektr. Wellen in Spulen, Tesla-Versuche, Verstärkung in der Wechselstromphotographie.

Neue Preisliste über
4000 Nummern und 2000 Abbildungen enthaltend,
gratis und franko.

Ferdinand Ernecke,
Hoflieferant Sr. Majestät des Kaisers.
Berlin S.W., Alexandrinenstr. 112.

Dr. Schleussner's Trockenplatten

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen Beliebtheit.

Spezialitäten: Momentplatten für Astronomische und Röntgenaufnahmen, für Aufnahmen fliegender Geschosse, Microphotographie und Spectralphotographie. — Orthochromatische Platten, Abziehplatten für Lichtdruck, Celluloïdfolien. — Rollfilms für Tageslichtcameras.

Trockenplattenfabrik a. Actien
vormals **Dr. C. Schleussner** in **Frankfurt a. M.**

Florenz 1904 „Grand Prix".

Arthur Pfeiffer, Wetzlar o.

Werkstätten
für Präzisionsmechanik und -Optik.

Alleinverkauf und Alleinberechtigung zur Fabrikation der Geryk-Öl-Luftpumpen

(Patent Fleuss)
D.R.P. in Deutschland.

Warnung!

Die Geryk-Öl-Luftpumpe (Patent Fleuss) ist in **genau gleicher Gestalt unter Verletzung der Patentrechte nachgeahmt** und in den Handel gebracht worden. Ich mache darauf aufmerksam, da; nach § 4 des Patentgesetzes **ich allein** zur **Herstellung** und zum **Verkauf** dieser Pumpen berechtigt bin. Nach § 35 des Patentgesetzes machen sich auch die Gebraucher und Wiederverkäufer von nachgeahmten Pumpen der Patentverletzung schuldig.

Alle von mir gelieferten Pumpen tragen die Bezeichnung:
Arthur Pfeiffer Wetzlar. D.R.P. Patent Fleuss.

Doppelwandige Glasgefäße
Pentanthermometer bis — 200° C. } zur flüssigen Luft,
einfache und automatische **Quecksilberluftpumpen, Röntgenröhren** mit und ohne **Vakuumregulierung, ff. Glasschliffe** und **-Hähne, Marconiröhren** etc. empfiehlt
R. BURGER & CO., Berlin N. 4. Chausseestr. 2 E.

Präcisions-Uhr- und Laufwerke.

sowie **Räder, Triebe, Zeigerwellen, schräge Triebe** und **Zahnstangen**
fertigt als Specialität
OTTO LINDIG, Glashütte, Sa.

Günther & Tegetmeyer, Braunschweig.

Werkstatt für wissenschaftliche und technische Präzisions-Instrumente.

Transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektrizität nach **Exner**. Elektroskope mit innerer Isolation aus Bernstein, Natronstrecknng und Einrichtung zum parallaxenfreien Ablesen (D.R.G.M.). Apparate zur Messung der Elektrizitätszerstreuung in der Luft. Zamboni'sche Säulen. Hochspannungs-Trockensäulen (D.R.G.M.). Instrumentarien zur Bestimmung der Radioaktivität von Luft- und Bodenproben. Quadrantenelektrometer. Aktinometer (Neukonstruktion). Wasserstrahlduplikatoren nach **Elster** und **Geitel**. Hochspannungselektroskope (**Braun**'sches Pyrasip) mit innerer Isolation und Natronstreckung nach **Elster** und **Geitel**. Transportable Elektrometer-Aspirationsapparate nach **Ebert** nebst Zusatzkondensatoren zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeiten und des elektrischen Leitvermögens der Luft nach der Methode **Mache**. Kondensatoren nach **Harms** zur Bestimmung der Kapazitäten von Elektrometern.

Die neuen Gase

NEON KRYPTON XENON.

Wir sind in der Lage, eine beschränkte Anzahl Spektralröhren genannter Gase zu folgendem Preise zu offerieren:

Neon, Krypton oder **Xenon** per Stück 66 ℳ.

Die Gase in diesen Röhren sind garantiert rein.

ADAM HILGER LTD. 75 A. Camden Rd., **London N.W.,**

oder bei unserm alleinigen Vertreter für Deutschland

C. E. Müller, Coburg i. Thür., Callenberger Str. 18.

Alt, Eberhardt & Jäger,

Ilmenau in Thür.

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläsereien, Glasschleiferei, Holzwarenfabrik, mechanische Werkstatt, Schriftmalerei und Emaillieranstalt.

Reparaturen prompt u. billigst.

Fabrizieren:

Glasapparate, -Instrumente und -Utensilien für wissenschaftl. Gebrauch in jeder Ausführung.

Einrichtungen von Laboratorien für Lehranstalten, Universitäten und Fabriken.

Elektrolytische Apparate für Demonstration und praktischen Gebrauch.

Elektrische Röhren jeder Art und allen Autoren und nach besonderen Angaben.

Standgefäße für Museen.

Dewargefäße.

Apparate für Pflanzenphysiologie.

Chem. tief- und hochgradige Thermometer von — 200° oder bis + 550° C., prima fein geeicht, aus widerstandsfähigem, weißbelegten Glase, gut ablesbar.

Glasgefäße aus Spiegelglas für mikroskopischen, spektralanalytischen und speziellen Gebrauch, widerstandsfähig gegen Wasser, Alkohol und Säuren.

100 Arbeiter.

Gewissenhafte Anfertigung. ✻ ✻ ✻ Nachprüfung im eigenen Laboratorium.

Hartmann & Braun, A.-G., Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Messinstrumente und Hilfsapparate.

Grand Prix. Goldene Staatsmedaille.

Kompensationsapparat mit Kurbelschaltung.

Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.

Verlag von **Johann Ambrosius Barth** in Leipzig.

Anleitung zum Glasblasen

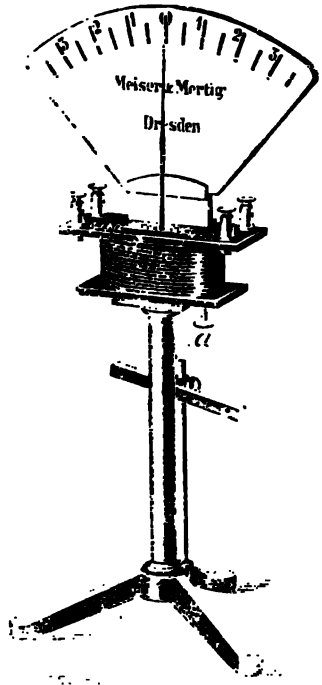
von

Prof. Dr. H. Ebert (München).

3. umgearbeitete und erweiterte Auflage.

XII, 120 Seiten mit 68 Abbildungen. 1904. M. 2.40, geb. M. 3.—.

Chemiker-Zeitung: Die Erfahrungen, welche der Verfasser sowohl beim Glasblasen wie beim Unterricht gesammelt hat, haben ihn auf den fruchtbaren Gedanken gebracht, die Anleitung zum Glasblasen in die Form eines systematischen, aus fünf Übungsstufen bestehenden Unterrichtskursus zu bringen, welcher alle im Laboratorium gewöhnlich zur Anwendung kommenden Glasbläserarbeiten berücksichtigt . . . Die Darstellung ist knapp und überaus klar und läßt überall erkennen, daß der Verfasser, welcher es in seiner Wissenschaft zu hohem Ansehen gebracht hat, auch in der Kunst des Glasblasens Meister ist.



MEISER & MERTIG,

Dresden-N. e.

Werkstätten
für Präzisionsmechanik.

Physikalische Apparate
jeder Art
in praktischer, solider und eleganter Ausführung.

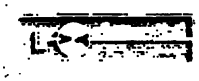
Funkeninduktoren.
Hochspannungsapparate.
Apparate für drahtlose Telegraphie.
Röntgenapparate.
Chemische Geräte.

Viele Empfehlungen und Anerkennungen.
Neue Preisliste kostenlos.

STRASSER & ROHDE.

Glashütte i. S.

Präzisionspendeluhren.



Max Stuhl, Berlin.

Glastechnische Werkstätte

jetzt

130 Friedrichstrasse 130

(früher Philippstr. 22).

Dr. Steeg & Reuter,

Optische Institut,

Homburg v. d. Höhe.

Schliffe
u. Krystallen.
Steinsalz,
Röntgenschirme.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Handbuch der Physik (2. Auflage)

herausgegeben von

Prof. Dr. A. Winkelmann (Jena).

Band VI. Optik. I. Halbband.

gr. 8°. VIII u. 432 Seiten. Mit 170 Abbildungen. Mk. 14.—.

Nach einer längeren Pause, als in Aussicht genommen war, kann von der 2. Auflage wieder ein Halbband erscheinen. Dieser Halbband enthält den Anfang der „Theorie der optischen Instrumente nach Abbe", die von den Mitarbeitern der Zeißschen Werkstätten verfaßt ist. Die Arbeiten wurden vielfach umgearbeitet und erweitert und sind jetzt wohl die vorzüglichste Darstellung auf optischem Gebiete.

Da sich gleichzeitig 3 Bände des Handbuchs im Druck befinden, ist ein rascheres Erscheinen in Zukunft gewährleistet.

Schlömilchs Handbuch der Mathematik.

Zweite Auflage.

Herausgegeben von

Konrektor Professor Dr. **Richard Henke** (Dresden)

und Professor Dr. **Richard Heger** (Dresden).

III. Band: **Höhere Mathematik.** II. Teil.

VIII, 622 Seiten. Mit 94 Fig. u. 20 Kartentafeln. M. 20.—, geb. M. 22.50.

Prospekte kostenfrei.

Ferner erschien soeben:

Vorlesungen über die Prinzipe der Mechanik.

II. Teil, enthaltend:

Die Wirkungsprinzipe, die Lagrangeschen Gleichungen und deren Anwendungen.

Von

Hofrat Prof. Dr. **Ludwig Boltzmann** (Wien).

X, 336 Seiten mit 10 Figuren. M. 9.—, geb. M. 10.—.

Die Radioaktivität

vom Standpunkt der Desaggregationstheorie elementar dargestellt

von

Frederick Soddy, M. A.,

Dozent der physikalischen Chemie und Radioaktivität an der Universität Glasgow

Unter Mitwirkung von Dr. L. F. Guttmann in London

übersetzt von Prof. **G. Siebert.**

XII, 216 Seiten. Mit 38 Figuren. M. 5.60, geb. M. 6.40.

Ehrhardt & Metzger Nachf. (Inhaber: K. Friedrichs.)

Darmstadt.

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate. Brutschränke. Resistenzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und Böhmische Glaswaren.

Spezialapparate für Elektrochemie und Physik.

Mechanische Werkstätten. Tischlerei.

Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen.

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

Otto Wolff. Werkstatt für elektrische Messinstrumente.

Berlin W., Carlsbad 15.

Spezialität seit 1890:

Präcisions-Widerstände a. Manganin

nach der Methode der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. (Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde, Juli 1889, Januar 1890, Nov.-Dezember 1895.)

Normal-Widerstände von 0,0001—100000 Ohm. — Abzweig-Widerstände von 1—0,00001 Ohm mit Petroleum- oder Luftkühlung, für Strommessung bis 5000 Amp. — Rheostaten, Wheatstone'sche Brücken, Thomson'sche Doppelbrücken für alle Messbereiche, mit Stöpsel- oder Kurbelschaltung, in jeder gewünschten Ausführung. — Kompensations-Apparate für genaue Spannungsmessung in 6 Modellen. — Normal-Elemente, beglaubigt von der Physik.-Techn. Reichsanstalt. — Sämtliche Widerstände auf Wunsch als Präcisionswiderstände beglaubigt. — Verkaufslager von Manganin-Draht und -Blech von der Isabellenhütte in Dillenburg.

— Illustrierte Preisliste. —

W. APEL, Universitäts-Mechaniker, Inh. Dr. M. APEL.

Geschäftsgründung 1808. **Göttingen.** Geschäftsgründung 1808.

Chemische und physikalische Apparate.

Specialität:

Rauchgasapparate, Calorimeter zur Bestimmung des **Brennwertes** der verschiedenen **Brennstoffe** und von **Gasen**, nach **Ferd. Fischer.**

Thermometer nach Ferd. Fischer. (Taschenbuch für Feuerungstechniker.)

Apparat z. Bestimmung d. Dielektricitätsconstanten nach Nernst. (Zeitschr. f. physik. Chemie. XIV, 4.)

Totalreflectometer nach Kohlrausch.

Demonstrationsapparate n. Behrendsen und Grimsehl.

Krystallmodelle aus Holz und Glastafeln nach Klein, Naumann und Rose.

Milchprüfungsbestecke nach Tollens.

SIEMENS & HALSKE A.-G.

Berliner Werk

Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.

Präzisions-Wattmeter, -Voltmeter und -Amperemeter für Wechselstrom. Meßeinrichtungen zur Bestimmung der Induktionskonstanten und des Energieverlustes von Wechselstromapparaten. Präzisionsnormale der Selbstinduktion. Zeiger-, Spiegel- und Panzergalvanometer. Meßbrücken, Kompensationsapparate, Zweigwiderstände, Dekadenwiderstände, Kondensatoren.

F. Sartorius, Göttingen.

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

Waagen und Gewichte

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

Specialität:

Analysenwaagen

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nachahmungen in den Handel gebracht werden.

Sartorius' neuer Wärmekasten

zum Brüten von Bacillen und zum Einbetten mikroskopischer Präparate in Paraffin für beliebiges Heizmaterial, unabhängig von Gasleitung, mit vielfach prämiirter Wärmeregulirung.

Patentirt in Deutschland, England, Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen beschickten Ausstellungen prämiirt, zuletzt Weltausstellung Brüssel, Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für beste Construction in Feinwaagen.

Kataloge in 3 Sprachen gratis und franco.

Vertreter in allen Ländern.

Reiniger, Gebbert & Schall

Elektrotechnische Fabrik

Erlangen.

Filialen: **Berlin N,** Friedrichstr. 131c. **München,** Sonnenstr. 13. **Wien IX/3,** Universitätsstr. 12.

Hamburg, Büschstrasse 12. **Budapest,** Altgasse 42.

Specialitäten:

Röntgen-Apparate neuester Konstruktionen,

Finsen- und Funkenlichttheil-Apparate,

Influenzmaschinen (D. R. P.), verbessertes System, Töpler-Holtz,

von **hervorragender Leistungsfähigkeit,**

Volt- und Ampèremeter, Kleinmotore,

Schalttableaux für Schulen, Ventilatoren etc.

Prospecte etc. gratis.

A. Haak, Jena.

Glastechnische Werkstätten.

Thermometer

für

Wissenschaft und Technik,

von —200 bis +575°.

Barometer

mit constantem Nullpunkt,

eigene Construction.

Elektrische Apparate u. Röhren

nach

Geissler, Crookes, Hittorff, Röntgen, Puluj, Hertz, Lenard.

Volumetrische Messinstrumente.

Illustrirte Preislisten zu Diensten.

J. Robert Voss,

Mechaniker,

Berlin N.O. 18, Pallisadenstr. 20.

Specialität:

Influenz-Elektrisir-Maschinen

aller Systeme

(auch die dazu gehörigen Nebenapparate)

und

Metall-Spiral-Hygrometer

in allen Ausführungen.

Induktorien

mit Präcisions-Spiralstaffelwicklung Pat. Klingelfuss von bisher unerreichter Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit.

Auf wissenschaftlicher Basis construirt.

Für physikalische Arbeiten, Röntgenapparate, Hertz'sche Schwingungen, drahtlose Telegraphie, Taxaströme und zum Laden von Condensatoren

auch bei Dauerbetrieb

gleich hervorragend. Reich illustrirte Preisliste zu Diensten.

Fabrikanten: Fr. Klingelfuss & Co. Basel (Schweiz).

HANS BOAS B BERLIN O.

Elektrotechnische Fabrik — Krautstraße 52

Doppelgleitwiderstände mit Einrichtung

zur Reihen- und Parallelschaltung der Widerstandsplatten eigener Konstruktion, großes Modell für 500 Watt Belastung mit Widerständen von 300 bis 2 Ohm.

Preis ℳ 55.–

E. DUCRETET

PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.

Grands-Prix Expositions Universelles | Paris 1889 — Anvers 1894 | Bruxelles 1897 — Paris 1900

Cabinets de physique complets.

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff-Ducretet garantie pour les grandes distances. **Téléphone haut-parleur R. Gaillard**, type 1903, R. G. et E. D. Matériels complets Rayons X Röntgen, et courants de haute fréquence. Photothéodolites de M. le Colonel Laussedat.

Pile primaire du Dr. A. Vincent.

PARIS 1900
GRAND PRIX
Illustrirte Preislisten gratis.

Präcisions-
Reisszeuge
Astronomische Uhren,
Compensationspendel.
Clemens Riefler
Fabrik mathemat. Instrumente
Nesselwang u. München.
Gegründet 1841.

C. A. Steinheil Soehne,

optisch-astronomische Werkstätte,

Gegründet 1855. **MÜNCHEN.** Gegründet 1855.

Astronomische Fernrohr-Objektive, zwei- und dreiteilig in allen Dimensionen bis 1 Meter Durchmesser, normaler Konstruktion und ohne sekundäres Spektrum.

Okulare, Prismen, Lupen, Plan- und Planparallelgläser.

Komplette astronomische Fernrohre mit und ohne Stativ.

Ablesefernrohre, terrestrische Hand- und Stativfernrohre, Prismenfernrohre.

Spektralapparate verschiedenster Konstruktion, mit und ohne photograph. Einrichtung.

Spektroskope, Spektrographen und Goniometer.

Preislisten frei auf Verlangen, auch über photographische Objektive und Zubehor.

RICH. SEIFERT & CO., Hamburg 13.

Elektrotechnische Werkstatt.

Komplette Röntgeneinrichtungen **Schutzvorrichtungen**
nach Dr. Albers-Schönberg und Dr. Walter.

Starkstrom-Dekadenwiderstände.

sind genau nach Zehnern, Einern, und Z hatet [illegible] Regulierung, sowie eine genaue Vor[illegible] Versuchszwecke zu empfehlen.

Die fahrbaren Regulier-Tische werden auf Wunsch [illegible] sehen und können außer zu Röntgenzwecken auch zu allen sonstigen Versuchen benutzt werden.

Kostenanschläge und Preislisten gratis.

Unger & Hoffmann, Aktien-Gesellschaft.

Gegründet 1878 **DRESDEN-A. 16** Gegründet 1878

Projektionsapparate

für wissenschaftliche Zwecke, für Schulen, Lehranstalten, Vereine, Familien.

Sämtl. Gebrauchsartikel für Projektion.

Alle Lichtquellen. Lateralligapositive in reichster Auswahl.

Preisliste und fachmännische Auskunft jederzeit zu Diensten.

GEORG WESTPHAL,

Celle (Hannover).

Mechanisches Institut

(gegründet 1860).

Wagen und Gewichte für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke

in vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

C. M. J. Bodien, Hamburg IV. 200.

Fertigt als Specialität alle Arten Electrischer Glühlichtlampen nach Muster oder Zeichnung.

Ferner: Geissler-Röhren, Crookes-Apparate u. Glasinstrumente für wissenschaftlichen und technischen Gebrauch.

MAX KOHL, Werkstätte für Präzisionsmechanik, Chemnitz i. S.

liefert als langjährige Spezialität:

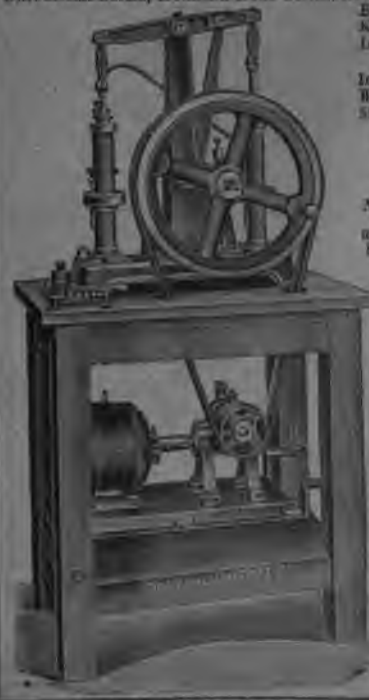
Physikalische und chemische Einrichtungsgegenstände für Schulen, wie z. B. **Experimentiertische** nach Prof. Dr. Weinhold und Prof. Arendt, **Fensterverdunkelungen, Oberlichtverdunkelungen** für **Elektromotor- und Handbetrieb, Absaugnischen** mit Gas- und Wasserleitungseinlass, **Wandtafelgestelle, Projektionsrollschirme** mit oder ohne Elektromotorbetrieb.

Experimentiertisch nach Prof. Dr. Weinhold.

Vollständige Einrichtungen von physikalischen und chem. Auditorien in gediegener, zweckmässiger Ausführung.

Derartige komplette Einrichtungen wurden jetzt u. a. für das I. Chemische Institut der Universität Berlin, Hofmann-Haus Berlin, Laborat. f. angew. Chemie d. Univ. Leipzig, Ecole d. Mines du Hainaut, Mons (Belg.), Kommerzschule Riga (Russl.), Technolog. Institut Tomsk (Sibirien), höhere Maschinenbauschule Stettin u. v. a. m. geliefert.

Im Auftrage der Kaiserl. Regierung habe ich den Hörsaal der deutschen Unterrichts-Ausstellung St. Louis für das Preuss. Kult.-Min. ausgestattet.



Physikalische und chemische Apparate und Gerätschaften.

Neu! **Duplex-Ölluftpumpe** *Neu!*

m. Teleskopkolben u. Antrieb durch Elektromotor. D.R.P. a. Die Pumpe verd. bis auf $^1/_{100}$ mm.

Nota!

Ich baue diese Pumpen nach neuem eigenen, zum D.R.-Patent angemeldeten System, welches mit den Geryk-Ölluftpumpen, Patent Fleuss, nicht identisch ist und übernehme volle Garantie dafür, dass den Käufern seinerlei Konflikte mit dem Patentgesetz entstehen.

Meine Pumpen werden in der gediegensten Weise ausgeführt und stehen dem vorerwähnten Fabrikat in der Leistungsfähigkeit nicht nach. Sie haben im Gegenteil wesentliche Vorteile vor denselben.

Neu! **Spinthariskope** *Neu!*

mit Fluorescenzschirm u. einer kleinen Menge Radiumbromid auf beweglichem Zeiger, um d. ausserordentlichen radioaktiven Eigenschaften des Radiums zu zeigen. *Preis M. 12.— u. 28.—.*

Radiumbromid von überraschender Wirkung; chem. rein. Preis auf Anfrage.

Ehrendiplom der Ausstellung der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Düsseldorf 1898. Goldene Medaille Leipzig 1897, Weltausstellung Paris 1900, Aussig 1903, Athen 1904.

Listen mit ausführlichen Kostenanschlägen, Beschreibungen, Referenzen usw. gratis u. franko.

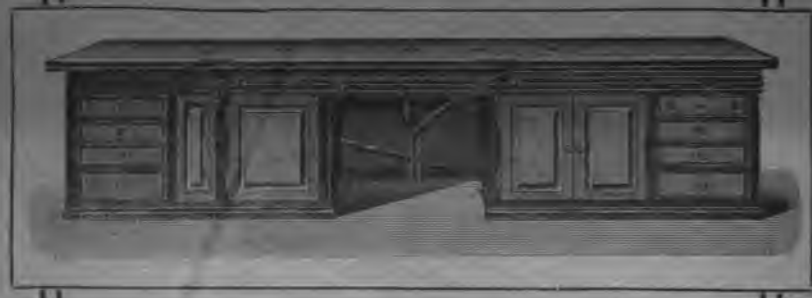
E. Leybold's Nachfolger

Cöln a. Rh.

Spezialfabrik für Einrichtung wissenschaftlicher Institute

liefern

vollständige Einrichtungen von Hörsälen und Laboratorien mit Experimentiertischen, Verdunkelungsvorrichtungen, Arbeitstischen, Sammelschränken usw.



Elektrische Stromanlagen, Schalttafeln, Umformer usw., **Projektionsapparate, physikalische Apparate**

für Vorlesungen und Übungen im Praktikum.

Illustrierte Preislisten auf Verlangen.

Alleinige Inseratenannahme durch: **Max Gelsdorf, Leipzig-Gohlis, Böhmestr. 9.**

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1904. № 13.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 15. HEFT 3.

DER GANZEN REIHE 320. BANDES 3. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

MIT EINEM PORTRÄT.

LEIPZIG, 1904.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
ROSSPLATZ 17.

Bestellungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 ℳ.

(Ausgegeben am 15. November 1904.)

Inhalt.

F. Braun. Hermann Georg Quincke. (Mit Porträt).

Seite

1. P. Lenard u. V. Klatt. Über die Erdalkaliphosphore . . 425
2. P. Lenard. Über sekundäre Kathodenstrahlung in gasförmigen und festen Körpern 485
3. E. Gehrcke. Über den Einfluß von Glaswänden auf die geschichtete Entladung in Wasserstoff 509
4. Emil Kohl. Über die elektromagnetische Energie der Elektronenbewegung 531
5. G. Bakker. Untersuchungen über kritische Dichte und die Theorie von Andrews-van der Waals 543
6. Erich Brunner. Zur Kenntnis der Elektrizitätszerstreuung in erhitzter Luft 554
7. F. Kirchner und R. Zsigmondy. Über die Ursachen der Farbenänderungen von Gold—Gelatinepräparaten 573
8. Arthur W. Gray. Über einen automatischen Kommutator und Galvanometerschlüssel zum Messen periodisch wiederkehrender Erscheinungen 596
9. Arthur W. Gray. Ein automatischer Potentialregulator . . 602
10. Arthur W. Gray. Über die Ozonisierung des Sauerstoffs in dem Siemensschen Ozongenerator 606
11. K. A. Hofmann, L. Gonder und V. Wölfl. Über induzierte Radioaktivität 615

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude,** zu senden. Seine Adresse ist **Giessen,** Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen, nicht in das Manuskript einzuzeichnen. Da die Figuren genau möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes vollständig, Textseite und womöglich Band in den „Fortschritten der Physik" (nicht Fortschritte der Physik) unter Angabe des Namens und Vornamens, der Ort, wo sie erschienen sind, anzuführen.

Da Wünsche, wieviel von **Sonderabdrücke** jeder Arbeit gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung der Korrekturen, spätestens mit der Korrekturbogen, auf dessen Rückseite die Sonderabdrücke betreffenden Wünsche zu richten.

Die Verfasser von in den Annalen erschienenen Abhandlungen sind berechtigt, nach Ablauf der gesetzlichen Schutzfrist [illegible] Übersetzung gestattet.

Dr. G. Quincke

Hermann Georg Quincke

begeht heute ein Jubiläum, und die physikalische Welt, insbesondere wir deutschen Physiker benutzen den festlichen Tag, um die innigsten Glück- und Segenswünsche ihm zum 70. Geburtstage darzubringen. Indem wir dies tun, sind wir uns klar darüber, daß wir in den üblichen Fehler verfallen, den wichtigsten Geburtstag nicht mitzuzählen. Diesen erlebte der Jubilar im Jahre 1834 in Frankfurt a/O. Dort schenkte am 19. November die heitere kleine Frau Geheimrat Quincke zunächst ihrem großen Manne, aber damit auch der ganzen Welt, den Sohn Georg. Der kleine Georg zog es vor, die Statur des westfälischen Vaters, wenigstens was die Längsdimension betrifft, anzunehmen, um ihn — undankbarerweise — an Größe noch zu überragen. Ich vermute aber, daß er von der lebhaften Mutter sich gleichfalls die besten Eigenschaften aneignete, so daß er beide Eltern in der glücklichsten Weise beraubte, ohne sie zu schädigen. Seine Mutter Marie geb. Gabein gehörte der Berliner französischen Kolonie an. Schon im Jahre 1843 siedelten seine Eltern nach Berlin über. Dort erhielt er seine weitere Bildung auf dem Werderschen Gymnasium, das er 1852 mit dem Zeugnis der Reife verließ, um Physik zu studieren, ein Entschluß, der bei ihm schon seit Sekunda feststand.

Er besuchte die Universität Königsberg (1853/54 und S.-S. 1855), wo ihn vorzugsweise F. E. Neumann anzog, hörte und arbeitete dann in Heidelberg bei Neumanns Schüler Kirchhoff und kehrte nach Berlin zurück, wo er am 7. August 1858 summa cum laude promovierte. Nach seinen eigenen Angaben hatten außer Neumann und Kirchhoff noch Eilhard Mitscherlich, Hesse, Bunsen und Kummer den meisten Einfluß auf seine Entwickelung.

Schon ein Jahr nach seiner Promotion (21. Juni 1859) habilitierte er sich an der Berliner Universität und wurde mit 26 Jahren Professor an der damaligen „Gewerbeakademie“ in

der Klosterstraße (Direktor Reuleaux), der heutigen Charlottenburger Technischen Hochschule.

In steten Beziehungen zu den Physikern Berlins, wie Poggendorff, Magnus, Werner Siemens u. a., schloß er besonders enge mit Peter Riess, dem Verfasser der heute noch durch die klare zusammenfassende Darstellung erfreuenden und als einer Fundgrube von Tatsachen wertvollen „Lehre von der Reibungselektrizität", indem er sich 1863 mit dessen liebenswürdigen und geistreichen Tochter Rebecca verheiratete. Eine ebenso geartete Tochter und ein begabter Sohn entsprangen der glücklichen Ehe. Bei seiner Hochzeit sagte man: die junge Physik verbinde sich mit der alten, und er selbst nennt das Auffinden seiner Lebensgefährtin seine beste physikalische Entdeckung.

Im Jahre 1865 wurde Quincke außerordentlicher Professor an der Universität. Er vertrat insbesondere die theoretische Physik, welche er in einem viersemestrigen Kursus behandelte. Viele der jetzt lebenden Physiker waren dort seine Schüler und denken heute noch dankbar zurück an die klaren, gut disponierten Vorträge, welche in systematischer Weise gewissermaßen als mathematischer Leitfaden durch die wichtigsten Erscheinungen hindurchführten. Im Jahre 1872 verließ Quincke Berlin, zum Bedauern seiner meisten Schüler, um einen Ruf als Ordinarius an die Universität Würzburg anzunehmen.

In der letzten Zeit seines Berliner Aufenthaltes bildete Quincke den Mittelpunkt für die dortigen jüngeren Physiker. Nach dem Tode von Magnus, dem Schöpfer der Kolloquien, hatte man auf Anregung von Warburg ihn gebeten, das Kolloquium fortzusetzen. So waren Hagen, Grotrian, der Zoologe Spengel — den Physikern bekannt durch eine deutsche Sammlung der Jouleschen Abhandlungen —, Voller, Winkelmann u. a. als fleißige Teilnehmer der Besprechungen um ihn versammelt. Und wenn ich oben sagte, daß die meisten seiner Schüler seinen Fortgang bedauerten, so trifft dies für alle genannten zu, und ich habe nur einen auszunehmen, den Schreiber dieser Zeilen — denn er folgte ihm leichten Herzens als Assistent in die sonnige Weinstadt Würzburg.

Doch die Sonne wirft auch Schatten — und ein tiefer lag

auf dem physikalischen Institut. Es darf wohl bei dieser Gelegenheit zur Belehrung für die heranwachsende Generation, von der man behauptet, daß sie immer verwöhnter werde, der damalige Zustand als ein Beispiel festgelegt werden. Das Institut war in dem alten Kollegiengebäude zwei Treppen hoch untergebracht. Es bestand aus einer Anzahl ineinander gehender Zimmer, welche genügenden Raum für die gute Sammlung von Apparaten boten. Nur schade, daß oberhalb derselben sich das mineralogische und geologische Kabinett befand, welches mit seinen schweren Steinmassen allmählich die Decke durchbog und die leichter zerbrechlichen physikalischen Apparate in Gefahr brachte. Vor der Sammlung lag das „Schreibzimmer" des Professors und wieder vor diesem als ein nur mehrere Meter breiter, etwa sechs Fenster langer Raum, der Hörsal, dessen Höhe nicht ausreichte, einen modernen amphitheatralischen Aufbau der Sitzplätze zu ermöglichen. Sonnenlicht mußte auf große Entfernung über den Hof des Gebäudes von einem anderen Flügel her bezogen werden. Zwei von der Sammlung durch einen Gang getrennte Zimmer dienten als „Laboratorium". Ergänzt wurde das Institut durch einen langen, düsteren, mit Sandsteinplatten belegten Korridor und eine kleine Dachkammer, welche Quincke als optisches Zimmer benutzte und in welcher u. a. seine großen Untersuchungen über Gitterbeugung und Gitterpolarisation, sowie seine Methode, Kreisteilungen zu kalibrieren, entstanden. Der Blick ging von dem Dachstübchen aus weit hinein in das hügelige Land und blieb haften an einer einzelnen Pappel auf kahler Kalkhöhe, welche als „unendlich entferntes Objekt" für die optischen Einstellungen diente. So wurde die Enge des Raumes versöhnend ergänzt durch ein großes Stück freier Natur.

Nach nur dreijährigem Aufenthalt in Würzburg siedelte Quincke als Kirchhoffs Nachfolger nach Heidelberg über — ein Tausch, welcher jedoch wenig Einfluß auf den Charakter seiner eigenen Arbeitsräume hatte.

Aber obschon Experimentator durch und durch und obgleich seine Untersuchungen stets eine enorme Fülle von Beobachtungen umfassen, welche große Räume zur Voraussetzung haben sollten, hat er es stets verstanden, Meister in der Be-

schränkung zu sein. Ich weiß noch sehr wohl, wie ich mich bisweilen, insbesondere manchmal morgens, nur mit Bedenken zwischen den Aufstellungen bewegte, weil ich fürchtete bald da, bald dort an Apparate anzustoßen und die Anordnungen mehr oder weniger tief eingreifend zu stören. Quinckes peinlicher Ordnungssinn, sein großes Geschick in der Ausnutzung des Raumes, die Sicherheit seiner Bewegungen gestatteten ihm eine Anzahl Arbeiten gleichzeitig auszuführen, zu denen andere die mehrfache Ausdehnung nötig gehabt hätten.

Bei ihm ist diese Fähigkeit teils angeborene Begabung, teils mag sie im Kampfe ums Dasein erworben sein. Jahrelang hatte er in Berlin seine wissenschaftlichen Untersuchungen in einem kleinen Zimmer seiner Privatwohnung, mehrere Treppen hoch in der Brüderstraße gelegen, ausgeführt. Er hat nie in einem „physikalischen Palaste“ gewohnt, er hat sie neidlos anderen überlassen. „Die schönsten Stiefel drücken am meisten“, sagte er eines Tages gesprächsweise dem Schreiber. Seine oft geäußerte Ansicht ist, daß nicht die Mittel den Erfolg bedingen.

Aber der arme Hüttenbewohner entbehrte dabei nicht des Komforts. Von seinem Freunde Wilhelmy hatte er eine ansehnliche Sammlung physikalischer Apparate überkommen, die er selber reich ergänzte und fortführte. Erachtete er es für seine Untersuchungen als nötig, einen, wenn auch noch so teuren Apparat zu besitzen, so waren die Mittel dazu bei ihm immer flüssig — mochte es Thomsons absolutes long-screw-Elektrometer, mochte es ein ausgezeichneter Teilkreis, mochten es wertvolle Stücke optisch vollkommenen Glases oder vorzügliche Nicols sein. In den wesentlichen Teilen ohne alle Rücksicht auf den Preis nur das Beste wählend, wurde das Unwesentliche mit den einfachsten Mitteln, aber dennoch den Zweck erfüllend, hergestellt. Als ich ihn eines Tages in Heidelberg besuchte und wegen eines Thomsonschen Quadrantelektrometers befragte, zeigte er mir seinen Ersatz für diesen teuren und komplizierten Apparat. Die kostbareren Bestandteile waren: eine Flasche aus dem vorzüglich isolierenden englischen Flintglas und ein guter Planspiegel; die übrigen Bestandteile: ein Kistchen, eine aus Spiegelglasstreifen mit Siegellack gekittete und gut gefettete Verschiebung; endlich

eine in vier Quadranten zerschnittene Wichsschachtel. Das Elektrometer war ebensogut wie das Originalinstrument, in der Aufstellung noch bequemer.

Von optischen Apparaten pflegt er zu sagen: Alles, durch das man hindurchsieht, muß von der größten Vollkommenheit sein; das andere so einfach wie möglich. Und doch wird jeder, der mit optischen Versuchen dieser Art sich beschäftigt, sehr bald erkennen und würdigen, mit welchem Geschick die kleinen, in alle gerade dort so oft gebotenen gedrängten Aufstellungen sich willig fügenden und mit leicht zugänglichen Mitteln hergestellten Apparate aus dem Bedürfnis heraus konstruiert sind. Ihre Übersichtlichkeit bewahrt vor Irrtümern, ohne der wirklich erreichbaren Genauigkeit Opfer zu bringen.

Diese Leichtigkeit zu experimentieren, die Kunst, sich selber helfen zu können, gefördert durch die Absicht, nicht unbestimmte Zeit abwarten zu müssen, bis der Mechaniker einen notwendigen Teil hergestellt habe, unterstützen die Kontinuität der Arbeit und erklären die enorme Fülle von Beobachtungsmaterial, welches Quincke ansammelt, sowie die Vielseitigkeit seiner Methoden.

Beides ist ihm aber Bedürfnis. Es sei auf einige Beispiele hingewiesen: Bei seinen Beobachtungen über Gitter zieht er deren gleich siebenundzwanzig Stück heran. Seine Untersuchungen über die Kapillarkonstante geschmolzener Körper dehnt er auf reichlich fünfzig Stoffe aus, diejenige über Salzlösungen auf etwa dreißig verschiedene Substanzen, jede in mehreren Konzentrationen und soweit möglich geändertem Lösungsmittel; jede Lösung wird wieder nach verschiedenen Methoden und in mehreren voneinander unabhängigen Bestimmungen untersucht. Seine letzten, mehrere hundert Seiten in den Annalen der Physik umfassenden Aufsätze bringen ein geradezu erdrückendes Tatsachenmaterial.

Und was die Untersuchungsmethode betrifft, so ist ihm eine einzige Messung ohne alle Beweiskraft; aber auch Kontrollmessungen mit demselben Aufbau unter verschiedenen Bedingungen genügen ihm nicht; er verlangt, daß voneinander ganz unabhängige Versuche nach geänderten Methoden, mit ganz neuen Anordnungen gemacht werden. Dies ist ihm Erfordernis, wenn auch darunter die Freude an der schönen Übereinstimmung der Zahlen leidet, die leichter zu erreichen

ist, solange man innerhalb derselben Beobachtungsreihe bleibt, als wenn man vollständig unabhängige Reihen miteinander verknüpft.

Es ist an diesem Orte unnötig, den weitgehenden, häufig grundlegenden Wert der Resultate von Quinckes Arbeiten zu besprechen. Viele bilden längst einen wesentlichen Bestandteil des physikalischen Unterrichts; überall haben sie zu weiterem Ausbau angeregt; sie greifen ein in alle Gebiete der Physik, und manches Ergebnis, welches anfangs nicht geglaubt wurde (wie z. B. daß der Brechungsexponent von Silber kleiner als 1 sei) ist später, oft vielleicht von denselben, die es früher bezweifelten, auf anderem Wege bestätigt worden.

Worauf wir hier nur hinweisen konnten, war die Eigenart des Forschers, charakterisiert durch die Einfachheit der Mittel, die Eleganz des Versuches, die Fülle und Sicherheit der Ergebnisse. Wie bei den Konstruktionen nur Wert auf das Wesentliche gelegt, dieses aber in vollkommenster Weise erstrebt wird, so auch in seinen Forschungen. Seine Kapillaritätsuntersuchungen setzen ein an der entscheidenden, aber auch schwierigsten Stelle, der absoluten Reinheit der Oberflächenschicht. Die Einfachheit der Methoden geht durch alle Arbeiten hindurch: angefangen mit seiner Methode der flachen Tropfen, seinen Diaphragmenströmen und deren Umkehrung, der elektrischen Fortführung in wohl definierten Kapillarröhren, bis zu seinen letzten noch in Publikation begriffenen Aufsätzen. Und was die Eleganz betrifft, so sei erinnert an das Verfahren, den Randwinkel zu messen, an die Methode, die Entfernung zu bestimmen, bis zu welcher die Kräfte der Kapillarität wirksam sind, an seine Methode, um Permeabilität durch Steighöhen im Magnetfeld zu ermitteln, an deren Ausdehnung auf Gase, an seine Versuche über Elektrostriktion.

Stets offenen Auges für die Tatsachen fühlt er oft das hinter denselben steckende noch Unbekannte heraus und scheut nicht vor Versuchen zurück, die eine vielleicht unerwartete Konsequenz enthüllen sollen. Stets phantasievoll regt er vielfach an, häufig natürlich die Richtung und den etwaigen Anfang des Weges nur unbestimmt andeutend.

Von der großen Zahl derjenigen, welche in seinem Laboratorium, oder von ihm angeregt und unterstützt, arbeiteten, seien

genannt: Wernicke, Schwalbe, der jüngere Seebeck, Elster, Lenard, Precht, W. König, Willard Gibbs, Michelson.

Mit einfachen Mitteln das Ziel zu erreichen, sucht er auch seinen Praktikanten beizubringen und gibt ihnen damit eine Richtung, deren Wert über die unmittelbaren, engeren Zwecke hinausgeht. Denn wie von dem allgemeinen Unterricht des Gymnasiums die gelernten Einzelheiten verloren gehen und doch der Geist der Methode auf die ganze weitere Entwickelung des Menschen von bestimmendem Einfluß bleibt, so graben sich auch von den Arbeitsarten des praktischen akademischen Unterrichts Spuren ein, welche im späteren Leben oft wieder mit Vorteil hervortreten und mitten in der ringenden Arbeit des ernsten Mannes belebend eine Erinnerung erwecken an die heitere Zeit seiner akademischen Lehre.

Ein Mann, der gewöhnt ist aus den Tatsachen in ihrer logischen Weiterentwickelung neue Erkenntnisse abzuleiten, hat den begreiflichen Wunsch, diesen Weg auch dem Anfänger im Unterricht frei zu legen; und so zielt Quinckes Vortrag darauf hin, daß der Hörer aus den vorgeführten Erscheinungen sich selbst den überzeugenden Schluß ziehe. Wo es sich um erläuternde Versuche handelt, scheut er nicht vor mühsamen Vorbereitungen zurück. Und trotz der meist wenig dankbaren Aufnahme derartiger Versuche, ist ihm entscheidend der innere Wert des Experimentes, nicht die glänzende äußere Erscheinung, mag sie durch die überraschende Form, mag sie durch die gewählten Dimensionen herbeigeführt werden. Manche Demonstration, die heute wohl allgemein vorgeführt wird und die auf dem Umwege über den reisenden „Physikprofessor" zu den Auditorien zurückgekehrt ist, wurde von ihm in den Vortrag eingeführt. Dahin zähle ich die durchsichtige an Gaugain anschließende Erläuterung des Ohmschen Gesetzes mittels Reibungselektrizität.

Quincke ist durch und durch: Pflichtgefühl. Seinem Grundsatze „sich nicht drücken" getreu, ist er stets bereit, für das Gemeinwohl Zeit und Kräfte zu opfern. Zwölf Jahre lang war er Schriftführer der Physikalischen Gesellschaft in Berlin, zeitweilig Vorsitzender der Phys.-med. Gesellschaft zu Würzburg und des Naturw. med. Vereins in Heidelberg; im Jahr 1885—1886 leitete er als Rektor die Geschäfte der Universität Heidelberg, seit 1886 ist er Stadtverordneter da-

selbst und auch — vergrabene Talente spät entwickelnd — Mitglied der Kirchengemeindeversammlung. Dem Kuratorium der Physikalisch-technischen Reichsanstalt zugeordnet, scheut er niemals die weite Reise, um an den Sitzungen teilzunehmen.

An Anerkennungen hat es ihm nicht gefehlt, seitens des Staates sowohl wie insbesondere von gelehrten, deutschen und ausländischen, namentlich englischen Gesellschaften. Was er aber vielleicht noch höher stellt, ist die freundschaftliche Wertschätzung, die ihm von so vielen Seiten zuteil wird — das Echo, welches er selber geweckt hat. Wer ihm je persönlich nahe gekommen ist — und der Kreis derer ist groß — kennt ihn als anregenden, stets heiteren Gesellschafter, als liebenswürdigen Wirt. Dem Biere abhold, den Tabak anderen überlassend — aber gerne gebend von dem Vorhandenen — liebt er ein Gespräch mit Freunden bei einem guten Glase alten Rheinweins. Den Genossen der Jugendzeit dauernd herzlich zugetan, nimmt er Interesse an ihrer und ihrer Familie heiteren und schweren Erlebnissen — ein warmherziger, treuer Freund.

Mit einer kleinen Änderung der Worte wenden wir auf ihn einen Goetheschen Satz an: „Nicht nur insofern der Mensch etwas zurückläßt, sondern auch insofern er wirkt und genießt und andere zu wirken und zu genießen anregt, bleibt er von Bedeutung."

Die glücklichen Gaben, die ihn dazu befähigten, werden unterstützt durch seine kräftige Gesundheit und die Elastizität des Geistes und Körpers, die er sich — ein Freund der Natur — unverändert gewahrt hat. Was wir heute wünschen ist, daß diese kostbaren Güter ihm erhalten bleiben mögen noch auf lange Jahre.

F. Braun.

1904. № 13.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 15.

1. *Über die Erdalkaliphosphore;* *von P. Lenard u. V. Klatt.*

(Fortsetzung von p. 282.)

Kapitel C.

Einfluß der Temperatur.

C. a) Konstante Temperatur.

44. Es ist zweierlei Einfluß der Temperatur auf die Lichtemission der Phosphore zu unterscheiden, je nachdem es sich um das Leuchten bei konstant gehaltener Temperatur verschiedener Höhe handelt, oder um die Wirkung des Ansteigens der Temperatur, den Phosphor ohne neue Belichtung zum Aufleuchten zu bringen.

Wir behandeln hier das Verhalten bei konstant gehaltener Temperatur.

45. Es war uns schon zur Zeit der ersten Veröffentlichung (I) bekannt, daß manche unserer Präparate in heißem Zustande mit anderer Farbe leuchten, als bei gewöhnlicher Temperatur. Wenn jedem wirksamen Metall nur eine, unverrückbare Emissionsbande zugehörte, wäre solcher Farbenwechsel bei reinen Phosphoren ebenso unmöglich, wie Farbenwechsel im Verlaufe des Nachleuchtens. Wir glaubten lange, die wirklich beobachteten Farbenwechsel auf Mangel an Reinheit zurückführen zu sollen, beispielsweise das Auftreten von Grün in der Hitze bei Kalkwismutphosphoren auf Kupfergehalt. Als wir aber bei Anwendung besserer Reinigungsmethoden zwar die Banden fremder Metalle zurücktreten, jene Farbenwechsel aber doch bleiben sahen, war anzunehmen, daß die Lichtemission jedes einzelnen wirksamen Metalles mit der Temperatur veränderlich sei. Dies führte uns zu systematischer Untersuchung sämtlicher charakteristischer Präparate bei verschiedenen Temperaturen.

46. Die Untersuchung wurde sehr erleichtert durch Benutzung des Ultraviolettfilters (vgl. 15); wir haben sie mit diesem vollständig durchgeführt für die fünf Temperaturstufen -180^0 C., -45^0 C., $+17^0$ C., $+200^0$ C., $+400^0$ C.[1])

Die optische Anordnung war die bereits oben (17, 18) beschriebene. Für Temperaturen über 200^0 befand sich der Phosphor in einem Luftbad, einem zylindrischen Kupfergefäß von 7 cm Durchmesser, welches mit Asbestpappe seitlich und oben umhüllt war und von unten von einer Flamme erhitzt wurde. Zwei mit dünnem Glimmer bedeckte seitliche Öffnungen ließen das erregende Licht eintreten, das Phosphoreszenzlicht austreten; durch eine dritte, obere Öffnung wurde der Phosphor eingeführt. Schirme schützten das Spektroskop vor Erhitzung. Für Temperaturen zwischen 200^0 und Zimmertemperatur (17^0 C.) wurde ein Glyzerinbad in offenem Glasgefäß benutzt; für -45^0 ein Alkoholbad, welches mit Hilfe von fester Kohlensäure und Äther vorgekühlt war, in Dewarschem Gefäß. Die Temperatur dieses Bades stieg allmählich von -50^0 auf -40^0; -45^0 war die mittlere Temperatur während der Beobachtungen. Für -180^0 enthielt das Dewarsche Gefäß flüssige Luft. Der Phosphor befand sich immer in gewöhnlichem Probierrohr, mitten in ihm das Thermometergefäß; ein Kork verschloß oben das Rohr und hielt das Thermometer.[2]) Da bei hohen und tiefen Temperaturen der Phosphor etwas weiter vom Spektroskopspalt entfernt sein mußte, als bei gewöhnlicher Temperatur, auch Lichtverlust durch die Wände der Bäder eintrat, wurde zur Kompensation eine Zylinderlinse vor den Spalt gesetzt.

47. Die Einzelresultate der Beobachtungen bilden den Inhalt der folgenden Tabb. III a—p. Kolumnen 2—6 beziehen

1) Wo außerdem andere Temperaturen benutzt werden, ist dies besonders vermerkt; sonst werden die im folgenden zu machenden Angaben stets mit Rücksicht auf die gewählten fünf Temperaturstufen zu deuten sein, z. B. die Angabe von -45^0 als Temperatur maximaler Dauer einer Bande dahin, daß die Bande dauernder war bei -45^0 als bei -180^0 und bei $+17^0$. Im allgemeinen haben sich die gewählten Stufen nicht als zu groß gezeigt; daß die Benutzung zwischenliegender Temperaturen eine Verfeinerung unserer Resultate ergeben würde, ist jedoch nicht zu bezweifeln.

2) Quecksilker- bez. Toluol- oder Petroläther-thermometer mit Eichung nach dem Luftthermometer.

sich auf die mit bloßem Auge beobachtete Gesamtemission, Kolumne 7 auf das Spektrum, alles bei Erregung mit Filterultraviolett.[1]) Bei den Intensitätsangaben Kolumne 2 und 4 gilt dieselbe Skala wie in den Tabb. I (9) und es bezieht sich die Intensität des Nachleuchtens (Kolumne 4) wieder auf etwa 1 Sekunde nach Schluß der Belichtung. Ein Vergleich der Intensitätszahlen während und nach Belichtung ergibt den ersten Abfall des Nachleuchtens; für den weiteren Verlauf gilt die Angabe der Dauer in Kolumne 6. Hierdurch ist in vielen Fällen auch bereits das Abklingen des Spektrums gegeben; sonst findet man das Nachleuchten der einzelnen Banden in der letzten Kolumne besonders vermerkt. Zu bemerken ist, daß die für 17° geltenden Angaben der Tabellen übereinstimmen mit denen der Tabb. II.

48. Am Schlusse jeder Tabelle geben wir eine Zusammenfassung von deren Inhalt in Gestalt von Temperatureigenschaften der Banden des betreffenden Metalles im betreffenden Sulfid. Diese Temperatureigenschaften gelten für alle Zusätze (vgl. 53); sie müssen daher gestatten, richtige Voraussagen zu machen über das Verhalten beliebiger Phosphore dieses Metalles und Sulfids bei beliebigen Temperaturen, wenn das Spektrum gegeben ist für eine bestimmte Temperatur.

Wir bezeichnen dabei als Hitzebande eine Bande, welche größte Dauer annimmt in hohen, nicht weit vom Aufhören alles Leuchtens der betreffenden Phosphore entfernten Temperaturen; als Kältebande eine Bande, welche größte Dauer, oder doch — falls sie bei allen Temperaturen nur Momentanbande ist — größte Intensität in tiefen Temperaturen annimmt.[2]) Die Temperatur, bei deren Überschreitung die Intensität einer Bande mehr oder weniger schnell zur Unmerklichkeit herabsinkt, nennen wir Temperaturgrenze der Bande.

Die für alle Phosphore geltenden allgemeinen Resultate findet man nach den Tabellen zusammengestellt (51 u. ff.).

---

1) Beobachtungen bei anderer Erregung sind anmerkungsweise hinzugefügt.

2) Vgl. 111—116, woselbst sich auch zeigt, daß eine Hitzebande bez. Kältebande es unter allen Umständen (mit allen Zusätzen, bei allen Arten der Erregung) bleibt, so daß diese Namen innere Eigenschaften der Emissionszentren der Banden betreffen.

49. Vorausbemerkt sei, daß man die Unzulässigkeit der Zurückführung der beobachteten Farbenänderungen auf Unreinheit der hier benutzten Phosphore bestätigt finden wird. Beispielsweise zeigt sich, daß die grüne Bande von CaCuNa bei + 400° schon fast verschwindet und kein deutliches Nachleuchten mehr besitzt, während die bei CaBiNa auftretende grüne Bande bei dieser Temperatur stark entwickelt ist und gut nachleuchtet. Außer dieser Verschiedenheit in den Temperatureigenschaften besteht auch noch ein kleiner Wellenlängenunterschied der beiden Banden; dieselben dürfen also keinem gemeinsamen, verunreinigenden Metalle zugeschrieben werden.

50. Nur in einem Falle trat eine gemeinsame Bande wirklich auf, nämlich bei allen unseren Strontiumphosphoren bei — 180° eine gelbgrüne Bande von kurzer Dauer des Nachleuchtens, hierin und nach der Lage im Spektrum mit SrCu α übereinstimmend. Daß diese Bande in der Tat Kupfergehalt aller unserer Strontiumphosphore zum Ursprung habe, dafür sprechen folgende Gründe: 1. Die Bande ist bei den drei SrCu-Phosphoren in außerordentlich großer Intensität vorhanden, bei allen Phosphoren der anderen Metalle aber nur in geringer bis mittelmäßiger Intensität. 2. Sie ist die Hauptbande von SrCu (vgl. Tab. IIg) und sie hat die Eigenschaft, bei — 180° zu noch größerer Intensität zu kommen, als bei allen anderen Temperaturen (vgl. Tab. IIIg) 3. Es genügen schon außerordentlich geringe Mengen von Kupfer bei Gegenwart von Zusatz in Strontiumsulfid, um die SrCu α entsprechende gelbgrüne Emission in großer Intensität erscheinen zu lassen (vgl. 148). 4. Aus den benutzten Ausgangsmaterialien ohne Hinzufügung eines Metalles, aber mit Zusätzen hergestellte Präparate zeigten sämtlich schwache aber deutliche Sr-Cu-Phosphoreszenz (vgl. 164).

Es ist danach bei Angabe der Temperatureigenschaften der Banden aller anderen Metalle in Strontiumsulfid von dieser Bande abstrahiert worden, nicht aber in den Tabellen selber, welche durchaus unmittelbare Beobachtungsresultate bieten sollen.

Zu Tabelle IIIa. CaCu.

Bemerkenswert ist bei CaCuNa der schon bei gewöhnlicher Temperatur auffallende, in der Hitze nur noch vergrößerte

Tabelle III a. CaCu.

	Temp.	Während Belicht.		Nachleuchten			Spektrum
	° C.	Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
$Na_2SO_4 + NaFl$	400	1	—	0	—		
	370	2	grünblau (türkisblau), je kälter desto grüner.	0	—		Kaum sichtbar
	300	5		0	—		Vgl. Taf. II, Nr. 1
	200	8		1	[1])		Wie bei 17°, nur ohne sichtbares Nachleuchten
	17	8		2	fahl grüngelb	am größten bei 17°	Vgl. Taf. II, Nr. 2
	− 45	8		2	mehr gelblich		Stetigem Übergang von 17° zu −180° entsprechend; α_2 noch gut nachleuchtend
	−180	8	grün	1	—		Vgl. Taf. II, Nr. 3
$Li_2SO_4 + CaFl_2$	400	1	—	0	—		Kaum sichtbar
	350	2	fahl weißlich-blau.	0	—		Beim Aufsteigen der Temp. ist Rot neu hinzugetreten[1]) und das nun matte Spektrum kontinuierlich geworden von Rot bis Violett
	300	3	deutl. blauer als bei 17°	0	—		Veränderungen gegen 17°: α_2 flacht sich mit steigender Temp. ab und das Minimum zwischen α_2 und β_3 füllt sich.
	200	7	grünblau (türkisblau)	1	—	am größten bei 17°	
	17	7		4	türkisblau		Vgl. Taf. II, Nr. 4
	− 45	7		3			Wie bei 17°, nur das Minimum zwischen α_2 und β_3 mehr hervortretend
	−180	7	grün	1	—		Wie Taf. II, Nr. 3, nur daß der Raum zwischen α_2 und β_3 bei sinkender Temp. hier nicht ganz dunkel wird.
K_2SO_4	+150	0		[1])			
	17	5	violett.	2	violett		Vgl. Taf. II, Nr. 5
	−180	4	violett, sehr rötlich[2])	1	—		Veränderungen gegen 17°: γ sehr angewachsen, das Max. bei α_1 und α_2 wenig gewachsen; im Blauviolett schwaches Max. bei β_3 allein.

1) Vgl. die Bemerkungen zur Tabelle über Erregung mit Sonnenlicht und rötliches Nachleuchten in der Hitze.
2) Bei denjenigen CaCuK-Phosphorproben, welche α_2 stärker zeigten (Tab. Ia, Nr. 14, vgl. Tab. IIa und 15a), weißlichblau.

Intensitätsabfall bei Schluß der Belichtung (vgl. die Zahlen der 2. und 4. Kolumne der Tabelle), entsprechend geringer Erregung der Hauptbande α_2 durch Filterultraviolett. Wir haben deshalb diesen Phosphor auch mit Sonnenlicht in verschiedenen Temperaturen untersucht. Es zeigte sich bei $+100^0$, 150^0, 200^0, daß die bei 17^0 bläulichgrüne Farbe des Nachleuchtens mit steigender Temperatur immer grüner wird; zuletzt, kurz vor Aufhören alles Nachleuchtens, bei etwa 200^0, erschien düsteres Rötlichgelb. Diese Beobachtung wurde auch bei Zusatz von Na_2SO_4, Na_2HPO_4, sowie $Na_2B_4O_7$ gemacht. Die Zunahme des Grün in der Hitze wurde in geringerem Maße auch bei Zusatz von K_2SO_4 sowie NaCl mit Sonnenlicht gesehen. Diese Farbenänderung steht im Gegensatz zu der in der Tabelle (für CaCuNa) für Filterultraviolett angegebenen; sie zeigte sich (an CaCuNa) aber auch bei Belichtung in sehr brechbarem intensiven Ultraviolett des Quarzspektrums [1]), scheint also immer dann einzutreten, wenn die erregende Lichtintensität groß ist. Über eine mögliche Deutung dieses komplizierten Verhaltens vgl. 100.

Temperatureigenschaften der CaCu-Banden:

γ (orange) Hitzebande, nimmt sowohl in der Kälte (-180^0) als auch in der Hitze ($+200^0$) vergrößerte Intensität an; sie gibt das letzte, rötliche Nachleuchten der heißen CaCu-Phosphore.

α_1 (gelbgrün) nimmt in der Kälte an Intensität ein wenig zu.

α_2 (grün, die Hauptbande) hat nahe konstante Intensität von -180^0 bis $+200^0$; bei 350^0 beginnt ihre Intensität zu sinken, bei 400^0 sind nur mehr Spuren von ihr vorhanden. Größte Dauer hat sie in der Gegend von 17^0 (vgl. die Tabelle für CaCuNa, dessen Leuchten hauptsächlich von α_2 stammt).

β_1 (grünlichblau) und β_3 (blauviolett) fehlen fast oder ganz bei -180^0, haben aber von 17^0 an aufwärts nahe konstante Intensität und verschwinden, wie α_2, erst bei 350^0 oder 400^0 ziemlich plötzlich.

1) Wobei der Phosphor in einem Quarzrohr erhitzt wurde.

Tabelle III b. CaPb.

	Temp. °C.	Während Belicht. Int.	Farbe	Nachleuchten Int.	Farbe	Dauer	Spektrum	
Na_2SO_4 + NaFl	400	3	gelb	0	—		Unsymmetrisches breites Max. über α_1 und α_2, mit sekundärem Max. bei γ	Blau fast fehlend
	350	5		0	—			
	300	7		2	grünlich	klein		
	200	5	gelbgrün	4	gelbgrün	ziemlich groß	Breite, intensive Bande, α_1, α_2 und γ umfassend. Max. bei α_1	
	17	3	grün	2	grünlich		Wie vor., aber weniger intensiv, und γ als sekundäres Maximum angedeutet	matte Erhellung im Blau
	− 45	2	fahlgrün mit fleischfarbig. Schein.	1	—		Wie vor., aber γ noch mehr hervorragend, und das Max. der Helligkeit mehr gegen α_2 verschoben	
	−180	2	grün	0	—		Breite Bande mit Maximum bei α_2	
K_2SO_4 + $CaFl_2$	400	1	—	0	—		Kaum zu sehen	
	300	2	rosa.	0	—		Sehr matte, kontinuierliche Erhellung von Rot bis Violett	
	200	7	fahlblau mit rosa gemischt	2	rosa	klein	Vgl. Taf. II	
	17	8	blau	4	blau			
	− 45	8		4				
	−180	7		1	—			

Zusatz Na_2SO_4 ergab bei Erregung mit Sonnenlicht in der Hitze Abnahme der Dauer seines Blau und Zunahme der Helligkeit des Gelbgrün (vgl. Tabelle I b, Nr. 1).

Tabelle III c. **CaMn** (goldgelbe Nuance).

	Temp.	Während Belichtung		Nachleuchten			Spektrum
		Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
$Na_2SO_4 + CaFl_2$	400°	0	—	0	—	—	
	200	1	—	0	—	—	Matte, kontinuierliche Erhellung von Orangegelb bis Blaugrün [1])
	17	2	gelb	2	gelb	sehr groß	α als einziges, ziemlich schmales, helles Maximum, mit anhängender sehr matter, bis ins Blau reichender Erhellung
	− 45	3	fleischfarben	2			Maximum wie vorher bei α, jedoch einseitig gegen Grün (β) zu sehr verbreitert. Der grüne Teil leuchtet nicht nach. Kein Blaugrün, Blau, Violett vorhanden
	−180	2	fahl	1	—	—	α und β als zwei wohlgesonderte, sehr schmale Max.; α heller als β. Blaugrün bis Violett fehlen, wie vorher.

Die orangegelbe Nuance der CaMn-Phosphore **(vgl. Tab. I c und Tab. II c) haben wir auf Temperatureinfluß** nicht untersucht.

1) Bei 100° und Erregung im Quarzspektrum **erschien helles Blaugrün (γ) im gekreuzten Spektrum, bei weiterem** Erhitzen schließlich bei ca. 200° samt allem Gelb (α) wieder **verschwindend. Beobachtet bei $Na_2SO_4 + CaFl_2$ sowie bei $Na_2S_2O_3$** als Zusatz (vgl. 85).

β_2 (blauviolett) ist bei allen Temperaturen bis $+350^0$ nahe in gleicher Intensität vorhanden, dadurch bei -180^0 die vorherrschende Bande am blauen Ende des Spektrums.

Die Dauer des Leuchtens der β-Gruppe scheint in der Hitze schneller abzunehmen, als die von α_2.

Zu Tabelle IIIb. CaPb.

Temperatureigenschaften der CaPb-Banden:

γ (orange) hat zwei Maxima der Intensität, bei -45^0 und bei $+200^0$, bei letzterer Temperatur auch einige Dauer; demnach Hitzebande.

α_1 (grüngelb) bis -180^0 schwach, mit Temperatursteigerung langsam an Intensität zunehmend bis etwas über 400^0, worauf Verschwinden eintritt. Hat Dauer von -45^0 bis $+300^0$, maximale Dauer zwischen 17 und 200^0. Von 200 gegen 300^0 ist Zunahme der Intensität mit Abnahme der Dauer verbunden.

α_2 (grün) zeigte sich an Intensität von der Temperatur nicht deutlich beeinflußt, verschwindet bei ca. 400^0, hat Dauer von -45^0 bis 17^0.

β_1 (blaugrün) ebenfalls nicht deutlich von der Temperatur beeinflußt, jedoch schon bei 300^0 verschwindend.

β_2 (violett) wird bei -180^0 und $+200^0$ matt, hat dazwischen maximale Intensität und Dauer, ist bei 300^0 verschwunden.[1])

Bemerkenswert ist bei den CaPb-Phosphoren mit Na-Zusatz (Bande α_1 bevorzugt, Tab. II b) die Fähigkeit, in der Hitze (200—300°) viel heller zu leuchten als kalt. Bei K-Zusatz ist das Auftreten von nachleuchtendem Rosa in der Hitze charakteristisch (Bande γ).

Zu Tabelle IIIc. CaMn.

Temperatureigenschaften der CaMn-Banden:

α (gelb, Hauptbande) von -180^0 bis fast $+100^0$ in guter Intensität, darüber schnell abnehmend und bei $+200^0$ schon fast

---

1) Die Spektren Taf. II, Nr. 15—18 scheinen anzudeuten — soweit Intensitätsmessungen mit dem Auge im äußersten Violett zuverlässig sind —, daß β_2 nicht einheitlich ist.

verschwunden. Hat größte Dauer bei mittleren Temperaturen (vgl. die Tabelle, wo das Nachleuchten von α allein kommt).

β (grün) Kältebande; über -45^0 kaum erscheinend.

γ (blaugrün) Hitzebande; unter 17^0 kaum erscheinend, jedoch bei $+200^0$ schon wieder verschwunden.

Bemerkenswert sind die niederen Temperaturgrenzen der CaMn-Banden.

Tabelle IIId. CaNi.

	Temp.	Während Belichtung		Nachleuchten			Spektrum
		Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
$CaFl_2$	400°	0	—	0	—	—	vgl. Taf. II
	300	1	—	0	—	—	
	200	2	rosa und tiefblau gemischt	1	—	—	
	17	5	tiefrot	3	tiefrot	mittel	
	− 45	4	gelbrot	1	—	—	
	−180	3	gelb	3	gelb	groß	

Dieser Phosphor ist in mehrfacher Beziehung von besonderem Interesse.

Zunächst bietet sein einfaches Spektrum eine günstige Gelegenheit, die Verwandlungen, welche dasselbe bei Änderung der Temperatur erfährt, schärfer als es sonst möglich ist daraufhin zu prüfen, ob Verschiebungen von Banden oder nur Intensitätsänderungen feststehender Banden stattfinden, welches letztere wir als Grundlage unserer Darstellung angenommen haben. Läßt man den auf -180^0 abgekühlten Phosphor, von einem Doppelmantel aus Glas umgeben, allmählich Zimmertemperatur annehmen, während er dem Filterultraviolett exponiert bleibt, so bemerkt man, daß die Phasen, welche das Spektrum (von Taf. II, Nr. 22 bis Nr. 20) durchläuft, nur beschrieben werden können als allmähliches Verblassen einer gelben Bande (β) und gleichzeitiges allmähliches Auftauchen einer roten Bande (α) an demselben Orte, an welchem dieselbe schließlich auch bei Zimmertemperatur sich befindet, nicht aber als Wandern einer Bande von Gelb nach Rot. Bei -70^0

sieht man deutlich beide Banden (α und β) nebeneinander bestehen, getrennt durch ein Minimum der Helligkeit.

Achtet man auf das Nachleuchten, so bemerkt man noch eine eigentümliche Erscheinung. Es zeigt sich nämlich, daß in jenem mittleren Zustande, bei $-70°$, wo beide Banden in halber Entwickelung nebeneinander stehen, beiden das Nachleuchten fehlt, während bei höherer Temperatur die eine, bei tieferer die andere Bande mit ihrem Überwiegen auch zum Nachleuchten kommt. Der Phosphor besitzt infolgedessen ein Minimum des Nachleuchtens bei $-70°$, was auch in der Tabelle hervortritt durch den Abfall der Intensität von 4 auf 1 beim Löschen des Lichtes bei $-45°$. Über andere Fälle dieser Art vgl. 56.

Temperatureigenschaften der CaNi-Banden:

α (rot, Hauptbande) fehlt völlig bei $-180°$, tritt bei steigender Temperatur hervor, ist bei 17° stark, nimmt darüber aber bald wieder ab, bei $+200°$ nur mehr spurenweise erscheinend. Größte Dauer hat sie ebenfalls in der Nähe von 17°.

β (gelb) Kältebande; über $-45°$ kaum erscheinend, bei $-180°$ von sehr großer Dauer.

γ_1 (grün, wird durch Filterultraviolett nicht gut erregt; scheint Hitzebande zu sein).

γ_2 (blauviolett) Hitzebande; bei 200° hervortretend, bei 300° aber schon wieder verschwindend.

Hervorragend ist CaNiFl durch sein dauerndes Nachleuchten bei $-180°$ (β-Bande), worin kein anderer Phosphor ihm gleichkam.

Zu Tabelle III e. CaBi.

Temperatureigenschaften der CaBi-Banden:

γ (rot) Kältebande; Intensität nimmt von $-180°$ aufwärts stetig ab und wird nicht sehr weit über 170° unmerklich; Nachleuchtend nur bei $-180°$.

β (grün) Hitzebande; unterhalb 17° unmerklich und erst bei 450° verblassend, aber selbst bei 500° noch nicht ganz verschwunden. Von größter Dauer bei ca. 300°.

α_1 (blau) scheint bei mäßiger Hitze am besten entwickelt.[1])
α_2 (blau, Hauptbande) scheint von der Temperatur wenig beeinflußt zu werden[1]) bis zu etwa $+200^0$ hinauf, wo sie allmählich zurücktritt.
α_3 (indigo) scheint in mäßiger Kälte am besten entwickelt, verschwindet nicht weit über 200^0.[1])

Tabelle III e. **CaBi.**

	Temp.	Während Belicht.		Nachleuchten			Spektrum
		Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
$Na_2B_4O_7 + Na_2SO_4 + CaFl_2$	500°	1	—	0	—	—	Nicht gut sichtbar
	400	8	grün	6	grün[2])	gering	Vgl. Taf. II
	200	8	blau	6	grünlich-blau[3])	groß	
	17	8	indigo	6	indigo		
	− 45	8	indigo, sehr purpurn	6			
	−180	7	purpur	5	purpur		

Andeutung des Bestehens einer besonderen, unter -180^0 besser zu erwartenden, gelben CaBi-Kältebande sind in Taf. II, Nr. 32 zu bemerken.

Ausgezeichnet sind die CaBi-Phosphore durch die Mannigfaltigkeit der Farben, welche sie bei verschiedenen Temperaturen zeigen; in der Kälte liefert das Hinzutreten von γ das Purpur, in der Hitze das Überwiegen von β das Grün. Die obere Temperaturgrenze von β, ca. 500^0, ist die höchste bei irgend einer Bande von uns beobachtete.

1) Die mannigfachen Wechsel am blauen Ende des Spektrums dieser Phosphore lassen die Benutzung noch mehrerer Temperaturstufen zur Vervollständigung der Untersuchung der α-Gruppe erwünscht erscheinen.

2) Das grüne Nachleuchten in der Hitze wurde auch bei $Na_2S_2O_3$-Zusatz und Belichtung mit Tages- oder Magnesiumlicht beobachtet; es besitzt bei etwa 300^0 ziemliche Dauer.

3) Bei $+80^0$ und stärkerer Erregung mit violettem Licht wurde bei $Na_2S_2O_3$-Zusatz im ersten Augenblicke des Nachleuchtens die grüne β-Bande bedeutend intensiver gesehen als die blaue α-Gruppe; im weiteren Verlaufe klang aber β schnell ab, so daß bald Blau — wie es schien α_1 — zum Überwiegen kann. Entsprechend zeigte sich auch in der Gesamtfarbe des Nachleuchtens ein Übergang von Grün zu Blau.

Tabelle III f. CaSb.

	Temp. °C.	Während Belichtung		Nachleuchten			Spektrum
		Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
$Na_2SO_4 + NaFl$	400	1	—	1	—	—	Kaum sichtbar
	300	2	fahl	2	blau	sehr groß	Vgl. Taf. II
	200	4	mehr blau als bei 17°	2		groß	
	17	4	gelblichgrün m. blauen Punkten	2	bläulich-grün	zieml. groß	
	− 45	4	mehr gelblich-grün als bei 17°	1	—	—	
	−180	4	gelblichgrün	1	—	—	

Temperatureigenschaften der CaSb-Banden:

γ (orange) am stärksten bei −45°, aber erst bei +400° verschwindend.

α (grün, etwas gelblich) an Intensität von der Temperatur nicht deutlich beeinflußt bis wenig über 300°, wo Verschwinden eintritt; größte Dauer bei 17°.

δ (blaugrün) von der Temperatur nicht deutlich beeinflußt; scheint maximale Dauer bei geringer Hitze zu haben.

β (blau) Hitzebande; bei −180° ohne Intensität, darüber stets zunehmend bis bei ca. 400° Verschwinden eintritt; hat größte Dauer zwischen +200° und +300°.

Als seltene Eigenschaft besitzt CaSbNa das außerordentlich dauernde Nachleuchten in großer Hitze (vermöge der β-Bande).

Zu Tabelle III g. SrCu.

Temperatureigenschaften der SrCu-Banden:

γ (orange) gewinnt große Intensität in der Kälte (−180°); scheint in der Hitze nachzuleuchten.

α (gelbgrün, Hauptbande) wird außerordentlich stark in der Kälte (−180°), verträgt aber auch sehr gut hohe Temperatur und verschwindet erst etwas über +400°; größte Dauer des Nachleuchtens zwischen −45° und +17°.[1])

1) Die gesonderte Untersuchung der beiden Teile α_1 und α_2 von α (vgl. Tab. II g) wäre möglich durch Beobachtung der Erregungsverteilung bei den verschiedenen Temperaturen. Nach anderen, vorhandenen Anzeichen zu urteilen, wäre es der schneller abklingende Teil α_1, welcher in der Kälte die hohe Intensität annimmt.

Tabelle III g. SrCu.

	Temp. °C.	Während Belicht. Int.	Farbe	Nachleuchten Int.	Farbe	Dauer	Spektrum
$Na_2SO_4 + Na_2B_4O_7$	400	2	bläulich	0	—		
	350	3	bläulichgrün	0	—		Mittelmäßig helles Max. bei α; anschließend breite Erhellung über β_1 und β_2 hin
	200	6	grün	1	—		Sehr helles Max. bei α; anschließend matte Erhellg. über β_1 u. β_2
	17	7	gelbgrün	4	gelbgrün	sehr groß	Außerordentlich helles Max. bei α, sehr matte Erhellung über β_1 und β_2 — nur α leuchtet nach
	− 45	7		4		groß	α wie vorher; γ als sek. Max. angedeutet — Blaugrün und Blau (β_1 u. β_2) fehlen
	−180	7		2		klein	α wie vorher; γ starkes sek. Max. — Blaugrün und Blau (β_1 u. β_2) fehlen
$Li_3PO_4 + CaFl_2$	400	2	fahl bläulichgrün	0	—		
	350	2		0	—		Mittelmäß. helles Max. bei α; anschließend breite Erhellung über β_1 und β_2 hin
	300	2	bläulichgrün	0	—		
	200	7	grün, etwas bläulich	0	—		Helles Max. bei α; verbunden durch geringe Helligkeit über β_1 mit mittelmäßig hellem Max. bei β_2
	17	7	grün	5	bläulich	sehr groß	Außerordentl. helles Max. bei α; mittelm. Helligkeit über β_1 und β_2 mit wenig deutl. Max. bei β_2 — α, β_1, β_2 nachleuchtend
	− 45	7		4	grün	groß	α wie vorher; γ als sek. Max. vorhanden — β_1 und β_2 wie vorher; Blaugrün u. Blau (β_1 u. β_2) fehlen — nur α nachleuchtend
	−180	9	gelblichgrün	3		sehr klein	
$KH_2PO_4 + K_2B_4O_{10}$	400	1	—	0	—		
	350	2	fahl gelblichgrün	0	—		
	300	2		0	—		
	200	8	gelbgrün	1	[1])		
	17	8	erst gelbgrün, dann blau.	5	blau	sehr groß	Vgl. Taf. II
	− 45	8	gelbgrün, mehr gelb.	5	grün	groß	
	−180	9	grüngelb.	3		sehr klein	

1) Bei Erregung mit intensiverem, blauem Licht ist das Nachleuchten bei +200° heller und grüngelb als seine Farbe zu sehen.

β-Gruppe (β_1 blaugrün und β_2 blau) fehlt (β_1), bez. ist schwach (β_2) bei $-180°$, kommt mit steigender Temperatur zu größeren Intensitäten und verschwindet erst bei ca. $+400°$; größte Dauer bei $17°$.

Eine Besonderheit der SrCu-Phosphore ist ihre große Intensität während Belichtung bei $-180°$, wobei mit allen drei Zusätzen Gelbgrün zum Überwiegen kommt (alles vermöge α, auch γ).

Zu Tabelle III h. SrPb.

Temperatureigenschaften der SrPb-Banden:

α (gelbgrün) hat große Intensität bei $-180°$, geringere bei $-45°$ und wieder größere bei $+17°$ und $+200°$; bei $+300°$ ist die Bande im Verschwinden. Größte Dauer hat sie zwischen $-45°$ und $+17°$.

β_1 (blau) und β_2 (indigo) von $-180°$ bis $+17°$ nicht deutlich von der Temperatur beeinflußt; bei $+200°$ bereits verschwunden.

β_3 (violett, Hauptbande) hat geringe Intensität bei $-180°$, größte bei $-45°$, noch sehr große bei $+17°$, verschwindet aber ebenfalls schon unter $+200°$. Dauer entwickelt sie von $-45°$ bis $+17°$.

Das Bestehen einer besonderen gelben oder orangegelben Hitzebande (analog γ der Cu-Phosphore) ist angezeigt durch das Auftreten gelblichen Leuchtens und besonders auch Nachleuchtens in der Nähe von $+200°$. Im Spektrum war die Bande Lichtschwäche halber nicht zu fassen.

Eigentümlich ist das Intensitätsminimum von α bei $-45°$, welches bei Na-Zusatz, wo diese Bande überwiegt, auch als Minimum der Gesamtemission erscheint (Kolumne 2 der Tabelle). Zugleich liegt bei derselben Temperatur das Maximum der Intensität von β_3, daher das Phosphoreszenzlicht bei $-45°$ bei allen drei Zusätzen mehr blau wird.

Zu Tabelle III i. SrAg.

Temperatureigenschaften der SrAg-Banden:

α_1 (orange). Diese SrAgNa eigene, matte Bande erschien ziemlich unabhängig von der Temperatur bis gegen $300°$, wo sie verschwand. Das beste Nachleuchten zeigte sie bei $-45°$ und $+17°$.

Tabelle III i. SrAg.

	Temp.	Während Belicht.		Nachleuchten			Spektrum
	°C.	Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
Zusatz Na_2SO_4	350	0	—	0	—		
	300	1	—	0	—		
	200	2	rosaviolett	1	—		Matte Erhellung von Orange bis Violett, mit kleinem Maximum bei α_2 (grün)
	17	3	rosaviolett	2	rosa	mittel	Schwaches Max. im Orange am Abhang von hellerem Max. bei α_2; getrenntes, nicht sehr helles Max. bei β (violett) Alles nachleuchtend, aber mit verschiedener Dauer (vgl. Tab. II i)
	− 45	3	violett	2	violett	klein	Wie vorher, jedoch α_2 schwächer und durch ein Minimum vom Orangemaximum gut getrennt; Max. bei β sehr stark. Nachleuchten wie vorher
	−180	2	rötlich	1	—		Schwaches Max. im Orange; das Max. von α_2 gegen SrCuα [1]) hin verschoben, matt; Violett (β) kaum sichtbar
Zusatz $Li_2SO_4 + Li_2CO_3$	400	1	—	0	—		
	350	1	—	0	—		
	300	2	fahl rötlich	1	—		Kleines Max. im Rot, mit anhängendem, sehr mattem Gelb und Grün (α_2)
	200	2	fahl rötlich	2	rötlichgelb	sehr klein	Mittelmäß. helles, sehr breites und flaches Max. von Rot bis Grün. Nur Rot nachleuchtend
	150	4	fahl gelblich	0	—		
	17	7	tief violett	7	tief violett	ziemlich groß	Mittelmäß. helles Max. bei α_2, sehr intensives Max. bei β (violett). Blau und Violett nachleuchtend
	− 45	7	tief violett	7	tief violett	ziemlich groß	Wie vorher, jedoch Rot als besonderes, kleines Max. hervortretend
	−180	2	weißlich-rötlichblau	1	—		Mittelmäß. helles Max. im Rot mit sekund. Max. bei SrCuα[1]) und sehr mattem Anhang bis ins Blau und Violett

1) Vgl. 50.

Zusatz K_2SO_4							
400	1	—	0	—			
350	1	—	0	—			
300	2	gelblich	0	—			
200	3	gelb	1	[1])		Mittelmäß. helles, ziemlich breites Max. bei α; sehr matte Erhellung im Blau	
17	5	bläulich	4	fahl grünlich	ziemlich lang	α wie vorher; geringe Helligkeit bei β_1, mehr bei β_2, starkes Max. bei β_3	Nachleuchten wie bei SrPbLi [4])
− 45	5	reiner blau als bei 17°	3	bläulich	ziemlich lang	Schwaches Max. bei α; β_1 und β_2 wie vorher, β_3 sehr stark	Nachleuchten wie bei SrPbLi [4])
− 180	5	weißlich-grün [5])	1	—		Mittelmäßiges helles Max. zwischen SrPbα und SrCuα [3]); β_1 wie vorher, β_2 jetzt mittelmäßig helles Max., β_3 matte Helligkeit	Nachleuchten wie bei SrPbLi [4])

1) Auch nach Erregung mit Sonnenlicht gesehen.

2) Bei stärkerer Erregung mit Sonnenlicht erschien matt gelbliches Nachleuchten in der Hitze.

3) Über das Erscheinen von SrCu α vgl. 50.

4) Am schnellsten verblaßte stets Violett (β_3), danach Blau (β_1 und β_2), am längsten blieb α (vgl. Tab. I h und Tab. II h).

5) Die mehr rein grüne (nicht gelblichgrüne) Phosphoreszenzfarbe bei −180° mit allen drei Zusätzen ist dem gemeinsamen Kupfergehalte zuzuschreiben (SrCuα, vgl. 50); die große Intensität bei dieser Temperatur kann aber nur SrPbα zugeschrieben werden, denn sie ist nicht gemeinsame Eigenschaft aller unserer Sr-Phosphore.

Tabelle IIIk. SrZn.

	Temp. ° C.	Während Belichtung		Nachleuchten			Spektrum
		Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
Zusatz $CaFl_2$	400	2	grünlich	1	—	—	
	350	2		1	—	—	Sehr matte Erhellung im Gelbgrün
	300	2		1	—	—	
	200	6	gelblichgrün	1	[1])	—	Helles Maximum bei α (gelbgrün). Violett fehlt. Kein Nachleuchten sichtbar
	17	6		5	gelblichgrün	sehr groß	α wie vorher. Schwaches Maximum im Violett. Nur α nachleuchtend
	− 45	4	bläulich-weißlich	4	bläulich		α mattes Maximum. Maximum im Violett bei β sehr hell. α und β nachleuchtend
	− 180	6		3	grünlich	groß	Maximum im Gelbgrün hell, aber nach SrCu α [2]) hin verschoben. Violettes Maximum matt.

1) Bei + 100° wurde im gekreuzten Spektrum **eine blaugrüne Bande (δ) auftreten gesehen mit gutem Nachleuchten**, während das Gelbgrün (α) bei dieser Temperatur **schon rasch abklang (vgl. 93).**

2) **Vgl. 50.**

Tabelle IIIl. SrMn.

	Temp. ° C.	Während Belichtung		Nachleuchten			Spektrum [1])
		Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
Na_2SO_4	400	1	—	0	—	—	
	300	2	fleischfarben	0	—	—	
	200	2		1	—	—	Matte Erhellung von Rot bis Grün
	17	5	rot, dann grün	4	grün, gelblich	mittel	Breites, flaches, mittelhelles Max. von β_1 (Rot) bis β_2 (Grün). Nur α (Gelbgrün) nachleuchtend
	− 45	5	rot (bleibend)	2	rein grün	nicht groß	Rot (β_1) intensiver als vorher und vom Grün (α und β_2) durch ein Min. getrennt. Nur α und β_2 nachleucht.
	−180	3		1	—	—	Rotes Max. bei β_1 wie vorher; grünes Max. matter geworden und ganz in die Lage von SrCu α [2]) gerückt

Tabelle IIIm. SrBi.

Na_2SO_4	400	2	grün	0		—	vgl. Taf. II
	300	6		2	grün	kurz	
	200	8		7			
	17	7	bläulichgrün [3])	6	bläulichgrün [3])	sehr groß	
	− 45	7	grünblau	6	grünblau		
	−180	1	—	1	— [4])	—	

1) Vgl. SrMn betreffend auch 24.

2) Vgl. 50.

3) Über Einzelheiten der Farbennuancen beim An- und Abklingen vgl. Tab. II m.

4) Aus Beobachtungen des Aufleuchtens beim Erwärmen ist zu schließen (66), daß bei etwa −100° nochmals grünes, sehr dauerndes Nachleuchten auftritt.

Tabelle IIIn. BaCu.

	Temp. °C.	Während Belichtung		Nachleuchten			Spektrum
		Int.	Farbe	Int.	Farbe	Dauer	
NaFl.	400	0	—	0	—	—	
	350	1	—	0	—	—	
	300	2	schwefelgelb, Spur grünlich	0	—	—	
	200	6		1	—	—	Sehr breites, flaches, helles Maximum von Orangerot bis Grün (α_1, α_2, β_1). Nachleuchten nicht sichtbar
	17	6		2	chromgelb[1])	zieml. groß	Wie vorher aber das Ganze etwas nach Rot hin verschoben[4]); außerdem matte Helligkeit im Blau (β_4). Nur α_2 dauernd nachleuchtend.[1])
	− 45	6	etwas fahl gelborange; je kälter, desto reiner und tiefer	4	gelb; viele Stücke blaugrün[2])		Rot fehlt fast; steiler Anstieg der Helligkeit von der roten Seite her zu hellem Maximum bei α_2 (Orangegelb) und sehr allmählicher Abfall über β_1 und β_2 (Grün) zu einem wenig erhellten Minimum im Blaugrün; zweites helles Maximum bei β_4 (Blau). Alles nachleuchtend.[5])
	− 180	7		5	gelborange	groß	Einziges, schmales und sehr helles Maximum bei α_2; Blau nur matt erhellt. α_2 gut nachleuchtend.

Li_3PO_4	800	2	schwefelgelb,	0	—	—	Vgl. Taf. II
	200	8	Spur grünlich	1	[5])	—	
	17	8	gelborange, etwas grünl.	6	rein orangerot		
	− 45	8	reines Gelb-orange	4	gelborange	groß	
	−180	12	gelborange	4			

Zusatz $K_2SO_4 + CaFl_2$, bei 17° nach Erregung mit Tageslicht hell rot leuchtend, verlor fast alles Nachleuchten bei −45°. Da α_1 (mit Li_3PO_4, Taf. II) die Eigenschaft hat, nur bei 17°, nicht bei −45° hell zu sein, ist zu schließen, daß $K_2SO_4 + CaFl_2$ nur α_1 (Rot), nicht α_2 (Orangegelb) sich entwickeln läßt.

Zusatz Na_2SO_4, nach Erregung mit Tageslicht bei 17° viel Blau zeigend (Tab. I), leuchtete heiß nur orangegelb. Es verschwand also hier das Blau (β_4) in der Hitze ebenso wie oben bei NaFl-Zusatz.

---

1) Über die Einzelheiten des Abklingens der Gesamtfarbe und des Spektrums vgl. Tab. II n.

2) Nach Belichtung mit Violett erscheint nur Grün (entsprechend der Tatsache, daß β_2 von Filterultraviolett schlecht, von Violett gut erregt wird — vgl. Taf. III und Kapitel D).

3) Nach Erregung mit stärkerem, violettem Licht fahl orange gesehen.

4) Bei Belichtung mit Violett ist das Grün viel heller; vgl. die Bemerkung bei 2).

5) Bei Erregung mit violettem Licht ist das Grün viel heller und das Nachleuchten hat ein besonderes, helles Maximum bei β_2; vgl. die Bemerkung bei 2).

Tabelle III o. **BaPb.**

Zusatz Na_2SO_4	Temp. ° C.	Während Belicht. Int.	Farbe	Nachleuchten Int.	Farbe	Dauer	Spektrum
	400	0	—	0	—		
	300	0	—	0	—		
	200	0	—	0	—		
	170	2	düsteres Gelborange	0	—		Kleines Max. bei α_1 (Orange) mit mattem Anhang ins Grün
	17	8	chromgelb	5	[1] chromgelb	ziemlich klein	Breites, helles Max. über Orange (α_1) und Gelb (α_2), nach Rot steil, über Grün (β_1) allmählich abfallend; matte Erhellung im Blau. Nur Gelb (α_2) gut nachleuchtend [1]
	− 45	8	licht-fahl-gelb	5			Das vorige breite Max. durch ein Minimum entzwei geteilt; die beiden entstandenen Maxima fallen auf α_1 bez. β_1. Ein drittes Max. befindet sich im Blau bei β_2. Nur α_1 und β_1 nachleuchtend
	−180	8	gelborange	2	gelborange	klein	Das Max. bei α_1 sehr schmal und sehr intensiv geworden, an seinem Abhang bei α_2 und β_1 Andeutung eines sekundären Max.; Blau fehlt.

1) Bei Erregung mit violettem Licht erscheint das Blau (β_2) im Spektrum viel heller und wird dann auch schwach nachleuchtend gesehen; dementsprechend ist die Gesamtfarbe des Nachleuchtens dann lichtgelb.

Zu Tabelle III l. SrMn.

Temperatureigenschaften der SrMn-Banden:

β_1 (rot) in der Kälte am stärksten; gegen 300° verblassend; nie nachleuchtend gesehen.

α (grüngelb, Hauptbande) hat größte Intensität und Dauer bei 17°, verschwindet ebenfalls gegen 300°.

β_2 (grün) hat größte Intensität und Dauer bei −45°, scheint schon gegen 200° zu verschwinden.

Eine besondere Hitzebande (γ) im Blau scheint zu existieren, von 200—300° zusammen mit den Resten von β_1 und α das Fleischfarben gebend, vielleicht identisch mit der bei Tab. II l erwähnten blauen Bande.

Zu Tabelle III m. SrBi.

Temperatureigenschaften der SrBi-Banden:

γ (rot) Kältebande; am stärksten bei −180° und nicht über −45° erscheinend; nie nachleuchtend gesehen.

α_1 (gelb) [durch Filterultraviolett nicht gut erregt; auf Temperatureinfluß nicht untersucht].

β (gelbgrün, Hauptbande) Hitzebande; erst über −45° größere Intensität annehmend, Maximum der Intensität bei +200°; erst kurz über 400° ziemlich plötzlich verschwindend. Hat größte Dauer ebenfalls bei +200°; darüber momentan.

α_2 (grün) und α_3 (grünblau) haben größte Intensität und Dauer von −45° bis +17°.

Hervorragend sind die SrBi-Phosphore durch große Intensität und Dauer in der Hitze (+ 200°) (vermöge der β-Bande).

Zu Tabelle III n. BaCu.

Temperatureigenschaften der BaCu-Banden:

α_1 (rot) hat maximale Intensität und Dauer bei 17°, erscheint nur wenig bei anderen Temperaturen.

α_2 (orangegelb) Kältebande. Intensität groß bei −180°, langsam abnehmend mit steigender Temperatur, erst bei ca. 350° verschwindend. Die Dauer, ebenfalls in der Kälte am größten, verschwindet bereits wenig über 17°.

β_1 (grün) Hitzebande. Bei −180° ohne Intensität, bei +300° in größter Intensität, bei +350° wieder verschwindend.

-180^0 größte Intensität, aber geringe Dauer, bei $+17^0$ kleinere Intensität, aber größte Dauer, bei $+200^0$ dieselbe Intensität wie vorher, aber kleine Dauer. Ähnliche Wechsel in auffallender Weise zeigt auch CaPb α_1. Ein anderes Beispiel der gegenseitigen Unabhängigkeit von Intensität und Dauer bietet die rote CaBi γ-Bande, welche bei -180^0 und -45^0 in nahe gleicher Intensität erscheint, aber nur bei -180^0 lange nachleuchtet. Die grünen Hauptbanden α von CaCu und SrCu haben große Intensität von -180^0 bis $+300^0$, nennenswerte Dauer des Nachleuchtens aber nur in der Gegend von -45^0 bis $+17^0$. — Bei anderen Banden, wie SrBi β, CaNi α und β, SrMn α treffen größte Intensität und größte Dauer ganz oder nahe bei denselben Temperaturen zusammen.

4. 53. Der Einfluß der Temperatur und der der Zusätze auf die Banden (34) sind voneinander unabhängig; d. h. der spezifische Einfluß eines bestimmten Zusatzes auf Intensität und Dauer einer bestimmten Bande ist bei allen Temperaturen derselbe, und ebenso ist der Einfluß der Temperatur auf eine bestimmte Bande bei allen Zusätzen der gleiche. Dies kommt in den Tabb. III dadurch zum Ausdruck, daß wir überall, wo mehrere Zusätze untersucht waren, gemeinsame, für alle Zusätze zutreffende Temperatureigenschaften der Banden angeben konnten. Ebenso gelten daher auch die in den Tabb. II (Kapitel B) gemachten Angaben über den Einfluß der Zusätze nicht nur für die gewöhnliche Temperatur, sondern für alle Temperaturen.

5. 54. Gemeinsam ist es allen Phosphoreszenzbanden, eine obere Temperaturgrenze der Erregbarkeit durch Licht zu besitzen; doch liegt die Grenze für jede Bande in anderer Höhe.[1]) Bei manchen Banden ist sie der Rotglut nahe, bei keiner weit darüber, bei vielen weit darunter. Die niedrigsten Temperaturgrenzen, zugleich mit besonders plötzlichem Verschwinden der

1) Sie ist nicht als scharf markierte Grenze aufzufassen, sondern als die Temperatur, bei deren Überschreitung die Erregbarkeit durch Licht mehr oder weniger schnell zu Null herabsinkt. Man sehe übrigens die Beobachtungen über das Aufleuchten heißer Phosphore beim Zerdrücken (157), welche zeigen, daß bei anderer Erregung als durch Licht auch in sehr hoher Temperatur noch sehr merkliche Intensitäten erscheinen können.

Erregbarkeit, finden sich bei den Baryumphosphoren, besonders des Bleies und Wismuts, deren Leuchten schon in der Gegend von $+100^0$ aufhört (Tabb. III o, p). Die Ca- und Sr-Phosphore haben sämtlich höhere Temperaturgrenzen. Dicht bis zu beginnender Rotglut leuchtet z. B. die grüne Hauptbande α von SrZn.

6. 55. Eine untere Temperaturgrenze der Phosphoreszenzfähigkeit haben wir nicht gefunden, auch nicht die Andeutung des Bestehens einer solchen. Die tiefste von uns benutzte Temperatur, -180^0, unterscheidet sich in bezug auf die Wirksamkeit der Erdalkaliphosphore im allgemeinen in nichts von jeder anderen unter der oberen Grenze gelegenen Temperatur.[1])

Besonders helles Leuchten entwickeln bei -180^0 die Baryumphosphore; man findet bei diesen, entsprechend den niederen Temperaturgrenzen ihrer Banden, überhaupt das ganze Erscheinungsgebiet nach der Kälte hin verschoben im Vergleich mit den Sr- und Ca-Phosphoren (vgl. auch 54). Von den letzteren sei übrigens CaNiFl mit großer Dauer des Nachleuchtens bei -180^0 besonders genannt.

Neue, vorher unsichtbar gewesene Banden können bei geänderter Temperatur überall zwischen -180^0 und der oberen Grenze auftauchen und zu großer Helligkeit kommen, während alte verschwinden. In tiefer Kälte, unter -70^0 neu hervortretende Banden sind CaNi β und CaMn β. In ganz hoher Temperatur, kurz vor dem Verschwinden aller Phosphoreszenz neu auftretende Banden sind CaNi γ_2 und CaSb β. Als hervorragende

---

1) Man findet in der neueren Litteratur mehrfach Angaben über die Phosphoreszenz von „Schwefelcalcium", „Schwefelstrontium" und „Schwefelbaryum" bei tiefen Temperaturen, darunter auch die, daß bei -70^0 deren Leuchten aufhöre. — Ohne Spezifizierung der Metalle, welche in den benutzten Präparaten wirksam waren, sind diese Angaben nicht zu verwerten; die Grenze -70^0 paßt auf keinen der von uns untersuchten reinen Phosphore. — Dagegen zeigt sich E. Becquerels Resultat, daß die Dauer des Leuchtens um so geringer sei, je höher die Temperatur („La Lumière" 1. p. 390) nicht zwar ausnahmslos, aber doch für viele reine Phosphore und in dem von E. Becquerel benutzten Temperaturbereiche von -20^0 aufwärts als zutreffend. Wir gelangen später (111) zur Aufstellung eines umfassenderen und allgemein gültigen Satzes, nicht betreffend die Gesamtemission von Phosphoren, sondern deren einzelne Banden, welcher jenen Becquerelschen Satz ersetzt.

Beispiele für sehr mannigfachen Bandenwechsel bei Temperaturänderung seien die Wismutphosphore des Ca und Sr genannt; als gegenteilige Beispiele die Cu- und Pb-Phosphore derselben Erdalkalien, deren Hauptbanden von so großer Temperaturbeständigkeit sind, daß der Charakter des Emissionsspektrums im ganzen untersuchten Temperaturgebiet fast der gleiche blieb.

Bemerkenswert ist es, daß einige Banden, wie CaCu γ und CaPb γ, zwei Maxima der Intensität besitzen, eines in der Kälte und eines in der Hitze.[1])

7. 56. Eine eigentümliche, gegenseitige Beeinflussung verschiedener Banden desselben Phosphors wird zuweilen merkbar, wenn beim Durchlaufen der Temperaturskala eine neue Bande im Spektrum erscheint. Es kann dann eine gegenseitige Störung des Nachleuchtens der neuen und der alten bereits vorher vorhanden gewesenen Banden eintreten.

Als auffallendstes Beispiel hierfür ist CaNiFl zu nennen. Bei -180^0 ist die gelbe β-Bande allein im Spektrum und zeigt gutes Nachleuchten. Bei etwa -70^0 kommt die rote α-Bande hinzu und β beginnt zurückzutreten; dabei ist das Nachleuchten beider Banden so lange fast völlig aufgehoben, als sie gleichzeitig nebeneinander bestehen. Erst nachdem α alleinherrschend geworden ist, bei etwa $+17^0$, findet wieder gutes Nachleuchten statt.

Auch in vielen anderen Fällen ist das Erscheinen einer neuen Bande mit Herabsetzung der Dauer der Gesamtemission verbunden. So verliert CaPbNa sein helles Nachleuchten über $+200^0$ gleichzeitig mit dem Hervortreten der γ-Bande. SrZnFl büßt plötzlich bei etwa $+100^0$ sein sehr dauerndes Nachleuchten ein, gleichzeitig mit dem Erscheinen der blauen δ-Bande. CaCuNa und CaCuLi mit der sehr temperaturbeständigen Hauptbande α_2 zeigen bestes Nachleuchten bei etwa 17^0, geringeres in der Hitze sowie in der Kälte, und zwar unter stärkerem Hinzukommen der Banden β_1 und β_3 in der Hitze, der Banden γ und α_1 in der Kälte. Ähnliches findet man bei SrCu. Vgl. auch $BaCuLi_3PO_4$ (Fußnote zu 35).

---

1) Ob es sich dabei etwa um die Übereinanderlagerung zweier verschiedener, spektral sehr benachbarter Banden handelt, würde Beobachtung der Erregungsverteilungen zeigen können (vgl. 108).

8. 57. Ganz allgemein gilt es, daß die Emissionsbanden in der Kälte schmäler, schärfer begrenzt werden, in der Hitze breiter, verwaschener.[1]) Dadurch trennen sich die verschiedenen, gleichzeitig vorhandenen Banden am besten bei tiefen Temperaturen; in der Hitze dagegen fließen dicht nebeneinanderliegende Banden leicht zu einem Kontinuum zusammen. Bei den Baryumphosphoren, welche niedrige Temperaturgrenzen haben (vgl. 54, 55), tritt dies schon bei gewöhnlicher Temperatur ein. Sind die in der Hitze gleichzeitig vorhandenen Banden nicht in einer Gruppe beisammen gelegen, sondern über das ganze Spektrum verstreut, und ragt keine an Intensität hervor, so ist die Folge des Zusammenfließens ein gleichmäßig erhelltes, kontinuierliches Spektrum und entsprechend fahle, weißliche Farbe des Phosphoreszenzlichtes. So bei CaSbNa, bei den Ca- und SrCu-Phosphoren, den SrPb-Phosphoren und bei SrAgLi.

C. b) Aufleuchten beim Erwärmen.

58. Wir haben bisher konstante, bez. sehr langsam veränderliche Temperatur vorausgesetzt. Bei schneller Temperaturänderung treten besondere Erscheinungen hervor. Temperaturanstieg verstärkt im allgemeinen die Lichtemission eines vorbelichteten Phosphors, Temperaturabstieg schwächt sie. Das Aufleuchten beim Erwärmen, welches auch bei anderen phosphoreszenzfähigen Körpern sich findet, ist eine bereits lange bekannte Erscheinung; sie wurde wohl zuerst am Flußspat bemerkt[2]), doch scheint sie nicht immer genügend in Zusammenhang gehalten worden zu sein mit den vorausgegangenen Belichtungen oder anderweitigen Erregungen des untersuchten Körpers als wesentlicher Bedingung für ihr Auftreten. Die hier untersuchten Phosphore zeigten bei den im vorigen Abschnitt behandelten Versuchen die Wirkung der Temperaturänderungen sämtlich in sehr auffälliger Weise. Tauchte man das zu hellem Leuchten erregte Präparat in das Kälte-

1) Für die Festlegung des Maximums einer Bande im Spektrum ist deshalb stets auf Beobachtung bei tiefen Temperaturen das Hauptgewicht gelegt worden (vgl. Tabb. II).

2) Vgl. E. Becquerel, l. c. 1. p. 43 u. ff.

bad, oder nahm man es leuchtend aus dem Erhitzungsgefäß heraus, so hatte die eintretende Abkühlung stets beträchtliches Sinken der Emission, meist fast Verlöschen derselben zur Folge. Umgekehrt steigerte das Einbringen in den Erhitzungsapparat das Leuchten oft zu ganz außerordentlicher Intensität. Geht man, wie im letztgenannten Falle, von der Zimmertemperatur aus, so gelangt man beim Erhitzen bald an die obere Temperaturgrenze (54), bei welcher auch das Aufleuchten aufhört. Am besten war die Erscheinung zu verfolgen, wenn man den Phosphor bei -180° längere Zeit belichtet hatte und von da ab seine Temperatur bis über jene Grenze hinaus steigen ließ.

59. Wir haben diesen Versuch bei allen repräsentierenden Phosphoren (12) durchgeführt. Das erste Erwärmen geschah dabei durch kurze Berührung mit dem Finger, was oft grelles Licht hervorbrachte; durch wiederholte Berührung mit der Hand wurde bald Zimmertemperatur erreicht, worauf das Erhitzen über einer kleinen, wenig leuchtenden Flamme so lange weiter fortgesetzt wurde, bis alles Leuchten aufhörte. Dabei durchlief die Emission im allgemeinen verschiedene Stadien der Intensität und auch der Farbe, und zwar so, daß zu jeder durchlaufenen Temperatur ein bestimmtes dieser Stadien gehörte. War die Ausgangstemperatur -45°, oder Zimmertemperatur, so fehlte von der Reihe der Stadien der Anfang, entsprechend den nicht durchlaufenen Temperaturen; der Rest war derselbe, wie beim Ausgehen von -180°. Die so gemachten Beobachtungen haben wir durch besondere Versuche an einigen Phosphoren ergänzt, wie hierunter zu berichten, ohne sie durch genaue Temperaturmessung verfeinert oder in allen Einzelheiten erschöpft zu haben.

60. Die Resultate lassen sich in die folgenden Behauptungen zusammenfassen (60, 63, 64, 65, 67), welchen als erläuternde Beispiele und als Beweisstücke die Beschreibungen des Verlaufes einiger charakteristischen Versuche hinzugefügt sind:

1. Ohne vorhergegangene Belichtung[1]) erfolgt kein Auf-

1) Über Versuche mit anderweitigen Erregungen haben wir zunächst nicht zu berichten.

leuchten bei Temperaturanstieg. Hat der Phosphor durch langes Liegen im Dunkeln[1]) oder, schneller, durch Erhitzen bis zur oberen Temperaturgrenze all sein Leuchten einmal verausgabt, so bringt keinerlei Erhitzung, oder Abkühlung und Wiedererhitzung, ihn zum nochmaligen Aufleuchten. — Man kann daher die Erscheinung des Aufleuchtens beim Erhitzen zutreffend als ein Austreiben der vorher erregten Phosphoreszenz durch die Hitze bezeichnen.

Das Austreiben kann auf einmal oder auch in beliebigen Etappen geschehen, wobei jede folgende Erhitzung nur mehr soviel Leuchten liefert, als von der vorhergegangenen übrig gelassen war.

61. *Beispiele*: CaBiNa sowie SrBiNa an der Sonne, am besten unter Schütteln in einem Probierrohre belichtet, zeigen über der nichtleuchtenden Bunsenflamme erhitzt ganz besonders intensives Aufleuchten; hat man aber die Erhitzung, stets unter Rotglut bleibend, etwa 10 Min. lang fortgesetzt, so ist das Leuchten unsichtbar geworden. Kühlt man danach das Rohr im Dunkeln mit Wasser ab und erhitzt von neuem, so erfolgt nunmehr kein merkliches Aufleuchten. Man muß von neuem belichtet haben, um solches zu erhalten. — BaPbNa leuchtet besonders bei tiefen Temperaturen sehr hell auf, wenn man es bei -180^0 in flüssiger Luft mit weißem Licht erregt hat und dann über kleiner, nichtleuchtender Flamme im Dunkeln wärmer werden läßt. Hat es schließlich bei etwa $+200^0$ ausgeleuchtet und taucht man es wieder in die flüssige Luft, so sieht man danach über der Flamme keine Spur von Licht mehr erscheinen. Wartet man aber bei der ersten Erhitzung vollständiges Ausleuchten nicht ab, sondern unterbricht dasselbe durch Kühlen auf -180^0, so erscheint danach bei der zweiten Erhitzung die unmittelbare Fortsetzung des Aufleuchtens, beginnend mit schätzungsweise derselben Intensität, bei welcher das erste Erhitzen abgebrochen wurde. Diesen letzteren Versuch haben wir mit gleichem Erfolge auch an SrBiNa ausgeführt unter Anwendung eines Wasserbades von $+90^0$ zur Erwärmung.

---

1) Es ist im allgemeinen sehr lange Zeit erforderlich; vgl. z. B. M. Wolf u. P. Lenard, Eders Jahrbuch der Photographie 1889.

62. An phosphoreszenzfähigem Zinksulfid konnten ähnliche Beobachtungen gemacht werden.

Flußspatkristalle dagegen verhielten sich anders. Wurde ein solches längere Zeit an der Sonne belichtet und dann im Dunkeln in Wasser von etwa 90° geworfen, so leuchtete es mehrere Minuten lang hell auf. Es wurde gewartet, bis das Licht dem ausgeruhten Auge unsichtbar geworden war, dann der Flußspat aus dem heißen Wasser genommen, abgekühlt und, stets im Dunkeln, nach etwa 5 Min. wieder in Wasser von 90° geworfen. Dabei erfolgte erneutes, ganz helles Aufleuchten, und der Versuch ließ sich ohne neue Belichtung sogar mehrere Male wiederholen, wenn auch allerdings mit abnehmendem Erfolge. Zu bemerken ist, daß die obere Temperaturgrenze des Leuchtens von Flußspat weit über 90° liegt. Dennoch widerspricht das wiederholt erneute, immer wieder verstärkt beginnende Aufleuchten dem oben für die Phosphore zutreffend gefundenen Satze. Eine Lösung des Widerspruches kann darin gesucht werden, daß Flußspat ultravioletter Fluoreszenz fähig ist[1]) und daß dieselbe auch lange nach der Erregung als Phosphoreszenz sich noch fortsetzt.[2]) Die Emission des Flußspates enthält außerdem eine große Zahl von Banden im sichtbaren Teil des Spektrums[3]), welche ohne Zweifel zum Teil durch ultraviolettes Licht gut erregt werden und deren Dauer geringer zu sein scheint als die der ultravioletten Emission. Haben daher die sichtbaren Banden bei 90° ausgeleuchtet, so können die ultravioletten Banden noch weiter gestrahlt und während des Abkühlens die sichtbaren von neuem erregt haben. Es wäre dann jener Widerspruch nur scheinbar und auch Flußspat unter den oben für die Erdalkaliphosphore ausgesprochenen Erfahrungssatz zu fassen.

2. 63. Die während des Temperaturanstieges erfolgende Lichtemission eines vorbelichteten Phosphors hat dieselbe spektrale Zusammensetzung wie sein Nachleuchten bei konstanter Temperatur, und zwar in jedem Augenblicke des Anstieges wie dasjenige Nachleuchten, welches der augenblicklich durch-

1) A. Winkelmann u. R. Straubel, Wied. Ann. **59**. p. 336. 1896.
2) Vgl. A. Dahms, Ann. d. Phys. **13**. p. 451 ff. 1904.
3) Vgl. E. Becquerel, l. c. **1**. p. 360 ff.

laufenen Temperatur (nach Tabb. III) entspricht. Es erscheinen also stark diejenigen Banden des Phosphors, welche bei der eben durchlaufenen Temperatur Dauerbanden desselben sind, schwächer die Banden, welchen bei dieser Temperatur schnelleres Abklingen eigen ist, und gar nicht die Momentanbanden dieser Temperatur.

64. Damit sind die Erscheinungen des Aufleuchtens beim Erwärmen vollkommen zurückgeführt auf das Verhalten bei konstanter Temperatur, welches seinerseits durch die Temperatureigenschaften der Banden in den Tabb. III für jedes Metall und Sulfid gegeben ist. Was den Einfluß der Zusätze anlangt, so sind nach 53 die Angaben der Tabb. II bestimmend.

65. Die Sätze 1. und 2. können in die Behauptung zusammengefaßt werden: Das Aufleuchten beim Erhitzen sei nicht als eine besondere Art der Erregung des Phosphors durch Wärmezufuhr aufzufassen, sondern es sei eine durch Herbeiführung geeigneter Temperatur ausgelöste Verausgabung bereits vorher erregt gewesenen Nachleuchtens, oder — wie wir nach weiterer Kenntnis in verfeinerter Vorstellung sagen werden (89—95 und Kapitel G) — Verausgabung aufgespeichert gewesener Erregung. Daß die Wärmezufuhr nicht erregend auf den Phosphor wirkt, geht am augenfälligsten vielleicht aus der besonderen Tatsache hervor, daß Momentanbanden, welche während Erregung mit Licht oft so hell strahlen können, durch Temperaturanstieg niemals zum Vorschein zu bringen sind.

66. *Beispiele*: Bei allen 23 ausführlich untersuchten Phosphoren traf es zu, daß beim Erwärmen, ausgehend von -180^0, der Reihe nach die Farben und Intensitäten erschienen, wie sie in den Tabb. III, Kolumne 5, von unten nach oben zu lesen, als zum Nachleuchten gehörig verzeichnet sind. Besonders charakteristisch waren folgende Fälle: CaPbNa, CaSbNa, welche bei -180^0 und -45^0 keine Dauerbanden haben, blieben dementsprechend so lange dunkel, bis sie etwa Zimmertemperatur erreicht hatten und begannen dann erst aufzuleuchten. Die SrCu- und Pb-Phosphore, deren Banden bei -180^0 geringe, bei Zimmertemperatur größere Dauer haben, begannen mit düsterem Aufleuchten, das mit Annäherung an die Zimmer-

temperatur immer heller wurde; die SrPb-Phosphore endeten zuletzt, bereits heiß geworden, mit demselben düsteren Gelblich, welches auch die Farbe ihres Nachleuchtens in heißem Zustande ist. BaCuNaFl und $BaBiK_2B_6O_{10}$, welche in tiefster Kälte starke Dauerbanden haben, begannen sofort beim Herausnehmen aus der flüssigen Luft mit grellem Aufleuchten. Sehr bemerkenswert ist ferner CaNiFl; ganz entsprechend dem Minimum des Nachleuchtens bei $-45°$, gelbem Nachleuchten unter, rotem über dieser Temperatur, zeigte dieser Phosphor beim Erwärmen von $-180°$ an zuerst sehr helles, gelbes Licht, alsdann, noch unter Zimmertemperatur, Dunkelheit, darauf, von etwa Zimmertemperatur an aufwärts wieder helles, tiefrotes Licht, bis er endlich heiß wieder dunkel wurde. Das helle Rot von SrMnNa, welches, wie wir fanden, bei allen Temperaturen nur momentan war, kam dementsprechend beim Aufleuchten gar nicht zum Vorschein, sondern nur das Grün, die Farbe langen Nachleuchtens. CaBiNa, SrZnFl, BaCuNaFl zeigten die richtigen Farbenfolgen: Purpur–blau–grün, bez. grün–blau–grün, gelb–grün–gelb.

Bei SrBiNa ist zu bemerken, daß eine über Tabb. III hinausgehende Erscheinung sich zeigte. Es erschien bereits in tiefer Kälte ein helles Grün, dann erst, noch kalt, das zu erwartende Grünblau und ferner, heiß, grün. Man muß daraus schließen, daß dieser Phosphor in der in Tabb. III nicht untersuchten Gegend von $-100°$ eine grüne Dauerbande besitzt, vermutlich identisch mit der Bande α_2.

Spektroskopisch beobachtet zeigte $CaBiNa_2S_2O_3$ nach Erregung mit violettem Licht bei 17° ins Wasserbad von 80° getaucht nur Blau (die α-Bandengruppe) im Spektrum; Grün (β-Bande) und Rot (γ-Bande) fehlten völlig. Eine Belichtung bei konstant 80° läßt neben dauerndem Blau besonders die grüne β-Bande sehr hell erscheinen (vgl. Tab. III e), diese und γ aber ohne Dauer; daher das Fehlen dieser beiden Banden im Aufleuchten bei 80°. Läßt man aber bei 300° aufleuchten, so erscheint die grüne β-Bande intensiv, entsprechend der Tatsache, daß sie bei dieser Temperatur Dauerbande ist (vgl. Tab. III e und Taf. II, Nr. 28).

Weitere Beobachtungen des Aufleuchtens beim Erwärmen vgl. man unter 69 und 89—93.

3. 67. Belichtet man einen Phosphor bei höherer, aber noch nicht über der Grenze seines Nachleuchtens gelegener Temperatur und kühlt ihn dann im Dunkeln ab, wobei er erlischt, so erscheint bei darauffolgendem Wiedererhitzen solange kaum irgendwelches Aufleuchten, bis die Belichtungstemperatur wieder überschritten ist.

Beispiel: SrBiNa bei 200° belichtet, wird hell und dauernd leuchtend (Bande β); auf +10° abgekühlt, tritt Dunkelheit ein und bleibt auch beim Wiedererhitzen bestehen, obgleich Temperaturen passiert werden, zu welchen die hellen Dauerbanden α_2 und α_3 gehören; erst über 200° erscheint wieder Licht, und zwar nur die Bande β im Spektrum.[1])

68. Die Sätze 1. bis 3. entsprechen im allgemeinen der bereits von E. Becquerel gebildeten Vorstellung, daß jedem Phosphor ein gewisses Aufspeicherungsvermögen zukomme für die Vorbedingungen des Nachleuchtens, und daß dieses Aufspeicherungsvermögen in der Hitze kleiner sei als in der Kälte. Wir werden jedoch sehen (Kapitel D), daß diese Vorstellung zu verfeinern ist, um die beobachteten Tatsachen zu umfassen. Die Verfeinerung geht nach zwei Richtungen: erstens ist jede Bande gesondert zu behandeln von allen übrigen Banden desselben Phosphors, zweitens sind jeder Bande drei verschiedene Temperaturzustände zuzuschreiben.[2])

---

1) Daß α_2 und α_3 so überhaupt nicht zum Erscheinen kamen, erklärt sich nach späterem (111) daraus, daß sie bei der Temperatur der Belichtung oberen Momentanzustand hatten (vgl. Taf. II), also überhaupt keine Erregung aufspeicherten. Die Bande β dagegen hat zwischen 10° und 200° überall Dauerzustand; daß sie dennoch unter 200° nicht aufleuchtete, zeigt an, daß auch innerhalb des Dauerzustandes die Menge sowohl, wie die Vollkommenheit der Aufspeicherung mit steigender Temperatur abnimmt, daß somit die drei Temperaturzustände nicht scharf getrennt, sondern allmählich ineinander übergehend sind (vgl. Kapitel G).

2) Zu bemerken ist danach auch, daß das von E. Becquerel (l. c. 1. p. 282) definierte Maß aufgespeicherter Erregung nicht identisch den von uns benutzten Vorstellungen entspricht. In beiden Fällen handelt es sich zwar um Energiemengen, welche durch eine Erregung im Phosphor verfügbar gemacht worden sind zur Verausgabung in Gestalt von Lichtenergie; Becquerels Maß bezieht sich jedoch auf Verausgabung bei konstanter Temperatur, wogegen unsere Vorstellungen (vgl. Kapitel D und G) solche Bezugnahme nicht enthalten. Im Sinne unserer Vor-

69. Es sei zu späterer Anknüpfung in dieser Beziehung sogleich ein im Satze 2 enthaltener Spezialfall besonders hervorgehoben. Da nach 2. (63) beim Erhitzen eines kalt vorbelichteten Phosphors alle Dauerbanden desselben der Reihe nach zum Erscheinen kommen, kann auch der Fall des Erscheinens von Banden eintreten, welche bei der Temperatur der Belichtung gar keine Intensität besaßen. Folgendes sind zwei Beispiele hiervon: SrBiNa bei $-180°$ mit Filterultraviolett belichtet zeigt während der Belichtung nur schwaches Leuchten, nachher fast gar keines, so daß es scheint, als habe keine nennenswerte Erregung stattgefunden. Erwärmt man aber später im Dunkeln, so zeigt das grelle Aufleuchten, daß allerdings kräftige Erregung aufgespeichert war, welche aber offenbar bei $-180°$ nicht verbrauchsfähig war. — CaBiNa zeigt bei $-50°$ weder während, noch nach Belichtung etwas von der grünen Bande β im Spektrum; die Erregung bei dieser Temperatur scheint ausschließlich der roten Bande γ und den blauen Banden α gegolten zu haben, in deren Farbengemisch der Phosphor purpurn-indigo leuchtet. Erwärmt man ihn aber ohne weitere Erregung, so findet man, sobald nur die Temperatur diejenige Höhe erreicht hat, bei welcher β Dauerbande wird, diese Bande so intensiv betätigt, daß helles, grünes Leuchten erfolgt. Man könnte nach dieser Beobachtung meinen, daß bei der Erregung eines Phosphors Vorbedingungen des Leuchtens derart in ihm aufgespeichert werden, daß sie später zur Betätigung beliebiger seiner Dauerbanden verwendet werden können, daß beispielsweise im zuletzt beobachteten Falle dieselbe Erregung, welche zur Zeit ihrer Aufspeicherung nur den Banden α und γ galt, sofern sie von diesen nicht verbraucht wurde, später beim Erhitzen β zugute kam. Diese Vorstellung der Aufspeicherung von Erregung schlechthin wäre jedoch unzutreffend; wir werden vielmehr sehen (Kapitel D, b), daß jede Bande ihre eigene Erregung erfährt und für sich allein anfspeichert, so daß keine andere Bande sie verbrauchen kann.

---

stellungen gemessen, würde die Menge der aufgespeicherten Erregung im allgemeinen größer erscheinen als nach Becquerels Maß, und zwar würde die Differenz beider um so größer ausfallen, je tiefer die Temperatur ist, bei welcher erregt wurde.

Kapitel D.

Über die Erregung der Phosphore.

D. a) Spektrale Erregungsverteilung.

70. Mit diesem Namen — oder kurz Erregungsverteilung — bezeichnen wir den Zusammenhang zwischen der Länge der erregenden Lichtwellen und der Intensität des erregten Phosphoreszenzlichtes. Dabei ist wieder jede Bande des letzteren gesondert zu betrachten. Die Erregungsverteilungen werden unmittelbar sichtbar, wenn man auf den flächenhaft ausgebreiteten Phosphor ein schmales Spektrum entwirft[1]) und dieses nach der Methode der gekreuzten Spektren durch ein Prisma betrachtet.

Beobachtungsmittel und Verfahren. — 71. Das erregende Spektrum wurde durch ein Quarzprisma und Quarzlinsen entworfen; seine Länge betrug von Rot bis Blau nur etwa 5 mm, worauf aber wenig ankam, vom Blau bis ans Ende des merkbaren Ultraviolett, $\lambda = 20 . 10^5$ mm, etwa 40 mm. Die Breite des Spektrums, gleich der Länge des Spaltes, wurde für die Beobachtung gekreuzter Spektra auf 1 mm reduziert, so daß dieses schmale Spektrum als lineare Lichtquelle an Stelle des Spaltes wirken konnte für den zur Beobachtung dienenden Prismensatz, welcher samt einer als Lupe wirkenden Linse einem kleinen Taschenspektroskop entnommen war. Derselbe war auf einem Schlitten verschiebbar, so daß jeder beliebige Teil des auf dem Phosphor entworfenen Spektrums zur Beobachtung gelangen konnte. Auf Messung der Bandenörter im gekreuzten Spektrum wurde verzichtet; die Banden konnten nach ihren Farbentönen überall dort leicht identifiziert werden, wo sie überhaupt gut getrennt erschienen. Die Übereinanderlagerung der Banden bildete eine der Hauptschwierigkeiten, welche es in vielen Fällen verhinderte, ihre Erregungsverteilungen zu sondern; man wird daher in den Resultaten (Taf. III) öfter die Summe der Erregungsverteilungen mehrerer Banden angegeben finden.

---

1) Wie wohl zuerst von E. Becquerel an seinen Präparaten unbekannter Zusammensetzung ausgeführt (La Lumière 1. p. 298 ff. 1867).

Eine andere Schwierigkeit besteht in der Diskontinuität des ultravioletten Spektrums gerade der sonst günstigsten Lichtquellen. Wir benutzten hauptsächlich das elektrische Kohlebogenlicht, welches neben den ultravioletten Banden des Bogens auch kontinuierliches Licht, bis etwa $\lambda = 25 . 10^{5}$ mm merklich, von der positiven Kohle ausgehen läßt. Um mehr Sicherheit zu erlangen, daß nicht Emissionsbanden des Kohlebogens als Erregungsmaxima genommen wurden, wiederholten wir den größten Teil der Beobachtungen mit dem an brechbarerem Ultraviolett sehr reichen Zinkbogenlicht und mit dem Licht einer Nernstschen Lampe, welche letztere ein wenn auch nur kurzes, so doch völlig kontinuierliches ultraviolettes Spektrum liefert.

72. Manches war besser ohne das lichtschwächende, zerlegende Prisma zu sehen, wenn man den spektral belichteten Phosphor durch eine lichtstarke Lupe betrachtete. So zeigt Mehrfarbigkeit des ultravioletten Spektrums unmittelbar an, daß die verschiedenfarbigen Banden des betreffenden Phosphors verschiedene Erregungsverteilungen haben müssen, und die Maxima und Minima der Erregungen der einzelnen Banden waren so manchmal mit besonderem Vorteil feststellbar. Auch konnte man farbige Medien vor das Auge bringen, welche von Fall zu Fall so abgepaßt wurden, daß sie nur eine einzige Emissionsbande des Phosphors durchließen, wodurch die Erregungsverteilung dieser Bande gesondert ersichtlich wurde. Banden von langer Dauer sonderten sich im Nachleuchten von dem Rest der Emission, wodurch ihre Erregungsverteilung zuletzt für sich allein sichtbar übrig blieb.

73. Die flächenhafte Ausbreitung des feinkörnig gemachten Phosphors wurde durch Einpressen in eine Rinne oder durch Einfüllen in ein Quarzrohr bewirkt, in welchen Fällen von der belichteten Seite her, schräg von oben, beobachtet wurde, oder auch durch Aufstreuen in dünner Schicht auf eine gefettete Glasplatte, welche dann von der entgegengesetzten Seite her beobachtet werden konnte.

74. Zur Ermittelung der erregenden Wellenlängen war längs der Oberfläche des Phosphors ein Zeiger verschiebbar, dessen Stellung an einer Millimeterskala abgelesen werden konnte. Die Skala war durch die Cyanbanden des Kohle-

bogens und die hellen Linien von Aluminium- und Zinkfunken in Wellenlängen geeicht. Außerdem waren bei Anwendung des Kohle- oder Zinkbogens die festen Linien dieser Lichtquellen stets unmittelbar auf dem Phosphor sichtbar und also zur Kontrolle zu benutzen.

Ergebnisse. — 75. Wir haben in der angegebenen Weise die 23 in Tabb. I mit * bezeichneten Phosphore untersucht. Bei den hervorgehobenen Schwierigkeiten gestatteten die angewandten Mittel nur die Hauptzüge der Erregungsverteilungen festzustellen, wie wir sie, möglichst für jede Bande einzeln, in der Taf. III geben. Es genügte dies aber sowohl zu erster Kenntnis der speziellen Eigenschaften der neuen Phosphore, wie Beispiele zeigen sollen (77—83), als auch zur Herleitung der unter e) dieses Kapitels zusammengefaßten allgemeinen Gesetzmäßigkeiten.

76. Bei allen Phosphoren zeigte sich, daß jede Phosphoreszenzbande ihre besondere Erregungsverteilung hat, daß aber die Art des Zusatzes die Erregungsverteilungen der Banden nicht beeinflußt. Es ist daher in der Taf. III der Zusätze keine Erwähnung getan, sondern nur Erdalkali und Metall genannt. Jeder Bande — oder, wo Trennung nicht gelang, jeder Gruppe von Banden[1]) — gehört eine Zeile der Taf. III zu, und es ist in derselben Zeile neben der Erregungsverteilung jedesmal auch die erregte Bande, bez. Bandengruppe selber abgebildet, erstere als nicht schraffierte, letztere als schraffierte Kurvenfläche. Gemeinsame Abszissen sind dabei die am unteren Rande der Taf. III angegebenen Wellenlängen. Zur leichteren Orientierung sind außerdem oben die Fraunhoferschen Linien, und bei FU die Lage des vorher oft benutzten Filterultraviolett eingetragen. Ordinaten sind bei den Kurven der Erregungsverteilung die geschätzten Intensitäten, zu welchen die betreffende Bande durch die betreffende Wellenlänge erregt wurde. Da bei dieser Schätzung von der Diskontinuität des erregenden Spektrums, bez. von der überwiegenden Intensität des minder brechbaren Teiles desselben

1) In manchen dieser Fälle von Bandengruppen zeigen Buchstaben an, wie die beobachtete Summe der Erregungen nach vorhandenen Anzeichen auf die einzelnen Banden zu verteilen sein könnte.

zu abstrahieren war, was durch Kombination der an den drei benutzten Lichtquellen (71) erhaltenen Resultate geschah, unter Zugrundelegung der zuvor auf Uranglas beobachteten Helligkeitsverteilungen der Spektren dieser Lichtquellen, wird man den Abszissenwerten der Maxima und Minima der Erregungskurven mehr Gewicht beilegen müssen, als den Einzelwerten der Ordinaten selber. Wo wegen ungenügender Sonderung oder Lichtschwäche der Banden besondere Unsicherheit blieb, ist die betreffende Erregungskurve punktiert. Mehrfache Erregungskurven — wie bei CaBi, SrCu — beziehen sich auf die Art des Abklingens der Erregung, worüber näheres unter 79 bis 83 zu sehen ist.

Die Banden selber sind mit denjenigen geschätzten[1]) Intensitäten und Intensitätsverteilungen eingezeichnet, welche ihrem besten Erscheinen im gekreuzten Spektrum während der Belichtung entsprechen, d. i. Erregung mit günstigster Wellenlänge[2]) bei günstigstem Zusatz und gewöhnlicher Temperatur.[3])

Betrachtung von Einzelfällen. — 77. Es soll hier gezeigt werden, wie im einzelnen bei Ableitung der Erregungskurven Taf. III aus den Beobachtungen verfahren wurde; zugleich soll dadurch ersichtlich werden, wie rückwärts aus der konzentrierten Darstellung Taf. III jederzeit die beobachteten Erscheinungen wieder zu entnehmen seien. Will man das Verhalten eines Phosphors gegebener Zusammensetzung bei spektraler Belichtung aus Taf. III beurteilen, so wird man zuerst nach Tabb. I die Zusatzgruppe aufzusuchen haben, zu welcher er seinem Zusatze nach gehört, alsdann nach Tab. II die danach zu erwartenden relativen Intensitäten seiner Banden, um auf diese dann die Erregungskurven der Taf. III anzuwenden. Kapitel D, b) wird zeigen, daß man bei Berücksichtigung der Temperatureigenschaften der Banden nach Tabb. III auch für

1) Grundlage der Schätzung bildete das früher eingeführte zehnstufige Intensitätsmaß (18), welches hier jedoch nur nach dem Gedächtnis benutzt wurde.

2) Nicht, wie sonst im Vorliegenden stets, mit Filterultraviolett.

3) Einige Hitzebanden, welche bei gewöhnlicher Temperatur nicht erschienen, sind bei höherer Temperatur beobachtet, wie in Taf. III selbst vermerkt.

spektrale Belichtung bei beliebiger Temperatur so weit richtige Voraussagen erhalten muß, als unsere bisherigen Beobachtungen vollständig sind.

Wir wählen im folgenden Fälle komplizierter Art, welche auch aus diesem Grunde besonderer Erörterung bedürfen.

78. SrMnNa zeigt spektral belichtet im Ultraviolett abwechselndes Rot und Grün so verteilt, wie es der Übereinanderlagerung der drei Intensitätskurven Taf. III, Nr. 33, 34 und 35 entspricht, von welchen die erste der roten Bande β_1, die zweite und dritte den zwei grünen Banden α und β_2 zugehört. Die Verteilung des Rot (β_1) kommt allein zum Vorschein im ersten Augenblick der Belichtung, denn β_1 ist Momentanbande (Tab. II l), klingt also auch momentan an (40). Erst etwas später tritt das Grün der langsam an- und abklingenden Banden α und β_2 hinzu. Im Nachleuchten bleibt umgekehrt die Verteilung der beiden Grün ohne das Rot zurück. Die Sonderung der beiden Grünverteilungen voneinander war möglich sowohl im gekreuzten Spektrum durch die Verschiedenheit der Farbennuancen und Lagen von α und β_2, als auch im direkten Anblick beim Abklingen, wo α als die dauerndste Bande (Tab. II l) am längsten bleibt mit der in Taf. III, Nr. 34 gezeichneten Verteilung.

79. Es zeigt sich in diesem Falle, was auch sonst bei allen wohldefinierten Banden zu beobachten war, daß die gesamte Erregungsverteilung einer und derselben Bande einheitlich abklingt und auch anklingt, oder: daß die Dauer einer Bande unabhängig ist von der Länge der erregenden Lichtwellen. Momentanbanden, wie $SrMn\beta_1$, klangen stets längs des ganzen erregenden Spektrums schnell an und auch schnell ab; Dauerbanden überall langsam an und langsam ab.

Wo das An- und Abklingen nicht einheitlich war, waren fast immer auch andere Anzeichen dafür vorhanden, daß es sich nicht um eine einzelne Bande, sondern um eine Gruppe nahe zusammenliegender Banden handele, wie die folgenden Fälle zeigen sollen.

80. CaBiNa.[1]) Man sieht bei Eintritt der Belichtung

1) Wir haben mit gleichem Resultate beobachtet bei Zusatz von $Na_2S_2O_3$ und $Na_2SO_4 + Na_2HPO_4 + CaFl_2$.

zunächst sehr hell die eigentümliche, von einem Minimum[1]) unterbrochene Verteilung des Blau (α-Gruppe) Taf. III, Nr. 16. Das Minimum ist etwas erhellt von fahlem Purpur, herrührend von Beimischung der Banden γ (rot) und β (grün), wie man im gekreuzten Spektrum sieht; ebenso ist der brechbarste Teil des erregenden Spektrums, jenseits $\lambda = 27$ etwa, rötlich erhellt von der Bande γ. Nach einiger Zeit sieht man das genannte Minimum blauer werden und allmählich sogar ganz mit Blau sich füllen[2]), was verrät, daß es dem Erregungsgebiet einer sehr langsam anklingenden Bande angehört. Entsprechend diesem nicht einheitlichen Anklingen des Blau verläuft auch sein Abklingen. Wir nehmen an, es sei nicht so intensiv belichtet worden, daß das Minimum des Blau ganz verschwunden wäre. Wird nun das erregende Licht abgeschnitten, so sieht man zunächst sofort alles Rot und fahle Purpur verlöschen, entsprechend der Tatsache, daß β und γ Momentanbanden sind (Tab. II e); es bleibt das Blau übrig und zwar in der Verteilung Taf. III, Nr. 16, Kurve 1. Ganz allmählich sieht man aber im Abklingen diese Blauverteilung sich ändern und die Gestalt der Kurve 2 annehmen; das Minimum ist völlig verschwunden. Nach früherem (Tab. II e) besteht das Blau aus drei Banden verschiedener Dauer und es ist daher die Verteilung des letzten Nachleuchtens, Kurve 2, der dauerndsten dieser Banden, α_2, zuzuschreiben, in Übereinstimmung mit dem beim Anklingen Beobachteten, und die beiden Maxima der Kurve 1 den beiden anderen, schneller an- und abklingenden blauen CaBi-Banden α_1 und α_3. Der Anblick des gekreuzten Spektrums scheint α_1 das minder brechbare, α_2 das brechbarere der beiden Maxima zuzuweisen.[3])

---

1) Dieses der CaBiα-Gruppe zugehörige Erregungsminimum wurde bereits von mehreren Beobachtern an der Balmainschen Leuchtfarbe wahrgenommen, welche in der Hauptsache ein CaBi-Phosphor ist. Vgl. z. B. A. Dahms, Ann. d. Phys. **13**. p. 437. 1904.

2) Völliges Verschwinden des Minimums erfolgt nur bei sehr intensivem erregenden Licht, wie Kohlebogenlicht; beim Licht der Nernstschen Lampe blieb das Minimum dauernd sichtbar. (Vgl. 101.)

3) Die gegenteilige Zusammengehörigkeit würde auch eine Verletzung der Stokesschen Regel bedeuten, wie Taf. III unmittelbar sehen läßt. Es war aber im gekreuzten Spektrum ein Hinausgreifen des erregten Lichtes über das schräge Spektrum des reflektierten erregenden

81. SrBiNa zeigt im Abklingen seiner Erregungsverteilung ein zu CaBiNa entgegengesetztes Verhalten. Es ist während der Belichtung als Erregungssumme der drei Banden β, α_2 und α_3 ein fast gleichmäßig erhelltes Band sichtbar (Taf. III, Nr. 37 und 38). Im Nachleuchten bildet sich allmählich, immer deutlicher werdend, ein Minimum in diesem Bande heraus, welches schließlich völlig lichtlos wird, so daß als letztes Nachleuchten die Verteilung Taf. III, Nr. 38 zurückbleibt. Diese Verteilung war den beiden dauerndsten Banden α_2 und α_3 (s. Tab. II m) zuzuschreiben, und der schneller abklingende Teil, welcher während Belichtung das Minimum füllte (Taf. III, Nr. 37), der schneller abklingenden Bande β. Die in Taf. III, Nr. 38 enthaltene Andeutung, daß das brechbarere Erregungsmaximum vorwiegend α_3 zugehöre, ist der Beobachtung des gekreuzten Spektrums entnommen. Die Bande α_1 schien sowohl durch Violett als durch äußerstes Ultraviolett gut erregt zu werden, war aber von β nicht gut zu trennen, daher keine Erregungsverteilung für α_1 angegeben und die von β mit einiger Unsicherheit behaftet ist. γ ist bei gewöhnlicher Temperatur kaum sichtbar (vgl. Tab. III m).

82. $BaBiK_2B_6O_{10}$ zeigte sehr ungleichmäßiges Abklingen der Erregungsverteilung, welche während Belichtung durch Taf. III, Nr. 48, Kurve 1 dargestellt ist. Im Abklingen dunkelt das brechbarste Ende sofort ab und die beiden Maxima verschwimmen ineinander, so daß die Verteilung Kurve 2 übrig bleibt, die sich lange weiter sichtbar erhielt und welche also der Dauerbande β (Tab. II p) zuzuschreiben war. Die Verteilung der schnell absinkenden Teile unter die drei Momentanbanden α ist mit einiger Unsicherheit behaftet.

83. Die SrCu-Phosphore stellen endlich einen besonders komplizierten Fall dar. Die Bande β_1 kann am besten an SrCuLi studiert werden, wo β_2 wenig vorhanden ist (vgl. Tab. II g); ihre Verteilung, Taf. III, Nr. 22, Kurve 2, kann im gekreuzten Spektrum oder durch geeignete blaudurchlässige Medien gut beobachtet werden. SrCuK emittiert sowohl β_1 als β_2 stark, aber mit ungleicher Dauer; β_1 ist die dauerndste

---

Lichtes und damit eine Verletzung jener Regel nicht zu konstatieren. Vgl. auch M. Wolf u. P. Lenard, Eders Jahrb. d. Photographie, 1889.

Bande dieses Phosphors (Tab. II g). Hier sieht man im gekreuzten Spektrum oder durch das blaue Medium während der Belichtung und im ersten Nachleuchten das Blau wie Taf. III, Nr. 22, Kurve 1, im letzten Nachleuchten wie Kurve 2 verteilt.

Die grüne Bande α ist am vorteilhaftesten an SrCuNa zu beobachten, wo die β-Gruppe fast fehlt. Die aufeinanderfolgenden Verteilungen des Grün sind in Taf. III, Nr. 21 als Kurven 1 und 2 dargestellt; Kurve 3 gibt das letzte Nachleuchten, dessen Farbe nicht mehr unterscheidbar war. Man hat bei Beobachtung dieses Abklingens und ebenso des entsprechend verlaufenden Anklingens unmittelbar den Eindruck, daß zwei verschiedene Prozesse, verschieden schnell ablaufend, hier sich übereinander lagern. Es ist dies der einzige von uns beobachtete Fall, wo eine einzelne schmale Bande in so auffallender Weise nicht einheitlich an- und abklang; wir haben daher nach Analogie aller übrigen Beobachtungen SrCuα als die Summe zweier sehr benachbarter Banden α_1 und α_2 angesehen (vgl. Tab. II g) und mußten dies nach der Definition 21 auch tun.[1]) Kurve 1 wäre danach die Erregungsverteilung von α_1 und α_2 zusammengenommen, Kurve 2 die der Dauerbande α_2 allein.[2]) Kurve 3, so gut wie identisch mit Nr. 22, Kurve 2, dürfte der bei SrCuNa schwach, aber wohl mit sehr großer Dauer vorhandenen Bande β_1 angehören.

Das An- und Abklingen des Grün bei SrCuLi und SrCuK erfolgte so, wie es nach den in Tabb. II g angegebenen Intensitätsverhältnissen von α_1 und α_2 erwartet werden muß. Auch die mehrfachen Farbenwechsel des Blau und Grün, welche diese beiden Phosphore spektral belichtet zeigten, räumlich nebeneinander und zeitlich nacheinander beim Abklingen, lassen sich aus den genannten Angaben der Tabb. II g und den Erregungsverteilungskurven der Taf. III richtig ableiten.

1) Es ist indessen, soweit die Beobachtung geht, auch die Auffassung zulässig, daß die beiden a und b genannten Prozesse (94) bei SrCuα mit verschiedenen Erregungsverteilungen ablaufen. Vgl. 180.

2) Dieser Bande scheinen die bereits vorliegenden Beobachtungen von Hrn. A. Dahms an einem SrCu-Phosphor zu entsprechen. Ann. d. Phys. **13.** p. 442. 1904.

D. b) Erregungsverteilung und Temperatur.

84. Zur Beantwortung der Frage, ob die Erregungsverteilungen der Banden von der Temperatur abhängig seien, haben wir eine Anzahl von Phosphoren unter Erhitzung dem Quarzspektrum exponiert. Der Phosphor befand sich dabei in einem Quarzrohr, in dessen Längsrichtung das Spektrum fiel; die Erhitzung geschah durch eine wenig leuchtende Bunsenflamme. Man konnte sowohl den bereits erhitzten Phosphor belichten, als auch die Erhitzung während oder nach der Belichtung vornehmen und die eintretenden Erscheinungen mit freiem Auge bez. der Lupe oder als gekreuztes Spektrum beobachten.

Die Antwort auf die gestellte Frage fiel überall verneinend aus, womit zugleich gezeigt ist, daß die in Kap. C, Tabb. III gewonnenen Resultate über den Einfluß der Temperatur auf die Phosphoreszenzen nicht nur für die dort benutzte Erregung mit Filterultraviolett gelten, sondern ganz allgemein für Erregung mit beliebigem Licht.

Besonderes Interesse gewannen die Beobachtungen dann aber auch dadurch, daß sie Anhalt boten für weitere Entwickelung der Vorstellungen, welche wir uns über die Erregung der Phosphore gebildet hatten (68, 69).

Es seien charakteristische Einzelfälle betrachtet, und zwar zunächst in bezug auf die Unveränderlichkeit der Erregungsverteilungen (85—88). Wo nichts bemerkt, setzen wir Belichtung bei konstant gehaltener Temperatur voraus.

85. CaMnNa änderte, mehr und mehr erhitzt, nichts an der charakteristischen Verteilung seines Gelb (α, Taf. III, Nr. 7); dieselbe blieb bestehen, bis bei Erreichung der Grenztemperatur alles Leuchten aufhörte. Das Blaugrün (γ), im gekreuzten Spektrum gut getrennt vom Gelb zu beobachten, kam in der Hitze heller hervor[1]), am besten dann, als das Gelb schon im Mattwerden war, aber auch in ungeänderter Verteilung (wie Taf. III, Nr. 9).

86. Bei CaBiNa[2]) verschwand bei allmählich erhöhter Temperatur zunächst das Rot (γ) im Minimum und jenseits

1) Entsprechend Tab. III c.

2) Vgl. Tab. III e oder Taf. II, Nr. 30—28.

der Blauverteilung (α-Gruppe, vgl. Taf. III, Nr. 14 und 16); alsdann auch das Blau selber, ohne aber zuvor seine Verteilung geändert zu haben; es blieb schließlich, bei sehr hoher Temperatur, Grün (β) allein übrig, und zwar wieder ganz in derselben Verteilung (Taf. III, Nr. 15), in welcher es kalt mit Blau und Rot zugleich vorhanden gewesen war.

87. Bei SrBiNa treten in der Hitze die Banden α_2 und α_3 zurück[1]), so daß die charakteristische Verteilung des Blaugrün mit seinem Minimum zwischen zwei Maxima (Taf. III, Nr. 38) verblaßt. Auf die Verteilung des Gelbgrün (β), welches als alleinige Hitzebande übrig bleibt, hat dies jedoch keinen Einfluß; diese Verteilung (Taf. III, Nr. 37) ist jetzt ungeändert für sich allein vorhanden.

88. SrZnFl verlor bei ca. 100° die Dauer des Nachleuchtens seines Gelbgrün (α)[2]), was aber auf dessen charakteristische Erregungsverteilung (Taf. III, Nr. 30) keinen Einfluß hatte (vgl. auch 93).

89. Die weiteren Fälle betreffen das Aufleuchten beim Erhitzen nach spektraler Belichtung. Stets erschienen dabei hell die Erregungsverteilungen derjenigen Banden, welche in der Hitze Dauer haben, niemals die von Momentanbanden der Hitze, wie es dem für das Aufleuchten Gefundenen (63, 64) und der Unveränderlichkeit der Erregungsverteilungen entspricht.

90. $BaCuLi_3PO_4$, bei gewöhnlicher Temperatur belichtet, läßt Rot (α_1) in der Verteilung (Taf. III, Nr. 39) nachleuchten. Beim Erhitzen verstärkte sich dasselbe Rot in ungeänderter Verteilung, worauf dann völlige Dunkelheit folgt. Vom Gelb (α_2), welches diesem Phosphor als helle Momentanbande bei höherer Temperatur zugehört (vgl. Tab. III n und Taf. II, Nr. 11), kam so nichts zum Vorschein. Man überzeugt sich durch Belichten in der Hitze, daß dieses Gelb α_2 alsdann in seiner richtigen Verteilung (Taf. III, Nr. 40) auch wirklich erscheint, und zwar ohne Nachleuchten; aus dem Nichterscheinen im Aufleuchten muß man also schließen, daß α_2 die Eigenschaft hat, gar keine Erregung aufzuspeichern, weder bei gewöhnlicher, noch bei höherer Temperatur.[3]) Derselbe Schluß muß aber, da der

1) Entsprechend Tab. III m oder Taf. II, Nr. 35 bis 33.

2) Entsprechend Tab. III k.

3) Anders in der Kälte, wo sie Dauerbande ist (vgl. Taf. II, Nr. 13, 14).

Satz 63 ganz allgemein gilt, für alle Momentanbanden zutreffen, welche bei höheren Temperaturen nicht Dauerbanden werden. Wir kommen auf diese Verhältnisse, für welche der gegenwärtige Fall ein charakteristisches Beispiel ist, in allgemeinerem Zusammenhange zurück (111—115 und Kapitel G, a).

91. Neues boten ferner Phosphore mit solchen dauernden, also des Aufleuchtens fähigen Hitzebanden, welche bei gewöhnlicher Temperatur wenig oder gar nicht sichtbar sind.

CaSbNa besitzt eine solche Bande im Blau (β). Ist der Phosphor bei gewöhnlicher Temperatur im Spektrum belichtet worden, so erscheinen beim Erhitzen im Dunkeln zunächst das Gelbgrün (α) und Blaugrün (δ), welche aber bei weiterem Erhitzen verblassen, so daß man meint, an das Ende des Aufleuchtens gekommen zu sein. Da erscheint plötzlich noch ein reines und tiefes Blau in der Verteilung Taf. III, Nr. 19, also ganz anders als vorher das Blaugrün. Wir lassen dies Blau verklingen, halten dann den Phosphor konstant bei derselben hohen Temperatur, welche es zum Aufleuchten gebracht hatte, und belichten ihn nun bei dieser Temperatur. Es erscheint dasselbe Blau in derselben Verteilung wie vorher beim Aufleuchten jetzt zu dauerndem Nachleuchten erregt. Es hat sich also um das Aufleuchten einer zur Hitze gehörigen Dauerbande gehandelt[1]), und insofern geht die Beobachtung nicht über bereits Festgestelltes hinaus; sie läßt aber außerdem erkennen, daß jenes so ergiebige blaue Aufleuchten nicht aus dem im Phosphor vorhandenen Erregungsvorrat überhaupt stammte, sondern daß es seinen eigenen, besonderen Erregungsvorrat gehabt haben mußte, denn es erschien in seiner besonderen spektralen Verteilung, durchaus nicht an allen, überhaupt erregten Stellen des Phosphors. Auch mußte die besondere Erregung des Blau unverbraucht im Phosphor geblieben sein, während die anderen Banden aufgeleuchtet hatten, solange bis die Temperatur erreicht war, bei welcher das Blau Dauerbande und also (63) des Aufleuchtens fähig wurde.

92. Entsprechendes zeigt sich bei CaBiNa an der grünen β-Bande als Hitzedauerbande. Man sieht beim Erhitzen des spektral vorbelichteten Phosphors zunächst das Blau (α-Gruppe)

1) In Übereinstimmung mit Tab. III f und Taf. II, Nr. 23.

in seiner Verteilung (Taf. III, Nr. 16) für sich allein hervortreten (vgl. 66.), dann erst, bei höherer Temperatur, das Grün (β), ebenfalls in seiner besonderen Verteilung (Taf. III, Nr. 14).

93. Am auffallendsten traten dieselben Verhältnisse bei SrZnFl zutage. Die blaugrüne Hitzedauerbande δ dieses Phosphors ist bei gewöhnlicher Temperatur völlig unsichtbar[1]); es ist an ihrer Stelle eine dunkle Lücke im Emissionsspektrum vorhanden zwischen dem Gelbgrün (α) und dem Blauviolett (β) (vgl. Tab. II k), so daß man meinen könnte, es wäre bei gewöhnlicher Temperatur nichts dieser Bande δ Entsprechendes im Phosphor vorhanden. Der Versuch zeigt aber, daß dennoch die Bande auch bei gewöhnlicher Temperatur kräftige Erregung erfährt und aufspeichert, ohne allerdings dabei durch Leuchten etwas davon zu verraten. Erhitzt man, so erscheint zunächst die charakteristische Gelbgrün-Verteilung (α-Bande, Taf. III, Nr. 30) und nach Verklingen dieser tritt, bei ca. 100°, das Licht jener blaugrünen Bande δ in der ihr eigenen, besonderen Verteilung Taf. III, Nr. 31 hervor, in welcher sie bei konstant gehaltener Temperatur von ca. 100° durch neue Belichtung auch von neuem, und zwar bei dieser Temperatur unmittelbar sichtbar und auch mit dauerndem Nachleuchten, erregt werden kann.

94. Die zuletzt mitgeteilten Beobachtungen zeigen, daß man bei der Erregung solcher Momentanbanden, welche in höherer Temperatur Dauerbanden werden, zweierlei Prozesse unterscheiden muß, welche unabhängig nebeneinander hergehen, obgleich sie durch dieselben, nach Taf. III zur betreffenden Bande gehörigen, einfallenden Lichtwellenlängen bewirkt werden. Nämlich (a) das momentane Leuchten der Bande und (b) die unsichtbare Aufspeicherung von Erregung derselben Bande, welche Aufspeicherung hier sogar von großer Vollkommenheit ist insofern, als nichts davon zum Nachleuchten verbraucht wird.

Unabhängig voneinander sind die beiden genannten Prozesse erstens insofern, als einer derselben auch fehlen kann. So fehlte im letztbeobachteten Falle bei SrZn δ jedes Leuchten der Bande (Prozeß a); es wurde nur unsichtbare Erregung

1) Mindestens bei den benutzten, aber im Quarzspektrum nicht geringen erregenden Intensitäten.

aufgespeichert (Prozeß *b*). Bei Banden wie CaBi β (92) dagegen fanden beide Prozesse statt, die Bande leuchtete während der Erregung, sie hatte aber außerdem auch unsichtbare Erregung aufgespeichert.

Zweitens verläuft der Prozeß des Leuchtens (*a*) momentan, und da kurzem Nachleuchten auch schnelles Anklingen zugehört (40), erreicht er auch momentan[1]) seine maximale, der erregenden Lichtstärke zugehörige Intensität. Der Prozeß der Aufspeicherung (*b*) dagegen braucht, wo er überhaupt beträchtlich ist, nämlich bei Banden, die in höherer Temperatur intensive Dauerbanden werden, geraume Zeit, um zu Ende zu kommen.

95. Die letztere Behauptung wird durch folgende Beobachtung belegt. Zwei gleiche Probierrohre enthielten gleiche Mengen vorher durch Erhitzen völlig entleuchteten CaBiNa-Phosphors. Das eine Rohr wurde 20 Sek. lang, das andere unmittelbar danach 5 Sek. lang violettem Lichte mittlerer Intensität ausgesetzt, alsdann beide gleichzeitig nebeneinander über kleiner, wenig leuchtender Flamme erhitzt. Die kurz belichtete Probe gab nicht nur sehr viel weniger helles Blau aus, sondern auch, worauf es ankommt, nachfolgend sehr viel weniger helles Grün als die lang belichtete. Obgleich also das Grün (β) bei der Belichtungstemperatur Momentanbande ist[2]), hat es doch zu seiner unsichtbaren Erregungsaufspeicherung beträchtliche Zeit gebraucht.

Führt man denselben Versuch mit gesteigerter Intensität des erregenden Lichtes aus, so findet man den Unterschied in der Helligkeit des Aufleuchtens beim Grün mehr zurückgetreten als beim Blau. Dies entspricht der Tatsache, daß dem Nachleuchten des Grün auch bei der dazu günstigsten Temperatur (ca. 300°) keine ganz so große Dauer zukommt als dem des Blau (vgl. Tab. III e); es zeigt sich so, daß dem kürzeren Nachleuchten eine kürzere Erregungszeit auch dann entspricht, wenn die Erregung in unsichtbarer Weise vor sich geht.

---

1) D. h. phosphoroskopisch schnell (vgl. 28).

2) Daß die Emission der grünen Bande β auch unter den Umständen des obigen Versuches sofort mit dem Eintritt der Belichtung begann und dann nicht weiter merklich zunahm, hat besondere Beobachtung gezeigt.

Daß man unter den hier eingeführten Gesichtspunkten (94, 95) ganz allgemein sämtliche Banden aller Phosphore betrachten könne, was zu einem Überblick des Erscheinungsgebietes führt, soll später hervorgehoben werden (111—115 und Kapitel G).

D. c) Andere Erregungsarten.

96. Wir haben bisher (D. a) bis b)) nur Erregung durch Licht solcher Wellenlängen berücksichtigt, welche Quarzschichten von Zentimeterdicke merklich durchdringen. Vergleicht man damit die anderen Erregungsarten — Zinkfunkenlicht[1]) und Kathodenstrahlen —, so ist nach den in den Tabb. II anmerkungsweise enthaltenen Resultaten zusammenfassend das Folgende zu sagen:

1. Es erschienen nur dieselben Banden in den Phosphoreszenzspektren, wenn auch im allgemeinen in anderen relativen Intensitäten.

2. Auch die Dauer des Nachleuchtens der einzelnen Banden war dieselbe; es waren wieder nur die von uns als Dauerbanden bezeichneten Banden wesentlich am Nachleuchten beteiligt.[2])

3. Die absolute Intensität der Banden kann unter dem Einfluß schneller Kathodenstrahlen leicht sehr viel größer werden als mit Licht gut erreichbarer Intensität. Es entspricht dies dem Energiegehalt der Kathodenstrahlung in Entladungsröhren und dem Umstande, daß derselbe sehr vollkommen ausgenutzt erscheint bei der Erregung von Phosphoren.[3])

---

1) Wird im Zinkfunkenphosphoroskop das Präparat nicht mit Quarz bedeckt, so muß es an einer Unterlage festgehalten sein, um nicht fortgeschleudert zu werden.

2) Über das momentane An- und Abklingen von Dauerbanden bei Erregung mit langsamen Kathodenstrahlen vgl. 179.

3) Vgl. P. Lenard, Ann. d. Phys. **12.** p. 462 u. ff. 1903. — Da die phosphoreszenzerregende Wirkung der Kathodenstrahlen bis auf einen bei Phosphoren meist geringen Summanden durch das Produkt aus Strahldichte und Geschwindigkeit gegeben ist (l. c.), die Wirkung des Sonnenlichtes durch dessen Gehalt an violetten und ultravioletten Strahlen, welcher wohl weniger als $^1/_{10}$ der Gesamtstrahlung ausmacht, berechnet man leicht mit Hilfe vorhandener Daten (solche für die Kathodenstrahlen, vgl. l. c.), daß ein einziger Schlag eines kräftigen Induktoriums,

Diesem Umstande dürfte es auch zuzuschreiben sein, daß in Entladungsröhren leicht Phosphoreszenzen erregt und selbst zu gut sichtbarem, wenn auch kurzem Nachleuchten gebracht werden, welche durch Licht gewöhnlicher Stärke nicht zum Vorschein kommen, beispielsweise Phosphoreszenzen von Erdalkalisulfidpräparaten ohne Zusatz (vgl. Kapitel F, b)[1])

D. d) Erregende Lichtstärke und Intensität des Phosphoreszenzlichtes.

97. Wir haben, um ein relatives Maß der Intensitäten der Phosphoreszenzbanden zu erhalten, bisher stets das Filterultraviolett bestimmter Intensität als Normalerregungsmittel benutzt (16), ferner wurde im Abschnitt a) dieses Kapitels untersucht, wie Lichter anderer Wellenlängen wirken. Außer von der erregenden Wellenlänge hängt aber die Intensität der Emission auch von der erregenden Lichtstärke ab. Diese Abhängigkeit haben wir nicht eingehend untersucht; es sind jedoch in bezug auf früher Bemerktes (Tabb. II) einige Beobachtungen mitzuteilen, welche zu zeigen scheinen, daß ein auffallender Unterschied bestehe in der Erregbarkeit von Dauerbanden und Momentanbanden. Dauerbanden bedürfen meist besonders hoher, erregender Lichtstärken, um hell zu erscheinen, während Momentanbanden im allgemeinen schon durch sehr geringe Lichtstärken gut erregt werden. Folgende Fälle seien genannt.

98. CaMnNa gelber Nuance (vgl. Tab. I c), vermöge seiner α-Bande von sehr dauerndem Leuchten, wird durch Filterultraviolett nur sehr matt erregt (Int. 2; vgl. Tab. III c), obgleich diese Lichtart durchaus nicht von ungünstiger Wellenlänge ist (vgl. Taf. III, Nr. 7). Mit Tageslicht oder im Quarzspektrum belichtet zeigt derselbe Phosphor weitaus größere

---

Kathodenstrahlen auf den im Innern der Entladungsröhre befindlichen Phosphor sendend, mehr Phosphoreszenzlicht erregen muß als 20 Sek. lange Exposition an kräftigstem Sonnenlicht, die Energie des erregten Lichtes kleiner gesetzt als die des erregenden Lichtes.

1) In der Tat sind schnelle, intensive Kathodenstrahlen schon seit langer Zeit das bevorzugte Mittel zum Studium sonst schwacher Phosphoreszenzen gewesen; vgl. die älteren, in I zitierten Untersuchungen von Lecoq de Boisbaudran, Crookes, und die neueren von E. Goldstein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 38. p. 818. 1900.

Intensitäten (Int. 4 in Tab. I c), ebenso aber auch im Filterultraviolett, wenn man dasselbe durch Hinzuziehung noch einiger Linsen mehr konzentriert. Nimmt man einen Phosphor zum Vergleich, dessen Emission überwiegend aus schnell an- und abklingenden Banden besteht, wie beispielsweise besonders CaPbK, so findet man die Zunahme der Phosphoreszenzhelligkeit bei gleicher Verstärkung der erregenden Intensität viel geringer als bei jenem Phosphor dauernden Nachleuchtens, soweit das Auge bei der Farbenverschiedenheit des Phosphoreszenzlichtes zu urteilen vermag. Zu eingehendem Vergleiche haben wir CaMnNa rötlicher Nuance herangezogen mit sehr viel geringerer Dauer als CaMnNa gelber Nuance (vgl. Tab. I c) bei nicht sehr großer Verschiedenheit der Farben. Exponiert man beide Phosphore gleichzeitig im intensiven Lichte des Quarzspektrums, so erscheint der gelbe sehr viel heller als der rötliche; im schwachen Filterultraviolett dagegen st bei weitem das Umgekehrte der Fall, und erst bei starker Konzentration dieses Lichtes durch hinzugefügte Linsen wurden beide Phosphore nahe gleich hell.

99. Andere Phosphore, die wir paarweise verglichen haben, sind: SrZnFl, gelblichgrün von sehr langer Dauer (hauptsächlich vermöge der α-Bande), mit CaPbK, blau, von sehr kurzer Dauer (aller Banden); — und SrPbNa, grünlichgelb von langer Dauer (hauptsächlich vermöge der α_1-Bande) mit CaCuNa, türkisblau, momentan (β-Gruppe). In beiden Fällen war große Konzentration des erregenden Filterultraviolett nötig, um den lange nachleuchtenden Phosphor ebenso hell werden zu lassen als den kurz nachleuchtenden, stets während der Belichtung und nach Eintritt stationären Zustandes beobachtet, und große Abschwächung durch weites Abgehen aus dem Brennpunkt des konzentrierenden Linsensystems war nötig, um den kurz leuchtenden Phosphor minder hell erscheinen zu lassen als den lang leuchtenden.

100. Einer der genannten Phosphore, CaCuNa, vereinigt in sich selber den Fall des Vorhandenseins einer wohl ausgeprägten Momentanbande (β_2, blauviolett) und einer ebensolchen Dauerbande (α_3, grün). Es entspricht dem Vorangehenden, daß dieser Phosphor während der Belichtung mit Filterultraviolett normaler Intensität (15) außerordentlich hell

leuchtete (blau, Int. 8, vgl. Tab. IIIa für 17°), aber nur sehr düster nachleuchtete (fahl grüngelb, Int. 2, selbe Tabelle), daß er dagegen an der Stelle gleicher Wellenlänge im Quarzspektrum zu ganz gutem Nachleuchten gebracht wird, ebenso durch Sonnenlicht (Int. 4, vgl. Tab. I a). Die Beobachtung (Tab. III a, Anmerkung), daß derselbe Phosphor beim Erhitzen im Quarzspektrum bez. im Filterultraviolett entgegengesetzte Farbenwechsel zeigte, würde in gleicher Weise erklärlich, wenn man annähme, daß die grüne Bande α_2 auch in der Hitze großer Lichtintensitäten bedürfe, um gut erregt zu werden.

101. In gleichem Sinne scheint es erklärlich, daß bei CaBiNa durch Erregung mit intensiverem Lichte die Dauerbande α_2 mehr bevorzugt wurde als die schneller abklingenden Banden α_1 und α_3 (vgl. 80).

102. Daß der Zusammenhang zwischen erregender und erregter Intensität bei Dauerbanden kein einfacher sein könne, scheint auch daraus hervorzugehen, daß solche Banden, bereits erregt, durch Licht wieder ausgelöscht werden können.[1]) Für momentane Phosphoreszenzen dagegen, wie die des Kalkspates, Rubins, Uranglases, ist von E. Becquerel einfach linearer Zusammenhang zwischen erregender und erregter Intensität konstatiert.[2])

D. e) Zusammenfassung.

103. Die allgemeineren Resultate des vorliegenden Kapitels können zusammengefaßt werden wie folgt:

1. Jede Phosphoreszenzbande hat ihre besondere spektrale Erregungsverteilung, wie in Taf. III dargestellt. Im Gebiete der sichtbaren und ultravioletten Wellen bis 0,0002 mm Länge finden sich im allgemeinen mehrere Maxima und Minima der Erregung für jede Bande. Nur bei wenigen Banden reicht die Erregung weit ins sichtbare Gebiet hinein; Phosphore, welche solche Banden als Dauerbanden besitzen, müssen durch besonders helles Nachleuchten bei Erregung mit Tageslicht ausgezeichnet sein, was der Vergleich der Taf. III mit den

---

1) E. Becquerel, l. c. 1. p. 303ff.; A. Dahms, Ann. d. Phys. 18. p. 425. 1904. Allerdings ist daselbst keine Rücksicht genommen auf die Notwendigkeit der Trennung der einzelnen Emissionsbanden.

2) E. Becquerel, l. c. 1. p. 266.

Tabb. I auch bestätigt. So bei den Bi-Phosphoren aller drei Erdalkalien, den BaCu-, SrZn-, CaNi-Phosphoren und den blauen[1]) Sr-Cu-Phosphoren.

104. *Bemerkung über die Eigenfärbungen der Phosphore.* — Wenn sichtbares Licht erregend wirken soll, muß es dem Energieprinzip zufolge auch absorbiert werden, was als Eigenfärbung des Phosphors merklich werden kann. Daß solche Eigenfärbungen wirklich vorhanden und wesentlich sind für die Phosphoreszenzfähigkeit, haben wir bereits früher hervorgehoben (I p. 96, 98, 99, 107). In der Tat sind es gelbliche Färbungen bei den Wismutphosphoren aller drei Erdalkalien und bei CaNiFl, entsprechend der von den Erregungsverteilungen der Hauptbanden dieser Phosphore verlangten Absorption von Blau und Violett. Rötlich ist die Färbung bei $BaCuLi_3PO_4$ und in geringerem Maße auch bei BaCuNaFl, entsprechend starkem Vorhandensein der BaCuα_1-Bande mit der bis ins Grün reichenden Erregungsverteilung beim ersteren, schwächeren Vorhandensein beim letzteren Phosphor. Den BaCu-Phosphoren mit Chloridzusatz (Tab. I n, Nr. 15, 16, 17), welchen diese Bande α_1 fehlt (Tab. II n), fehlt auch die rötliche Eigenfärbung.

Diesen Fällen deutlichen Zusammenhanges zwischen Erregungsverteilung und Eigenfarbe stehen andere Fälle gegenüber, bei welchen anzunehmen sein dürfte, daß auch noch andere Lichtabsorptionen als die zur Erregung dienenden mitspielen. So geht die Erregungsverteilung der Hauptbande α von SrZnFl bis ins Blaugrün, ohne daß dieser Phosphor deutliche Eigenfarbe zeigte, und die bei den Ca- und SrCu-Phosphoren vorhandenen zart grünlichen Färbungen, sowie die sehr matt bläulichen oder violettlichen Färbungen der Pb-Phosphore entsprechen nicht den Erregungsverteilungen ihrer Banden.

2. 105. Die Stokessche Regel, daß die Wellen des erregten Lichtes stets länger seien als die des erregenden Lichtes, hat sich bei keiner der 64 untersuchten Banden deutlich verletzt gezeigt. Man sieht dies unmittelbar aus Taf. III, wenn man das Nebeneinander der Erregungsverteilungen und der erregten Banden verfolgt. Oft kommen beide einander sehr

1 β_1; α_1 war stets nur Momentanbande (Tab. II g).

nahe, manchmal berühren sie sich, niemals greifen sie aber übereinander hinaus. — Betreffend die Fälle nicht gelöster Bandengruppen, sowie einiger wahrscheinlich nicht einfacher Banden, wie CaPb β_2, SrAg β (vgl. Tabb. II), ist auf die unmittelbare Beobachtung hinzuweisen, daß das gekreuzte Spektrum des Phosphoreszenzlichtes zwar oft verschmolzen war mit dem schrägen Spektrum des reflektierten Lichtes, niemals aber deutlich über dasselbe hinausging.[1])

3. 106. Die Dauer einer Bande ist unabhängig von der Art der Erregung, sei es daß es sich um Licht verschiedener Wellenlängen handele (79) oder auch um andere Erregungsarten (96). Banden, welche beim vorhandenen Zusatz und der gegebenen Temperatur Momentanbanden sind, fanden wir bei jeder Erregung schnell an- und abklingend. Ebenso bewährten sich auch Dauerbanden stets als solche; ungünstige Erregung konnte nur die Intensität ihres Erscheinens beeinträchtigen, nicht aber ihr dauerndes Nachleuchten verhindern.

4. 107. Einige (wenn nicht alle) Dauerbanden bedürfen zu intensiver Erregung viel höherer Lichtintensitäten als Momentanbanden (Kapitel D, d).

5. 108. Die spektralen Erregungsverteilungen sind unabhängig von der Art des Zusatzes sowohl (76) wie auch von der Temperatur (84); sie gehören als unveränderliche Attribute zu ihren Banden.

6. 109. Jede Bande speichert ihre eigene Erregung auf, so daß dieselbe von keiner anderen Bande desselben Phosphors verbraucht werden kann (91—93). Neben dem an sich unsichtbaren Prozeß der Aufspeicherung, und unabhängig von diesem, kann auch noch ein momentaner Leuchtprozeß ablaufen (94, 95).

7 a. 110. Momentanbanden, welche in höherer Temperatur Dauerbanden werden, speichern ihre Erregung in außerordentlich vollkommener Weise auf, so daß sie lange Zeit unvermindert vorhanden bleiben kann, bis durch Erhitzung der Dauerzustand der Bande herbeigeführt wird, in welchem dann der Verbrauch der Erregung unter Aufleuchten eintritt (94, 63, 65, 69).

---

1) Über die Bi-Phosphore im besonderen vgl. auch 80—82.

7 b. Momentanbanden dagegen, welche in höherer Temperatur nicht zu Dauerbanden werden, speichern gar keine Erregung auf (90).

8. 111. Die Sätze 7 a und 7 b würden ganz allgemeine Bedeutung erlangen, wenn sich zeigte, daß jede Bande in gewissem, tiefem Temperaturbereich Momentanbande sei, bei höherer Temperatur Dauerbande werde und schließlich bei bestimmter noch höherer Temperatur wieder Momentanbande, um es dann zu bleiben bis zum Verschwinden an der oberen Temperaturgrenze.

Prüft man hieraufhin die Temperatureigenschaften aller Banden der einzelnen Phosphore (Tabb. III, bez. Taf. II)[1]), so findet man, wie hierunter (a—e) im einzelnen zu zeigen ist, daß diese Auffassung bei der größeren Zahl von Banden in der Tat unmittelbar der Beobachtung entspricht, so daß die einzelnen Banden nur verschieden sind nach Lage und Umfang der betreffenden Temperaturbereiche, sowie nach Intensität bez. Dauer ihres Leuchtens in diesen Bereichen; bei einer geringeren Zahl von Banden geht jene Auffassung allerdings über die Beobachtung hinaus; keine Bande widerspricht aber der Auffassung.

Wir nennen die drei Zustände, welche hiernach jede Bande je nach der Temperatur annimmt: Kältezustand oder unteren Momentanzustand, Dauerzustand, Hitzezustand oder oberen Momentanzustand.

Man kann folgende Fälle hervorheben:

a) 112. Dauerzustand in mittlerer Temperaturlage ist der gewöhnliche Fall; hierher gehören fast alle Banden hellen Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur (Hauptbanden), so CaCu α_2, CaPb α_1 und α_2, SrCu α_2 und β_2, SrPb α und β_3, SrZn α (auch β), BaPb α_1 und α_2, SrAg β, SrMn α, CaSb α. Eine Bande, CaCu β_2, scheint bei Na-Zusatz der Einordnung sich zu entziehen, indem sie bei allen Temperaturen momentan ist, doch zeigt ihr Verhalten bei Li-Zusatz, daß es sich um Dauerzustand bei mittleren Temperaturen handelt, mit nur

1) Wir haben die Prüfung an den Originalzeichnungen sämtlicher Spektren ausgeführt.

sehr kurzer Dauer im Falle des Na-Zusatzes.[1]) Anderen Banden, wie CaMn α, CaNi α, SrBi α_3 scheint der obere Momentanzustand zu fehlen; man wird aber annehmen dürfen, daß er nur auf ein enges Temperaturintervall beschränkt sei. Noch anderen, wie CaBi α_2, scheint der untere Momentanzustand zu fehlen. Hier, und ganz allgemein in jedem Falle dieser Art, muß nach der Erscheinung des Aufleuchtens, welche nach Belichtung bei -180^0 bei keiner Dauerbande fehlte (66), angenommen werden, daß der untere Momentanzustand zwar vorhanden, aber ohne Intensität sei (vgl. 94, Fehlen des Prozesses a).

b) 113. Fall der Hitzebanden: Hohe Lage des Dauerbereiches. So bei CaBi β, SrZn δ, CaSb β. Hier ist der für den oberen Momentanzustand bleibende Raum zwischen dem Ende des Dauerzustandes und der oberen Temperaturgrenze meist sehr eng. Für das scheinbare Fehlen des unteren Momentanzustandes bei SrZn δ gilt das unter a) Bemerkte (vgl. auch 93).

c) 114. Der Fall der Kältebanden bringt es durch die tiefe Lage des Dauerbereiches mit sich, daß das untere Momentanbereich ganz unterhalb der tiefsten von uns benutzten Temperatur, -180^0, liegen kann. Dies ist anzunehmen bei den Banden CaBi γ (auch α_2), CaNi β, BaCu α_2, BaBi α_2, welche sämtlich bei -180^0 Dauerzustand haben. Es kann aber sogar der Fall eintreten, daß auch das ganze Dauerbereich unter -180^0 liegt; solche Banden konnten uns dann immer nur als Momentanbanden erscheinen, was bei CaMn β, SrMn β_1, BaCu β_3 zutrifft. Dies sind die oben erwähnten Fälle, in welchen unsere Auffassung über die Beobachtung hinausgeht.[2])

d) 115. Einige Banden, welche nicht deutlich genug zu beobachten waren, wie SrBi γ, liefern weder Bestätigung noch Widerlegung.

---

1) Vgl. die gegenseitige Unabhängigkeit der Einflüsse von Temperatur und Zusatz (53).

2) Ist die Auffassung richtig, so muß das gelbe Nachleuchten der CaMn-Phosphore unter -180^0 bei geeignetem Zusatz in Grün sich verwandeln; ebenso das Gelbrot von $BaCuLi_2PO_4$ in Grün; das stets nur momentan gesehene Rot der SrMn-Phosphore wäre in genügend tiefer Temperatur als Farbe des Nachleuchtens zu erwarten.

e) Banden, welche zweimal Dauerzustand annehmen, was unserer Auffassung widersprechen würde, fanden wir nicht.

9. 116. Die drei Temperaturbereiche jeder Bande sind von unveränderlicher Lage. Denn sie sind nach 84 und 96 unabhängig von der Erregungsart, nach 151 unabhängig von der Metallmenge und nach 53 auch unabhängig vom Zusatz.

Die letztere Unabhängigkeit hat eine gewisse Beschränktheit der Wirkung der Zusätze zur Folge. Denn dieselben können danach eine Bande, welche in einem der beiden Momentanbereiche der Temperatur sich befindet, niemals zur Dauer bringen. Sie können nur innerhalb des Dauerbereiches die Größe der Dauer abändern, im übrigen in allen Bereichen auf die Intensität wirken.

Es wird danach verständlich, daß alle Versuche fehlschlagen mußten, einen Zusatz zu finden, welcher beispielsweise die rote oder die grüne CaBi-Bande (γ bez. β) bei gewöhnlicher Temperatur zu hellem Nachleuchten gebracht hätte. Der Erfolg, daß hell stets nur Blau erschien (vgl. Tab. I e), geht nun als der einzig mögliche aus den Temperatureigenschaften der vorhandenen Banden hervor; es sind nur Banden von blauer Farbe (die α-Gruppe), welche Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur haben. — Ganz allgemein muß es als gegeben erscheinen, daß starker Einfluß der Zusätze auf die Farbe des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur nur dort gefunden werden konnte (Tabb. I), wo mehrere genügend verschiedenfarbige Banden Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur haben, d. i. bei den Cu-, Pb- und Ag-Phosphoren.[1]) Vgl. Kap. E.

Kiel und Preßburg, den 24. Juli 1904.

---

1) Auch SrSb muß nach 169 hierher gerechnet werden.

(Schluß im nächsten Heft.)

(Eingegangen: Kap. C 26. Juli 1904, Kap. D 22. August 1904.)

2. *Über sekundäre Kathodenstrahlung in gasförmigen und festen Körpern; von P. Lenard.*

121.[1]) Bei früherer Gelegenheit habe ich gezeigt, daß Kathodenstrahlen von nicht zu geringer Geschwindigkeit, welche ein Gas durchziehen, in demselben neue Kathodenstrahlung auslösen. Die ursprüngliche, von außen her in das Gas gebrachte Strahlung nannten wir primär, die im Gas selbst hinzukommende sekundär.[2]) Die beobachtete Menge der Sekundärstrahlung erwies sich als sehr erheblich, falls die Geschwindigkeit der Primärstrahlung von geeigneter Größe war (84); einer gewissen, nicht hohen Primärgeschwindigkeit war ein Maximum sekundärer Menge zuzuschreiben (86). Die sekundäre Geschwindigkeit war immer sehr klein (73—75). Es wurde auch gezeigt, daß die elektrische Leitfähigkeit, welche Gase durch Kathodenstrahlen erhalten, ganz oder doch größtenteils auf dem Wege der Sekundärstrahlung zustande kommt (85).

Alle diese Resultate wurden auf teilweise indirektem Wege erhalten, und nur ein Fall wurde damals berührt, in welchem die sekundären Strahlen für sich allein, völlig gesondert von den primären, zur Beobachtung kamen (75).

---

1) Fortsetzung der Absatz- sowie Tabellennumerierung früherer Arbeiten zur leichteren Bezugnahme auf dieselben. 48—89 vgl. Ann. d. Phys. 12. p. 449. 1903; 90—120 l. c. p. 714.

2) Die Bedingungen, welche erfüllt sein müssen, um in dem hier gebrauchten Sinne mit Recht von sekundärer Strahlung reden zu können, sind (87): 1. der Nachweis, daß es sich um neu hinzugekommene Kathodenstrahlung handele, nicht etwa um bloße Richtungs- oder Geschwindigkeitsänderung der ursprünglichen Strahlung, und 2. daß die Strahlung durch das Zusammenwirken des Primärstrahles und der Materie neu hinzugekommen sei, nicht etwa durch fremde elektrische Kräfte. — Der Nachweis von 1. findet sich für Gase unter 80, für feste Körper unter 159, der Nachweis von 2. für Gase unter 73, 74, 76; 128, 129, für feste Körper unter 137—139, 141, 148, 153.

In der gegenwärtigen Mitteilung wird es sich fast ausschließlich um unmittelbare Beobachtung der sekundären Strahlung auf dem Phosphoreszenzschirme handeln, unter Benutzung der früher ausgearbeiteten, hierfür geeigneten Methoden (51—69).

In bezug auf gasförmige Körper machen die zu beschreibenden Versuche das Bestehen einer vorteilhaftesten Primärgeschwindigkeit unmittelbar ersichtlich (131). Es zeigt sich ferner bei festen Körpern die Vermutung (87) bestätigt, daß die Erscheinung der Sekundärstrahlung unabhängig vom Aggregatzustand bestehe, wie alle anderen Wirkungen der Kathodenstrahlen auf die Materie. Auch feste Körper werden, von primären Strahlen getroffen, sehr ausgiebige Quellen sekundärer Strahlung; die Geschwindigkeit derselben ist auch hier außerordentlich gering (140—143, 150, 154, 158) und die Menge fällt ebenfalls bei gewisser, nicht hoher Primärgeschwindigkeit am größten aus (144, 149).

122. Die Sekundärstrahlung gewinnt durch diese Eigenschaften Analogie mit bekannten Wirkungen des ultravioletten Lichtes (143, 156). Man weiß, daß das Licht aus festen Körpern langsame Kathodenstrahlung auslöst;[1]) auf Gase hat es die Wirkung, dieselben elektrisch leitend zu machen[2]), und es steht, soweit die Erfahrung geht, nichts der Annahme entgegen, daß dies ebenfalls auf dem Wege langsamer Kathodenstrahlung geschehe in der unter 71 und 72 auseinandergesetzten Weise.

Kurzwelliges Licht und Kathodenstrahlen wirken hiernach in bezug auf die Auslösung langsamer Quanten aus der Materie einander gleich.[3])

123. Die Erzeugung der primären Strahlen geschah ganz in der früher beschriebenen Weise (51) durch das ultraviolette Licht einer Zinkbogenlampe, welches auf die berußte Platte *U* trifft; Fig. 1. Diese Erzeugungsweise hat der Gasentladung

1) 1—8; P. Lenard, Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch. zu Wien, 19. Oktober 1899.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 1. p. 499. 1900; 3. p. 298. 1900.

3) Bemerkenswert ist es, daß sie auch gleichwirkend sind in bezug auf Phosphoreszenzerregung (vgl. P. Lenard u. V. Klatt, „Über die Erdalkaliphosphore", Kap. D, c, Diese Annalen), was Anhalt zu bestimmter Auffassung dieses letzteren Vorganges bietet (l. c. Kap. G, b).

gegenüber den Vorteil, störende elektrische Kräfte auszuschließen, was von Wichtigkeit ist, wenn, wie hier, sehr langsame Strahlung beobachtet werden soll; auch funktioniert die Erzeugungsweise im gasfreien Raum, so daß die zu studierende Wirkung des Gases durch abwechselndes Zulassen und Fortnehmen desselben unmittelbar erkannt werden kann, während beim Studium der festen Körper störendes Gas überhaupt nicht vorhanden zu sein braucht.

I. Gase.

124. Der Primärstrahl PP dringt durch das Diaphragma D Fig. 1 ($^6/_{10}$ nat. Gr.) von 7 mm Weite in den Raum BB, wo die Beobachtung stattfindet. Der langgestreckte, parallel dem Primärstrahl aufgestellte Phosphoreszenzschirm $\Phi\Phi$ ist mit $CaBiNa_2S_2O_3$-Phosphor bedeckt und zum Laden auf be-

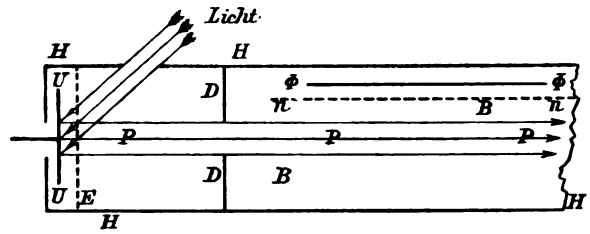


Fig. 1.

kannte, stets positive Spannung Φ eingerichtet. Das Diaphragma, die Hülle H und das Netz E behalten stets Erdpotential, so daß das negative Potential U der belichteten Platte U die primäre Strahlgeschwindigkeit im Raume von E bis D angibt.[1])

125. Im Vakuum wird bei $\Phi = 2000$, 3000 oder 4000 Volt das Folgende beobachtet (vgl. Fig. 2*a*).

Ist $U = 0$, so erscheint in der Nähe des linken Schirmrandes ein ziemlich heller, schwach elliptischer, fast scharf begrenzter Phosphoreszenzfleck von etwa 9 mm großer Achse, *l* Fig. 2*a* Nr. 1. Von $U = 0$ bis $U = 70$ Volt wird dieser Fleck fortwährend matter, während in ihm ein neuer, viel

1) Das Netz *n n* an Φ wird nur für einzelne Versuche benutzt und fehlt, wo nicht das Gegenteil bemerkt.

kleinerer und schließlich sehr heller Fleck p Fig. 2*a* sich ausbildet. Bei $U = 100$ Volt ist l verschwunden, p allein da. Bei weiter wachsender Primärgeschwindigkeit U wird p immer heller, größer, elliptischer und wandert nach rechts. Gleichzeitig wird bei $U = 1000$ Volt und darüber von neuem, sehr matt, ein Fleck s in der Lage des früheren l sichtbar, Fig. 2*a* Nr. 7 und 8.

Ohne Ladung des Schirmes Φ ist niemals ein Phosphoreszenzfleck auf ihm zu beobachten; es kann in diesem Falle durch Annäherung eines Magneten der Fleck p hervorgebracht werden, aber nur für sich allein, niemals l oder s.

126. Diese Erscheinungen erklären sich wie folgt. p ist der Primärfleck, das Ende des Primärstrahles, welcher vom geladenen Schirm um so mehr herangezogen und zugleich, der Konfiguration des Feldes nach, um so mehr konzentriert werden muß, je geringer seine Geschwindigkeit ist. Die Flecke l und **s gehören nach ihrer Lage am Schirm und nach der Unmöglichkeit, sie ohne Ladung desselben hervorzubringen, zu Strahlen von sehr geringer Geschwindigkeit. Der eine derselben, der nur bei geringen Spannungen U sich zeigende Fleck l, gehört den nach 58 zu erwartenden, ganz langsamen Kathodenstrahlen** zu, welche durch die unvermeidliche Belichtung des Netzes E an diesem erzeugt werden müssen.[1]) Ist die Spannung U genügend hoch, so wird diese Strahlung durch die Streukräfte von U, welche die Netzmaschen von E durchdringen, wieder zu E zurückgezogen und dadurch beseitigt werden (vgl. 58), was dem Verschwinden des Fleckes l bei $U = 100$ Volt entspricht. Bei den geringeren Spannungen U wird dagegen der Raum zwischen E und D von der langsamen Strahlung des Netzes erfüllt sein, und dieselbe kann von dem geladenen Schirme Φ, mit Hilfe der Kraftlinien, welche von ihm durch D gehen, herangezogen werden, was dann l entstehen läßt. Dementsprechend fehlte l völlig, wenn das Diaphragma D mit feinem Drahtnetz bedeckt wurde.[2])

Ebenso wie l muß aber auch der bei hohen Spannungen

1) Zum geringeren Teil auch sonst an den Wänden des Raumes von E bei D durch diffuses, von U reflektiertes Licht.

2) Es konnte Platinnetz, gleich dem bei E benutzten (vgl. 51), beliebig an das Diaphragma gelegt und wieder davon entfernt werden.

U erscheinende Fleck s ganz langsamer, bereits zwischen E und D entstehender und durch das Diaphragma D hindurch von Φ herbeigezogener Strahlung angehören; denn s verschwindet ebenfalls, wenn D mit Netz bedeckt ist. Danach, und entsprechend dem bei Gasfüllung Beobachteten (128) schreiben wir diesen sehr matten Fleck s der Sekundärstrahlung im Dampfresiduum[1]) zu, von welcher wir bereits früher fanden, daß sie erst bei verhältnismäßig hohen Primärgeschwindigkeiten merkliche Beträge erreicht (s. die Fußnote zu Tab. XXVIII).

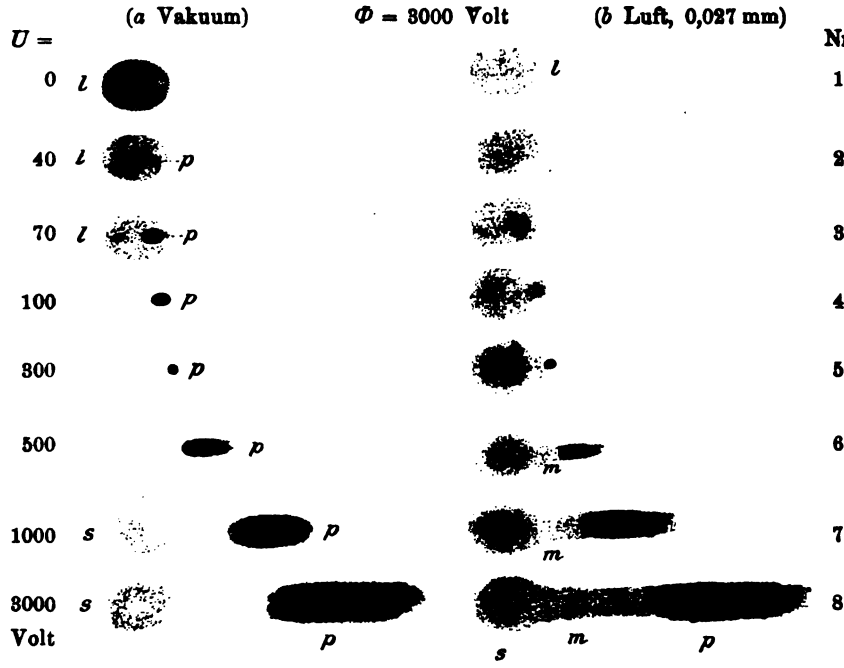


Fig. 2 a. Fig. 2 b.

127. Einer Bemerkung bedarf vielleicht noch die Größe der Flecke l und s. Die diesen Flecken zugehörige, sehr langsame Strahlung muß in dem gegen Φ hin konvergierenden Kraftfelde entsprechend konzentriert werden, was kleine Flecke erwarten ließe, wie auch der Primärfleck p bei $U = 300$ Volt

1) Auf äußerstes Vakuum wurde verzichtet; der Apparat enthielt Kittungen und Fettdichtungen wie seit 12.

in der Tat sogar punktförmig ist (Fig. 2*a* Nr. 5). Man bemerkt aber eben bei diesem Primärfleck, daß er bei noch weiter unter $U = 300$ Volt sinkender Geschwindigkeit seiner Strahlen wieder größer wird (vgl. Fig. 2*a* Nr. 4, 3, 2). Offenbar bilden also langsamere, durchs Diaphragma kommende Strahlen unter dem Einfluß des vorhandenen Kraftfeldes einen Brennpunkt zwischen D und Φ, über welchen hinaus sie dann wieder divergieren; daher die beobachtete Größe der Flecke l und s. Daß in der Tat die stärkste konzentrierende Wirkung schon in der Diaphragmenöffnung selber ausgeübt wird, wo auch die Konvergenz der Kraftlinien am größten sein muß, zeigt sich an dem Primärfleck p dadurch, daß derselbe seine in der Gegend von $U = 300$ Volt punktförmige Gestalt verliert und bedeutend vergrößert wird, sobald das Diaphragma mit Drahtnetz bedeckt wird, was das konvergierende Kraftfeld dortselbst aufheben muß.

128. Beim Vorhandensein eines Gases werden dem Vakuum gegenüber folgende Änderungen bemerklich (vgl. Fig. 2b):

Vor allem starkes Hervortreten der Fleckes *s*, welcher jetzt bei Primärgeschwindigkeiten sehr hell vorhanden ist, bei welchen er vorher ganz fehlte, ein Zeichen, daß er seine Entstehung dem Gase verdanke. Wir nennen ihn daher auch den Sekundärfleck. Seine Strahlen sind wieder sehr langsam, sowohl nach seiner Lage am Schirm, als auch nach seiner jetzt sehr verwaschenen Begrenzung, entsprechend diffusem Verlaufe langsamer Strahlen im Gase (vgl. 78).

Der bei $U = 0$ auftretende Fleck l (Fig. 2*b* Nr. 1), in gleicher Lage wie s und jetzt ebenfalls von verwaschener Begrenzung, also ebenfalls sehr langsamen Strahlen zuzuschreiben, kann nicht von sekundärer Gasstrahlung kommen;[1]) denn er ist jetzt matter als im Vakuum. Er tritt bei zunehmendem Gasdrucke noch mehr zurück und verschwindet schließlich in Luft von 0,032 mm Druck, während der zu höheren Geschwindigkeiten U gehörige Fleck s vorhanden bleibt (vgl. Tab. XXXVIII). Offenbar ist die Entstehung dieses Fleckes l die bereits früher angegebene (126), wonach er der Absorption im Gase in der Tat mehr verfallen muß als s, denn seine Strahlen werden, un-

1) Was früherem (86) auch widersprechen würde.

gleich denen von *s*, bei zunehmender Gasmenge nicht in vergrößerter Menge erzeugt.

129. Hervorzuheben ist, daß die Strahlen des Sekundärfleckes *s* auch bei Luftfüllung, wie früher im Dampfresiduum (126), bereits in dem Raume zwischen *E* und *D* entstanden sein müssen, also unter Ausschluß irgendwie beträchtlicher elektrischer Kräfte. Denn *s* verschwindet auch jetzt bei Bedeckung des Diaphragmas mit Drahtnetz. Es bleibt dann neben dem Primärfleck *p* noch der matte Streifen *m*, Fig. 2*b*, welcher beim Vorhandensein des Gases stets *p* anhängt.

130. Dieser matte Streifen ist der Sekundärstrahlung zuzuschreiben, welche auf dem Wege von *D* bei Φ im Primärstrahl gebildet und aus diesem herausgezogen wird.[1]) Bedeckt man den Schirm Φ mit dem feinen Drahtnetz *n n*, welches von ihm isoliert, mit der Hülle *H* aber leitend verbunden ist, so daß das Kraftfeld von Φ auf den Raum zwischen Φ und *n* konzentriert wird, und außerhalb *n* nur geringe Streukräfte herrschen, so findet man nur den Streifen *m* allein vorhanden; *p* und *s* fehlen, auch wenn das Diaphragma frei ist. Offenbar genügen die schwachen Streukräfte zwar zur Heranziehung der im Raume *B* entstehenden Sekundärstrahlung, nicht aber zur Beeinflussung des Primärstrahles oder zur Heranziehung von Quanten aus dem Raume *E D*, wo die Streukräfte von *U* jetzt überwiegen und die langsamen Quanten an die Wände treiben müssen.

131. Die Helligkeit des Sekundärfleckes *s* im Gase nimmt mit wachsender Primärgeschwindigkeit erst zu, dann wieder ab (vgl. Fig. 2*b*.) Man ersieht so unmittelbar, daß bei einer gewissen, nicht hohen Primärgeschwindigkeit maximale Sekundärerzeugung im Gase stattfindet. Es ist jedoch dabei die Absorption der Primärstrahlen zu berücksichtigen auf dem Wege von *U* bis *D*, dem Ort ihrer Wirkung. Da die langsameren Strahlen mehr von der Absorption betroffen werden als die schnelleren, muß das Maximum der Wirkung nach den größeren Primärgeschwindigkeiten hin verschoben erscheinen, und zwar um so mehr, je dichter das Gas ist. Die folgende Zusammenstellung (Tab. XXXVIII) läßt diesen Einfluß erkennen und die

1) Zum Teil ohne Zweifel auch bereits zwischen *U* und *E* gebildeter und durch die dort herrschenden Kräfte beschleunigter, also weniger ablenkbar gewordener und daher nicht nach *s* fallender Sekundärstrahlung.

Bemerkungen der letzten Kolumne zeigen, wie die Absorption der Primärstrahlen auch unmittelbar durch Verdunkelung des Primärfleckes ersichtlich wird.

Um die Helligkeiten der Sekundärflecke s gut vergleichen zu können, wurden je zwei Primärgeschwindigkeiten U durch einen Umschalter in beliebigem, raschem Wechsel zur Verfügung gestellt; die Primärflecke wurden dem Auge verdeckt. Man konnte so durch sukzessive Änderung der Primärgeschwindigkeiten U zu immer größeren Helligkeiten von s fortschreiten, bis das Maximum erreicht und überschritten war. Die Kolumnen 2 und 4 der Tabelle geben auch die Gebiete geringer Helligkeitsänderung an, von welchen das Maximum beiderseits umgeben war.

Tabelle XXXVIII.

Gasdruck	Primärgeschwindigkeiten U, bei welchen die Helligkeit des sek. Fleckes mit wachsendem U			Bemerkung
	nur mehr wenig steigt	maximal wird	nur schwach abnimmt	
mm Hg	Volt	Volt	Volt	
	Atmosphärische Luft			
0,010	—	200—500	—	Sek. Fleck zu matt zu guter Beobachtung
0,022	200—300	300	300—500	Sek. Fleck heller, gut zu beob.; prim. Fleck fast so hell wie im Vakuum
0,027	200—400	400	400—1000	Prim. Fleck bei $U < 100$ Volt sehr merklich verdunkelt im Vergleich zu höheren Geschwindigkeiten und zum Vakuum
0,032	200—3000	3000	3000—4000	Prim. Fleck stets merklich verdunkelt, bei $U < 100$ Volt fehlend
	Kohlensäure			
0,015	200—500	500	500—2000	Sek. Fleck gut zu beob.; prim. Fleck fast so hell wie im Vakuum
0,024	500—1000	1000	1000—4000	Prim. Fleck stets merklich verdunkelt, bei $U < 100$ Volt fehlend

Am freiesten vom Einfluß der Absorption müssen die Versuche bei geringsten Gasdrucken sein, wo aber allerdings der Sekundärfleck bald sehr matt wurde (vgl. Kolumne 5). Hiernach läge das Maximum der Sekundärstrahlung in Luft bei etwa 300 Volt, in Kohlensäure bei etwa 500 Volt Primärgeschwindigkeit[1]), und zwar, wie die Umfänge der Gebiete mit geringer Intensitätsänderung in den Kolumnen 2 und 4 zeigen, mit ziemlich steilem Abfall nach der Seite der langsameren Primärstrahlung und sehr allmählichem Abfall nach der Seite der schnelleren Primärstrahlung hin.

132. Zum Vergleich dieser Resultate mit früheren Beobachtungen ist folgendes zu bemerken. In 73 und 74, beim ersten Nachweis der Sekundärstrahlung, hatte der Primärstrahl erst von *D* ab nach rechts hin zu wirken, in 76 sogar erst hinter einem zweiten Diaphragma, also jedesmal nach Durchsetzung wesentlich größerer Luftstrecken als in den gegenwärtigen Versuchen. Die dort bei 0,033 mm Luftdruck gemachte Beobachtung, daß die Intensität der Sekundärstrahlung mit zunehmender Primärgeschwindigkeit bis 4000 Volt nur ansteige, widerspricht daher nicht den jetzigen Ergebnissen, sondern ist als Folge der Absorption der Primärstrahlen aufzufassen, wie auch bereits dortselbst hervorgehoben (74, p. 478).

In 79—81 bez. 85 wurde die sekundäre Menge phosphoroskopisch bez. elektrometrisch gemessen, und zwar unter Elimination der Absorption, bez. ohne nennenswerte Mitwirkung derselben. Die elektrometrischen Versuche, Tab. XXVIII, entsprechen in der Tat auch durchaus den gegenwärtigen Resultaten; sie lassen die Einfügung der Maxima für Luft und Kohlensäure in den hier gefundenen Höhen sehr wohl zu und zeigen dann auch den rascheren Abfall nach kleineren, den langsameren nach größeren Primärgeschwindigkeiten hin. Die phosphoroskopischen Beobachtungen dagegen, Tab. XXVII, welche bis zu 4000 Volt primär reichen, zeigen bei dieser Geschwindigkeit mehr Sekundärstrahlung an als bei 2000 oder 1000 Volt, was nach den gegenwärtigen Versuchen durchaus

1) Die Möglichkeit der Verfeinerung der Versuche, phosphoroskopisch oder elektrometrisch, unter quantitativer Berücksichtigung der bereits gemessenen Absorption (90 ff.), liegt vor.

nicht der Fall ist. Dazu ist zu bemerken, daß die gegenwärtigen Versuche den Vorteil direkterer Beobachtung und außerdem den größerer Reinheit haben. Es erfolgte in ihnen die sekundäre Strahlung fast unter Ausschluß elektrischer Kräfte, nämlich in dem überall geschützten Raume zwischen E und D (129), in den zuletzt genannten früheren Versuchen handelte es sich dagegen hauptsächlich um die Strahlung aus den Räumen zwischen U und E und zwischen ε und Φ (s. Fig. 1 zu 51), in deren ersterem bei $U = 4000$ Volt sehr hohe elektrische Kräfte herrschten Es scheint danach, daß bei Mitwirkung solcher Kräfte mehr Strahlung neu erzeugt werden kann, als bei alleiniger Wirkung der Primärstrahlung, bez. daß dann weitere Prozesse zur Sekundärstrahlung hinzutreten, wie auch bereits unter 84 hervorgehoben.

133. Nach allem ist hervorzuheben, daß das Vorhandensein des Maximums der Sekundärstrahlung in Luft und Kohlensäure in der Nähe der angegebenen Primärgeschwindigkeiten (131) durch die gegenwärtigen Versuche unmittelbar ersichtlich gemacht und daher wohl außer Zweifel gestellt ist.

Es haben dadurch die Versuche Hrn. Duracks (vgl. 71 und 86), wonach die Fähigkeit schneller Kathodenstrahlen, Gase leitend zu machen, mit steigender Geschwindigkeit abnimmt, Anschluß gewonnen an meine früheren Versuche, welche für langsame Strahlen das umgekehrte Verhalten zeigten (39, 40, 42); zugleich ist damit nun für beide Geschwindigkeitsbereiche durch unmittelbare Wahrnehmung die Anschauung bestätigt, daß die Wirkung der Kathodenstrahlen, Gase elektrisch leitend zu machen, auf dem Wege der Sekundärstrahlung erfolge (71, 72).

II. Feste Körper.

134. Schon bei früher mitgeteilten Versuchen über die Ausbreitung von Kathodenstrahlen mittlerer Geschwindigkeit im Vakuum (51—60) war es mir wiederholt aufgefallen, daß auf dem Phosphoreszenzschirme deutliche Zeichen einer fremden Kathodenstrahlung jedesmal dann auftraten, wenn Ränder fester Schirme in den zu beobachtenden Strahl eingeschoben wurden. Die fremde, von den getroffenen Schirmrändern ausgehende Strahlung war diffus und zeigte keine Anfangs-

geschwindigkeit. Da seither von den Herren L. Austin und H. Starke Versuche bekannt gegeben wurden[1]) über eine von festen Körpern ausgehende, sekundäre Strahlung, deren Geschwindigkeit von gleicher Größenordnung sei, wie die der primären, habe ich Gewicht darauf gelegt, der geringen Geschwindigkeit mich zu versichern, was auch für die Überzeugung von der Identität der Sekundärstrahlung fester und gasförmiger Körper von Wichtigkeit schien.

135. Es werde zunächst wieder der langgestreckte Schirm $\Phi\,\Phi$ wie in Fig. 1 benutzt (vgl. Fig. 3, $^6/_{10}$ nat. Gr.), und es sei, wenn nichts anderes bemerkt, stets Vakuum vorhanden und der Schirm sowie das Diaphragma D ohne Netz.

Bei C_3, bez. C_2 oder C_1 wird der feste Körper aufgestellt, dessen sekundäre Strahlung beobachtet werden soll, eine kleine, unter etwa 45° zum Primärstrahl geneigte Kupferplatte, welche leitend mit der Hülle H und also mit der Erde verbunden ist. Ein Teil der Platte war mit $CaBiNa_2S_2O_3$-Phosphor überzogen, um unmittelbar sehen zu können, ob der Primärstrahl sie treffe oder nicht; der andere Teil bot glatte, blanke Kupferoberfläche. Um die Erscheinungen auf dem Schirm in der Fig. 3 darstellen zu können, ist derselbe dort um seine Kante $\Phi\,\Phi$ in die Bildebene herabgedreht.

136. Ist $U = 4000$ Volt, $\Phi = 2000$ Volt und ist zunächst die Platte aus dem Wege des Primärstrahles, bei C_1, so sieht man auf dem Schirm nur die beiden Flecke s und p, ähnlich wie in Fig. 2a Nr. 8 (vgl. 125.) Wird nun die Platte aus der Lage C_1 gegen C_3 hin bewegt und dadurch allmählich in den gegen Φ hin gekrümmten Primärstrahl eingeschoben, so sieht man erstens den Schatten der Platte im Primärfleck p erscheinen, indem dessen rechts von $x\,y$ liegender

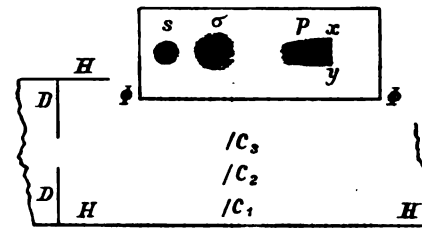


Fig. 8.

1) L. Austin und H. Starke, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 4. p. 106. 1902; Ann. d. Phys. 9. p. 271. 1902.

Teil verschwindet, wie in Fig. 3 dargestellt, zweitens tritt zugleich der Fleck σ neu auf, welcher der Sekundärstrahlung der Platte zuzuschreiben ist, wie das Folgende zeigt (137, 139).

137. Dieser Fleck σ ist nicht lichtelektrische Wirkung des von U her durch das Diaphragma dringenden und auf die Platte fallenden schwachen Lichtes, noch auch etwa bloße Wirkung des elektrischen Feldes zwischen Schirm und Platte. Denn er verschwindet samt p vollständig, wenn $U = 0$ gemacht wird. Da er auch beim Löschen des die Primärstrahlung auf U erzeugenden Lichtes verschwindet, ist er als Wirkung der Primärstrahlung anzusehen.

Er ist jedoch nicht reflektierte Primärstrahlung, denn er verschwindet samt p auch dann, wenn $\Phi = 0$ gemacht wird, wobei man die Platte so verschieben kann, daß sie in dem nunmehr geradlinig laufenden Primärstrahl bleibt. Reflektierte Strahlung mit unverminderter oder auch ganz bedeutend verminderter Geschwindigkeit müßte auch ohne die beschleunigende Kraft an Φ sichtbar geblieben sein (vgl. 66 ff.).

138. In bezug auf Reflexion der Primärstrahlen ist allgemein zu bemerken, daß solche weder in diesem Versuche **mit der blanken Kupferplatte, noch auch sonst in den folgen**den Versuchen bemerklich wurde. Diffus reflektierte Strahlen müßten allerdings eben wegen ihrer Zerstreuung zurücktreten neben den anderen Erscheinungen; jedoch regelmäßige Reflexion in zusammenbleibendem Strahlenbündel, wie solche von manchen Beobachtern — freilich, soweit mir bekannt, immer nur unter wenig reinen Verhältnissen — vermeldet wird, hätte müssen sichtbar werden. Es fand sich beim Suchen nach solcher Reflexion stets nur der sehr matte Fleck des an der Platte reflektierten, von U kommenden Lichtes in seiner durch das Reflexionsgesetz des Lichtes bestimmten Lage, und kenntlich an seiner Unbeweglichkeit bei Näherung eines Magneten und an seiner fahlen Farbe, ungleich der blauen Phosphoreszenzfarbe des benutzten Phosphors, in welcher die Flecke der Kathodenstrahlen erscheinen.

139. Der Fleck σ erscheint nur dann, wenn der Primärstrahl die Platte trifft, welches letztere an ihrem teilweisen phosphoreszenzfähigen Überzug, sowie ihrem Schatten bei p kenntlich wird. Man kann die Platte durch den Primärstrahl

hindurchbewegen und sieht σ beim Eintritt ihrer ersten Kante in den Strahl erscheinen, beim Austritt ihrer letzten Kante wieder verschwinden. Man kann statt der Platte auch den Primärstrahl mit Hilfe eines Magneten bewegen und sieht dann bei allmählich verstärktem Magnetfelde zuerst p sowohl als σ wandern, beide in dem zu erwartenden gleichen Sinne, alsdann, sobald der Primärstrahl die Platte verläßt, σ verschwinden; durch Nachschieben der Platte in den Strahl bei unverändertem Magnetfeld erscheint σ wieder.

140. Das bereits bemerkte Fehlen des Fleckes σ bei $\Phi = 0$ (137) zeigt an, daß derselbe sehr langsamen Strahlen zugehört. Dem entspricht es auch, daß beim Vorhandensein von Luft, z. B. von 0,027 mm Druck, der Fleck σ außerordentlich viel stärker der Diffusion und der Abschwächung durch Absorption verfällt als der Fleck p.

141. Bei der sehr geringen Geschwindigkeit müssen auch viel schwächere Kraftfelder genügen, als die bisher zwischen Platte und Schirm angewandten, um die Ausstrahlung der Platte zu sammeln, wenn auch schließliche Beschleunigung derselben unerläßlich ist, um sie auf dem Schirm sichtbar zu machen (66). Bedeckt man den Schirm mit feinem Drahtnetz, welches mit der Hülle H leitend verbunden ist wie in 130 (n, n Fig. 1), so daß in der Nähe der Platte nur das schwache, durch die Netzmaschen dringende Streufeld des geladenen Schirmes herrscht, so erscheint nichtsdestoweniger der Fleck σ bei $\Phi = 4000$ oder auch 2000 Volt. Der Fleck p fehlt alsdann, da der schnelle Primärstrahl von jenem Felde unbeeinflußt bleibt.

Nähert man jetzt den Magneten, so erfolgt wieder Ablenkung von σ im zu erwartenden Sinne, doch ist die Ablenkung jetzt viel größer als früher ohne Netz am Schirme; zugleich wird σ dabei sehr vergrößert und diffus und entzieht sich dadurch der Wahrnehmung bei einiger Stärke des Magnetfeldes. Solches Verhalten war zu erwarten, wenn die Ausstrahlung der Platte sehr langsam und diffus, nach allen Seiten hin gerichtet ist.[1])

1) Hier, wie auch sonst, konnten zu richtiger Orientierung über die Bahnen von Quanten oder Trägern in gleichzeitigem elektrischen und magnetischen Felde die von Herrn E. Riecke abgeleiteten Beziehungen dienen. Ann. d. Phys. 4. p. 878. 1901.

142. Wird die bisher stets auf Erdpotential gehaltene Platte negativ geladen, z. B. auf -100 Volt bei $\Phi = 4000$ Volt, so wird der Fleck heller; wird sie genügend positiv geladen, so verschwindet er. Letzteres trat ein bei 45 Volt mit $\Phi = 4000$ Volt und bei 26 Volt mit $\Phi = 2000$ Volt; dem Verschwinden ging mit steigender positiver Ladung der Platte allmähliches Verblassen voraus.

143. Alle diese Beobachtungen (140—142) zeigen vollkommene Parallelität der Sekundärstrahlung mit der lichtelektrischen Wirkung. Das zuletzt beobachtete Hellerwerden des Fleckes kann nicht der geringen Geschwindigkeitssteigerung von mindestens 4000 auf 4100 Volt zugeschrieben werden (66), sondern wird, wie im Falle der lichtelektrischen Wirkung (12—38), aufzufassen sein als Folge der diffusen Ausstrahlung mit sehr geringen Geschwindigkeiten, zusammen mit dem Bestehen einer gewissen, rücktreibenden Kraft an der Stelle des Austrittes der Strahlung aus der Materie. Ebenso wird das allmähliche Verblassen des Fleckes bei Einführung verzögernder äußerer Kraft auf die gleichen Ursachen, im besonderen auf die nicht einheitliche Größe der Normalkomponenten der Anfangsgeschwindigkeit zurückzuführen sein. Nach weiter unten (150) durchgeführter Rechnung würde aus den beobachteten, verzögernden Potentialen der Platte, bei welchem der Fleck verschwand, die größte, merkliche Normalkomponente der sekundären Strahlung der Kupferplatte zu etwa 7 Volt sich ergeben, während die Primärgeschwindigkeit etwa 3000 Volt war.

144. Um die Abhängigkeit der sekundären Menge von der Primärgeschwindigkeit zu untersuchen, war das Netz von Φ wieder entfernt und $\Phi = 3000$ Volt gehalten. Da der Primärstrahl je nach seiner Geschwindigkeit in verschiedenem Maße nach Φ hingezogen würde und also die unverrückt bei C_2 belassene Platte nicht immer voll träfe, war ein Elektromagnet am Rohre angebracht, um den Strahl zu lenken. Der erregende Strom des Magneten wurde jedesmal auf maximale Helligkeit des Fleckes σ reguliert, was nach früherem (139) vollem Auftreffen des Primärstrahles auf die Platte entspricht. Der Magnet hatte zugleich den Vorteil, den Fleck p stets von σ fern zu halten.

Es zeigte sich starke Zunahme der bereits bei $U = 100$ Volt

großen Helligkeit des Fleckes σ bis gegen $U = 500$ Volt, dann weiter langsame Zunahme bis $U = 1000$ Volt, keine merkliche Änderung bis $U = 2000$ Volt, darüber hinaus wieder Abnahme der Helligkeit, so daß dieselbe bei $U = 4000$ Volt viel geringer war als bei $U = 1000$ und 2000 Volt. Berücksichtigt man, daß die durch das Diaphragma kommende primäre Menge von $U = 500$ bis $U = 1000$ Volt noch ziemlich zunimmt, von 1000 bis 2000 Volt nur mehr wenig, um dann konstant zu bleiben (vgl. 55, Tab. XXI), so zeigen die gemachten Beobachtungen das Maximum der sekundären Menge bei Kupfer jedenfalls nicht über 500 Volt primär liegend an.

145. Zu bemerken ist, daß es für die Helligkeit des Fleckes σ in allen Fällen keinen deutlichen Unterschied machte, ob mehr die blanken Kupferteile oder mehr die Phosphorbedeckung der Platte primär bestrahlt wurde. Es scheinen danach Kupfer und $CaBiNa_2S_2O_8$-Phosphor in bezug auf Sekundärstrahlung einander nahe gleich zu sein.

Dabei leuchtete der Phosphor auf der Platte viel stärker bei $U = 4000$ als bei $U = 1000$ Volt (entsprechend 66), während seine Sekundärstrahlung im ersten Falle viel geringer war als im letzteren. Man sieht daraus, daß, wenn die Sekundärstrahlung mit der Phosphoreszenzerregung zu tun hat — was wahrscheinlich ist[1]) —, dabei doch außer der Menge dieser Strahlung noch andere Umstände mitspielen, unter welchen wohl in erster Linie die mit zunehmender Geschwindigkeit der Primärstrahlung stark wachsende Tiefe ihres Eindringens zu rechnen ist.

146. Ein Teil der beschriebenen Versuche (137—145) wurde mit wesentlich gleichem Erfolge auch bei Drahtnetzbedeckung des Diaphragmas ausgeführt, wobei dann der Fleck s (Fig. 3) fehlte (vgl. 126).

147. Zu weiteren Versuchen war folgende Anordnung getroffen (Fig. 4, $^6/_{10}$ nat. Gr.).

Der Phosphoreszenzschirm ist durch eine kleine Metallkugel Φ von 5 mm Durchmesser ersetzt, deren Oberfläche wieder mit $CaBiNa_2S_2O_8$-Phosphor bedeckt ist und welche an sehr dünnem Stiele mitten in dem zylindrischen, 13 mm hohen,

---

1) Vgl. P. Lenard und V. Klatt, Über die Erdalkaliphosphore, Kap. G, b. Diese Annalen.

9 mm weiten Käfig KK aus feinem Platindrahtgewebe befestigt ist. Der Käfig hat, wie die Hülle H und das Diaphragma D, stets Erdpotential; die Kugel Φ kann positiv geladen werden. Ein geringer Teil des starken elektrischen Feldes, welches dann im Inneren des Käfigs entsteht, erstreckt sich als Streufeld durch die Netzmaschen seiner Wand[1]) nach außen hin. Die Konfiguration dieses Feldes bedingt es, daß alle langsamen Quanten, welche an der Platte PP durch primäre Bestrahlung von D her frei werden, durch die Netzmaschen an die kleine Kugel gelangen müssen. Die dadurch herbeigeführte Konzentration der Sekundärstrahlung macht deren Nachweis sehr empfindlich.

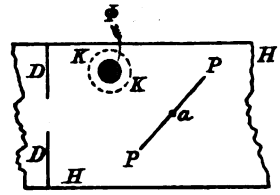


Fig. 4.

Kugel und Käfig sind zusammen beweglich und werden jedesmal so aufgestellt, daß aus dem Diaphragma kommendes Licht weder direkt, noch etwa von PP reflektiert die Kugel treffen kann. Um die Herbeiziehung langsamer Quanten von jenseits des Diaphragmas D zu verhindern, ist dieses mit Drahtnetz bedeckt (vgl. 126).

Es erscheint dann bei Abwesenheit der Platte PP nur sehr matte, eben bemerkbare Erhellung auf Φ, wenn Primärstrahlen von beliebiger Geschwindigkeit[2]) aus dem Diaphragma kommen und $\Phi = 5000$ Volt ist.

148. Es werde nun die blanke, ebene, kreisförmige Platinplatte PP leitend mit H und der Erde verbunden aufgestellt, so wie Fig. 4 es zeigt.

Ist $U = 0$ und $\Phi = 0$ oder 5000 Volt, so ist nichts an Φ zu sehen, als die erwähnte sehr matte Erhellung; ebenso aber auch, wenn $U = 3000$ Volt und $\Phi = 0$ ist, welches letztere bedeutet, daß diffuse Reflexion der Primärstrahlen an der Platte in merklichem Betrage nicht stattfindet (vgl. 138). So-

1) Die Zuleitung zum Stiel der Kugel läuft in Schutzhüllen mit Erdkontakt.

2) Bis $U = 4000$ Volt wurde benutzt. Bei $U = 0$ bis 30 Volt dürfte die Erhellung hauptsächlich herangezogener Primärstrahlung zuzuschreiben sein, was aber nicht weiter in Betracht kommt, bei den höheren Geschwindigkeiten mehr der Sekundärstrahlung des Dampfresiduums (vgl. 126).

bald aber bei $U = 3000$ oder auch 100 Volt die Kugel Φ auf einige hundert Volt positiv geladen wird, leuchtet sie auf; bei höherer Ladung wird ihr Leuchten heller, bei 5000 Volt sehr intensiv. Es geht also von der primär getroffenen Platte sehr reichliche, langsame Strahlung aus, welche nur gesammelt und genügend beschleunigt zu werden braucht, um entsprechend sichtbar zu werden.

149. Zur Beurteilung der best wirkenden Primärgeschwindigkeit wurden, wie in 131, je zwei Primärgeschwindigkeiten in rascher Abwechslung hervorgebracht und der Effekt auf der Kugel beobachtet. Φ war stets 4000 Volt.

Es zeigte sich schnelles Ansteigen der in der Nachbarschaft von $U = 0$ unmerklichen Wirkung über $U = 100$ Volt bis etwa $U = 200$ Volt, alsdann langsameres Ansteigen bis etwa $U = 400$ Volt, von da ab nahe Konstanz bis $U = 1000$ Volt, darüber hinaus langsame Abnahme. Berücksichtigt man, daß von $U = 400$ bis $U = 1000$ Volt die durchs Diaphragma kommende primäre Menge noch zunimmt von 60 auf 80 Proz. (52, 55), so folgt, daß die maximal wirkende Primärgeschwindigkeit bei Platin $\leqq 400$ Volt sei.

150. Zur Beurteilung der Anfangsgeschwindigkeit der Sekundärstrahlung wurde der Platinplatte ein variabeles positives Potential erteilt und diejenige Höhe P desselben gesucht, bei deren Überschreitung nur mehr der geringe, nicht weiter zu vermindernde Rest von Helligkeit an Φ blieb, welchen wir auch ohne Vorhandensein der Platte fanden (147). Die Primärgeschwindigkeit U war dabei stets 1000 Volt.

Ist die Platte ungeladen und hat die Kugel das Potential Φ, so herrscht außerhalb des Käfigs ein Streufeld, welches — abgesehen von nächster Nähe des Käfigs, worauf es aber nicht ankommt — äquivalent ist einem Potential $\beta . \Phi$ des Käfigs, wo β ein echter Bruch ist, dessen Größe von der Weite der Netzmaschen des Käfigs und den anderen Konfigurationen der Leiter abhängt, nicht aber von deren Potentialen. Hat außerdem die Platte das ebenfalls positive Potential P, so bleibt zwischen dieser und dem Käfig ein Feld bestehen, äquivalent einer verzögernden Potentialdifferenz $P - \beta . \Phi$. Ist diese Potentialdifferenz gleich der größten vorkommenden Anfangsgeschwindigkeit v_0, oder größer als diese, so wird kein

Quantum von P nach dem Netz und also auch nicht nach der Kugel gelangen können. Es gilt daher für das wie angegeben aufgesuchte Potential P die Gleichung:

$$P - \beta . \Phi = v_0 .$$

Aus zwei Versuchen, in welchen verschiedene Werte von Φ gewählt und die zugehörigen P ermittelt sind, können daher v_0 und β gefunden werden. Ein dritter Versuch ermöglicht außerdem Kontrolle der zugrunde gelegten Voraussetzungen dadurch, daß die den drei Versuchen entsprechenden drei Gleichungen durch identische Werte v_0 und β zu befriedigen sein müssen. Das letztere trifft zu, wie die folgende Zusammenstellung zeigt. Es werden alle Beobachtungen befriedigt, soweit deren Genauigkeit geht,[1]) wenn man $v_0 = 10{,}8$ Volt und $\beta = 1/151$ setzt.

Tabelle XXXIX.

Vers. Nr.	Φ (Mittelwerte)	P (Mittelwerte)	Zahl der Einzelbeobachtungen	$\beta = \frac{P - v_0}{\Phi}$. ($v_0 = 1{,}08$ Volt gesetzt).
	Volt	Volt		
1	1950	23,7	15	$\frac{1}{151}$
2	3470	34,0	18	$\frac{1}{150}$
3	4950	43,5	14	$\frac{1}{152}$

151. Die Primärgeschwindigkeit 1000 Volt hatte also sekundäre Geschwindigkeiten an der Platinplatte ausgelöst, welche 10,8 Volt nicht merklich übersteigen; ähnlich wurde oben bei Kupfer 7 Volt sekundär gefunden bei 3000 Volt primär.[2]) Diese Anfangsgeschwindigkeiten sind nur wenig größer als die der lichtelektrischen Wirkung (vgl. 8, 23, 36). Auch bei der Sekundärstrahlung in Gasen waren die Anfangsgeschwindigkeiten bei allen versuchten Primärgeschwindigkeiten stets nur sehr klein (73—75, 128—130).

152. Zur Beobachtung unter verschiedenen Einfallswinkeln der Primärstrahlung wurde eine blanke, 1 cm lange

1) Elektrometrisch, wie für die lichtelektrische Wirkung unter 22 ff. durchgeführt, dürften die Versuche der Verfeinerung zugänglich sein.

2) Auf das abweichende Resultat der Herren L. Austin und H. Starke ist bereits hingewiesen worden (134). Vgl. auch 156 u. 157.

und 1 cm breite Platinplatte in starre Verbindung gebracht mit dem bereits benutzten Käfig und der Kugel in demselben. Das Ganze war um eine Achse drehbar, welche in Fig. 4 als Punkt *a* erscheint. Die Platte konnte so in alle Einfallswinkel zwischen 10° und 90° zum Primärstrahl gebracht werden, ohne daß die Kugel Φ von diesem Strahl oder dem matten, von U reflektierten Lichtbündel getroffen worden wäre. Führte man nun den Versuch aus mit $U = 1000$ und $\Phi = 4000$ Volt — Platte und Käfig stets auf Erdpotential, wie H —, so sah man die Kugel bei allen Winkeln hell leuchten an ihrer der Platte zugewandten Seite; ein deutlicher Einfluß des Einfallswinkels war nicht zu erkennen. Wurde der Einfallswinkel 90° überschritten, so erlosch plötzlich das Leuchten, entsprechend der Tatsache, daß alsdann der Primärstrahl auf die hintere, der Kugel abgewandte Fläche der Platte fiel. Der Versuch wurde mit gleichem Resultat auch bei $U = 4000$ Volt ausgeführt.

153. Um auch bei senkrechter Inzidenz beobachten zu können, wurden Käfig und Kugel wieder gesondert im Schatten des Diaphragmas aufgestellt, wie in Fig. 4. Mit Hilfe einer Drehvorrichtung waren in rascher Abwechslung zwei Platinplatten in den Primärstrahl einzuschieben, die eine genau senkrecht zu ihm stehend, die andere unter etwa 75° Einfallswinkel. Beide Platten waren aus demselben Blechstück geschnitten, blank und geglüht. Der Primärstrahl konnte nur die Platten selber treffen, keine sonstigen Gegenstände der Umgebung.

Der Vergleich der beiden Platten, welche leitend mit Erde und Hülle H verbunden waren, wurde ausgeführt bei $\Phi = 5000$ Volt mit $U = 100, 500, 1000, 3000$ Volt; in keinem Falle war ein deutlicher Unterschied der beiden Plattenstellungen in bezug auf das Leuchten der Kugel zu konstatieren; im besonderen erwies sich die senkrechte Inzidenz nicht deutlich weniger wirksam als die schiefe. Die Versuche wurden wiederholt bei mehrfach variierter Stellung des Käfigs mit der Kugel; der Erfolg blieb der gleiche.

Bemerkt sei, daß die Erhellung der Kugel fehlte, bis auf den kleinen in 147 erwähnten Rest, wenn keine der beiden Platten im Strahl war, was bei einer Mittelstellung der Dreh-

vorrichtung eintrat; sie fehlte auch mit der senkrecht wie mit der schief gestellten Platte, wenn $U = 0$ oder $\Phi = 0$ war. Letzteres beweist, daß es sich auch in diesen Versuchen weder um Reflexion von Licht, noch um Reflexion von Primärstrahlen unverminderter oder auch stark verminderter Geschwindigkeit handelte (66).

154. Daß die Geschwindigkeit der beobachteten Sekundärstrahlung auch bei senkrechter primärer Inzidenz keine wesentlich andere ist, wie bei schiefer Inzidenz (150), zeigte sich noch besonders bei positiver Ladung der Platten. Es genügte bei der senkrecht, wie bei der schief gestellten Platte das gleiche Potential von 80 Volt, bei $\Phi = 6000$ Volt, um das Leuchten der Kugel zum Verschwinden zu bringen[1]) (vgl. auch 158).

155. Die unter 153 und 154 beschriebenen Versuche wurden mit gleichem Erfolge auch mit Kupferplatten an Stelle **der Platinplatten ausgeführt.**

156. Die vorbeschriebenen Versuche (152—155) zeigen die Sekundärstrahlung nach Menge und Geschwindigkeit unabhängig oder doch jedenfalls nicht in auffälliger Weise abhängig vom Einfallswinkel der Primärstrahlung.[2]) Hiernach ist es wenig wahrscheinlich, daß die Energie der sekundären Strahlung von der primären stamme[3]), was wieder eine Analogie der Sekundärstrahlung und der lichtelektrischen Wirkung darstellen würde.[4])

1) β, nach 150 berechnet, zeigt sich hier der Einheit näher wie dort, was der hier geringeren Entfernung zwischen Käfig und Platte entspricht.

2) Das entgegengesetzte Resultat, zu welchem die Herren L. Austin und H. Starke bei der von ihnen beobachteten und sekundär genannten Strahlung gelangten, bedarf der Aufklärung, welche bei Berücksichtigung der in jenen Beobachtungen obwaltenden Verhältnisse und Benutzung der jetzt gewonnenen Kenntnis sich ergeben dürfte. Vgl. auch 151 u. 157.

3) Für den in 76 (Fußnote 2) angemerkten, bei der sekundären Strahlung in Gasen gesehenen Hinweis auf das Gegenteil steht einwandfrei die andere Erklärung offen, daß die dort beobachteten, vorwiegend in Richtung des Primärstrahles zielenden Sekundärstrahlen durch die Streukräfte des geladenen Phosphoreszenzschirmes (vgl. 54) beeinflußt waren.

4) Wenn hiernach diese beiden Erscheinungen das Vorhandensein relativ schnell bewegter Quanten im Inneren aller untersuchten Körper

157. In derselben Weise, wie unter 153 die beiden verschieden geneigten Platten, konnten auch Körper verschiedener Art in bezug auf Sekundärstrahlung miteinander verglichen werden; sie wurden in Form gleich großer Platten zu zweit oder auch zu viert an der Drehvorrichtung befestigt, und zwar alle zu senkrechter Inzidenz des Primärstrahles. $U = 1000$ und $\Phi = 5000$ bis 6000 Volt wurden benutzt.

Blankes und rauhes Kupfer zeigten keinen deutlichen Unterschied.[1]) Beide waren vom selben, bereits spiegelnd gewalzten Bleche genommen, erstere mit Putzpomade aufpoliert und danach in Alkohol gewaschen, letztere mit grobem Schmirgel gerauht. Dagegen Platinmohr, tiefschwarz, elektrolytisch auf Platin abgeschieden, war deutlich weniger wirksam als blankes Platinblech.

Ruß, aus einer Terpentinflamme auf Aluminiumblech abgeschieden, war noch sehr viel weniger wirksamer als das Platinmohr.

Kupferoxyd, an blanker Kupferplatte im oberen Oxydationsraum einer Bunsenflamme gebildet, mattschwarz mit Spur von Spiegelung, war kaum weniger wirksam als blankes Platin, aber eben deutlich weniger als blankes Kupfer.

Aluminium, geschmirgelt, war der wirksamste, geprüfte Körper, blankes Kupfer deutlich übertreffend.

158. Bei allen diesen Körpern gelang der Nachweis der geringen Anfangsgeschwindigkeit wie in 154.

159. Nach den großen Phosphoreszenzhelligkeiten, welche die genügend gesammelte und beschleunigte Sekundärstrahlung

---

anzeigen, so können doch — wenn man nicht über die vorhandene Erfahrung hinausgehen will — diese Quanten mit ihren Bewegungen nur im Inneren der Atome der betreffenden Körper gesucht werden, nicht in den Zwischenräumen der Atome. Denn die Sekundärstrahlung wurde auch an Gasen beobachtet, in deren molekularen Zwischenräumen erfahrungsmäßig — anders als etwa bei den festen Metallen — nur Äther in seinem gewöhnlichen Zustande sich befindet, in welchem er keine freien Quanten enthält. Andere Tatsachen, welche zum gleichen Schlusse das Innere der Atome betreffend führten, vgl. 28, 120.

1) Starke Sekundärstrahlung von rauhen, senkrecht bestrahlten Oberflächen kommt weiterhin noch mehrfach zur Beobachtung, besonders auch in 159. Man vgl. das entgegengesetzte Resultat der Herren L. Austin und H. Starke (l. c.) und 151, 156.

in den beschriebenen Versuchen erzeugte, steht sie an Menge in günstigem Falle durchaus nicht hinter der Primärstrahlung zurück. Dasselbe zeigt auch ein elektrometrischer Versuch, welcher hier noch mitgeteilt sei. Er betrifft die phosphoroskopisch bereits beobachtete Sekundärstrahlung des $CaBiNa_2S_2O_3$-Phosphors (145).

Die mit dem Phosphor überzogene Platte war zu senkrechter Inzidenz dem Primärstrahl gegenübergestellt; in geringem Abstande von ihr, dem Diaphragma zugewendet, befand sich ein feines Drahtgitter, welches demnach die Primärstrahlen zu durchsetzen hatten, um danach die Platte zu treffen.[1]) Der Abstand vom Diaphragma bis zur Platte war 5 cm. Das Drahtgitter vor der Platte war stets leitend mit der Hülle H und der Erde verbunden, die Platte selbst mit dem Elektrometer. Elektrometer und Platte zusammen konnten geladen werden, wodurch ein beschleunigendes oder verzögerndes Feld zwischen Platte und Gitter entstand.

Die in der Zeiteinheit herankommende primäre Menge sei P. Von der Sekundärstrahlung im Dampfresiduum, welche nur sehr gering ist (s. die Fußnote zu 85), sehen wir ab; Gas war nicht vorhanden.[2]) Da die Primärgeschwindigkeit $U = 4000$ Volt war, das der Platte erteilte Potential aber nur $\pm$ 62 Volt, so wäre ohne Sekundärstrahlung in jedem Falle — ob die Platte ungeladen, positiv oder negativ geladen war — die gleiche, nämlich die volle, negative Menge P am Elektrometer zu erwarten gewesen. In Wirklichkeit wurden beobachtet:

bei	ungeladener	Platte	72 sc	negativ	in 5	Sek.,
„	positiv geladener	„	155 „	negativ	„ 5	„
„	negativ „	„	136 „	positiv	„ 5	„

1) Der Anordnung war identisch die in 51 beschriebene und abgebildete.

2) Daß der weiter unten zur Beobachtung gelangende positive Elektrometergang nicht von Heranziehung positiver Träger — Wirkung von Dampfresiduum oder Gas — stammt, zeigte sich auch unmittelbar dadurch, daß dieser Gang nicht größer, sondern sogar etwas kleiner wurde, wenn das Drahtgitter vor der Platte weggenommen war, und daß er völlig ausblieb — mit wie ohne Drahtgitter —, wenn der Primärstrahl durch einen Magneten bis eben über den Rand der Platte hinaus abgelenkt war.

Das Ausbleiben negativen Elektrometerganges im letzten Falle und das Erscheinen starken positiven Ganges an seiner Stelle, trotz voller Primärbestrahlung der Platte, stellt gegen jene Erwartung eine Diskrepanz dar, welche nach Kenntnis des Vorhergehenden folgendermaßen beseitigt werden darf.

Ist die Platte negativ geladen, so entweicht alle, durch die primäre Menge P zum Austritt gebrachte sekundäre Strahlung S von ihr; sie wird also die negative Menge $P - S$ aufnehmen, oder vielmehr, wie das Zeichen des Elektrometerganges anzeigt, $S - P$ verlieren; man hat also $136 = S - P$. Ist die Platte ungeladen, so wird nicht alle sekundäre Strahlung entweichen, sondern nur ein Bruchteil α davon; der Rest wird zurücksinken durch die verzögernden Kräfte an der Oberfläche der Platte selbst (vgl. 143 u. 31); man hat also $72 = P - \alpha . S$. Ist endlich die Platte positiv geladen, und zwar zu dem benutzten, die gefundene maximale Anfangsgeschwindigkeit der Sekundärstrahlung (145, 143) übersteigenden Potential von 62 Volt, so wird alle Sekundärstrahlung wieder zu ihr zurückkehren; man hat also $155 = P$. Aus den drei Gleichungen ergibt sich $S = 1{,}9\,P$ und $\alpha = 0{,}3$.

Man sieht daraus, daß jedes primäre Quant im Durchschnitt fast zwei Quanten sekundär zur Ausstrahlung brachte.[1]) Die Sekundärstrahlung fester Körper, unter welchen der hier benutzte nach 145 und 157 keine exzeptionelle Stellung einnimmt, muß also im allgemeinen als sehr beträchtlich bezeichnet werden. — Daß der Bruchteil α nur so gering ausfiel, dürfte mit der großen Rauhigkeit der Oberfläche zusammenhängen (vgl. 37).

160. Wie die vorbeschriebenen Versuche, zusammen mit den früheren (71 u. ff.) zeigen, hat das Hindurchfahren von Kathodenstrahlen durch die Atome der Materie unabhängig vom Aggregatzustande den Austritt negativer Quanten aus den Atomen zur Folge. Die Geschwindigkeiten des Austrittes sind nach Größe verhältnismäßig geringfügig und nach Richtung in keiner starken Beziehung weder zur Richtung des Primärstrahles, noch zur

1) In Wirklichkeit noch mehr, da der ins Innere der Platte zielende Teil der Sekundärstrahlung absorbiert wird und also nicht zur Beobachtung gelangen konnte.

Lage etwa vorhandener Körperoberflächen. Die Zahl der austretenden Quanten ist unter günstigen Verhältnissen sehr groß.

Dem letzteren Umstande nach muß die Erscheinung in vielen Fällen, wo Kathodenstrahlen auf Materie treffen, eine wesentliche Rolle spielen. Sie muß danach auch oft bei Beobachtungen und Messungen über die übrigen Wechselwirkungen zwischen Kathodenstrahlen und Materie mitgespielt haben, ohne daß es möglich gewesen wäre, dies zutreffend zu berücksichtigen[1]), da die Erscheinung mit ihren Gesetzen bisher niemals für sich allein unter reinen Verhältnissen zur Beobachtung gekommen war. Das letztere in einer ersten Annäherung zu bewerkstelligen, war das Ziel der gegenwärtigen Arbeit.

Kiel, den 19. August 1904.

---

1) Vielleicht am meisten betroffen davon ist die gegenwärtige Kenntnis von der Reflexion der Kathodenstrahlen. Will man sich nicht damit begnügen, alles, was vom bestrahlten Körper zurückgeht, als reflektierte Strahlung zu bezeichnen, so dürfte große Vorsicht nötig sein gegenüber den elektrischen Kräften, welche bei der gewöhnlichen Erzeugungsweise der Kathodenstrahlen nicht nur statisch, sondern auch dynamisch, als Wellen, vom Orte der Erzeugung nach dem Orte der Wirkung hin sich ausbreiten können. Solche Kräfte können sekundäre Emission beschleunigen und dadurch wahre Reflexion vortäuschen.

(Eingegangen 22. August 1904.)

3. *Über den Einfluß von Glaswänden auf die geschichtete Entladung in Wasserstoff;* von *E. Gehrcke.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Bei Gelegenheit einer gemeinschaftlich mit Hrn. Lummer begonnenen Untersuchung[1]) betreffend den Einfluß der Temperatur auf das Spektrum von Gasen ergab sich die Fragestellung, ob bei dem von uns angewandten Spektralrohr die Glaswände eine Wirkung auf das Leuchten und auf den Mechanismus der elektrischen Strömung ausüben, oder aber ob die Wände nur eine nebensächliche Rolle spielen und lediglich als Begrenzungen des Entladungsraumes dienen. Um dieser Frage näher zu kommen, wurde die folgende Untersuchung ausgeführt.

Zur Anstellung von Messungen erschien das Phänomen der geschichteten Entladung besonders geeignet, wie es sich z. B. in verdünntem Wasserstoff hervorragend schön darbietet. Es liegen bereits Beobachtungen über die Abhängigkeit der Schichtdistanz vom Gasdruck und von der Stromstärke vor[2]), das hier gestellte Problem wird aber in diesen Arbeiten nicht näher behandelt. — Es handelt sich darum, zu untersuchen, ob die Entfernung zweier Schichten, die im folgenden mit l bezeichnet werden möge, durch die Glaswand beeinflußt wird. Wenn die elektrische Strömung in Gasen ebenso erfolgen würde, wie in Metallen und Elektrolyten, so müßte die Glaswand ohne Einfluß sein. In diesem Falle würde bei einem beliebigen, als konstant vorauszusetzenden Druck in verschieden

1) O. Lummer u. E. Gehrcke, Zeitschr. f. Instrumentenk. **24**. p. 140. 1904 (Tätigkeitsber. der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt).

2) E. Goldstein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1881. p. 876—878; R. S. Willows, Proc. Cambridge Soc. **10**. p. 302 bis 316. 1900.

weiten Rohren 1, 2, 3 ... von den Querschnitten $q_1, q_2, q_3 \ldots$ bei den Stromstärken $i_1, i_2, i_3 \ldots$ *dieselbe* Schichtlänge l zustande kommen, sobald

$$\frac{i_1}{q_1} = \frac{i_2}{q_2} = \frac{i_3}{q_3} = \ldots = d,$$

d. h. sobald die Stromdichte d konstant ist. Wenn aber in verschiedenen Rohren bei gleicher Stromdichte d die Größe l *verschiedene* Werte annimmt, so ist daraus zu folgern, daß die begrenzende Oberfläche, also hier die Röhrenwandung, in individueller Weise auf den Vorgang der Strömung einwirkt.

§ 1. Nach einigen Vorversuchen wurde das in Fig. 1 dargestellte Geisslersche Rohr konstruiert, an dem alle Messungen ausgeführt wurden. Dasselbe enthält die Aluminium-

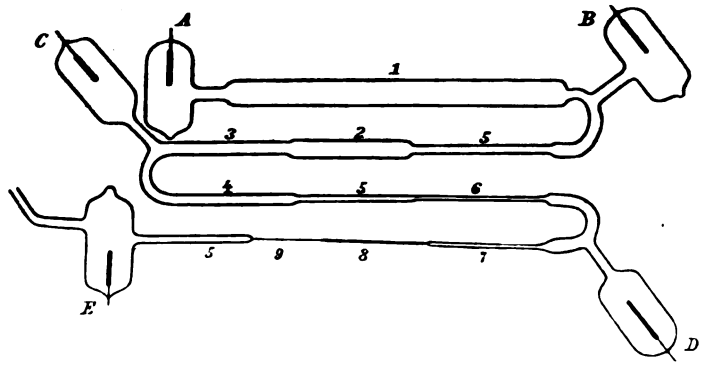


Fig. 1.

elektroden A, B, C, D, E und ist aus zylindrischen Rohren von neun verschiedenen Durchmessern zusammengeblasen. Die Durchmesser $2r$ betragen:

$2r_1 = 22{,}3$ mm	$2r_6 = 2{,}61$ mm
$2r_2 = 13{,}67$	$2r_7 = 1{,}776$
$2r_3 = 7{,}88$	$2r_8 = 1{,}046$
$2r_4 = 4{,}98$	$2r_9 = 0{,}789$
$2r_5 = 3{,}85$	

Das Rohr vom Durchmesser $2r_5$ ist, wie aus Fig. 1 ersichtlich, an drei verschiedenen Stellen und in verschiedenen

Längen eingefügt, um so einen Anhalt für die Genauigkeit der Messungen zu geben.

Als Gas wurde ausschließlich Wasserstoff benutzt, welcher elektrolytisch aus destilliertem Wasser, dem etwas Schwefelsäure zugesetzt war, entwickelt wurde. Die bei der Herstellung des Gases verwandte Stromstärke war stets so klein, daß sich kein Schwefelwasserstoff an der Kathode bemerkbar machte.[1])

In die Glasleitungen, welche zu dem Versuchsrohr hinführten, waren noch zwei Gefäße mit Phosphorsäureanhydrid und ein Rohr mit Ätzkalistücken eingesetzt; letzteres sollte durch zersetzten Fettdampf sich etwa entwickelnde Kohlensäure absorbieren. Von einer gründlichen Befreiung des Gases von Sauerstoff nach der Warburgschen Methode[2]) wurde Abstand genommen, da eine solche sich wegen der anderen, dauernd mit dem Versuchsrohr kommunizierenden Apparate doch nur äußerst schwer erreichen lassen dürfte. Im Spektroskop zeigte das Gas außer den (sehr hellen) Wasserstofflinien noch Quecksilberlinien und bei großen Stromdichten Natriumlinien. Ferner waren noch Kohlebanden, wenn auch sehr schwach, bei großen Stromdichten wahrnehmbar, obwohl die Reinigung des Versuchsrohres vor dem Gebrauch auf das sorgfältigste und mit verschiedenen Säuren und Alkalien erfolgt war. Vielleicht rühren die trotzdem auftretenden Spuren der Kohlebanden von Fettdampf her, der aus den Hähnen und Schliffen herandestilliert war, oder auch von CO_2 aus der Wasserhaut des Glases.[3])

Der Gasdruck wurde teils mittels gewöhnlichen Quecksilbermanometers, teils mittels McLeodschen Manometers gemessen. Es war hier weniger Wert darauf zu legen, die Größe des absoluten Gasdruckes genau zu messen, als vielmehr — besonders bei den höheren Verdünnungsgraden — geringe Änderungen des Druckes wahrzunehmen und deren

1) Vgl. E. Gehrcke, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 5. p. 263—266. 1903.

2) E. Warburg, Wied. Ann. 40. p. 1—17. 1890.

3) Vgl. F. Mehlhorn, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. 17. p. 123 bis 128. 1898.

Größe zu erkennen. — Eine Sprengelsche Quecksilberpumpe nach Kahlbaum diente zur Herstellung des erforderlichen Verdünnungsgrades. — Als Stromquelle wurde die große Hochspannungsbatterie der Reichsanstalt benutzt, welche von 5500 kleinen Flaschenakkumulatoren gebildet wird und eine Maximalspannung von ca. 11000 Volt liefert. Der positive Pol der Batterie lag dauernd an Erde. Die Stromstärke konnte mittels Hittorfscher Flüssigkeitswiderstände (Jodkadmium in Amylalkohol) variiert werden; es waren Einrichtungen getroffen, welche erlaubten, den Widerstand während des Stromdurchganges ohne Lebensgefahr zu regulieren. Die Messung der Stromstärke geschah durch ein Präzisionsampèremeter von Siemens & Halske; die kleinste, noch wahrnehmbare Stromstärke betrug 0,025 Milliamp. — Um sehr kleine Stromschwankungen zu erkennen, war noch ein Telephon in den Stromkreis eingeschaltet. Im folgenden sind nur solche Beobachtungen angeführt, in denen das Telephon kein Geräusch hören ließ; dies war übrigens erst dann vollständig erreicht, als die Elektroden durch starken Strom ausgeglüht und durch Schmelzen zusammengesickert waren.

Die Messung der Schichtlängen l geschah nicht direkt an dem leuchtenden Rohr, vielmehr wurde die Erscheinung photographiert und dann die photographischen Schichten ausgemessen. Bei kleinster Blende von 1 mm Öffnung wurde je nach der Helligkeit des Leuchtens 2—25 Sek. exponiert. Die Platten (Gloriaplatten von Dieskau, Charlottenburg) wurden mit Rodinal kräftig entwickelt. — Das Ausmessen der Platten geschah durch Abzählen der in jedem Rohrstück desselben Durchmessers $2r$ auftretenden Schichten und Messung des Abstandes der ersten und letzten Schicht. Da die so abgezählte Anzahl von Schichten je nach den Versuchsbedingungen sehr verschieden ausfiel (sie varriierte zwischen 2 und 110), so sind dementsprechend auch die Resultate nicht überall von gleicher Genauigkeit.

§ 2. In den folgenden Tabb. I—VIII sind die Resultate der Messungen enthalten. Jede Horizontale l enthält die aus einer photographischen Aufnahme gewonnenen Schichtlängen l, und zwar auf ihre natürliche Größe durch Multiplikation mit dem Reduktionsfaktor jeder Platte reduziert. Die Horizontal-

reihen d sind die zu jedem Durchmesser $2r$ gehörigen Stromdichten; i ist die Stromstärke.

Der Gasdruck p wurde vorher, nachher und, wenn möglich, auch während der Aufnahmen gemessen; er pflegte immer etwas zu schwanken. Die angegebenen Zahlen sind Mittelwerte, unter Beifügung der größten Abweichungen vor und nach dem Versuch. Diese Druckschwankungen sind der Hauptsache nach der Okklusion bez. der Abgabe von Gas durch die Elektroden zuzuschreiben; trotzdem selbstverständlich vor jeder Aufnahme der Strom erst einige Zeitlang durchgeleitet wurde, wollte es doch nicht gelingen, kleinere Abweichungen von der Konstanz, als unten angegeben, zu erlangen. Auf diese nicht zu beseitigende Inkonstanz sind auch die kleinen, mit der Zeit vor sich gehenden Änderungen der Größe l zu schieben. Die Tabb. I u. III enthalten Messungen, die bei demselben Strom, aber zeitlich getrennt, angestellt wurden. Man bekommt dadurch, wie auch aus den für den gleichen Durchmesser, aber an verschiedenen Stellen der Strombahn gleichzeitig gewonnenen Zahlen ein Bild für den Genauigkeitsbereich der Messungen.

In einigen Reihen der Tabellen finden sich mehrere Angaben der Größe l für ein und denselben Durchmesser $2r$. Solche mehrfachen Werte wurden besonders für das dreimal vorkommende Rohr 5 (Fig. 1) gewonnen; für andere Rohrdurchmesser war dies der Fall, wenn das Gas einen großen Widerstand darbot und die Spannung nicht mehr hinreichte, den ganzen, Schichtungen enthaltenden Gasweg zu überwinden (etwa von A bis E in Fig. 1). Dann wurden die zwischenliegenden Elektroden B, C, D benutzt und bei derselben Stromstärke mehrere Aufnahmen gemacht. — Die nicht mit in die Tabellen aufgenommenen Durchmesser $2r$ zeigten keine oder nicht mehr meßbare Schichtungen; das gleiche trifft für die Lücken zu.

Die Resultate sind der Übersicht wegen nach wachsendem Druck und Stromstärken geordnet. Bei den Messungen wurde diese Reihenfolge indessen nicht immer beachtet; die wirklich innegehaltene Reihenfolge geht aus den beigefügten Nummern der photographischen Platten hervor.

Tabelle I.

$p = 0{,}72 \pm 0{,}06$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1. 22,3	2. 13,67	3. 7,88	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	i (Milliamp.)
52	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	0,640	1,70	5,12	12,9	21,5	46,8	2,50
	l (mm)	19,8	8,46	4,76	3,88	3,32 3,28	2,73	
53	d	0,896	2,38	7,18	18,0	30,1	65,4	3,50
	l	20,7	7,88	4,91	4,01	3,37 3,43	2,91	
54	d	1,28	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	5,00
	l	19,72	6,83?	4,59	4,01	3,43 3,47	2,91	
60×	d	1,28	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	5,00
	l	20,8	10,7?	4,95	3,90	3,35 3,39	2,73	
56	d	1,90	5,11	15,4	38,7	64,5	141	7,50
	l	21,2	6,55	4,95	4,03	3,51 3,67	3,09	
58	d	3,82	8,85	26,6	67,0	111,8	243	13,0
	l	24,2	6,17	4,91	3,40	3,55 3,78	3,28	
59	d	5,12	13,5	41,0	103,0	172	—	20,0
	l	22,9	6,01	4,99	4,09	3,66 3,93	—	

Tabelle II.

$p = 1{,}14 \pm 0{,}03$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1. 22,3	2. 13,67	3. 7,88	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	i (Milliamp.)
38	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	0,448	1,19	3,59	8,95	14,9	32,5	1,75
	l (mm)	15,4	8,89	4,14	3,22	2,71 2,76 2,73	2,18	
39	d	0,576	1,53	4,61	11,6	19,4	42,1	2,25
	l	16,4	8,83	4,10	3,24	2,75 2,81 2,76	2,36	

Tabelle II (Fortsetzung).

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1. 22,3	2. 13,67	3. 7,88	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	i (Milliamp.)
40	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	0,896	2,38	7,17	18,0	30,1	65,4	3,50
	l (mm)	17,8	8,58	4,03	3,33	2,84 2,87 2,86	2,36	
42	d	1,28	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	5,00
	l	15,5	7,64	3,96	3,43	2,92 2,95	2,55	
43	d	1,60	4,26	12,8	32,2	53,8	117,0	6,25
	l	16,9	8,03	3,95	3,45	2,97 3,02	2,55	
44	d	1,92	5,11	15,4	38,65	64,5	141	7,50
	l	18,2	7,64	4,03	3,49	2,98 3,03	2,40	
46	d	—	8,72	26,25	66,0	110,1	240	12,8
	l	—	5,67	4,05	3,56	3,10 3,21	2,73	
47	d	—	13,3	40,0	100,5	168	—	19,5
	l	—	5,01	4,34	3,56	3,13 3,16	—	

Tabelle III.

$p = 1{,}80 \pm 0{,}04$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1. 22,3	2. 13,67	3. 7,88	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	i (Milliamp.)
26	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	—	—	0,512	1,29	2,15	4,68	0,25
	l (mm)	—	—	3,55	3,28	2,63 2,10	1,70	
21	d	—	0,544	1,64	4,12	6,88	—	0,80
	l	—	7,17	4,68	2,56	2,15 2,23	—	
22	d	—	0,647	1,95	4,90	8,16	—	0,95
	l	—	7,23	4,41	2,52	2,15 2,23	—	

Tabelle III (Fortsetzung).

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1.	2.	3.	4.	5.	6.	i (Milliamp.)
		22,3	13,67	7,88	4,98	3,85	2,61	
23	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^3}\right)$	0,320	0,851	2,56	6,44	10,75	—	1,25
	l (mm)	9,50	8,02	4,37	2,51	2,12 2,17	—	
24	d	0,384	1,022	3,07	7,73	12,9	—	1,50
	l	10,4	8,73	4,21	2,56	2,23 2,28	—	
25×	d	—	1,022	3,07	7,73	12,9	28,1	1,50
	l	—	8,58	4,67	2,78	2,15 2,40 2,49	1,71	
28	d	0,576	1,53	4,61	11,6	19,4	42,1	2,25
	l	12,5	8,52	4,18	2,65	2,16 2,26 2,21	1,83	
29	d	0,896	2,38	7,18	18,0	30,1	65,4	3,50
	l	12,3	8,36	3,89	2,60	2,34 2,37 2,26	1,89	
30	d	1,28	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	5,00
	l	15,7	8,42	3,87	2,67	2,33 2,44 2,55	1,96	
32	d	—	4,26	12,8	32,2	53,8	117,0	6,25
	l	—	8,11	3,61	2,73	2,39 2,53 2,45	2,06	
34	d	—	7,15	21,5	54,1	90,3	197	10,5
	l	—	6,93	3,19	2,83	2,48 2,59 2,70	2,12	
35	d	—	8,72	26,2	66,0	110,1	240	12,8
	l	—	6,76	3,14	2,91	2,57 2,57 2,76	2,18	
36	d	—	30,7	92,2	23,2	38,7	—	45,0
	l	—	4,69	3,52	3,27	2,93	—	

Tabelle IV.

$p = 2{,}046 \mp 0{,}001$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1. 22,3	2. 13,67	3. 7,88	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	i (Milliamp.)
68	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	0,467	1,24	3,74	9,41	15,7	34,2	1,83
	l (mm)	10,8	9,37	5,11	2,50	2,08 2,15 2,05	1,78	
69	d	0,576	1,53	4,61	11,6	19,4	42,1	2,25
	l	12,6	9,83	5,11	2,48	2,09 2,15 2,03	1,78	
70	d	0,896	2,38	7,18	18,0	30,1	65,4	3,50
	l	17,5	10,6	4,84	2,46	2,12 2,24 2,32	1,82	
71	d	1,28	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	5,00
	l	21,8	10,6	4,80	2,50	2,20 2,28 2,16	1,90	
72	d	1,60	4,26	12,8	32,2	53,8	117,0	6,25
	l	21,3	9,38	3,92	2,48	2,21 2,34 2,26	1,90	
73	d	—	5,11	15,4	38,7	64,5	141	7,50
	l	—	9,01	3,59	2,58	2,29 2,40 2,28	1,97	
74	d	—	7,15	21,5	54,1	90,3	197	10,5
	l	—	7,51	3,06	2,65	2,34 2,47 2,48	2,12	
75	d	—	8,82	26,5	6,67	111	242	12,9
	l	—	7,02	2,98	2,73	2,42 2,46 2,51	2,09	
76	d	—	10,35	31,1	78,3	130	—	15,2
	l	—	6,12	2,91	2,73	2,46 2,51 2,54	—	
78	d	—	17,2	51,9	13,1	218	—	25,4
	l	—	4,24	2,98	2,96	2,73 2,57	—	

Tabelle V.

$p = 3{,}35 \mp 0{,}03$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	2. 13,67	3. 7,88	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	7. 1,776	i (Milliamp.)
80/81	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	1,022	3,07	7,73	12,9	28,1	60,5	1,50
	l (mm)	6,50	4,48	2,69 2,67	1,78 1,78 1,67 1,44	1,34 1,35	1,09	
82/83	d	1,19	3,59	8,95	14,9	32,5	70,6	1,75
	l	6,88	4,51	2,59 2,53	1,71 1,71 1,70 1,59	1,35 1,34	1,09	
84/85	d	1,53	4,61	11,6	19,35	42,1	90,8	2,25
	l	7,51	4,43	2,27 2,24	1,65 1,70 1,67 1,62	1,40 1,40	1,15	
86	d	2,38	7,18	18,0	30,1	65,4	—	3,50
	l	8,43	4,13	2,01	1,66 1,73	1,49	—	
88	d	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	—	5,00
	l	8,03	3,59	2,16	1,75 1,77	1,57	—	
89	d	4,26	12,8	32,2	53,8	117,0	—	6,25
	l	7,81	3,36	1,97	1,74 1,78	1,59	—	
90	d	5,11	15,4	38,7	64,5	141	—	7,50
	l	7,64	3,19	1,99	1,81 1,87	1,65	—	
91	d	7,15	21,5	54,1	90,3	197	—	10,5
	l	7,26	2,91	2,06	1,88 1,96	1,71	—	
92	d	8,85	26,6	67,0	111,8	243	—	13,0
	l	6,50	2,56	2,09	1,91 2,00	1,75	—	
93	d	12,2	36,7	92,3	154	325	—	17,9
	l	5,76	2,39	2,21	2,03 2,12	1,80	—	

Tabelle VI.

$p = 6{,}5 \mp 0{,}1$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	7. 1,776	i (Milliamp.)
97	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	—	5,81	12,64	—	0,675
	l (mm)	—	1,86	1,44	—	
98	d	—	6,45	14,0	—	0,750
	l	—	1,91	1,42	—	
94	d	—	6,88	—	—	0,800
	l	—	2,22	—	—	
99	d	4,38	7,31	15,9	—	0,85
	l	2,32	2,02	1,45	—	
95	d	—	10,75	—	—	1,25
	l	—	2,55	—	—	
96	d	—	14,9	—	—	1,75
	l	—	2,69	—	—	
100	d	—	19,4	—	90,8	2,25
	l	—	1,76	—	0,87	
101	d	—	21,5	—	100,9	2,50
	l	—	1,61	—	1,01	

Tabelle VII.

$p = 10{,}0$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	5. 3,85	7. 1,776	8. 1,046	9. 0,789	i (Milliamp.)
102	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	10,75	50,5	146	—	1,25
	l (mm)	1,86	0,803	0,562	—	
104	d	15,14	70,7	204	358	1,75
	l	1,96	0,716	0,565	0,598	
105	d	17,2	80,7	233	409	2,00
	l	1,95	0,706	0,565	0,481	
106	d	19,4	90,8	262	460	2,25
	l	1,95	0,674	0,578	0,482	
107	d	30,1	141	407	716	3,50
	l	1,82	0,716	0,610	0,546	
108	d	43,0	202	582	—	5,00
	l	1,60	0,745	0,592	—	
109	d	64,5	303	873	—	7,50
	l	1,22	0,787	0,684	—	
110	d	86,0	404	—	—	10,0
	l	1,104	0,831	—	—	
111	d	172	807	—	—	20,0
	l	0,918	0,969	—	—	

Tabelle III (Fortsetzung).

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1.	2.	3.	4.	5.	6.	i (Milliamp.)
		22,3	13,67	7,88	4,98	3,85	2,61	
23	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	0,320	0,851	2,56	6,44	10,75	—	1,25
	l (mm)	9,50	8,02	4,37	2,51	2,12 2,17	—	
24	d	0,384	1,022	3,07	7,73	12,9	—	1,50
	l	10,4	8,73	4,21	2,56	2,23 2,28	—	
25×	d	—	1,022	3,07	7,73	12,9	28,1	1,50
	l	—	8,58	4,67	2,78	2,15 2,40 2,49	1,71	
28	d	0,576	1,53	4,61	11,6	19,4	42,1	2,25
	l	12,5	8,52	4,18	2,65	2,16 2,26 2,21	1,83	
29	d	0,896	2,38	7,18	18,0	30,1	65,4	3,50
	l	12,3	8,36	3,89	2,60	2,34 2,37 2,26	1,89	
30	d	1,28	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	5,00
	l	15,7	8,42	3,87	2,67	2,33 2,44 2,55	1,96	
32	d	—	4,26	12,8	32,2	53,8	117,0	6,25
	l	—	8,11	3,61	2,73	2,39 2,53 2,45	2,06	
34	d	—	7,15	21,5	54,1	90,3	197	10,5
	l	—	6,93	3,19	2,83	2,48 2,59 2,70	2,12	
35	d	—	8,72	26,2	66,0	110,1	240	12,8
	l	—	6,76	3,14	2,91	2,57 2,57 2,76	2,18	
36	d	—	30,7	92,2	23,2	38,7	—	45,0
	l	—	4,69	3,52	3,27	2,93	—	

Tabelle IV.

$p = 2{,}046 \mp 0{,}001$ mm.

Platten-Nr.	$2r$ (mm)	1. 22,3	2. 13,67	3. 7,88	4. 4,98	5. 3,85	6. 2,61	i (Milliamp.)
68	$d\left(\frac{\text{Milliamp.}}{\text{cm}^2}\right)$	0,467	1,24	3,74	9,41	15,7	34,2	1,88
						2,08		
	l (mm)	10,8	9,37	5,11	2,50	2,15	1,78	
						2,05		
69	d	0,576	1,53	4,61	11,6	19,4	42,1	2,25
						2,09		
	l	12,6	9,33	5,11	2,48	2,15	1,78	
						2,08		
70	d	0,896	2,38	7,18	18,0	30,1	65,4	3,50
						2,12		
	l	17,5	10,6	4,84	2,46	2,24	1,82	
						2,32		
71	d	1,28	3,41	10,25	25,8	43,0	93,6	5,00
						2,20		
	l	21,8	10,6	4,80	2,50	2,28	1,90	
						2,16		
72	d	1,60	4,26	12,8	32,2	53,8	117,0	6,25
						2,21		
	l	21,3	9,38	3,92	2,48	2,34	1,90	
						2,26		
73	d	—	5,11	15,4	38,7	64,5	141	7,50
						2,29		
	l	—	9,01	3,59	2,58	2,40	1,97	
						2,28		
74	d	—	7,15	21,5	54,1	90,3	197	10,5
						2,34		
	l	—	7,51	3,06	2,65	2,47	2,12	
						2,43		
75	d	—	8,82	26,5	6,67	111	242	12,9
						2,42		
	l	—	7,02	2,98	2,78	2,46	2,09	
						2,51		
76	d	—	10,35	31,1	78,3	130	—	15,2
						2,46		
	l	—	6,12	2,91	2,73	2,51	—	
						2,54		
78	d	—	17,2	51,9	13,1	218	—	25,4
						2,73		
	l	—	4,24	2,98	2,96	2,57	—	

$2r$ = konst., geben also die Abhängigkeit der Schichtlänge l von der Stromdichte d für denselben Rohrdurchmesser wieder

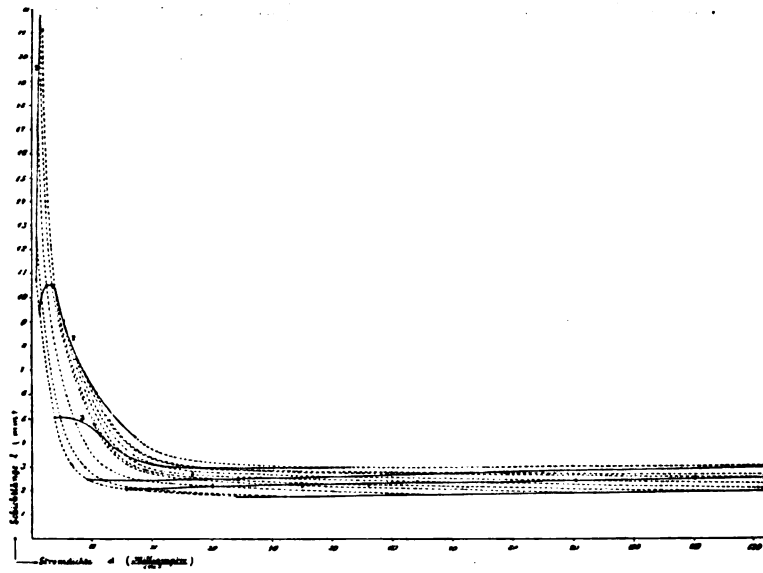


Fig. 5 (Tabelle IV).

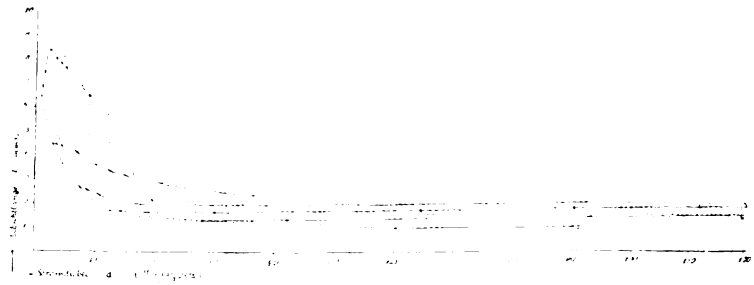


Fig. 6 (Tabelle V).

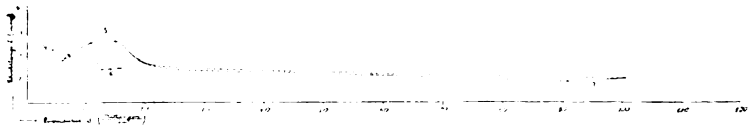


Fig. 7 (Tabelle VI).

(seine Nummer ist in den Figuren verzeichnet). Die beobachteten Punkte der Tabellen sind im allgemeinen als Punkte,

nur dort als Kreuze eingetragen, wo auch in den Tabellen ein solches × der betreffenden Plattennummer beigefügt ist.

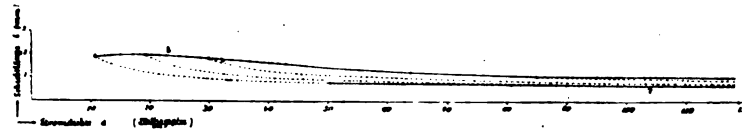


Fig. 8 (Tabelle VII).

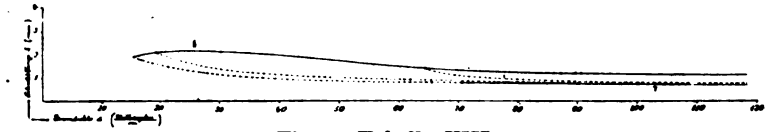


Fig. 9 (Tabelle VIII).

(Dies ist dann der Fall, wenn eine Messung bei derselben Stromstärke wiederholt wurde. Vgl. p. 514 u. 516.)

§ 4. Aus obigen Tabellen und Kurven geht unzweideutig hervor, daß die Schichtlänge l nicht allein von der Stromdichte d abhängt; wäre dies der Fall, so müßten sich alle Punkte einer der Tabb. I—VIII in eine einzige Linie eintragen lassen, mit anderen Worten, es müßten die Kurvenscharen jeder einzelnen der Figg. 2—9 in *eine* Kurve zusammenfallen. Demnach schließen wir, daß die Glaswand keine nebensächliche Rolle spielt, sondern einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf die Schichtungen ausübt.

Ferner ist ersichtlich, daß der Typus jeder der beiden Kurvenscharen der Figg. 2—9 ein ganz bestimmter und für Kurven ein und derselben Schar gleichartiger ist. Die (punktierten) Kurven i = konst. ähneln Hyperbeln, die (durchgezogenen) Kurven $2r$ = konst. sind komplizierter gestaltet und besitzen ein Maximum und ein Minimum. — Ein Stück der letzteren ist bereits von Willows l. c. beobachtet worden. — Außerdem ersieht man, wie das System der Kurven sich mit dem Druck verändert. Leider vermochte ich für keine der beiden Kurvenscharen eine einfache Formel zu finden, die die Beobachtungen mit genügender Annäherung zu berechnen erlauben würde.

Man könnte natürlich das in § 3 angegebene Zahlenmaterial zum Teil auch zur Darstellung der Veränderlichkeit von l mit dem Druck p (bei konstanter Stromdichte) verwerten.

Indessen mag hiervon Abstand genommen werden, da hinsichtlich des Effektes der Glaswand sich nichts Neues daraus ergibt. — Übrigens stimmt die Form der Kurven (p, l) mit den von Willows l. c. erhaltenen überein; besonders gilt dies hinsichtlich des bei kleinen Drucken auftretenden Maximums und Minimums.[1])

§ 5. Nach obigen Resultaten ist zu erwarten, daß der Einfluß der Gefäßwand auf die Schichtung sich auch auf direkterem Wege sichtbar machen läßt. Besonders wird man zu der Folgerung gedrängt, daß eine künstliche Veränderung der Glaswand auch die Schichtungen in merklicher Weise verändern dürfte. Um diese Konsequenz zu prüfen, wurden mit Entladungsrohren von folgender Form (Fig. 10) einige Versuche angestellt:

A und B sind zwei senkrecht zur Ebene der Zeichnung gerichtete Elektroden aus Aluminiumdraht, welche ähnlich wie in Fig. 1 in weiteren Gefäßen sitzen, an die ein engeres Glasrohr angesetzt ist. Das U-förmige Verbindungsrohr zwischen Anode und Kathode hat in seinen geraden Teilen 1 und 2 einen Durchmesser $2r = 13{,}7$ mm.

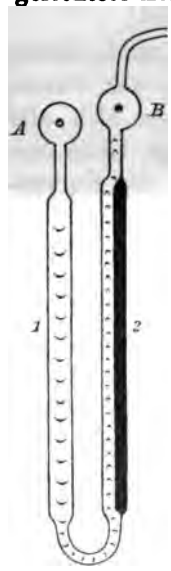


Fig. 10.

a) Rohr 2 wurde auf der ganzen Innenfläche (natürlich vor dem Zusammenblasen des Ganzen) durchsichtig versilbert, während Rohr 1 blank blieb. Trotzdem sonach in den beiden Rohren 1 und 2 die Gefäßwand einen sehr verschiedenen Anblick darbot, zeigten die in ihnen auftretenden Schichtungen doch keinerlei Unterschied. Die anfangs beobachteten Unterschiede verschwanden, als alle Feuchtigkeit aus dem Rohr abgezogen war.

b) Rohr 2 wurde zur Hälfte seiner Innenfläche, wie in Fig. 10 angedeutet, undurchsichtig versilbert, so daß jetzt die andere Hälfte, wie auch das ganze Rohr 1, blank blieb. Nun bestand die Hälfte der Wand von Rohr 2 aus einem gut zusammenhängenden Metallbelag und in der Tat trat jetzt ein

1) Vgl. indes hiermit J. Stark, Die Elektrizität in Gasen p. 147. Leipzig 1902.

beträchtlicher Unterschied der Schichtlängen l in 1 und 2 auf. Bei einem Druck von 1 mm fand sich z. B.

$$l_1 = 13{,}1 \text{ mm},$$
$$l_2 = 8{,}7 \text{ mm}.$$

Ferner machten die Schichten des Rohres 1 den Eindruck, als würden sie von dem Silberbelag der Wand abgestoßen und an die blanke Glasoberfläche gedrängt. Eine Erklärung hierfür wird man sich auf Grund der in den folgenden Paragraphen auseinandergesetzten Anschauungen leicht bilden können.

Bei längerem Durchgang der Entladung zerstäubte der Silberbelag und bildete dann auch auf der vorher blanken Hälfte von 2 einen Spiegel. Die Schichtlänge l_2 wurde dann größer und näherte sich derjenigen in Rohr 1.

c) Rohr 2 wurde auf seiner ganzen Innenfläche mit Phosphorsäureanhydrid bestäubt und dieses durch Einleiten von Feuchtigkeit in einen vollkommen durchsichtigen, die Wand bedeckenden Überzug verwandelt; Rohr 1 blieb wieder blank.

Auch hier war die Schichtlänge l in Rohr 2 kleiner als in Rohr 1. Es wurde z. B. gemessen:

$$l_1 = 17{,}2 \text{ mm},$$
$$l_2 = 7{,}1 \text{ „ bei ca. 1,5 mm Druck.}$$

Nach einiger Zeit wurden auch hier die Unterschiede zwischen l_1 und l_2 geringer, wobei der Wandbelag sich aus einem kontinuierlichen Überzug in einzelne Tropfen auslöste.

§ 6. Durch das Resultat dieser Untersuchung, welche einen deutlichen Einfluß der Glaswand auf die Erscheinung der Schichten nachweist, scheint die Vermutung eine Stütze zu finden, welche mich zur Inangriffnahme dieser Arbeit bewogen hat. Diese Vermutung bestand darin, daß die Glaswand des Entladungsgefäßes nicht nur eine beeinflussende, sondern eine wesentliche Rolle spielt, und daß durch das Vorhandensein der Glaswand die Bildung von Schichten begünstigt, ja unter Umständen geradezu veranlaßt sein kann.

Goldstein[1]) hat gezeigt, daß alle Teile des sogenannten positiven Lichtes, insbesondere auch die Schichtungen, nichts

1) E. Goldstein, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1876. p. 279; Wied. Ann. 11. p. 832—856. 1880.

anderes sind, als Wiederholungen des die Kathode umgebenden Lichtmantels. Jede einzelne Schicht bildet sonach ein kathodisches Lichtgebilde, wie es durch eine nach der konvexen Seite der Schicht hin gelegene Kathode erzeugt werden würde. Daß die Farbe der Schichten gewöhnlich (sehr auffällig z. B. in Stickstoff) eine andere ist, als diejenige der die Kathode umgebenden Lichthülle, steht hiermit in keinem Widerspruch, da das negative Glimmlicht je nach dem Potential der Kathode die verschiedensten Färbungen besitzt[1]); es muß nur angenommen werden, daß die Schichten von Kathoden erzeugt werden, welche gegen ihre Umgebung ein geringeres Potential als die eigentliche Kathode des betreffenden Geisslerschen Rohres besitzen.

Beachtet man diese Tatsachen, so gelangt man fast von selbst und ohne Zwang zu der Ansicht, daß die hypothetischen Kathoden geringeren Potentials, von denen die Schichtbildung herrühren *könnte*, auch *wirklich* existieren, und zwar z. B. in Form von ringförmigen, negativ geladenen Teilen der Gefäßwand. Diese Hypothese bedarf, wie weiter unten auseinandergesetzt werden soll, noch einer Ergänzung, aber es möge zunächst an der eben gegebenen Fassung festgehalten werden. Vor allem muß erklärt werden, wie die auf der Gefäßwand angenommenen Ladungen dorthin gelangen und bestehen bleiben können. Wie bekannt, erzeugt jede Kathode in ihrer Umgebung einen an negativen Elektronen armen Raum geringen Leitvermögens (in der Ausdrucksweise von G. C. Schmidt[2]) den „Verarmungsbereich"), welcher nach Wehnelt[3]) freie, positive Elektrizität enthält. Man kann sich von diesen Erscheinungen folgendes anschauliche Bild machen[4]): Unter dem Einfluß des vor der Kathode herrschenden elektrischen Feldes werden negative Elektronen von den Gasteilchen abgerissen und mit bedeutender Geschwindigkeit als Kathoden-

1) E. Goldstein, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. **4.** p. 204 bis 211. 1902.

2) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. **12.** p. 622–652. 1903.

3) A. Wehnelt, Physik. Zeitschr. **3.** p. 501—503. 1902.

4) Vgl. hiermit die den obigen sehr ähnlichen Anschauungen von J. J. Thomson, Conduction of Electricity through Gases, p. 481 ff. Cambridge 1903.

strahlen fortgeschleudert, während die übrig bleibenden positiven Bestandteile der Gasmoleküle nach der Kathode hin (als Kanalstrahlen?) wandern. — Es ergibt sich hieraus die Folgerung, daß die Glaswände durch die von der Kathode kommenden Kathodenstrahlen negativ aufgeladen werden. Weiter folgt, daß wegen des Sinkens der Potentialdifferenz zwischen Kathode und Wand in kurzer Zeit jeder Elektrizitätstransport aufhören müßte, wenn nicht an den Stellen, wo keine Glaswand ist (also z. B. in Fig. 1 dort, wo sich die Ansatzstelle eines zur Anode führenden zylindrischen Rohres befindet), ein wenn auch nur geringes Potentialgefälle im Gase entstehen, also *eine neue, die Elektrizität weiter schaffende, sekundäre Kathode zur Ausbildung kommen würde.* Diese sekundäre Kathode, welche sich durch Bildung eines dunklen Raumes sogleich von den entfernter liegenden Teilen der Glaswand abtrennt, erzeugt sonach die erste Schicht. Man kann weiter annehmen, daß die so gebildete, sichtbare Schicht der Hauptsache nach seine Leuchtenergie der Absorption von Kathodenstrahlen, und zwar solchen von geringer Geschwindigkeit, verdankt. Wenn nun ein Teil dieser letzteren auf entfernter liegende Partien der Glaswand auftrifft, so kann dort eine zweite, ringförmige Kathode entstehen etc.[1]) So würde begreiflich erscheinen, daß sich im stationären Zustand eine Kette von Kathoden mit dunklen Zwischenräumen und leuchtenden Gebilden entwickelt, deren Potentiale eine arithmetische Reihe bilden und deren jede so viel (negative) Elektrizität an die folgende weitergibt, als sie selbst von der vorhergehenden empfangen hat.

Durch diese Hypothese dürften die oben mitgeteilten Beobachtungen eine Deutung finden können. Es läßt sich aber noch eine Reihe anderer Eigenschaften der Schichten erklären oder mindestens dem Verständnis näher bringen. Hierzu gehört z. B. die Tatsache, daß die Schichten ihrem Aussehen und ihrer Distanz l nach unabhängig sind von der Länge des (zylindrisch vorausgesetzten) Entladungsrohres; ferner daß die mitunter zu beobachtende allmähliche Bildung von Schichtungen nicht von der Anode ausgeht, sondern vielmehr in der Richtung

1) Den Vorgang bei der Ausbildung dieser hypothetischen, sekundären Kathoden und die Ursachen ihres periodischen Auftretens genauer zu untersuchen, bildet ein Thema weiterer Arbeiten.

auf diese hin erfolgt. Es mag weiter erwähnt werden, daß erst dann Schichtbildung einzutreten pflegt, wenn der positive Glimmstrom nahe an die Glaswand herankommt und diese zu berühren scheint, und endlich, daß die Schichtbildung zerstört wird, wenn kräftige Kathodenstrahlen in ein Schichten enthaltendes Rohr hineinfallen.[1]) Aus diesem letzteren Grunde ist in den in Figg. 1 und 10 abgebildeten Rohren das Gefäß jeder Elektrode erst an ein engeres Rohr angeblasen.

§ 7. Obgleich durch die in § 6 entwickelte Hypothese der Wand des Entladungsgefäßes eine wesentliche Rolle bei der Bildung der Schichten zuerteilt wird, so darf deswegen keineswegs zu weit gegangen werden, und etwa jetzt in allen Fällen, wo Schichten auftreten, eine geladene Glaswand oder ein *fester* Körper, als sekundäre Kathode wirkend, angenommen werden. Es besteht theoretisch durchaus die Möglichkeit, daß auch bei Abwesenheit jeglicher fester Körper Schichtenbildung stattfinden kann. Denn derselbe Effekt, welcher nach dem obigen durch die Gefäßwand zustande kommt, kann auch von Partien *des Gases selbst* erzielt werden, sofern diese nämlich freie Ladungen enthalten. Für die Entstehung von Gaswolken, welche mit freier negativer Elektrizität geladen sind, liegt nun aber oft Veranlassung vor, und zwar immer dann, wenn das Gas Kathodenstrahlen absorbiert, sei es wegen beträchtlicher Dichte des Gases, sei es wegen geringer Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen. In der Tat sind von Stuchtey[2]) in Wasserstoff von Atmosphärendruck Schichten beobachtet worden, und zwar waren hierbei die Gefäßwände in so großer Entfernung von der leuchtenden Entladung, daß sie kaum als Veranlassung für die Schichtbildung verantwortlich gemacht werden dürften. Selbst bei Funkenentladung in Luft bilden sich unter Umständen Schichtungen[3]), ferner am Lichtbogen etc. Aber auch in diesen Fällen wird man die spontane Bildung von sekundären Kathoden infolge der Absorption von Kathodenstrahlen als Ursache der Schichten ansehen können; jedenfalls scheint

1) Diese Erscheinung entspricht der von G. C. Schmidt, l. c. p. 648 § 9 mitgeteilten Tatsache, daß der dunkle Kathodenraum durch einfallende Kathodenstrahlen verkleinert, bezw. vernichtet wird.

2) C. Stuchtey, Physik. Zeitschr. **4.** p. 871. 1904.

3) M. Töpler, Wied. Ann. **63.** p. 109. 1897.

mir durch diese Hypothese eine Möglichkeit gegeben, die fast unendliche Mannigfaltigkeit von Lichtgebilden in stromdurchflossenen Gasen unter einem allgemeinen Gesichtspunkt einheitlich zu betrachten.

Auch die in meinen oben mitgeteilten Versuchen beobachteten Schichten stammen wahrscheinlich teilweise von gasförmigen Kathoden her. Besonders mag dies für große Stromdichten zutreffen, wo die Schichtlänge l mit der Stromstärke nahezu geradlinig zunimmt; in den Fig. 2—9 nähern sich dementsprechend die verschiedenen Kurven einander bei hohen Stromdichten. Auch das Aussehen der Schichten spricht hierfür, da diese bei geringen Stromdichten eine tellerartige Form haben und sich der Glaswand anschmiegen, während sie nahezu senkrecht auf der Rohrachse stehen, wenn die Stromdichte groß ist. Daß aber die Glaswand nichtsdestoweniger von nicht zu vernachlässigendem Einfluß ist, scheint mir auch aus einer Arbeit von O. Lehmann[1]) hervorzugehen, in der die Entladungserscheinungen in sehr weiten Gefäßen untersucht werden. Auf p. 2 seiner Arbeit sagt Lehmann: „Die normale Entladungsart, welche stets erhalten wurde, auch wenn die Stromstärke von dem minimalen Wert bis zum Umschlagen der Entladung in Lichtbogenentladung vergrößert wurde, war die Glimmentladung, charakterisiert durch das völlige Fehlen der sogenannten positiven Lichtsäule.“ Es darf auch wohl kaum einem Zufall zugeschrieben werden, daß unter den verschiedenartigsten Versuchsbedingungen immer nur dann ein den Schichten ähnelndes Lichtgebilde von Lehmann beobachtet wurde, wenn sich ein fester Körper oder eine Glaswand in der Nähe der Strombahn befand. (Vgl. die Figurentafel bei Lehmann l. c.).

§ 8. Man könnte sich veranlaßt sehen, auf Grund der entwickelten Anschauungen eine mathematische Theorie der Schichtenbildung in zylindrischen Rohren aufzustellen, zumal über eine der hauptsächlich hier in Rechnung zu setzenden Größen, nämlich die Absorptionskoeffizienten der Kathodenstrahlen in Gasen, bereits sichere Bestimmungen vorliegen.[2])

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. 7. 1—28. 1902.
2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 12. 714—744. 1903.

Aber es ist zu bedenken, daß eine solche Theorie so lange eine prinzipielle Lücke aufweisen wird, als unsere Kenntnisse über das Verhalten der positiven Ionen und der Kanalstrahlen nicht vollständigere geworden sind, und ferner, daß die hier stattfindenden Vorgänge durch die Erscheinung der Sekundärstrahlen[1]) außerordentlich kompliziert werden.

Charlottenburg, Physikalisch-Technische Reichsanstalt, April 1904.

1) P. Lenard, l. c. p. 449—490.

(Eingegangen 10. August 1904.)

4. *Über die elektromagnetische Energie der Elektronenbewegung;* *von Emil Kohl.*

Die folgenden Entwickelungen schließen sich bezüglich der darin vorkommenden Formeln an frühere Arbeiten des Verfassers[1]) über das elektromagnetische Feld bewegter elektrischer Massen und speziell der Elektronen an, wenn diese nach der Hypothese von Abraham[2]) als starre kugelförmige Oberflächen- bez. Körperladungen aufgefaßt werden. Es wurde gezeigt, daß unter gewissen beschränkenden Annahmen, wovon die wichtigste in der Zugrundelegung einer rein fortschreitenden Bewegung besteht, die Bewegungsgleichungen des Elektrons eine besonders einfache Gestalt annehmen und auf die in der Elektronentheorie gewöhnlich angewendeten Formeln führen. Die allgemeinere Bewegungsform wurde mehrfach untersucht, so von Herglotz[3]), Sommerfeld[4]) und vor allem von Schwarzschild[5]), welcher zuerst die Schraubenbewegung des Elektrons im kraftfreien Felde nachgewiesen hat. Es läßt sich nun zeigen, daß sich für die elektromagnetische Energie eines in beliebiger Bewegung begriffenen Elektrons ein verhältnismäßig einfacher Ausdruck ergibt, welcher einen Aufschluß über die Frage liefert, in welchem Verhältnisse die fortschreitende und die drehende Bewegung eines Elektrons in einem gegebenen Felde steht.

Es möge im folgenden bezeichnet werden: Mit P, Q, R die elektrischen Kraftkomponenten, mit α, β, γ die magnetischen Kraftkomponenten, mit $\mathfrak{V}$ die Lichtgeschwindigkeit, mit c_σ, c_x, c_y, c_z die Bahngeschwindigkeit des elektrischen

1) E. Kohl, Ann. d. Phys. **11.** p. 515—528. 1903; **12.** p. 842—848. 1903; **13.** p. 770—790. 1904; Boltzmann-Festschrift, p. 678—686. 1904.

2) M. Abraham, Physik. Zeitschr. 5. Jahrg. Nr. 18. p. 576—579 (p. 577, F, G).

3) G. Herglotz, Gött. Nachr. 1903. p. 357—382.

4) A. Sommerfeld, Gött. Nachr. 1904. p. 99—130.

5) K. Schwarzschild, Gött. Nachr. 1903. p. 245—278.

Teilchens und ihre Komponenten, mit k_ν die Quotienten $c_\nu/\mathfrak{B}$, mit σ die elektrische Massendichte, mit e die Elektrizitätsmenge im elektrostatischen Maße gemessen, mit a der Halbmesser des Elektrons, mit φ der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung eines Punktes (x, y, z) und der Entfernung

$$\varrho = \sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}$$

desselben von einem zweiten Punkte (x_0, y_0, z_0), mit

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

der Abstand des Punktes vom Mittelpunkte des Elektrons; ferner bedeute $\partial./\partial t$ eine Differentiation nach der Zeit bei festliegenden Koordinaten $(x_0, y_0\ z_0)$, hingegen $d./dt$ eine Differentiation, wenn dieser Punkt dem Elektron angehört und mit ihm sich bewegt. Dann gelten folgende Beziehungen:

(I) $$\frac{1}{\mathfrak{B}}\frac{\partial P}{\partial t} + 4\pi\sigma k_{x_0} = \frac{\partial \beta}{\partial x_0} - \frac{\partial \gamma}{\partial y_0} \text{ etc.},$$

(II) $$\frac{1}{\mathfrak{B}}\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial R}{\partial y_0} - \frac{\partial Q}{\partial x_0} \text{ etc.};$$

(III) $$\begin{cases} P = -\dfrac{\partial U}{\partial x_0} - \dfrac{1}{\mathfrak{B}}\dfrac{\partial F}{\partial t} = -\dfrac{\partial U}{\partial x_0} - \dfrac{1}{\mathfrak{B}}\dfrac{dF}{dt} \\ \qquad + \left[\dfrac{\partial F}{\partial x_0}k_{x_0} + \dfrac{\partial F}{\partial y_0}k_{y_0} + \dfrac{\partial F}{\partial x_0}k_{x_0}\right] \text{ etc.}; \end{cases}$$

(IV) $$\alpha = \frac{\partial G}{\partial x_0} - \frac{\partial H}{\partial y_0} \text{ etc.};$$

(V) $$\frac{\partial F}{\partial x_0} + \frac{\partial G}{\partial y_0} + \frac{\partial H}{\partial x_0} = -\frac{1}{\mathfrak{B}}\frac{\partial U}{\partial t};$$

(VI) $$\begin{cases} \Delta U - \dfrac{1}{\mathfrak{B}^2}\dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -4\pi\sigma, \\ \Delta F - \dfrac{1}{\mathfrak{B}^2}\dfrac{\partial^2 F}{\partial t^2} = -4\pi\sigma k_{x_0} \text{ etc.}; \end{cases}$$

(VII) $$-\frac{1}{\mathfrak{B}}\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_0}(\sigma k_{x_0}) + \frac{\partial}{\partial y_0}(\sigma k_{y_0}) + \frac{\partial}{\partial x_0}(\sigma k_{x_0}).$$

Setzt man weiter voraus, daß die Geschwindigkeitsänderungen stets so klein bleiben, daß die Produkte

$$\frac{1}{\varkappa + 1!}\frac{d^\varkappa c_\nu}{dt^\varkappa}\left(\frac{a}{\mathfrak{B}}\right)^\varkappa_{(\varkappa = 1, 2 \ldots)} \text{ gegen } c_\nu$$

selbst vernachlässigt werden können und daß $1/1 - k_\sigma$ nicht überaus große Werte annimt, so ist

$$\text{(VIII)}\quad \left\{\begin{aligned} U, F, G, H &= \int \frac{(\sigma, \sigma k_x, \sigma k_y, \sigma k_z)\, d\tau}{\varrho \sqrt{1 - k_\sigma^2 \sin^2 \varphi}} \\ &= \int \frac{(\sigma, \sigma k_x, \sigma k_y, \sigma k_z)\, d\tau}{\sqrt{\varrho^2 (1 - k_\sigma^2) + ([x_0 - x] k_x + [y_0 - y] k_y + [z_0 - z] k_z)^2}} \\ &= \int \frac{(\sigma, \sigma k_x, \sigma k_y, \sigma k_z)\, d\tau}{\sqrt{\varrho^2 + [(x_0 - x) k_y - (y_0 - y) k_x]^2 + [(x_0 - x) k_z - (z_0 - z) k_x]^2 + [(y_0 - y) k_z - (z_0 - z) k_y]^2}}. \end{aligned}\right.$$

Für die Zunahme dE/dt der Gesamtenergie des Elektrons hat man

$$\text{(IX)}\qquad \frac{dE}{dt} = -\int \sigma [P c_x + Q c_y + R c_z]\, d\tau.$$

Endlich sollen die Komponenten X, Y, Z der auf jedes beliebig kleine Massenteilchen $\sigma\, d\tau$ des Elektrons wirkenden äußeren Kräfte die Gestalt besitzen:

$$\text{(X)}\qquad X = P + \beta k_z - \gamma k_y \text{ etc.}$$

und es soll das Prinzip der gleichen Wirkung und Gegenwirkung gelten, wonach die äußeren Feldkräfte gleich den inneren Feldkräften des Elektrons sind.

Aus (IX) und (III) folgt nun für die Energie:

$$\text{(1)}\quad \left\{\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \mathfrak{B} \int \left[\frac{\partial U}{\partial x_0} \sigma k_{x_0} + \frac{\partial U}{\partial y_0} \sigma k_{y_0} + \frac{\partial U}{\partial z_0} \sigma k_{z_0}\right] d\tau_0 \\ &\qquad + \int \sigma k_{x_0} \frac{dF}{dt}\, d\tau_0 + \ldots \\ &\quad - \mathfrak{B} \int \left[\frac{\partial F}{\partial x_0} \sigma k_{x_0} k_{x_0} + \frac{\partial F}{\partial y_0} \sigma k_{y_0} k_{x_0} \right. \\ &\qquad \left. + \frac{\partial F}{\partial z_0} \sigma k_{z_0} k_{x_0} + \ldots\right] d\tau_0. \end{aligned}\right.$$

Man integriere partiell unter Anwendung des Kontinuitätsprinzipes, nach welchem wegen der überall bestehenden Stetigkeit der auftretenden Funktionen die Oberflächenintegrale verschwinden. Ferner beachte man die Beziehungen (VII), sowie daß

$$\frac{dk_{x_0}}{dt} = \mathfrak{B}\left[\frac{\partial k_{x_0}}{\partial x_0} k_{x_0} + \frac{\partial k_{x_0}}{\partial y_0} k_{y_0} + \frac{\partial k_{x_0}}{\partial z_0} k_{z_0}\right] \text{ etc.}$$

ist, da $\partial k_{x_0}/\partial t \ldots$ nach ihrer Definition Null sind; man erhält dann in etwas geänderter Anordnung

$$\text{(2)}\quad \left\{\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt} \int [F \sigma k_{x_0} + G \sigma k_{y_0} + H \sigma k_{z_0}]\, d\tau_0 \\ &\quad - \int [F \sigma k_{x_0} + G \sigma k_{y_0} + H \sigma k_{z_0}] \frac{\partial \sigma}{\partial t}\, d\tau_0 + \int U \frac{\partial \sigma}{\partial t}\, d\tau_0. \end{aligned}\right.$$

Führt man für F, G, H ihre Werte aus (VIII) ein, so läßt sich (2) auch in der Form

$$(2') \quad \begin{cases} \dfrac{dE}{dt} = \dfrac{d}{dt}\dfrac{1}{2}\displaystyle\int\int \frac{\sigma k_x \sigma k_{x_0} + \sigma k_y \sigma k_{y_0} + \sigma k_z \sigma k_{z_0}}{\varrho\sqrt{1-k_\sigma^2 \sin^2\varphi}}\, d\tau\, d\tau_0 \\ -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int\int \frac{\sigma k_x k_{x_0} + \sigma k_y k_{y_0} + \sigma k_z k_{z_0}}{\varrho\sqrt{1-k_\sigma^2 \sin^2\varphi}} \frac{\partial\sigma}{\partial t}\, d\tau_0 + \int U \frac{\partial\sigma}{\partial t}\, d\tau_0 \end{cases}$$

schreiben. Die Änderung der Energie besteht also aus drei Teilen, wovon der erste als Änderung des retardierten Arbeitspotentiales der Konvektionsströme des Elektrons bezeichnet werden kann. Bezüglich des zweiten Teiles ist zu bemerken, daß $\partial\sigma/\partial t$ im Raume und im Innern des Elektrons überall verschwindet; wenn dasselbe aber eine fortschreitende Bewegung besitzt, so ändert sich σ an den Grenzen um seinen eigenen Betrag. Für diese Grenzen läßt sich der Wert $\partial\sigma/\partial t$ leicht angeben; man denke sich den Mittelpunkt des Elektrons während des Zeitteilchens Δt um $c_p \Delta t = c_p \Delta x_0$ verschoben, wo c_p die Geschwindigkeit des Mittelpunktes bedeutet; dann ist leicht zu übersehen, daß

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t}\, d\tau_0 = \lim \pm \frac{\sigma}{\Delta t}\, \Delta x_0\, \Delta y_0\, \Delta z_0 = \pm\, \sigma c_p\, dy\, dz$$

wird, wobei sich das Zeichen $\pm$ auf die vordere, bez. hintere Hälfte der Kugelfläche bezieht. Der zweite Teil stellt also den Abfluß an retardiertem Arbeitspotential der Konvektionsströme durch die Oberfläche des Elektrons während der Bewegung dar. Der dritte Teil endlich liefert den Zufluß an retardiertem elektrostatischen Selbstpotential der elektrischen Massen des Elektrons.

Damit nun im kraftfreien Raume schließlich ein stationärer Bewegungszustand vorhanden sei, muß vor allem $dE/dt = 0$ sein; ferner müssen die Gesamtkräfte

$$\int X\sigma\, d\tau_0, \quad \int Y\sigma\, d\tau_0, \quad \int Z\sigma\, d\tau_0$$

jede für sich Null werden, da sonst der Mittelpunkt des Elektrons eine Beschleunigung erfahren würde; endlich kommt noch die Bedingung hinzu, daß auch die Drehmomente

$$\int (Yz_0 - Zy_0)\sigma\, d\tau_0, \quad \int (Zx_0 - Xz_0)\sigma\, d\tau_0, \quad \int (Xy_0 - Yx_0)\sigma\, d\tau_0$$

um die Achsen für sich verschwinden. Wendet man das Prinzip der gleichen Wirkung und Gegenwirkung an und setzt für X, Y, Z ihre Werte aus (X) ein, so erhält man außer der Gleichung $(2') = 0$ nach einigen Umformungen mittels partieller Integration noch folgende notwendig zu erfüllende Bedingungen:

$$(3)\quad \begin{cases} \int X\sigma\, d\tau_0 = \int U \frac{\partial \sigma}{\partial x_0}\, d\tau_0 - \frac{1}{\mathfrak{B}} \frac{d}{dt} \int F \sigma\, d\tau_0 \\ -\int \left[F \frac{\partial}{\partial x_0}(\sigma k_{x_0}) + G \frac{\partial}{\partial x_0}(\sigma k_{y_0}) + H \frac{\partial}{\partial x_0}(\sigma k_{z_0}) \right] d\tau_0 \text{ etc.;} \end{cases}$$

$$(4)\quad \begin{cases} \int [Y z_0 - Z y_0]\, \sigma\, d\tau_0 = \int U \left[z_0 \frac{\partial \sigma}{\partial y_0} - y_0 \frac{\partial \sigma}{\partial z_0} \right] d\tau_0 \\ \qquad - \frac{1}{\mathfrak{B}} \frac{d}{dt} \int [G z_0 - H y_0]\, \sigma\, d\tau_0 \\ -\int \left\{ F \left[z_0 \frac{\partial (\sigma k_{x_0})}{\partial y_0} - y_0 \frac{\partial (\sigma k_{x_0})}{\partial z_0} \right] + G \left[z_0 \frac{\partial (\sigma k_{y_0})}{\partial y_0} - y_0 \frac{\partial (\sigma k_{y_0})}{\partial z_0} \right] \right. \\ \qquad \left. + H \left[z_0 \frac{\partial (\sigma k_{z_0})}{\partial y_0} - y_0 \frac{\partial (\sigma k_{z_0})}{\partial z_0} \right] \right\} d\tau_0 \text{ etc.} \end{cases}$$

Schwarzschild hat nun gezeigt, daß es zwei ausgezeichnete Fälle gibt, bei welchen eine mit der konstanten Geschwindigkeit k_p erfolgende geradlinige Fortschreitung und eine mit der ebenfalls konstanten Winkelgeschwindigkeit k_w vor sich gehende Drehung um eine raumparallel bleibende Achse als stationärer Zustand möglich ist; es tritt dies dann ein, wenn die Drehungsachse und die Fortschreitungsrichtung zusammenfallen, oder wenn sie aufeinander senkrecht stehen. Im ersten Falle kann man setzen:

$$(5)\quad \begin{cases} k_x = -k_w y, \quad k_y = k_w x, \quad k_z = k_p, \\ U, F, G, H = \int \frac{\sigma,\ -\sigma k_w y,\ \sigma k_w x,\ \sigma k_p}{\sqrt{\varrho^2 (1 - k_\sigma^2) + [(x y_0 - y x_0) k_w + (z_0 - z) k_p]^2}}\, d\tau \\ \qquad = \int \sigma .. \left[\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{2} \right. \\ \left. \frac{[k_p^2 + k_w^2 (x^2 + y^2)] - [(x y_0 - y x_0) k_w + (z_0 - z) k_p]^2}{\varrho^3} \pm \ldots \right] d\tau, \end{cases}$$

im zweiten

$$
(6)\quad \left\{\begin{aligned}
&k_x = k_p - k_w y, \quad k_y = k_w x, \quad k_z = 0,\\
&U, F, G = \int \frac{\sigma,\ \sigma k_p - \sigma k_w y,\ \sigma k_w x}{\sqrt{\varrho^2 - (x_0 - x)^2 (k_x^2 + k_y^2) - [(x x_0 + y y_0 - x^2 - y^2) k_w - (y_0 - y) k_p]^2}}\, d\tau\\
&\quad = \int \sigma .. \left[\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{2} \frac{(x_0 - x)^2 [k_p^2 - 2 k_p y + (x^2 + y^2) k_w^2] + [(x x_0 + y y_0 - x^2 - y^2) k_w - (y_0 - y) k_p]^2}{\varrho^3} \right.\\
&\qquad \left. \pm \ldots \right] d\tau, \quad H = 0.
\end{aligned}\right.
$$

Die Funktionen U, F, G, H besitzen in beiden Fällen ausgezeichnete Symmetrieeigenschaften; diese ermöglichen es, das Verschwinden der bestimmten Integrale ohne weitere Rechnung einfach dadurch zu zeigen, daß sich je zwei auf solche symmetrisch liegende Punkte beziehende Summanden innerhalb des Elektrons wegen ihres verschiedenen Vorzeichens heben. Es ist hierbei zu berücksichtigen, daß in der Richtung der Fortschreitung

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} d\tau_0 = \pm \sigma c_p dO, \qquad \frac{\partial \sigma}{\partial x_0} d\tau_0 = \pm \sigma dO \text{ etc.}$$

ist, wobei dO das auf dieser Richtung senkrecht stehende Flächenteilchen bedeutet. Die Einsetzung der Werte (5) und (6) in die Gleichungen (3) und (4) würde den Satz liefern, daß diese unter der Annahme

$$\frac{d k_p}{d t} = \frac{d k_w}{d t} = 0$$

erfüllt werden, weswegen die Hauptfälle einen stationären Bewegungszustand des Elektrons darstellen. Von einer eingehenden mathematischen Durchführung soll hier abgesehen werden, da Schwarzschild den Beweis für das Stationärbleiben dieser Bewegungen im kraftfreien Raume in viel allgemeinerer Weise durchgeführt hat; es soll bloß mit Rücksicht auf die folgenden Betrachtungen der Nachweis geführt werden, daß bei jeder Bewegung, bei welcher die Drehungsachse senkrecht zur Richtung der Fortschreitung steht oder mit ihr zusammenfällt, in (2) die auf die Oberfläche des Elektrons bezüglichen, mit $\partial \sigma / \partial t$ behafteten Integrale verschwinden.

Es werde zu diesem Zwecke der Mittelpunkt des Elektrons

als Nullpunkt des Koordinatensystems gewählt und das Elektron durch eine auf der Fortschreitungsrichtung senkrecht stehende Ebene als Äquator in zwei Halbkugeln zerlegt. Dann sieht man im ersten Falle, daß sich zu jedem Punkte (x_0, y_0, z_0) auf der vorderen Halbkugelfläche ein entsprechend liegender $(-x_0, -y_0, -z_0)$ auf der hinteren finden läßt, so daß in (2) die Größen U, Fy_0, Gx_0, H in diesen Punkten gleiches Vorzeichen besitzen. Es folgt dies daraus, daß wegen der Symmetrie Integrale von der Form

$$\int \frac{x}{\varrho^n} d\tau \ldots$$

in solchen Punkten verschieden, Integrale von der Form

$$\int \frac{x^2}{\varrho^n} d\tau \ldots$$

aber gleich bezeichnet sind. Diese symmetrisch liegenden Summenglieder heben sich aber in den mit $\partial\sigma/\partial t$ behafteten Doppelintegralen von (2') auf, da $\partial\sigma/\partial t$ auf der vorderen Hälfte positiv, auf der hinteren aber gleich groß und negativ bezeichnet ist. Im zweiten Falle können als symmetrisch liegende Punkte die Schnittpunkte der Kugelfläche mit Geraden angenommen werden, welche mit der Fortschreitungsrichtung parallel liegen, da für diese wieder U, F, Fy_0, Gx_0 gleich groß und gleich bezeichnet sind.

Diese beiden Hauptfälle bieten ein Mittel, um einen schätzungsweisen Überblick über die erforderliche Größe der Inhomogenität des äußeren Feldes zu gewähren, wenn in ihm eine nennenswerte Drehung des Elektrons zustande kommen soll, eine Frage, deren Beantwortung das Hauptziel dieser Arbeit bildet. Um übersichtliche Resultate zu erhalten, wird es allerdings notwendig sein, für das äußere Feld möglichst einfache Annahmen zu machen; doch da es sich nur um die Größenordnung des Verhältnisses k_p/k_w, nicht um absolute Werte handelt, so wird sich leicht erkennen lassen, daß die für die einfachen Voraussetzungen gefundenen Ergebnisse auch für allgemeinere gültig bleiben.

Die einfachste Annahme über das äußere Feld besteht nun offenbar für den ersten Hauptfall im Ansatze

$$X = By, \quad Y = 0, \quad Z = A, \tag{7}$$

für den zweiten im Ansatze

$$X = A + By, \quad Y = 0, \quad Z = 0, \tag{8}$$

wobei A und B Konstante bedeuten. Bezüglich des Gliedes By muß hierbei auf folgendes aufmerksam gemacht werden. Für die Drehung ist offenbar das Drehmoment $\int Xy\,d\tau$ maßgebend, und für dieses wieder der Betrag, um welchen sich die Kraft X auf der Y-Achse ändert; diese Änderung kann als Maß der Inhomogenität des Feldes betrachtet werden. Denkt man sich X durch eine Mac Laurinsche Reihenentwickelung, bezogen auf den Mittelpunkt des Elektrons, dargestellt, so wird das Drehmoment die Form

$$\int \sigma Xy\,d\tau = \int [b_1 y + b_2 y^2 + b_3 y^4 + \ldots]\,d\tau$$
$$= e c_2 a^2 + e c_4 a^4 + e c_6 a^6 + \ldots$$

besitzen, worin b_ν und c_ν Konstante sind. Man erkennt nun, daß wegen der Kleinheit des Elektronenhalbmessers a in den weitaus meisten Fällen das erste Glied allein in Betracht kommt, welches aus dem Gliede By hervorgeht. *Die Konstante B läßt sich also als Maß der Inhomogenität des Feldes auffassen.*

Für die gesamte Energie des Feldes ergibt sich bei dieser Wahl der äußeren Kräfte für den ersten Hauptfall

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt}\left\{\tfrac{1}{2}\int\int \frac{\sigma^2 (x x_0 + y y_0) k_w^2}{\varrho \sqrt{1 - k_\sigma^2 \sin^2 \varphi}}\,d\tau\,d\tau_0 \right. \\ &\qquad \left. + \tfrac{1}{2}\int\int \frac{\sigma^2 k_p^2}{\varrho \sqrt{1 - k_\sigma^2 \sin^2 \varphi}}\,d\tau\,d\tau_0\right\} \\ &= k_w \int \sigma B y^2\,d\tau + k_p \int \sigma A\,d\tau, \end{aligned}\right. \tag{9}$$

für den zweiten

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{d}{dt}\left\{\tfrac{1}{2}\int\int \frac{\sigma^2 (x x_0 + y y_0) k_w^2}{\varrho \sqrt{1 - k_\sigma^2 \sin^2 \varphi}}\,d\tau\,d\tau_0 \right. \\ &\qquad \left. + \tfrac{1}{2}\int\int \frac{\sigma^2 k_p^2}{\varrho \sqrt{1 - k_\sigma^2 \sin^2 \varphi}}\,d\tau\,d\tau_0 \right. \\ &\qquad \left. - \int\int \frac{\sigma^2 (y + y_0) k_w k_p}{\varrho \sqrt{1 - k_\sigma^2 \sin^2 \varphi}}\,d\tau\,d\tau_0\right\} = \int \sigma (A + By)(k_p + k_w y)\,d\tau. \end{aligned}\right. \tag{10}$$

Denkt man sich

$$\frac{1}{\varrho\sqrt{1-k_\sigma^2\sin^2\varphi}}$$

wieder in seine binomische Reihe entwickelt und beachtet die früher erwähnten Symmetrieeigenschaften der einzelnen Glieder, so erkennt man leicht, daß obige Gleichung die Gestalt

$$(11)\quad \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\Phi_p(k_p^2)\,k_p^2 + \Phi_w(k_w^2)\,k_w^2 + \Phi_{k_p w}(k_p^2, k_w^2)\,k_p^2\,k_w^2\right]$$

annehmen wird, welche durch Zerlegung in zwei für sich verschwindende Faktoren in ähnlicher Weise wie in der Theorie der elektrodynamischen Induktion auf zwei Gleichungen von der Form

$$(12)\quad \begin{cases} \dfrac{dk_p}{dt} = \Psi_1(k_p, k_w), \\ \dfrac{dk_w}{dt} = \Psi_2(k_p, k_w) \end{cases}$$

führt. Der Grund für diese Analogie mit den Induktionsgleichungen ist klar; wenn nämlich wie in den vorliegenden Fällen durch die Oberfläche des Elektrons keine Energie eintritt, so besteht die gesamte Energieänderung nach (2) in der Änderung des retardierten elektrodynamischen Arbeitspotentiales der Konvektionsströme des Elektrons, und der schließlich erlangte Energiebetrag ist durch den Endwert dieses Potentiales gegeben.

Um aus den Formeln (9) und (10) die Frage nach der Inhomogenität des äußeren Feldes zu beantworten, soll eine weitere Vereinfachung eingeführt werden. Es ist zu bemerken, daß die Mehrzahl der Elektronenbewegungen so beschaffen ist, daß Geschwindigkeitsprodukte von der Potenzzahl 4 und darüber in erster Annäherung vernachlässigt werden können. Das erste Glied der binomischen Reihenentwickelung von

$$\frac{1}{\varrho\sqrt{1-k_\sigma^2\sin^2\varphi}}$$

liefert demnach das Hauptglied, welches bis auf Größen dritter Potenz von k den gesamten Energiebetrag richtig angibt. Dann folgt für beide Hauptfälle

$$(13)\quad \frac{d}{dt}\,\frac{1}{2}\iint \frac{k_p^2}{\varrho}\,d\tau\,d\tau_0 = \int \sigma A\,d\tau$$

und daraus für eine Vollkugel

$$\frac{6}{5}\frac{e^2}{a}\frac{dk_p}{dt} = eA, \quad k_p = \frac{5}{6}\frac{a}{e}At; \tag{13'}$$

ferner

$$\frac{d}{dt}\frac{1}{2}\iint\frac{x x_0 + y y_0}{\varrho}k_w^2\,d\tau\,d\tau_0 = \int\sigma B y^2 k_w\,d\tau. \tag{14}$$

Um das links stehende Integral E_w' für eine Vollkugel auszuwerten, berücksichtige man, daß

$$\iint\frac{x x_0}{\varrho}d\tau\,d\tau_0 = \iint\frac{y y_0}{\varrho}d\tau\,d\tau_0 = \iint\frac{z z_0}{\varrho}d\tau\,d\tau_0$$

ist und bilde

$$\iint\sigma^2\frac{\varrho^2}{\varrho}d\tau\,d\tau_0 \equiv \iint\sigma^2\varrho\,d\tau\,d\tau_0 = 2\int\sigma r^2 d\tau\int\sigma\frac{d\tau_0}{\varrho} - 3E_w'.$$

Schreibt man $\iint\varrho\,d\tau\,d\tau_0$ in der Form

$$\int_0^a 4\pi u^2\,du\int_0^u\int_0^\pi 2\pi v^2\sin\vartheta\sqrt{u^2+v^2-2uv\cos\vartheta}\,dv\,d\vartheta$$

und beachtet, daß

$$\int\sigma\frac{d\tau_0}{\varrho} = 2\pi\sigma a^2 - \frac{2\pi\sigma r^2}{3}$$

ist, so erhält man, wenn nunmehr statt der Winkelgeschwindigkeit k_w jene des Äquators $k_r = a k_w$ eingeführt wird,

$$\begin{cases} \frac{39}{140}e^2 a\frac{dk_w}{dt} = \frac{1}{5}e a^2 B, \quad k_w = \frac{28}{39}\frac{a}{e}Bt, \\ k_r = \frac{28}{39}\frac{a^2}{e}Bt. \end{cases} \tag{14'}$$

Man sieht, daß die Größe $\frac{6}{5}(e^2/a)$ als elektromagnetische Masse und $\frac{39}{140}(e^2/a)a^2$ als elektromagnetisches Trägheitsmoment des Elektrons bezeichnet werden kann; bei größerer Geschwindigkeit werden beide jedoch selbst Funktionen von k; ebenso ist zu bemerken, daß bei Voraussetzung einer allgemeinen Bewegung diese Größen nach (11) von k_p und k_w gleichzeitig abhängig sind, da dann die gegenseitige Induktion der Konvektionsströme der Fortschreitung und der Drehung entsprechend den Gleichungen (12) zu berücksichtigen ist.

Um nun die Größe der durch das äußere Feld erzeugten Drehungsgeschwindigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Feldinhomogenität zu finden, deren Maß nach dem Vorhergehenden durch B bestimmt ist, werde das Verhältnis der beiden *während*

der gleichen Zeit t erzeugten Geschwindigkeiten k_v und k_p aufgesucht. Es ergibt sich hierfür

$$\frac{k_v}{k_p} = \frac{56}{65}\frac{B}{A}, \quad \frac{k_r}{k_p} = \frac{56}{65}\frac{Ba}{A}. \tag{15}$$

Wenn z. B. $k_r/k_p = 1$ werden soll, muß $B = \frac{65}{56} A/a$ sein. Es heißt dies, daß man eine äußere Kraft B wirken laßen müßte, welche im Mittelpunkt des Elektrons mit Null beginnend bereits in der Entfernung $y = \frac{56}{65} a$ den Betrag A erreicht. Für $k_r/k_p = {}^1/_{100\,000}$ müßte sich die Kraft immerhin noch in einer Entfernung von rund $86\,000\,a$ um A ändern, was bei dem von Abraham berechneten Werte von a etwa auf molekulare Distanzen führen würde.

Um die physikalische Bedeutung dieses Ergebnisses zu kennzeichnen, werde auf den zweiten Hauptfall zurückgegangen, bei welchem die äußere Kraft $X = A + By$ wirkt. Das oben erhaltene Resultat sagt dann, daß nur in dem Falle eine merkliche Drehungsgeschwindigkeit auftreten wird, wenn sich die Kraft X auf Strecken von der Länge des Elektronenhalbmessers um einen ihrem eigenen Werte vergleichbaren Betrag ändert. Es ist dies nur möglich, wenn sie nahezu sprungweise von Punkt zu Punkt periodisch ihren Wert wechselt, oder wenn sie vom Mittelpunkte des Elektrons aus gezählt in außerordentlich rascher Weise wächst. Da die Drehung in erster Annäherung von den Differentialquotienten $\partial X/\partial y \ldots$ abhängig ist, wie bereits früher besprochen wurde, so werden die gefundenen Ergebnisse der Größenordnung nach auch auf den allgemeinen Fall übertragen werden können, wo die äußeren Kräfte ganz beliebige Funktionen des Ortes sind und die Drehung in einer zur Fortschreitungsrichtung geneigten Achse stattfindet. Zusammenfassend läßt sich also der Satz aussprechen:

Die Geschwindigkeit der Drehung des Elektronenäquators wird dann im Verhältnis zu jener der Fortschreitung seines Mittelpunktes einen nennenswerten Betrag erreichen, wenn die Inhomogenität des Feldes von inframolekularer Dimension ist; sie ist klein gegen jene der Fortschreitung, wenn die Inhomogenität molekulare Dimension aufweist; sie sinkt gegenüber der Fortschreitungsgeschwindigkeit auf einen verschwindend kleinen Betrag herab, wenn die Feldinhomogenität von ultramolekularer Ordnung ist.

Während also beispielsweise in den schnelleren Kathodenstrahlen die Umdrehungszahl des Elektrons bei molekularer Inhomogenität des äußeren Feldes in die Hunderte von Billionen steigen kann, läßt sich diese Drehung dennoch gegenüber der Fortschreitung nahezu gänzlich vernachlässigen, da sie weder zur Bewegungsenergie des Elektrons einen nennenswerten Beitrag liefert, noch auch das innere Feld des Elektrons wesentlich beeinflußt.

Hieraus folgt, daß bei den gewöhnlich angewendeten Kraftfeldern, welche zur Abschleuderung von Elektronen Veranlassung geben, deren Drehung überhaupt nicht in Betracht kommen wird. Nur wenn die elektrische Masse führenden Teilchen selbst von molekularer Größe sind, wie dies bei den Kanalstrahlen der Fall ist, ist in gewissen sehr inhomogenen Bezirken des Feldes das Auftreten einer merklichen Drehung möglich; ebenso ist eine solche nicht auszuschließen, wenn, wie bei den Becquerelstrahlen, der Mechanismus des Abschleuderns der Teilchen nicht näher bekannt ist und wohl in molekularen Vorgängen seinen Sitz hat.

Wien, im August 1904.

Berichtigungen.

In der Arbeit „Über das innere Feld der Elektronen" (Ann. d. Phys. **13.** p. 770—790) sind folgende Richtigstellungen nachzutragen:

I. In den Gleichungen (16) p. 776 ist der Faktor $\frac{1}{23}$ vor den Klammergrößen zu tilgen.

II. In Gleichung (22) p. 779 sowie in Gleichung (24) p. 780 und den aus ihnen hervorgehenden ist überall statt $\frac{3}{10}$ der Faktor $\frac{3}{5}$ zu setzen.

III. In Gleichung (23) p. 779 sind die magnetischen Ablenkungskräfte mit entgegengesetztem Zeichen anzuschreiben.

(Eingegangen 22. August 1904.)

5. *Untersuchungen über kritische Dichte und die Theorie von Andrews-van der Waals;* von *G. Bakker.*

Die Beobachtungen der Densität eines Körpers in der Nähe der Temperatur, wo der Meniskus verschwindet (Temperatur von Cagniard-Latour wollen wir sie nennen), und zwischen dieser Temperatur und der kritischen (wo also die Densität im ganzen Gefäß denselben Wert hat) durch de Heen, Ramsay, Cailletet und Colardeau, Battelli, Guye, Dwelshauvers-Dery, Galitzine, Hagenbach, Kuenen, Villard[1]) und Teichner[2]) lehren, daß z. B. in einem Versuchsrohr von Natterer nicht zwei, sondern eine unendliche Zahl Phasen von verschiedener Densität nebeneinander gelagert sind. Ist das Versuchsrohr vertikal gestellt, so hat man also (auch abgesehen von der Wirkung der Schwere) unendlich viel horizontale Schichten, deren Densität allmählich vom unteren bis zum oberen Teil abnimmt. Ist das Versuchsrohr genügend lang, so kann über eine gewisse Strecke die Materie in dem unteren sowohl wie in dem oberen Teil praktisch homogen sein. Zwischen *A* und *B* hat man also (Fig. 1) eine Übergangsschicht. Oberhalb *A* und unterhalb *B* sind die Phasen praktisch homogen. Man kann sich nun fragen: hat man es hier mit einer *besonderen* Erscheinung zu tun *oder hat man etwas Ähnliches bei jeder Temperatur unterhalb der kritischen?* Ich glaube diese Frage in letzterem Sinne beantworten zu müssen, denn, bei jeder Temperatur unterhalb der kritischen hat man in einem Raum, wo sich der Körper im flüssigen und dampfförmigen Zustand nebeneinander befindet,

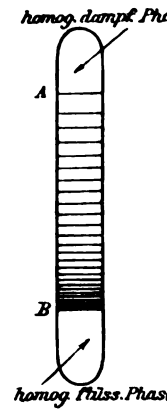


Fig. 1.

1) J. Traube, Ann. d. Phys. 8. p. 267. 1902.
2) G. Teichner, Ann. d. Phys. 13. p. 595. 1904.

noch eine unendliche Zahl Phasen zwischen diesen zwei homogenen Phasen eingelagert: diese Übergangsschicht ist nichts anderes als die Kapillarschicht.

Berechnet man für eine Einheitsfläche im Innern der Übergangsschicht zwischen A und B (Fig. 1) die Kohäsion senkrecht und parallel der Längsrichtung des Versuchsrohres, so wird man offenbar zwei verschiedene Werte erhalten, so daß auch der hydrostatische Druck abhängig wird von der Richtung der Fläche, für welche der Druck berechnet wird. Die Kohäsionen in einer Flüssigkeit, wo die Flächen konstanter Densität Ebenen sind, habe ich schon früher berechnet.[1])

Die einfachste Weise, wie man die kritischen Erscheinungen interpretieren könnte, wäre also, daß man sich diese Erscheinungen als eine starke Verbreiterung der Kapillarschicht vorstellte.

Wir wollen nun untersuchen, ob diese letzte Auffassung *notwendig* im Widerspruch ist mit den klassischen Theorien von Andrews, James Thomson und van der Waals.

Wenn man auf die Theorien fußt von Laplace und Gauss, wo eine Potentialfunktion eingeführt wird, so kann man, von einem rein wissenschaftlichen Standpunkt aus betrachtet, nicht mehr von einer Kapillarschicht von endlicher Dicke reden. Denn betrachtet man eine Flüssigkeitsmasse zwischen zwei parallelen Ebenen in ebenen Schichten mit kontinuierlicher Dichteänderung, so induziert diese Masse ein Kräftefeld. Füllt man also den Außenraum mit Flüssigkeit von bestimmter Dichte, so wird das Kräftefeld unmittelbar eine Dichteänderung in dieser Flüssigkeit bewirken. Diese Betrachtung auf die Kapillarschicht zwischen den homogenen Phasen der Flüssigkeit und des Dampfes angewendet, lehrt, daß die Dichte, rein theoretisch gesprochen, sich nur auf unendlichen Abstand von der größten Dichteänderung asymptotisch einer bestimmten Grenze nähert. Dieselbe Bemerkung gilt für das Potential. Nimmt man das Potential Null bei unendlicher Verdünnung, so daß es im allgemeinen Fall eine negative Größe darstellt, so kann man die Beziehung zwischen dem

1) G. Bakker, Versl. d. Afd. naturk d. Kon. Akad. te Amsterdam 25. November 1899; Zeitschr. f. phys. Chem. **48**. p. 8. 1904; Ann. d. Phys. **14**. p. 612. 1904.

Potential V und einer Strecke h auf einer Geraden senkrecht auf den Schichten durch Fig. 2 darstellen. Die Kurve PQS ist asymptotisch zu der Geraden BB' und CC'. AC stellt V (negativ) für die homogene Flüssigkeitsphase dar, und AB ist ebenso der Wert für V für die Dampfphase. *Die Kurve muß also wenigstens einen Wendepunkt haben.* Daß der Verlauf der theoretischen Isotherme von James Thomson und van der Waals *nur einen Wendepunht* gibt, habe ich bereits gezeigt.[1])

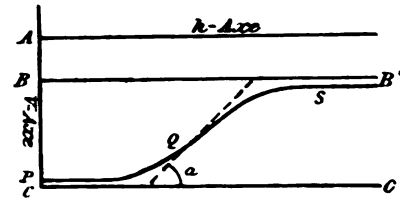


Fig. 2.

Meine Betrachtungen waren ganz allgemein und unabhängig von der Größenordnung der Übergangsschicht und setzten nur für die Flächen konstanter Densität bez. Potentials Ebenen voraus. *Sie sind also anwendbar auf die Übergangsschicht oberhalb der Temperatur von Cagniard-Latour*[2]) *in einem Versuchsrohr von Natterer, denn die Oberflächen konstanter Densität sind Ebenen senkrecht zur Achse des Rohres.*

In Flüssigkeitstheorien, wie die von Laplace, Poisson, Gauss und ihren Nachfolgern, wo die Flüssigkeit ersetzt wird durch ein homogenes Agens, muß das Potential im Innern einer homogenen Phase der Dichte proportional sein. Die einfachste Form der Potentialfunktion, welche dieser Voraussetzung genügt, während das Potential außerhalb der Flüssigkeit rasch zu einer Konstante herabsinkt, ist für zwei Flüssigkeitselemente:

$$-f\frac{e^{-qr}}{r},$$

falls q groß genug gewählt wird. Die Differenz zwischen den hydrostatischen Drucken p_1 und p_2 senkrecht zu bez. in der Richtung der Oberfläche wird für diese Potentialfunktion:

$$(1) \qquad p_1 - p_2 = \frac{\lambda^2}{2a}\left(\frac{dV}{dh}\right)^2,$$

1) G. Bakker, Zeitschr. f. phys. Chem. 48. p. 32. 1904.
2) Temperatur, bei welcher der Meniskus verschwindet.

wo

$$\lambda = \frac{1}{q} \quad \text{und} \quad a = 2\pi f \lambda^2. \; ^{1})$$

Da nun die Kapillarkonstante das Integral von der Differenz $(p_1 - p_2)$ nach einer Strecke senkrecht auf die Oberfläche der Schicht ist, hat man also theoretisch für diese Größe:

$$H = \frac{1}{4\pi f} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{dV}{dh}\right)^2 dh.$$

Statt aber das Potential in seiner Abhängigkeit von h darzustellen durch Fig. 2, stellen wir es uns vor wie in Fig. 3. Wenn der Abstand zwischen der Kurve PQS und BB' vernachlässigt werden kann gegenüber dem Abstand zwischen BB' und CC', so denken wir uns, daß PQS die Gerade BB' in S berührt und ebenso CC' bei P. Eine Limite für die Dicke der Kapillarschicht wird also PS'. Statt also die Kapillarkonstante H zu berechnen durch das Integral:

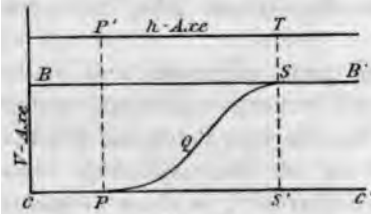


Fig. 3.

$$H = \frac{1}{4\pi f} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{dV}{dh}\right)^2 dh$$

überlegen wir, daß die Werte von dV/dh außerhalb P und S' vernachlässigt werden können und nehmen:

$$(2) \qquad H = \frac{1}{4\pi f} \int_{P}^{S} \left(\frac{dV}{dh}\right)^2 dh.$$

Oberhalb der Temperatur von Cagniard-Latour (wo der Meniskus verschwindet) wird die Übergangschicht bei Erhöhung der Temperatur immer dicker.[2]) Die Punkte P und S entfernen sich voneinander, während dV/dh kleinere Werte erhält. *In jedem Falle gibt es für H einen positiven Wert, bis*

1) G. Bakker, Ann. d. Phys. **14.** p 619. 1904.
2) Nach unserer Interpretation der kritischen Erscheinungen.

die kritische Temperatur erreicht ist, wo die Densität durch die ganze Masse denselben Wert erhalten hat und deshalb $dV/dh = 0$ geworden ist.

Zwischen der Temperatur von Cagniard-Latour und der kritischen Temperatur ist also der hydrostatische Druck abhängig von der Richtung der Flächeneinheit, für welche er berechnet wird. Es gibt also eine wirkliche Spannung in der Übergangsschicht. Im Gegensatz zu niederen Temperaturen, wo diese Spannung sich nun auf eine unmeßbar kleine Strecke äußert, hat man nun eine Spannung über einen ganzen Raum. Von einem Aufsteigen in einer Kapillaren ist aber keine Rede, da der Meniskus verschwunden ist und die Flächen konstanter Densität Ebenen sind.

Betrachten wir weiter die Kurve, welche dV/dh in ihrer Abhängigkeit von h darstellt. Bei Q ist $d^2V/dh^2 = 0$, und dV/dh ändert sich langsam mit h. Die Abhängigkeit von dV/dh und h wird deshalb dargestellt durch eine Kurve, wie $XVQWY$ (Fig. 4), denn die Kurve ist zweimal asymptotisch an der h-Achse. Sie muß deshalb auch in zwei Punkten (V und W) einen Wendepunkt haben. Die Bedeutung dieser Wendepunkte wird aus folgendem ersichtlich. Für diese Punkte hat man:

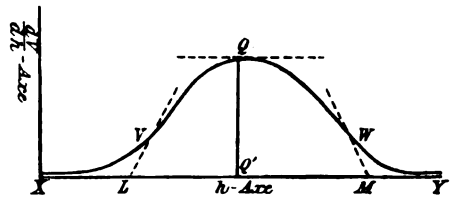


Fig. 4.

$$\frac{d^2}{dh^2}\left(\frac{dV}{dh}\right) = \frac{d^3V}{dh^3} = 0.$$

Nun war[1]):

$$\lambda^2 \frac{d^2V}{dh^2} = \mu_1 - \mu \quad (\mu = \text{thermodynamisches Potential}),$$

also:

$$-\lambda^2 \frac{d^3V}{dh^3} = \frac{d\mu}{dp} \cdot \frac{dp}{dv} \cdot \frac{dv}{dh},$$

wo p und v die Werte des Druckes und des spezifischen Volumens einer homogenen Phase darstellen, deren Densität denselben Wert hat wie die Densität im betrachteten Punkt.

1) G. Bakker, Ann. d. Phys. 14. p. 618. 1904.

Die Punkte V und W korrespondieren also mit den Punkten der theoretischen Isotherme, wo die Tangente in der Richtung der v-Achse liegt (Fig. 5).

Ziehen wir in den Punkten V und W (Fig. 4) Tangenten an der Kurve und betrachten wir die Figur $L\,V\,Q\,W\,M$ als die Summe von zwei parabolischen Segmenten, so wird ihre Oberfläche:

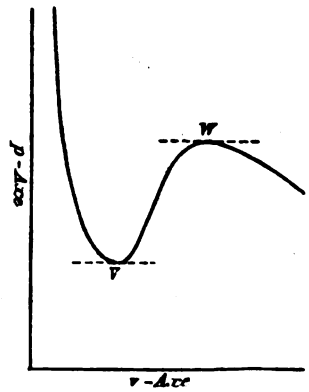


Fig. 5.

$$\tfrac{2}{3}\,Q\,Q'\,.\,L\,M.$$

Die Strecke $L\,M$ kann als eine Limite für die „Dicke" der Übergangsschicht aufgefaßt werden, während $Q\,Q'$ den Maximumwert für dV/dh darstellt. Für die letzte Größe haben wir aber gefunden[1]):

$$\frac{dV}{dh} = \frac{2\sqrt{a}}{\lambda}\sqrt{p_1 - p}.$$

Wird also die Strecke $L\,M$ durch h dargestellt, so hat man die Oberfläche

$$L\,V\,Q\,W\,M = \tfrac{2}{3}\,2\sqrt{2\pi f}\,\sqrt{p_1 - p}\,.\,h.$$

Andererseits kann diese Oberfläche auch ausgedrückt werden durch:

$$\int \frac{dV}{dh}\,dh = V_2 - V_1\,^2),$$

wenn V_2 und V_1 die Potentiale in den homogenen Phasen bedeuten. Nun ist die Differentialgleichung für V in der Übergangsschicht:

$$\lambda^2 \frac{d^2 V}{dh^2} = V + 2\,a\,\varrho\,^3)$$

1) G. Bakker, Ann. d. Phys. **14.** p. 619 Gleichung (6). 1904.

2) Diese Vernachlässigung ist nur gestattet, wenn die Übergangsschicht scharf getrennt ist von den homogenen Phasen, so daß V und L bez. W und M zusammenfallen. Die Untersuchungen von Teichner lehren, daß dies auch wirklich der Fall ist.

3) G. Bakker, Ann. d. Phys. **14.** p. 618 Gleichung (2). 1904.

und für die homogenen Phasen:

$$\frac{d^2 V}{dh^2} = 0.$$

Also:

$$V = -2a\varrho.$$

Die Oberfläche der Fig. 4 $LVQWM$ kann also auch angegeben werden durch:

$$2a(\varrho_1 - \varrho_2)$$

(die Strecken VL und WM können vernachlässigt werden[1]), wo ϱ_1 und ϱ_2 die Densitäten der zwei homogenen Phasen darstellen. Die Gleichheit der zwei Ausdrücke für dieselbe Oberfläche gibt:

$$h = \frac{3a(\varrho_1 - \varrho_2)}{2\sqrt{2\pi f}\sqrt{p_1 - p}}. \tag{3}$$

Der Abstand zwischen dem Schwerpunkt von Fläche $LVQWM$ und LM wird bekanntlich gegeben durch die Formel:

$$\tfrac{1}{2}\int_1^2 \left(\frac{dV}{dh}\right)^2 dh : \int_1^2 \frac{dV}{dh}\, dh.$$

Nun war die Kapillarkonstante H:

$$H = \frac{1}{4\pi f}\int_1^2 \left(\frac{dV}{dh}\right)^2 dh.$$

Der Abstand zwischen dem Schwerpunkt von Fläche $LVQWM$ und LM wird also:

$$\frac{2\pi f H}{2a(\varrho_1 - \varrho_2)}.$$

Andererseits ist dieser Abstand:

$$\tfrac{1}{6} QQ' = \tfrac{1}{6} \cdot 2\sqrt{2\pi f} \cdot \sqrt{p_1 - p}.$$

---

1) Gustav Teichner folgert u. a. aus seinen Versuchsreihen über kritische Dichte: „Die Dichtezunahme im Innern des Rohres ist keine kontinuierliche, sondern die Kügelchen zeigen deutlich an, daß nach dem Verschwinden des Meniskus an dessen Stelle eine Übergangszone besteht, auf welche sich die ganzen Dichteänderungen konzentrieren. Oberhalb und unterhalb dieser Zone sind die Änderungen nur geringfügig.

Also auch:

$$\frac{2\pi f H}{2a(\varrho_1 - \varrho_2)} = \tfrac{1}{6} \cdot 2\sqrt{2\pi f}\sqrt{p_1 - p}$$

oder:

$$4\sqrt{p_1 - p} = 5\sqrt{2\pi f} \cdot H : 2a(\varrho_1 - \varrho_2). \tag{4}$$

Durch Elimination von $\sqrt{p_1 - p}$ zwischen (3) und (4) erhält man:

$$h = \frac{6}{5\pi f} \frac{a^2(\varrho_1 - \varrho_2)^2}{H}. \tag{5}$$

Untersuchen wir nun, ob die einfachste Weise, auf welche man die kritischen Erscheinungen interpretieren könnte (als eine starke Verbreiterung der Kapillarschicht), im Zusammenhang steht mit dem Resultat von Gleichung (5), wenn man die klassischen Theorien von Andrews, James Thomson und van der Waals zugrunde legt.

Kraft dieser Theorien hat man im kritischen Punkt:

$$\frac{dp}{ds} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{dp}{d\sigma} = 0,$$

wenn p der Druck, s und σ bez. die spezifischen Volumen der Flüssigkeit und des Dampfes darstellen. In der unmittelbaren Nähe des kritischen Punktes ist weiter:

$$\frac{dp}{d\sigma} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{dp}{ds} < 0.$$

Da dp/dT endlich und positiv ist, wird im kritischen Punkt:

$$\frac{dT}{d\sigma} = \frac{dT}{dp} \cdot \frac{dp}{d\sigma} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{d\sigma}{dT} = +\infty,$$

und auf dieselbe Weise:

$$\frac{dT}{ds} = \frac{dT}{dp} \cdot \frac{dp}{ds} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{ds}{dT} = -\infty.$$

Deshalb:

$$\frac{d(s - \sigma)}{dT} = -\infty.$$

Nun ist:

$$\frac{d\left(\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_1}\right)}{dT} = -\frac{1}{\varrho_2^2}\frac{d\varrho_2}{dT} + \frac{1}{\varrho_1^2}\frac{d\varrho_1}{dT},$$

und das wird im kritischen Punkt:

$$\frac{1}{\varrho_\varkappa^2}\frac{d(\varrho_1 - \varrho_2)}{dT}.$$

Im kritischen Punkt hat man also:

$$\frac{d(\varrho_1 - \varrho_2)}{dT} = -\infty.$$

Das Gesetz von Mathias gibt weiter:

$$\frac{d(\varrho_1 + \varrho_2)}{dT} = \text{Const. (negativ)},$$

deshalb auch:

$$\frac{d(\varrho_1^2 - \varrho_2^2)}{dT} = -\infty,$$

denn:

$$\varrho_1 = \varrho_2 \text{ im kritischen Punkt.}$$

Weiter ist:

$$\frac{d(\varrho_1 \varrho_2)}{dT} = \varrho_1 \frac{d\varrho_2}{dT} + \varrho_2 \frac{d\varrho_1}{dT} = \varrho_1 \frac{d(\varrho_1 + \varrho_2)}{dT} = \varrho_1 \times \text{Const.} = \text{endlich.}$$

Im kritischen Punkt hat man also:

$$\frac{d(\varrho_1 - \varrho_2)^2}{dT} = -\infty,$$

und da die Funktion a nicht unendlich wird:

$$\frac{d\{a^2(\varrho_1 - \varrho_2)^2\}}{dT} = -\infty \ldots$$

Weiter ist im kritischen Punkt:

$$\frac{dH}{dT} = -0.^1)$$

Die Formel für die Strecke h (Gleichung (5)) gibt also für den kritischen Punkt:

$$\lim h = \frac{6}{5\pi f} \frac{a^2(\varrho_1 - \varrho_2)^2}{H} = \frac{6}{5\pi f} \frac{\frac{d}{dT}\{a^2(\varrho_1 - \varrho_2)^2\}}{\frac{dH}{dT}} = \frac{-\infty}{-0} = \infty.$$

Während also bei niederen Temperaturen der Ausdruck für h Werte von derselben Größenordnung gibt, wird h für die kritische Temperatur unendlich. Obgleich nun bei dieser Temperatur von einer Übergangsschicht keine Rede ist (die Densität ist in jedem Punkt dieselbe), so sagt das Resultat in jedem Falle aus, daß bei kontinuierlicher Veränderung der Übergangsschicht die Strecke h und deshalb auch die „Dicke" der Übergangsschicht sehr groß wird. Die einfachste Kurve,

1) J. D. van der Waals, Zeitschr. f. phys. Chem. 13. p. 657. 1894.

welche h in ihrer Abhängigkeit von T darstellen würde, könnte durch Fig. 6 dargestellt werden. Hat die „Dicke" der Kapillarschicht einen gewissen Wert AA' erreicht, so wird die Densitätsänderung zu langsam, um von einer Diskontinuität zu reden, und der Meniskus verschwindet. Der Punkt A korrespondiert mit der Temperatur von Cagniard-Latour. Zwischen den Punkten A und B dehnt sich die Übergangsschicht allmählich aus und gibt Anlaß zu den kritischen Erscheinungen. Diese Verbreiterung der Übergangsschicht ist in sehr eleganter Weise durch Gustav Teichner gezeigt worden.[1])

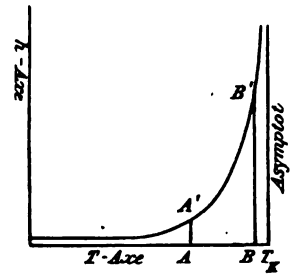


Fig. 6.

Aus obigen Betrachtungen glaube ich schließen zu können, daß die kritischen Erscheinungen nicht notwendig im Widerspruch stehen mit den klassischen Theorien von Andrews, James Thomson und van der Waals, sondern daß vielmehr die Theorie von Laplace und Gauss, ausgedehnt auf die Übergangsschicht zwischen den zwei homogenen Phasen „Flüssigkeit" und „Dampf" Resultate ergeben, welche sehr gut im Einklang mit den Anschauungen von Andrews, James Thomson und van der Waals sein können. Durch obige Betrachtungen sind natürlich die kritischen Erscheinungen keineswegs erklärt. So ist die Formel $2a(\varrho_1 - \varrho_2)$ für die Oberfläche von $LVQWM$ (Fig. 4) allein richtig, wenn die Ordinaten von V und W in bezug auf QQ' vernachlässigt werden können, wenn also die Übergangsschicht rasch in die homogenen Phasen übergeht. Weiter muß eine vollständige Theorie die genaue Gestalt von Fig. 6 geben. Leider ist es nicht möglich, oberhalb der Temperatur von Cagniard-Latour Berechnungen über h anzustellen, denn die Kapillarkonstante kann nicht mehr durch die gewöhnliche Formel aus der Steighöhe in einer Kapillare berechnet werden, und weiter gibt es noch andere Erscheinungen oberhalb der Temperatur von Cagniard-Latour als allein Dichteänderungen. Es war

1) G. Teichner, Ann. d. Phys. 13. p. 598ff. 1904.

aber nur meine Absicht, die Aufmerksamkeit auf ähnliche Betrachtungen wie die obigen zu lenken. *Bevor wir die Erscheinungen durch sich ändernde Moleküle erklären wollen, müssen wir untersuchen, was die klassischen Theorien von Laplace und Gauss leisten können*, denn noch niemals sind *Kräfte zwischen Molekülen* wahrgenommen worden, wohl zwischen Molekülkomplexen, d. h. zwischen *Volumelementen*, und die *Hauptaufgabe* der mathematischen Physik besteht in der Beschreibung der *wahrgenommenen* Erscheinungen. Niemals kann man eine Brücke schlagen zwischen Volumkräften und Molekularkräften ohne Hilfe eines Gesetzes für die Dichteverteilung um das Molekül herum, und *nur für ein sehr verdünntes Gas* gibt die Gastheorie Aufschluß. Darum ist es sehr wahrscheinlich, daß auch für unveränderliche Moleküle die Attraktionsgesetze zwischen Flüssigkeits*elementen* und *Volumelementen* des Dampfes verschiedener Natur sind. Es ist also vorläufig nicht absolut notwendig, in der Änderung der „Konstanten" der Theorie mit der Temperatur und in der Differenz zwischen Theorie und Experiment im allgemeinen *Molekular*änderungen zu sehen. *Auch für absolut unveränderliche Moleküle wird die Sache sehr verwickelt.*

's Gravenhage, August 1904.

(Eingegangen 29. August 1904.)

6. *Zur Kenntnis der Elektrizitätszerstreuung in erhitzter Luft;* *von Erich Brunner.*

Einleitung.

Die vorliegende Untersuchung wurde zu dem Zweck begonnen, die Leitfähigkeit zu bestimmen, die erhitzte Luft bei Atmosphärendruck infolge spontaner Ionisation zeigt. Um einen wirklichen einer bestimmten Temperatur entsprechenden Gleichgewichtszustand zu erhalten, wurde die ganze Luft zwischen dem mit einem Elektroskop verbundenen Zerstreuungskörper und dem zur Erde abgeleiteten Metall auf konstante Temperatur erhitzt. Aber bald zeigte sich, daß wegen der dazu nötigen Miterhitzung der Metalle der weitaus größte Teil der beobachteten Leitfähigkeit von den Metallen ausging, also nach Starks Ausdrucksweise nicht auf Ionisierung, sondern auf Elektrisierung der Luft beruhte. Daher geben wohl die alten Versuche mit erhitzter Luft zwischen kalten Elektroden trotz ihrer prinzipiellen Bedenken ein besseres Bild von der spontanen Ionisation der Gase als Versuche mit heißen Elektroden. Diese Untersuchung wurde trotzdem isotherm weitergeführt, ihre Resultate beziehen sich also auf die Leitfähigkeit, die erhitzte Luft in Berührung mit gleich temperierten Metallen erlangt.[1])

Versuchsanordnung.

Die Anordnung war folgende:

In dem 60 cm langen, 6 cm weiten Rohr eines aufrecht stehenden elektrischen Widerstandsofens hing der Zerstreuungs-

1) Die Untersuchung hätte noch mancher Ergänzungen bedurft, konnte aber nicht fortgesetzt werden, da ich die Stelle eines Volontärassistenten bei Hrn. Prof. Nernst annahm. So sind die Ergebnisse nur als vorläufige Orientierung anzusehen, und einige der daraus gezogenen Schlüsse bedürfen der Bestätigung von anderer Seite.

körper, ein Zylindermantel aus Drahtnetz oder Blech von verschiedenen Metallen; das Rohr war, um ein Ansammeln elektrischer Ladungen zu verhindern, ganz mit einem geerdeten Messingdrahtnetz ausgekleidet, ebenso waren die kalten Teile der Aufhängung zum „faradischen Schutze" mit geerdetem Metall umgeben. In dem Elster und Geitelschen Elektroskop, das mir Hr. Prof. Himstedt freundlichst hatte umbauen lassen, hing der die Aluminiumblättchen tragende Stab oben an einem Stück Bernstein, unten war daran der den Zerstreuungskörper tragende Draht befestigt. Die Entfernung von der Öffnung unten am Elektroskop bis zum oberen Ofenrand betrug 25 cm. Die Aufhängung ging, um aufsteigende warme Luft vom Elektroskop abzuhalten, zweimal durch enge Öffnungen. Um mit einer abgeschlossenen Luftmenge zu arbeiten und keine störende Konvektion zu haben, war der Ofen außerdem unten mit Asbest dicht verschlossen.

Um den Anteil des kalten Teiles an der Zerstreuung klein zu machen, nahm ich den Zerstreuungskörper nicht zu klein. Trotzdem betrug die Kapazität des kalten Teiles in dem einen Falle, wo ich sie bestimmte, 30 Proz. von der des ganzen Systems, und der Anteil an der Zerstreuung in der Kälte war noch größer. Aber bei den Temperaturen der Hauptbeobachtungen war dieser Anteil gegenüber der enorm gesteigerten Zerstreuung des heißen Teiles völlig zu vernachlässigen.

Zur Bestimmung der Temperatur diente ein Thermoelement aus Platin–Platinrhodium und ein Galvanometer, bei dem ein Teilstrich 20° bedeutet, also die Temperatur auf zwei Grad genau abzulesen ist. Die heiße Schweißstelle befand sich, ebenso wie die Mitte des Zerstreuungskörpers, an der heißesten Stelle des Ofens, von wo an nach beiden Seiten in 6 cm Entfernung noch keine, in 9 cm Entfernung eine Temperaturabnahme von 5° festgestellt wurde. Das Thermoelement war dauernd im Ofen, aber so dicht am äußeren Drahtnetz, daß eine Störung der Entladung nicht zu befürchten war.

Um während *einer* Entladung eine Reihe von sich gegenseitig stützenden Zahlen zu erhalten, beobachtete ich das eine Blättchen beim Durchlaufen von acht verschiedenen Skalen-

teilen und berechnete auf Grund einer Eichung des Elektroskops mit einer Hochspannungsbatterie[1]) die Größe

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} = \alpha \quad (V \text{ Potential, } t \text{ Zeit in Minuten})$$

zwischen je zwei aufeinander folgenden Beobachtungen. Diese Größe zeigte sich während des Durchlaufens der Skala konstant, es war also die Abfallgeschwindigkeit des Potentials diesem proportional. Daher ist α, die relative Abfallgeschwindigkeit des Potentials und gleichzeitig der Ladung, ein geeignetes Maß der Leitfähigkeit, und ich nenne α schlechtweg die Zerstreuung.[2]) In den Tabellen ist das Mittel der während einer Entladung gefundenen α-Werte angegeben. Wurde α so groß, daß sich die Zeit zum Durchlaufen eines Teilstriches nicht mehr bequem messen ließ (etwa von $\alpha = 80$ an), so wurde die Zeit für mehrere Teilstriche oder auch die ganze benutzte Skala mehrmals mit einer Rennuhr gemessen. So **ließen sich Werte von α bis 400 beobachten; ein Versuch höher zu gehen wäre auch deshalb fruchtlos gewesen, weil die Blättchen einer noch schnelleren Entladung wegen des Luftwiderstandes nicht mehr folgen würden, schließlich würde ein nur durch den Luftwiderstand bestimmter Grenzwert der Geschwindigkeit** des Zusammenfallens erreicht werden.

Daß Konvektion Einfluß hat, wurde gelegentlich festgestellt. Nach einem Versuch mit Platin bei 625° wurde der untere Verschluß entfernt, so daß ein fühlbarer Luftstrom oben heraustrat. Als nach Steigerung des Heizstromes wieder 625° abgelesen wurde, zeigte sich α_+ im Verhältnis 1,2, α_- im Verhältnis 1,6 vergrößert. Und dabei hatte der Zerstreuungskörper wegen des Luftstromes jedenfalls eine niedrigere Temperatur als das der Wand anliegende Thermoelement. Nach Wiederherstellung des Verschlusses zeigten sich die alten Werte. Der Verschluß machte ein Durchströmen von Luft unmöglich. Das schließt natürlich nicht aus, daß eine schwache Zirkulation im Ofenrohr vorhanden war und Einfluß auf die Zerstreuung hatte.

1) Der benutzte Teil der Skala lag zwischen 175 und 270 Volt.

2) Dies der Leitfähigkeit proportionale Maß ziehe ich der sonst üblichen ihr umgekehrt proportionalen Zeit vor, die das Durchlaufen einer bestimmten Skalenstrecke dauert. — α_+ ist die Zerstreuung, wenn der Körper positiv, α_-, wenn er negativ geladen war.

Ergebnisse.

Ich fand nun von Zimmertemperatur bis zu einer Temperatur, die je nach dem Zerstreuungskörper bei 400° bis 520° liegt, keine die Versuchsschwankungen übersteigende Zunahme der Zerstreuung. Das stimmt überein mit den Resultaten von Patterson[1]), der für den mit dem Elektrometer gemessenen Sättigungsstrom zwischen einer kleinen Aluminiumelektrode und einem sie umgebenden Eisenzylinder bis 460° keine merkliche Zunahme fand. Ich fand ferner in diesem Gebiete für gleich große Körper aus verschiedenem Material gleiche Werte von α, Drahtnetz wirkte wie gleich großes Blech. Alle Beobachtungen sprechen dafür, daß es nur auf die geometrischen Verhältnisse ankommt. Positive und negative Elektrizität werden gleich schnell zerstreut. Die Beobachtungen sind folgende (Z.T. bedeutet Zimmertemperatur):

Tabelle 1.

1. Messingdrahtnetz, 12 cm lang, 8 cm Durchmesser.

Temperatur	α_+	α_-
Z.T.	0,06	0,06
350°	0,065	—
Z.T.	0,065	—
390°	0,075	—
Z.T.	0,075	0,08
460°	0,08	0,075
500°	0,08	—

2. Gleich großes engermaschiges Kupferdrahtnetz.

Z.T.	0,08	0,085

3. Gleich großes Messingblech.

Z.T.	0,075	0,085

4. Silberblech, 5 bis 7,5 cm[2]) lang, 2,5 cm Durchmesser.

Z.T.	0,10	0,10
340°	—	0,09
400°	—	0,09
Z.T.	—	0,08

5. Platinblech, 7 cm lang, 2,5 cm Durchmesser.

Z.T.	0,12	0,12
500°	0,15	0,105

1) J. Patterson, Philos. Magazine (6) 6. p. 231. 1903.

2) Der Zylinder war aus einem Blechstreifen schraubenförmig zusammengebogen, ohne daß die überstehenden (abgerundeten) Ecken abgeschnitten wurden.

Bei diesen Temperaturen ist die Zerstreuung also nur durch Selbstionisation der Luft bedingt; die fehlende Zunahme mit der Temperatur deutet darauf, daß diese Ionisation nicht auf einem chemischen Gleichgewicht zwischen Luftmolekülen und Ionen beruht, denn dieses muß sich bei der doch wohl sehr großen Dissoziationswärme stark mit der Temperatur verschieben, sondern daß sie von überall vorhandenen, sehr schwach radioaktiven Substanzen (vielleicht vom Porzellanrohr des Ofens) ausgeht, wie das schon andere vermutet haben.

Bei einer gewissen, für positive und negative Elektrizität meist verschiedenen Temperatur beginnt ein starker Anstieg der Zerstreuung, der sich bei allen Zerstreuungskörpern ziemlich genau einer Exponentialfunktion anschließt. Trägt man also als Abszissen die Temperaturen, als Ordinaten statt α die Logarithmen von α auf[1]), so erhält man oberhalb der genannten Temperatur eine gerade Linie. Etwa 15° Temperatursteigerung verdoppelt die Zerstreuung. Der mögliche Fehler der Temperaturbestimmung von 2° macht also 10 Proz. aus, und als genauer sind daher die Zahlen nicht anzusehen; das schadet aber nichts, da die Unterschiede von α unter scheinbar gleichen Bedingungen weit größer sind.

Versuche mit Platin.

Da die Versuche mit Platin am regelmäßigsten verliefen, sollen sie, obgleich zuletzt ausgeführt, zuerst erwähnt werden. Der Zerstreuungskörper war ein 7 cm langer, 2,5 cm weiter Zylinder aus Platinfolie, von einem nicht bis zu den Rändern reichenden Zylinder aus Messingdrahtnetz getragen. Anfangs fanden sich auch hier wie bei allen Zerstreuungskörpern höhere Werte als später, dann aber wurden sie so gut reproduzierbar, wie bei keiner anderen Versuchsreihe, und schwankten allerhöchstens noch im Verhältnis 1 : 3.

Ich habe für jede Beobachtungsreihe $\log \alpha$ als lineare Funktion der Temperatur berechnet und sowohl aus den Werten

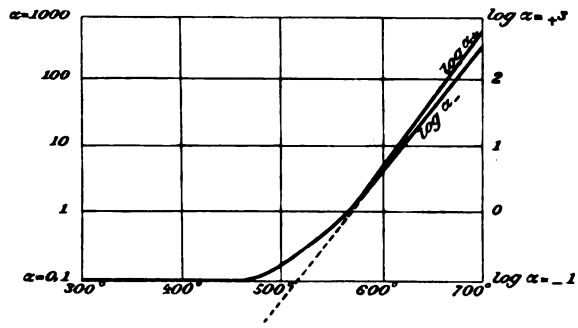
1) Das empfiehlt sich schon der Deutlichkeit wegen, da sich die höchste beobachtete Zerstreuung zu der bei Zimmertemperatur wie 4000 zu 1 verhält.

für $\log \alpha$ bei 600° als den Temperaturkoeffizienten das Mittel genommen. Ich erhielt so:

$$(1)\quad \begin{cases} \log \alpha_+ = 0{,}65 + 0{,}022\,(t - 600) \\ \log \alpha_- = 0{,}60 + 0{,}019\,(t - 600). \end{cases}$$

Nach diesen Formeln ist bei den Temperaturen über 580°, bei denen fast alle Beobachtungen am Platin gemacht wurden, die positive Zerstreuung größer als die negative, unter 580° dagegen wäre es umgekehrt. Nun sind die Beobachtungen bis zu der Temperatur hinauf, wo α den zehnfachen Wert hat als bei niedriger Temperatur, sehr langwierig und von 300° an auch ungenau, denn die Blättchen zeigen unregelmäßige Schwankungen, die auf in das Elektroskop eindringende warme Luftströmungen zurückzuführen sind. Bei höherer Temperatur verschwindet diese Störung gegenüber dem schnellen Zusammenfallen, auch läßt sich ihr Einfluß durch eine genügende Zahl von Beobachtungen eliminieren, was bei kleinen Werten von α zu lange dauern würde.

Daher wurden beim Platin nur wenige Beobachtungen unter 580° gemacht; aber diese bringen nicht den geringsten Anhaltspunkt dafür, daß, wie es die Formeln (1) verlangen, α_+ kleiner als α_- sei. Können nun die Formeln für diese Temperaturen überhaupt noch gelten? Die Kurven für $\log \alpha$ haben



zwei geradlinige Stücke (vgl. Figur), bei niedriger Temperatur $\log \alpha = \text{konst.}$, bei hoher $\log \alpha = \log a + b\,t$ oder $\alpha = a \cdot 10^{bt}$. Diese Leitfähigkeit hat jedenfalls eine Ursache, die bei gewöhnlicher Temperatur noch nicht wirkt. Neben ihr wird aber die bei niedriger Temperatur beobachtete Leitfähigkeit weiter

bestehen, wenn sie auch meist zu vernachlässigen ist. Die genaue, das ganze Temperaturintervall umfassende Formel wird also lauten: $\alpha = \alpha_0 + a.10^{bt}$. Das gibt, wenn ich $\alpha_0 = 0{,}1$ setze (vgl. p. 557, Tab. 1), die in der Figur gezeichnete Abrundung für $\log \alpha_-$. Sie hat gerade bei 580°, wo $\alpha_+ = \alpha_-$ ist, praktisch die aufsteigende gerade α_--Linie erreicht, und ich betrachte sie, um die Beobachtungen möglichst einfach darzustellen, als auch für $\log \alpha_+$ gültig. Den somit erhaltenen Gesamtverlauf betrachte ich als normal und lasse jetzt die Einzelbeobachtungen in der Form folgen, daß ich das Verhältnis q des beobachteten α zu dem für dieselbe Temperatur aus der Formel folgenden angebe. $>$ bedeutet, daß die Zerstreuung zu groß zur Beobachtung war. Die α-Werte, aus denen die mit * versehenen Zahlen folgen, sind zur Berechnung der Interpolationsformeln p. 559 benutzt.[1]) Die Temperaturen sind, da ja q kaum mehr von ihnen abhängt, auf 10° abgerundet.

Tabelle 2.

Platin.

t	q_+	q_-	Bemerkungen
660°	5	>	Nach zweistündigem Erhitzen auf 800—900°
640	5,5	>	
620	4,5	>	
600	4,2	38	
550	2	13	
600	4,5	7	Nach einigen Stunden ohne Abkühlung
640	4,5	9	
600	3,3	5	
560	4,2	5,5	Nächsten Tag[2]) bei aufsteigender Temp.
600	23	7,5	
640	>	14	Nach einstündigem Erhitzen auf 750°
680	0,75*	2 *	
650	0,7 *	1,7 *	
610	0,75*	1,5 *	Nach einigen Stunden ohne Abkühlung
590	0,7 *	2,5 *	Nach einstündiger Abkühlung auf 500°
640	0,75*	2,2 *	

1) Es sind diejenigen Reihen aufeinander folgender Beobachtungen, die sich durch je eine Interpolationsformel gut darstellen lassen.

2) Über Nacht wurde der Heizstrom stets abgestellt. Wo nicht angegeben, wurde nicht erst ausgeglüht.

Tabelle 2 (Fortsetzung).

t	q_+	q_-	Bemerkungen
690°	1,7	1,4 *	
640	1,2	1,2 *	
680	>	1,4 *	Mit neuem äußeren Drahtnetz[1]) nach zweistündigem Erhitzen
660	>	0,4 *	Nach halbtägigem Erhitzen auf 700°
690	0,8 *	0,1 *	Nach einstündigem Erhitzen auf 800°
650	0,7 *	1 *	
610	0,7 *	1 *	
660	0,35 *	0,35 *	
660	4,4	2,7	Nächsten Tag, nachdem Körper herausgenommen und wieder eingehängt
690	1,1 *	1,3 *	
650	1,3	1,3 *	Nach kurzem Erhitzen auf 800°
600	1,25 *	1,15 *	
610	0,9 *	0,8 *	Nach 2 Stunden ohne Abkühlung
640	0,7 *	0,6 *	
560	0,6 *	0,45 *	
600	1,8	0,8	Nächsten Tag bei aufsteigender Temperatur
670	1 *	1 *	Nach Erhitzen
630	1 *	1 *	
630	1,25 *	1,1 *	
590	1,2 *	1 *	
500	1	0,7	
650	0,8 *	0,7 *	Einige Tage später nach kurzem Ausglühen
600	0,65 *	0,65 *	
670	1,5 *	1,4 *	Nach den Versuchen mit H_2-Beladung, danach ausgeglüht
620	1,7 *	1,6 *	
570	1,1 *	1,5 *	
630	1,5 *	1,3 *	
690	1,1 *	1 *	Nächsten Tag
660	1 *	0,8 *	
620	1,2 *	0,9 *	
540	0,8 *	0,8 *	
630	1,4 *	1 *	Nach einigen Stunden ohne Abkühlung

1) Das alte Drahtnetz war infolge weitgehender Oxydation heruntergefallen, und zwar in einem unbekannten Augenblick während der vorangehenden Versuche. Diese sind also wegen unsicherer Erdung zweifelhaft, aber da die letzte Beobachtungsreihe vorher gut mit den übrigen stimmt, ist sie doch mit verwertet.

Die abnorm hohen Werte der negativen Zerstreuung am Anfang der Tabelle zeigen sich bei allen untersuchten frischen Metallen. Nach den Resultaten von Wilson[1]) könnte man geneigt sein, die Ursache in einer Wasserstoffbeladung zu suchen. Aber diese vergrößert nach meinen später zu erwähnenden Versuchen unter den bei mir herrschenden Bedingungen nur die Zerstreuung positiver, nicht negativer Elektrizität. Die Erscheinung hängt vielleicht mit lichtelektrischer Entladung zusammen, doch müßte zur Durchführung dieser Annahme eine Hypothese ad hoc gemacht werden.

Daß später mehrmals, nachdem der Ofen kalt gewesen, bei Versuchen ohne vorheriges Ausglühen α_+ stärker vergrößert war als α_-, ist dagegen wohl auf Wasserstoffbeladung zurückzuführen. Es zeigt sich also, wie wichtig es ist, die Zerstreuungskörper vor dem Versuch auf höhere als die Beobachtungstemperatur zu erhitzen.

Nach Einführung eines neuen Messingdrahtnetzes zeigte sich α_+ abnorm groß, und im Verein mit der Tatsache, daß frisches Messing negative Elektrizität etwa hundertmal so stark zerstreut als ausgeglühtes Platin (vgl. später) beweist dies, daß die Art des äußeren Metalles Einfluß auf die Entladung hat. Dies ist auch zu erwarten, denn auf dem äußeren Metall sitzt eine der inneren entgegengesetzt gleiche Influenzladung, und die Symmetrie der Anordnung ist nur dadurch gestört, daß die Elektrizitätsdichte und das Potentialgefälle am äußeren Metall in demselben Verhältnis kleiner sind als die Oberfläche, auf die sie sich verteilen, größer ist. Es braucht also nicht notwendig der Einfluß des äußeren Metalles ebenso groß wie der des zerstreuenden Metalles zu sein. Jedenfalls bedingt ein äußeres Drahtnetz, das negative Elektrizität schnell zerstreut, eine Erhöhung von α_+. Nach längerem Ausglühen, wobei sich das Messing oxydierte, sank α_+ sogar unter das Mittel, vielleicht weil das Platin weitgehender als sonst von Wasserstoff befreit war.

---

1) H. A. Wilson, Proc. Roy. Soc. **72.** p. 272. 1903. W. findet, daß ein weißglühender Platinfaden nur negative Elektrizität mit einer mit dem Galvanometer nachweisbaren Stromstärke zerstreut und daß dieser Strom in Wasserstoff viel größer ist als in Luft.

Silber.

Die Resultate mit dem anderen untersuchten sich nicht oxydierenden Metall, Silber in Blechform (vgl. Anm. 2, p. 557), will ich nur kurz anführen. Als von der Temperatur wenig abhängendes Maß des Verhaltens benutze ich auch hier das Verhältnis q_+ bez. q_- zum Normalwert von α bei Platin von derselben Temperatur. Wo aber die Zerstreuung schon unter 580° so groß ist, daß α_0 nicht dagegen in Betracht kommt, benutze ich als Normalwert nicht den auf dem gekrümmten Teil der Kurve liegenden, der ja auf dem Anteil von α_0 beruht, sondern den durch Extrapolation aus der Formel (1) für α_- erhaltenen (in der Figur gestrichelt), und zwar wieder sowohl für positive als negative Ladung, während über 580° wie immer die ungleichen Werte ($\alpha_+ > \alpha_-$) als Norm dienen. Eine Reduktion auf gleiches α_0 ist nicht nötig, da die Unterschiede von α_0 bei den verschiedenen Zerstreuungskörpern klein sind gegenüber den Schwankungen desselben Körpers bei höherer Temperatur.

Das Silberblech untersuchte ich zuerst ohne vorheriges Ausglühen und fand schon bei 450° für α_- das Neunfache von α_0 ($q_- = 150$), bei 500° war $q_- = 600$ und bei 550° gar 1300. Der Temperaturkoeffizient war also beträchtlich größer als beim Platin; so war es meist bei abnorm hohen Zerstreuungen. Bald sank q_- und lag, ebenso wie q_+ von Anfang an, zwischen 100 und 350. Erst nach einer Erhitzung über 600° sank q_+ auf etwa 10, q_- auf 55, dann von Versuch zu Versuch weiter, bis sowohl q_+ als q_- im Mittel gleich 2 geworden war (550—680°). Es war also, wie bei Platin, α_+ etwas größer als α_-. Der Wert 2 wurde auch beim Platin noch als normal betrachtet. Ob es der Endwert war, wurde nicht ermittelt, denn als nach Unterbrechung durch andere Versuche noch einer mit dem Silberkörper gemacht wurde, zeigte er, wohl wegen des Liegens in der Kälte, trotz Ausglühens $q_+ = 10$, $q_- = 4$. Das Aussehen des Silbers hatte sich während der Versuche etwas geändert, unter anderem zeigte es am Schluß größeren Metallglanz.

Kupfer.

Zwei Kupferdrahtnetze von 12 cm Länge und 3 cm Durchmesser zeigten folgende Zerstreuungswerte (q ist wieder das Verhältnis zum „Normalwert“ beim Platin):

Tabelle 3.

t	q_+	q_-	Bemerkungen
500°	21	38	Erstes Drahtnetz ohne vorherige höhere Temperatur
600	>90	38	Nach höherer Erhitzung
550	170	23	
570	270	30	
590	>150	100	Nachdem eine Weile auf 700° erhitzt
560	600	60	
540	400	21	Nach einigen Stunden ohne Abkühlung
520	260	—	
570	—	27	
540	260	23	
510	160	17	
620	>	10	Neues Drahtnetz v. derselben Sorte u. Größe
580	190	6,5	
550	120	5	
520	45	—	
590	>150	6	
550	120	—	
560	130	5	
600	65	4,2	Nach zwei Tagen
560	45	2,6	
590	55	4,8	
630	>	6	Nach einigen Stunden ohne Abkühlung
590	110	4	
530	32	—	
600	85	4,2	
560	570	1,2	Nach einigen Tagen, nachdem der Körper herausgenommen gewesen
590	150	2	
600	70	1,5	
600	100	1,2	Nächsten Tag
630	>	16	Nach zweistündigem Erhitzen bis zu 750°
590	100	12	
540	50	3,8	Nach einigen Stunden ohne Abkühlung
520	27	—	
560	50	5	

Die Oxydation des Kupfers erfolgt so schnell, daß man es auch bei den ersten Zahlen nicht mehr mit blankem Metall zu tun hat. Es scheint aber nach den q_+-Werten beim ersten Drahtnetz, daß die positive Zerstreuung mit zunehmender Oxydation zunimmt. Nachdem diese beendigt oder wenigstens die Oxydschicht so dick geworden ist, daß der Kern metallischen Kupfers kaum mehr durch sie hindurchwirken kann[1]), hat das Oxyd doch noch keine konstante Beschaffenheit, sondern q_+ nimmt bei dauerndem Erhitzen ab, beim Kaltliegen wieder zu, bleibt aber stets sehr beträchtlich. q_- steigt einige Mal, wenn der Körper nach dem Kaltliegen über die Beobachtungstemperatur erhitzt gewesen ist, sonst aber nimmt q_- stetig ab. Sowohl q_+ als q_- hängen stark von der Temperatur ab, und zwar ist der Temperaturkoeffizient von α größer als beim Platin.

Messing.

Mit einem Messingdrahtnetz von 12 cm Länge und 3 cm Durchmesser machte ich die ersten Versuche, in der Meinung, es komme wahrscheinlich nicht auf die Natur des Metalles an. q_+ war nur zuerst bei 590° gleich 45 und wurde bald ziemlich konstant mit Werten zwischen 1 und 4. Das ist auffällig, da die Oberfläche ja Kupferoxyd enthält, dieses aber im reinen Zustand, wie wir sahen, q_+ dauernd größer als 50 macht. — Ein Temperaturkoeffizient von q_+ war kaum zu bemerken, d. h. der von α_+ war ziemlich normal. q_- fing mit 1600 an (bei 530°), sank schnell auf Werte um 100, dann um 20, und zeigte stets einen beträchtlichen Temperaturkoeffizienten. Die Oxydschicht, die bei Messing viel langsamer zunimmt als bei Kupfer, wurde bis zuletzt stetig dicker, es wurde aber auch in Unkenntnis der Wichtigkeit des Ausglühens keine Temperatur über 660° angewandt. Daher schwanken die Zahlen stärker als bei den später untersuchten Körpern.

Ein kleineres Messingdrahtnetz (6,5 cm lang, 2,7 cm weit) zeigte ganz dasselbe Verhalten, nur war q_+ von Anfang an niedrig, es ist daher anzunehmen, daß die ganz am Anfang hohen Werte von q_+ beim größeren Drahtnetz auf hoher

1) Nach den Versuchen zerbröckelten die Körper völlig, und die meisten Drähte zeigten überhaupt keinen Metallkern mehr.

negativer Zerstreuung durch das damals noch frische äußere Messing beruhen. Mit dem kleineren Drahtnetz wurde auch bewiesen, daß tatsächlich die Bedeckung mit Oxyd die Abnahme von q_- mit der Zeit bedingt, denn als ein Teil des Oxyds mit einer Bürste abgerieben wurde, so daß vielfach blankes Messing sichtbar wurde, stieg q_- von etwa 10 auf Werte um 100 und sank nach kurzem Erhitzen auf 650° wieder auf den vorhergehenden Betrag. Auch einige Versuche an einem Messingblech von der Größe des größeren Drahtnetzes zeigten kein abweichendes Verhalten, obgleich es, nach dem Aussehen am Schluß zu urteilen, ein zinkreicheres Messing war.

Wasserstoff.

Die schon p. 562 zitierte Arbeit von Wilson veranlaßte mich, den Einfluß von Wasserstoff auf die Zerstreuung ganz roh zu untersuchen. Zerstreuungsversuche in einer erhitzten Wasserstoffatmosphäre waren mit meiner Versuchsanordnung nicht gut möglich. Ich begnügte mich daher, mit Wasserstoff beladene Zerstreuungskörper einzuhängen. Zuerst ließ ich den Silberkörper zwei Tage lang in einer Atmosphäre von mit Permanganat gewaschenem Wasserstoff und hängte ihn dann sofort in den schon heißen Ofen. Ich fand bei 580° $q_+ = 190$, $q_- = 60$ (vorher waren beide gleich 4 gewesen) und nach kurzem Ausglühen über 800° wieder normale Werte. $q_- = 60$ reicht lange nicht an die Werte beim frischen Silber heran, diese lassen sich also nicht auf Wasserstoffbeladung zurückführen, $q_+ = 190$ dagegen ist von der Größenordnung wie beim frischen Silber, dessen erhöhte positive Zerstreuung läßt sich also durch Wasserstoffbeladung erklären. Zuverlässigere Resultate waren mit dem Platinkörper zu erwarten. Diesen belud ich dadurch mit Wasserstoff, daß ich ihn in einer Bunsenflamme ausglühte, den Gasstrom unterbrach und nach einer gewissen Abkühlung des Platins wieder Gas darauf strömen ließ. Die Wirkung kann auch mit auf anderen Bestandteilen des Leuchtgases beruhen, doch wahrscheinlich überwiegt die des Wasserstoffs, da er am stärksten vom Platin absorbiert wird. Zum Vergleich wurde erst der unbeladene Platinkörper in den schon heißen Ofen gehängt: es fanden sich normale Werte. Nach der Beladung war α_- völlig normal ($q_- = 1$ und 0,6), für q_+

fand sich auch hier eine beträchtliche Erhöhung. Wie sich dies Resultat mit dem von Wilson verträgt, bleibt unaufgeklärt, doch liegt kein experimenteller Widerspruch vor, da die Temperaturen und Drucke beider Versuche weit auseinander liegen.

Die Werte für q_+ sind folgende (bei jeder der beiden Temperaturen nach frischer Beladung).

Tabelle 4.

570°		590°	
Zeit in Min.	q_+	Zeit in Min.	q_+
0	38	0	32
3	31	2	26
15	20	6	16
33	13	19	9
90	8	37	6,5
		70	5
		200	7

Der Abfall infolge Entweichens von Wasserstoff erfolgt bei 590° doppelt so schnell als bei 570°. Daß die Grenze, der sich die Zahlen nähern, noch bedeutend über dem normalen Wert zu liegen scheint, darf nicht wundernehmen, da bekannt ist, wie langsam Platin die letzten Anteile Wasserstoff abgibt. Bei dem der Abgabe zugrunde liegenden Diffusionsvorgang liegt die Frage nahe, ob das Platin von einer Wasserstoffatmosphäre umgeben ist und Sauerstoff gar nicht an seine Oberfläche gelangt, oder ob der Sauerstoff allen austretenden Wasserstoff sofort verbrennt (unterstützt durch die katalytische Wirkung des Platins), vielleicht sogar eindringt und an der Oberfläche überhaupt kein Wasserstoff mehr vorhanden ist. Diese Frage läßt sich aus meinen Beobachtungen nicht beantworten, ihre Lösung könnte aber Licht auf den Einfluß des Wasserstoffs auf die Zerstreuung werfen.

Metalloxyde.

Schon die Versuche mit Kupfer und Messing zeigten die Zerstreuung durch Metalloxyde. Nun hat Wehnelt[1]) gefunden (ähnliches war schon an Nernstschen Glühkörpern beobachtet),

1) A. Wehnelt, Ann. d. Phys. 14. p. 425. 1904.

daß eine Reihe Metalloxyde, auf Platin aufgetragen, in Vakuumröhren eine abnorme Erniedrigung des Kathodenfalles schon unter 1000° hervorrufen und im Zusammenhang damit eine beträchtliche Erhöhung der negativen Zerstreuung bei Atmosphärendruck und Temperaturen, die sämtlich über den von mir benutzten liegen. Beides führt er auf besonders starke Aussendung negativer Ionen zurück. Ich überzog daher das große Messingdrahtnetz und den Platinkörper mit Calciumkarbonat (auf einen gleichmäßigen Überzug kommt es nicht an), das bei den Beobachtungstemperaturen an der Luft völlig in Calciumoxyd, ein typisches Beispiel bei Wehnelts Untersuchungen, übergeht. Zudem wurde erst ausgeglüht. Das Resultat war sehr überraschend. Beim Messing fand sich q_- in den Grenzen der Werte, die oxydiertes Messing auch für sich zeigte, q_+ (untersucht zwischen 550 und 600°) lag um 100 herum, 20mal so groß als vorher und nach Abreiben des Kalkes. Zuverlässiger sind die Versuche mit Platin. Die negative Zerstreuung war völlig normal ($q_- = 0{,}75$ und 1,1), q_+ dagegen lag zwischen 20 und 50 (mit der Temperatur zunehmend, im Mittel bei 30). Daß die negative Zerstreuung bei mir nicht erhöht ist, stimmt mit Wehnelt überein, denn bei ihm[1]) zeigt ein mit CaO überzogener Platindraht, wenn er negativ geladen ist, einen Sättigungsstrom, der gegenüber dem des reinen Drahtes bei 970°, 1050°, 1120° im Verhältnis bez. 3, 26, 150 erhöht ist. Danach ist bei meinen unter 700° liegenden Temperaturen keine Erhöhung zu erwarten. — Meine Erhöhung von α_+, für die ich keine Erklärung versuche, kann nicht etwa auf einer Änderung des äußeren Drahtnetzes beruhen, denn ohne CaO zeigt das Platin kurz nachher dieselben Werte wie kurz vorher.

Meine Versuche mit Messing legten es nahe, außer dem bereits am Kupferdrahtnetz untersuchten Einfluß von CuO (das nach Wehnelt den Kathodenfall nicht erniedrigt) auch den von Zinkoxyd zu untersuchen. Ich überzog einmal den Platinkörper mit ZnO und fand im Mittel $q_+ = 0{,}7$, $q_- = 5$. Hier ist im Gegensatz zu CuO und CaO nur die negative Zerstreuung vergrößert. Danach findet die vermehrte Aus-

1) l. c. p. 437.

sendung von negativen Ionen, die Wehnelt beim ZnO schwächer als beim CaO beobachtet, hier schon bei meinen Temperaturen statt. Das erklärt auch, warum beim Messing mit wenigen Ausnahmen q_- größer als 10 blieb. Der vergrößernde Einfluß von CuO auf q_+ dagegen scheint beim oxydierten Messing fast völlig aufgehoben zu sein.

Um zu sehen, ob Astbestfasern, die zufällig auf den Zerstreuungskörper gefallen sein konnten, Einfluß haben, untersuchte ich diesen Einfluß, indem ich möglichst viele Asbestfasern an den Platinkörper brachte, fand aber keine Änderung der Zerstreuung.

Fragt man nach der Temperatur, wo ein merklicher Anstieg der Zerstreuung stattfindet, so benutzt man am besten die, bei der sich die geradlinigen Teile der Kurve für $\log \alpha$ schneiden. Das sind bei mir ungefähr folgende Temperaturen:

Tabelle 5.

Zerstreuungskörper	+	−
Normales Platin	515°	515°
Silber frisch	420	410
„ nach kurzem Gebrauch	490	425
„ lange ausgeglüht	500	500
Kupfer frisch oxydiert	410	460
„ später	430	490
Messing frisch	510?	400
„ oxydiert	480	465
Platin mit Wasserstoff beladen	435	525
„ „ CaO überzogen	465	515
„ „ ZnO überzogen	525	480

Diese Tabelle steht in Widerspruch mit der von Byk[1]), wonach die Temperatur, bei der eine stärkere Zerstreuung beginnt, bei allen Metallen für negative Elektrizität zwischen 400 und 445°, für positive zwischen 590 und 610° liegt. Der Widerspruch wird wohl durch die wesentlich verschiedene Versuchsanordnung zu erklären sein. Daß die Differenzen für verschiedene Metalle bei Byk geringer sind, kann auf den geometrischen Verhältnissen beruhen, vielleicht auch darauf, daß er fast

1) A. Byk, Physik. Zeitschr. 4. p. 645. 1903.

immer Kohlensäurefüllung und nur bei einem einzigen Metall auch Luft verwendet. Wesentlicher ist, daß bei Byks Versuchen in Ermangelung eines faradischen Schutzes kein völlig definiertes elektrisches Feld vorhanden ist. Die Annahme, daß sich das Gas in der Nähe der Glaswand durch die Berührung mit dieser in der Hitze positiv lädt, würde z. B. die Unipolarität völlig erklären. Bei mir war Derartiges ausgeschlossen, ich glaube daher an der Beweiskraft meiner Versuche nicht zweifeln zu müssen.

Schlußbetrachtung.

Der Schluß, der sich bei meinen Resultaten sofort aufdrängt, ist der, daß die Ionisierung der Gase bei diesen Temperaturen keine spontane, vielmehr durch vom Metall ausgehende Ionen bedingt ist. Das folgt auch daraus, daß erhitzte Gase zwischen kalten Elektroden erst bei viel höherer Temperatur anfangen, besser zu leiten. Was für Ionen senden nun die Elektroden — so will ich den Zerstreuungskörper und das äußere Drahtnetz von nun an nennen — aus? Zunächst ist sehr wahrscheinlich, daß nur die mit der Ladung einer Elektrode gleichnamigen Ionen auf die Leitfähigkeit einwirken, denn die ungleichnamigen werden, falls sie überhaupt austreten, gleich wieder zurückgeführt und befördern so weder selbst Elektrizität, noch erlangen sie genügende Geschwindigkeit, um neutrale Moleküle zu ionisieren. Daraus folgt aber, daß die Elektroden positive *und* negative Ionen aussenden. Wären es z. B. nur negative, so dürfte die negative Zerstreuung nur vom Zerstreuungskörper, die positive nur vom äußeren Drahtnetz abhängen. Aber weder das, noch das Umgekehrte ist der Fall, vielmehr hängen beide Zerstreuungen bei konstantem äußeren Metall stark vom innern ab. Nur Elektronen können möglicherweise auch beim Austritt aus der positiv geladenen Elektrode ionisieren, aber sie können nicht bewirken, daß positive Elektrizität schneller als negative zerstreut wird. Das ist aber in verschiedenen von mir untersuchten Beispielen der Fall, und dabei konnte die größere positive Zerstreuung nicht durch die äußere Elektrode bedingt sein, denn sie war größer als die positive Zerstreuung anderer Körper bei unverändertem äußeren Drahtnetz. Also müssen

mindestens in einem Teil meiner Fälle positive *und* negative Ionen abgegeben werden.

Die nächste Frage ist, ob der gesamte Elektrizitätstransport durch die ausgesandten Ionen besorgt wird oder zum kleineren oder größeren Teil durch Ionen, die durch den Stoß jener im Gas erzeugt sind. Die Beantwortung dieser Frage wird dadurch sehr erschwert, daß noch nicht bekannt ist, um wieviel die Ionisierung durch Stoß bei höherer Temperatur leichter erfolgt, genauer präzisiert, um wieviel der zur Ionisierung mindestens nötige von einem Ion frei durchlaufene Potentialabfall (nach Stark die Ionisierungsspannung) mit der Temperatur abnimmt. Daß die ganze beobachtete Leitung von den abgegebenen Ionen besorgt wird, dagegen spricht die Tatsache, daß die an sich große Wiedervereinigungsgeschwindigkeit der durch Röntgenstrahlen erzeugten Ionen (also wohl aller Gasionen) nach den Beobachtungen von McClung[1]) stark mit der Temperatur ansteigt, zwischen 15 und 270° aufs 8fache.

Daß die Stromstärke bei mir dem Potential proportional ist, läßt sich schwer auf einfache Weise deuten. Jedenfalls zeigt es, daß der Sättigungsstrom, durch den alle entstehenden Ionen weggeführt werden, ehe sie sich wieder vereinigen, noch nicht erreicht ist. Dazu sind bei Wehnelts Versuchen 1000 Volt nötig, bei mir werden 270 nicht überschritten.

Die Unipolaritätserscheinungen können nicht gut durch verschiedene Beweglichkeit von positiven und negativen Ionen erklärt werden. Wie mir scheint, kann ein großer Unterschied in der Beweglichkeit beider Ionen höchstens einen kleinen Unterschied in der Entladungsgeschwindigkeit beider Elektrizitäten hervorbringen, denn bei der weitgehenden Symmetrie der Anordnung tragen die von einer Elektrode abgestoßenen Ionen ebensoviel zur Leitung bei als die angezogenen.

Zusammenfassung.

Es wurde die Elektrizitätszerstreuung einiger Metalle in einem mit Luft von Atmosphärendruck gefüllten und von einem geerdeten, oberflächlich oxydierten Messingdrahtnetz

1) R. K. McClung, Phil. Mag. (6) 6. p. 655. 1903.

umschlossenen Raum von überall konstanter Temperatur mittels eines Elektroskopes bis gegen 700° untersucht. Die Zerstreuung fand sich bis zu den in Tab. 5, p. 569 angegebenen Temperaturen unabhängig von der Temperatur und dem Metall, *darüber* stark ansteigend, etwa aufs Doppelte bei 15° Temperaturerhöhung, und sehr abhängig vom *Material* des Zerstreuungskörpers. *Frische* Metalle (Platin, Silber, Messing) zerstreuen *negative* Elektrizität viel schneller als nach längerem Ausglühen, wobei Platin und Silber fast das gleiche Verhalten erlangen und + und − gleich schnell zerstreuen. Kupferoxyd, Calciumoxyd und Wasserstoff erhöhen die *positive* Zerstreuung bedeutend, aber nicht die negative, während es bei höheren Temperaturen, was CaO und H_2 betrifft, nach Untersuchungen anderer umgekehrt ist. ZnO erhöht etwas die negative Zerstreuung.

Die Versuche wurden im Physikalischen Institut zu Freiburg i. B. im Winter 1903/04 ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, Hrn. Prof. Himstedt für die Anregung zu dieser Arbeit und ihre eifrige Förderung meinen herzlichen Dank auszusprechen.

(Eingegangen 29. August 1904.)

7. *Über die Ursachen der Farbenänderungen von Gold-Gelatinepräparaten;* *von F. Kirchner und R. Zsigmondy.*

Einleitung.

Vor einiger Zeit machte F. Kirchner die Beobachtung, daß nach Lippmanns Verfahren hergestellte und entwickelte Bromsilbergelatineplatten beim Trocknen ihre Farbe im durchfallenden Lichte änderten, und führte diese Erscheinung auf die Änderung der Abstände der in den Emulsionen enthaltenen Silberteilchen zurück.[1])

Ganz ähnliche Farbenänderungen, die in demselben Sinne verliefen, hatte auch R. Zsigmondy schon vor längerer Zeit beim Eintrocknen der Mischungen von kolloidalem Golde mit wenig Gelatine beobachtet und ebenfalls dafür in der Änderung der Abstände beim Eintrocknen eine Erklärung gefunden.[2])

Sowohl die Silber- wie die Goldgelatinepräparate zeigten beim Anfeuchten einen Farbenumschlag, der in gleicher Weise bei beiden von einer Verengerung des Absorptionsbandes und einer Verschiebung des Maximums der Absorption gegen das blaue Ende des Spektrums begleitet war. Die blauen Präparate zeigten z. B. beim Anfeuchten einen Umschlag in Hochrot und wurden beim Trocknen wieder blau, gleichgültig ob der färbende Bestandteil Gold oder Silber war.

---

1) F. Kirchner, Ber. d. math.-phys. Kl. d. k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig vom 30. Juni 1902 und Inaugural-Dissert., Leipzig 1903. In diesen beiden Arbeiten finden sich noch die Literaturangaben über Arbeiten von Garbasso, Aschkinass und Schäfer, Planck, Wood u. a.

2) Bisher noch nicht ausführlich publiziert. Die erste hierher gehörige Beobachtung rührt wohl von Faraday her, der (Phil. Trans. 147. p. 175. 1857) mitteilt, daß Gallerte („jelly") mit Goldchlorid oder mit fein zerteiltem Golde rot wird und beim Eintrocknen entweder rot bleibt oder auch violett oder blau wird. Faraday ist der Ansicht, daß in den roten Flüssigkeiten eine Vereinigung (association) zwischen Goldteilchen und Wasser besteht, uud daß die Flüssigkeiten dieser Vereinigung ihre rote Farbe verdanken. Nach Entfernen des Wassers werden sie blau. — Gegen diese Ansicht spricht aber der Umstand, daß manche Gallerten beim Eintrocknen rot bleiben.

Es lag nun nahe, die von Kirchner bereits für die Silberpräparate versuchte Anwendung der Theorie M. Plancks[1]) auf die weit besser definierbaren Goldpräparate auszudehnen. Denn für die letzteren ließ sich sowohl die mittlere Größe (Masse) der ultramikroskopischen Goldteilchen, die wir mit der weiter unten gegebenen Begründung als Resonatoren auffassen, wie auch ihr gegenseitiger Abstand und die in der Volumeinheit enthaltene Anzahl der Goldteilchen durch das Experiment annähernd bestimmen; man hatte auf diese Weise die Möglichkeit, die Voraussetzungen und die Konsequenzen der Theorie mit den Ergebnissen der Praxis zu vergleichen.

Wir geben die Resultate unserer Untersuchungen in zwei Abschnitten; der erste soll vorwiegend die Anwendung der Planckschen Theorie auf ein gegebenes Gold–Gelatinepräparat, der zweite die Herstellung der Präparate und ihre nähere Beschaffenheit behandeln.

Erster Teil.[2])

Resonanzwirkungen für lange elektromagnetische Wellen sind schon seit den klassischen Versuchen von Hertz bekannt. Später haben andere[3]) die selektive Absorption von einzelnen Resonatoren und von Resonatorsystemen untersucht. Es fehlte dagegen bis vor kurzem ein Nachweis, daß auch für elektromagnetische Wellen von der Größe der Wärme- und Lichtwellen Resonatoren möglich oder vorhanden seien. Versuche haben in dieser Richtung angestellt für Wärmewellen Rubens und Nichols[4]), für Lichtwellen Wood[5]), Kirchner[6]), Kossonogoff[7]) und Ehrenhaft.[8])

1) M. Planck, Ann. d. Phys. **1.** p. 92. 1900; Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch. zu Berlin, 1. Mai 1902.

2) Verfasser: F. Kirchner.

3) A. Garbasso, Atti di Torino **28.** p. 475. 1903; E. Aschkinass und Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. **5.** p. 489. 1901.

4) H. Rubens und E. F. Nichols, Wied. Ann. **60.** p. 489. 1897.

5) R. W. Wood, Phil. Mag. (6) **3.** Nr. 16.

6) F. Kirchner, l. c.; vgl. auch: M. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 1903. p. 480.

7) J. Kossonogoff, Phys. Zeitschr. **4.** p. 208 u. 258. 1903.

8) F. Ehrenhaft, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien **112.** p. 181 (1903) untersuchte für eine Reihe von kolloidalen Metallen

Unsere Resonatoren bestanden aus Gold, und zwar aus den in einer nach Zsigmondys Verfahren [1]) hergestellten kolloidalen Goldlösung enthaltenen Teilchen. Diese Goldlösung wurde nach der von Siedentopf und dem einen von uns [2]) beschriebenen Methode untersucht und die Anzahl der in einer Volumeneinheit vorhandenen Teilchen festgestellt; aus dieser Zahl und dem bekannten Goldgehalt der Lösung kann man dann die durchschnittliche Masse eines einzelnen Teilchens errechnen. In unserem Falle war die durchschnittliche Masse eines Teilchens annähernd gleich $7 \cdot 10^{-14}$ mg. Die Lösung hatte die bekannte rote Farbe und ein Absorptionsband bei $\lambda = 5{,}26 \cdot 10^{-5}$ cm. Durch Mischen derselben mit Gelatine in wechselnden Verhältnissen, Dialysieren, Einengen und Ausgießen auf Platten nach dem im zweiten Teile beschriebenen Verfahren erhielten wir goldhaltige Gelatinehäutchen, welche in trockenem Zustande blau bis violettrot, im nassen Zustande aber rot erschienen.

Wie im zweiten Abschnitt gezeigt werden soll, bestehen die Goldgelatinehäutchen aus einer erstarrten Emulsion von Gelatine, welche in einer farblosen Grundmasse eine außerordentlich große Anzahl von winzig kleinen Klümpchen einer

---

(nach Bredigs Verfahren hergestellt) die Abhängigkeit der Polarisation des diffus reflektierten Lichtes vom Winkel gegen den einfallenden Strahl und fand, daß die Winkel der maximalen Polarisation mit dem von J. J. Thomson geforderten 120° teils übereinstimmten, teils aber zwischen 110° und 120° lagen. Des weiteren versucht Ehrenhaft aus dem Maximum der Absorption kolloidaler Metalle die Größe ihrer Teilchen abzuleiten unter der Annahme, daß dieselben Kugelgestalt haben. Da aber, wie Siedentopf und Zsigmondy in Übereinstimmung mit Faraday gefunden haben, ein deutlich erkennbarer Zusammenhang zwischen Masse der Teilchen und Lichtabsorption *nicht* besteht (H. Siedentopf u. R. Zsigmondy, Ann. d. Phys. **10.** p. 35. 1903 und Verhandl. d. Deutschen Phys. Gesellsch. **5.** p. 212. 1903), da ferner die Ehrenhaftsche Annahme in Verbindung mit der bekannten oberen Grenze der Teilchenmasse in unserem Falle zu viel zu kleinen Wellenlängen für die Eigenschwingung führen würde (sie würde weit im Ultraviolett liegen), so folgt daraus, daß die Ehrenhaftsche Annahme der Kugelgestalt den Tatsachen *nicht* entsprechen kann.

1) R. Zsigmondy, Liebigs Ann. **301.** p. 30. 1898; ausführlicher: Zeitschr. f. analyt. Chemie **40.** p. 710. 1901.

2) H. Siedentopf u. R. Zsigmondy, l. c.

dichteren und intensiv gefärbten Gold–Gelatinemischung enthält. Jedes dieser Klümpchen enthält hunderte von ultramikroskopischen Goldteilchen, den eigentlichen Resonatoren, die sich durch nachträgliches Auflösen der Emulsion in heißem Wasser wieder voneinander trennen lassen. Die Größe der Klümpchen ist so gering, daß man sie im durchfallenden Licht nur mit Hilfe höchster numerischer Aperturen (1.3 und 1.4) als Pünktchen wahrnehmen kann.

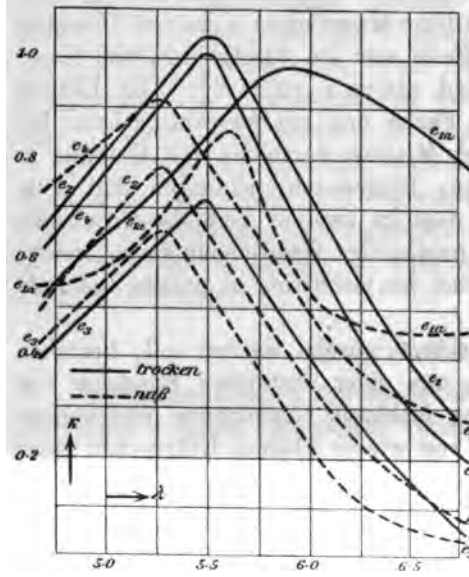


Fig. 1.

Die Klümpchen scheinen, wenn der Gelatinegehalt eine gewisse Grenze überschritten hat, bei weiterem Gelatinezusatz die gleiche Zusammensetzung und die gleiche räumliche Verteilung des Goldes beizubehalten, denn die Absorptionskurven bleiben bei den Präparaten e_2 bis e_4 innerhalb der Ablesungsfehler, wie ein Blick auf Fig. 1 zeigt, untereinander parallel, obgleich die Gelatinemenge auf das 6,5 fache gestiegen ist. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf trockene, die punktierten auf nasse Emulsion.

Würde die Vermehrung der Gelatine aber den Goldgehalt der Klümpchen vermindern, also verdünnend wirken, so müßten dadurch die Goldteilchen voneinander entfernt werden, und daher das Absorptionsband verengert und nach der Seite der kürzeren Wellenlängen verschoben werden[1]), was wohl bei der

1) Es müßten sich also die Absorptionskurven bei den gelatinereicheren Präparaten der Gestalt und der Lage nach den Kurven für die nassen Präparate nähern. Mit dem geringen Unterschiede des Brechungsindex der trockenen und nassen Platten ist die Verschiebung nicht zu erklären.

ersten Verdünnung durch Gelatine (vgl. die Kurven der Präparate e_{1a} und e_2), nicht aber bei weiterem Zusatz von Gelatine zu beobachten war (vgl. die Kurven e_3 bis e_4). Bei dem Präparate e_{1a}, das statt auf Glas auf eine Platte photographischer Gelatine ausgegossen war, und den größten Goldgehalt hatte (vgl. die Tabelle im zweiten Teile der Arbeit), waren die Goldteilchen offenbar auch innerhalb der Klümpchen dichter aneinander gedrängt als in den anderen Präparaten. Der Farbenumschlag im Präparat e_{1a} war ganz bedeutend, wie die weiter unten folgenden Messungen und Rechnungen zeigen werden.

Da nun für die Gestalt der Absorptionskurve sowohl wie überhaupt für die optischen Eigenschaften der Emulsion nach dem Vorhergehenden nur die Goldgelatineklümpchen in Betracht kommen, so ist die Dicke der absorbierenden Schicht natürlich kleiner als die Dicke der ganzen Emulsionshaut. Die absorbierende Schicht ist repräsentiert durch die Summe aller in der Richtung des Lichtstrahles befindlichen Klümpchen, unabhängig von ihrer gegenseitigen Entfernung.

Zur theoretischen Betrachtung wollen wir uns (unter einer gleich zu erwähnenden Reserve) an die Plancksche Theorie[1]) anschließen.

Die Anwendung der Theorie Plancks auf fein zerteilte Metalle hat auf den ersten Blick etwas Bedenkliches. Denn einerseits ist bei der großen Annäherung der Teilchen, wie sie in unseren Präparaten vorliegen, der Abstand der Teilchen nicht mehr groß gegen ihren Durchmesser, dann haben die Teilchen keine Kugelgestalt, und endlich ist die Voraussetzung einer *kleinen* Dämpfung nicht erfüllt. Wenn es sich daher verbietet, die Theorie Plancks in der Weise anzuwenden, daß die genaue Größe der Teilchen (was eine Kenntnis ihrer Gestalt voraussetzen würde) und die genaue Anzahl derselben in der Volumeneinheit berechnet werden, so wird man gegen eine *formal-qualitative* Anwendung der Theorie weniger einwenden. Die von Planck für den Brechungsindex und den Absorptionskoeffizienten gefundenen Formeln gehören nicht allein der

1) M. Planck, l. c.

Planckschen Theorie an, auch die von Drude[1]) und die von A. H. Lorentz[2]) führen zu formell denselben Ausdrücken, nur haben die dabei auftretenden Größen eine einfachere oder eine kompliziertere Bedeutung. Es kommt also nur darauf an, nachzuweisen, daß man den Gang der Absorption unter der *vorläufigen* Annahme der Planckschen Theorie genügend genau darstellen kann, wenn man dabei bedenkt, daß die Größen α, β, g eben nur Rechengrößen sind und man ihnen eine modifizierte Bedeutung beilegen muß. Am nächsten verwandt mit Plancks Theorie ist bekanntlich die von Lorentz. Die Drudesche entfernt sich schon weiter. Nun lehrt eine Rechnung, wie hier erwähnt werden mag, daß man den Gang der Absorption in unseren Präparaten mit der einfacheren Drudeschen Theorie *nicht* darstellen kann. Die Absorptionskurven müßten ganz anders aussehen. Daraus folgt schon, daß die Verhältnisse bei unseren Gold-Gelatineemulsionen durchaus nicht ganz einfache sein können. Wie im folgenden gezeigt werden wird, kann man dagegen die Kurven im großen und ganzen mit Hilfe der Planckschen Theorie darstellen. Es werden sich aber dabei systematische Abweichungen zeigen, die darauf hinweisen, daß die Bedenken gegen eine quantitative strenge Anwendung der Planckschen Theorie berechtigt sind und man die Größe g nicht so einfach interpretieren kann, wie bei Planck.

Daß wir zur Erklärung der Erscheinungen überhaupt Resonanzwirkungen der *Teilchen als Ganzes* annehmen, hat seinen Grund erstens darin, daß sich die selektive Absorption, wenigstens bei unseren Emulsionen, nicht durch Interferenz und Beugung erklären läßt, denn dazu liegen die Teilchen zu nahe aneinander und sind auch viel zu klein; zweitens kommt man mit der alleinigen Annahme molekularer Resonanz nicht durch. Die Schwingungen eines *isolierten* Moleküls werden ja ohne Zweifel andere sein, als die eines von etwa hundert oder tausend gleicher Moleküle umgebenen, aber, wenn ich eine Gruppe von tausend Molekülen habe, so wird sich die Schwingungs-

1) P. Drude, Wied. Ann. 48. p. 536. 1893.

2) H. A. Lorentz, La théorie electromagnetique de Maxwell, Leyde 1892.

dauer und Dämpfung der einzelnen Moleküle wohl nicht weiter ändern, wenn ich dieser Gruppe eine zweite und dritte gleichartige anlagere. Den Farbenumschlag könnte man also durch molekulare Resonanz nur dann erklären, wenn die Moleküle einzeln voneinander getrennt oder einander genähert werden könnten, wie bei Gasen unter wechselndem Druck. Eine weitere Stütze für die Annahme, daß die Teilchen als Ganzes schwingen, finden wir darin, daß es möglich ist Gold in Glas so fein zu zerteilen, daß die erhaltene Zerteilung bez. Lösung vollständig farblos erscheint.[1]) Da wir nun der Überzeugung sind, daß die Goldteilchen nicht isodimensional sind, und es für wahrscheinlich halten, daß sie Blättchenform haben, so liegt in unserer Annahme kein Widerspruch mit der schon von Faraday konstatierten Tatsache, daß Goldteilchen von sehr verschiedener Masse keinen merklichen Unterschied in der Farbe der Lösungen hervorrufen. Denn wenn wir mehrere Teilchen wie die Blätter eines Buches aufeinander legen, so können wir die Masse derselben vervielfachen, ohne die Schwingungsdauer wesentlich zu beeinflussen, wenn nur die Dicke der Blättchen klein gegen ihren Durchmesser bleibt. Schließlich verliert das Bedenken, das H. Pockels[2]) gegen die Annahme der Teilchenresonanz ausspricht, nämlich das ungünstige Verhältnis des Leitungsstromes zum Verschiebungsstrom, an Bedeutung, je flächenhafter der schwingende Körper wird. Wenn man Hrn. Pockels durchaus Recht geben wird für den Fall der Kugelgestalt, so wird man für den Fall dünner Blättchen jene Bedenken fallen lassen können.

Im zweiten Teile der Abhandlung sind die Erfahrungstatsachen angegeben, welche zu der Überzeugung geführt haben, daß die Abstände der ultramikroskopischen Goldteilchen selbst, die wir also als Resonatoren auffassen, und nicht etwa diejenigen molekularer Bruchteile derselben, von wesentlichem Einflusse auf die Farbenänderungen der Gold-Gelatinepräparate sind.

Zum bequemeren Anschluß sollen dieselben Bezeichnungen

1) Vgl. z. B. W. Spring, Bull. de l'Acad. Roy. de Belg. Nr. 12. p. 1019—1027. 1900; H. Siedentopf u. R. Zsigmondy, Ann. d. Phys. 10. p. 19. 1903.

2) F. Pockels, Phys. Zeitschr. 5. p. 152. 1904.

gewählt werden wie bei Planck.[1]) Es sei also N die Anzahl der in einem Kubikzentimeter enthaltenen Resonatoren; λ_0 die Wellenlänge der Eigenschwingung des Resonators; σ sein logarithmisches Dekrement. Zur Abkürzung werden eingeführt

$$(1) \qquad g = \frac{\sigma N \lambda_0^2}{4\pi^2}, \quad \alpha = \frac{\lambda_0^2 - \lambda^2(1-g)}{3g\lambda^2}, \quad \beta = \frac{\sigma\lambda_0}{3\pi g\lambda}.$$

Dann ergeben sich für Brechungsindex und Absorptionskoeffizient die Werte:

$$(2) \qquad \begin{cases} \nu^2 = \dfrac{\sqrt{(\alpha^2+\beta^2-\alpha)^2+\beta^2} + (\alpha^2+\beta^2-\alpha)}{2(\alpha^2+\beta^2)}, \\ \varkappa^2 = \dfrac{\sqrt{(\alpha^2+\beta^2-\alpha)^2+\beta^2} - (\alpha^2+\beta^2-\alpha)}{2(\alpha^2+\beta^2)}. \end{cases}$$

Hier interessiert uns nur $\varkappa$.

Wenn man den Ausdruck für $\varkappa^2$ nach Potenzen von β entwickelt und nur die ersten Glieder nimmt, so findet man für die maximale Absorption ($\lambda = \lambda_m$)

$$(3) \qquad \varkappa_m^2 = \frac{9\pi g}{8\sigma}\sqrt{\frac{3}{1-g}}.$$

Für $\lambda' = \dfrac{\lambda_0}{\sqrt{1-g}}$ wird dagegen

$$(4) \qquad \varkappa'^2 = \frac{3\pi g}{2\sigma\sqrt{1-g}}.$$

Wenn man nun die von der absorbierenden Schicht durchgelassenen Intensitäten mit d bezeichnet, so ist, wenn die einfallende Intensität gleich Eins gesetzt wird, in erster Näherung:

$$(5) \qquad d = e^{-4\pi\varkappa\frac{\delta}{\lambda}},$$

wo δ die Dicke der absorbierenden Schicht ist. Bildet man also das Produkt $\lambda . \log 1/d$, so stellen diese Werte ein genaues Bild vom Verlaufe der Werte von $\varkappa$ (bis auf einen konstanten Faktor f) dar. Auf diese Weise sind (unter Benutzung gemeiner Logarithmen) sowohl die Kurven Fig. 1 erhalten, wie Fig. 2, die die Werte $f.\varkappa$ für das Präparat e_{1a} darstellt. Die Abszissen sind die Wellenlängen in 10^{-5} cm, die Ordinaten die Werte $\lambda . \log \text{vulg}\, 1/d$.

1) M. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiesensch. zu Berlin 1903. p. 480 ff.

λ_m und $f.x_m$ sind aus der Figur sofort zu entnehmen' wie obige Formeln (3) und (4) zeigen, stehen x_m^2 und $x_m'^2$ in einem konstanten Verhältnis, nämlich

$$x'^2 = x_m^2 \cdot \frac{4}{3\sqrt{3}}. \tag{6}$$

Man findet also leicht $f.x'$. Mit diesem Wert dann

$$\lambda' = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-g}}$$

wieder aus der Kurve. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß alle diese Rechnungen nur Näherungswerte liefern.

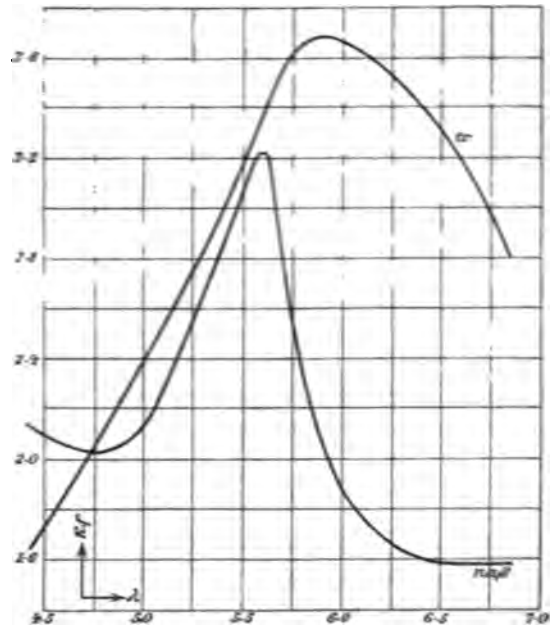


Fig. 2.

Wenn wir nun noch einen dritten Punkt der Kurve nehmen, und zwar den, für den $2\alpha = 3\beta$ ist, so erhalten wir

$$(7)\quad \begin{cases} \lambda_3 = \lambda' \left[\sqrt{1 + \frac{9}{16\pi^2}a^2} - \frac{3a}{4\pi}\right], \\ \text{wo} \\ a = \frac{\sigma}{\sqrt{1-g}} = \pi\sqrt{3}\left[1 - \frac{\lambda_m^2}{\lambda'^2}\right]. \qquad x_3^2 = \frac{\frac{3g}{1-g}\lambda_3^2 + \lambda_3^2 - \lambda'^2}{\lambda'^2 - \lambda_3^2}. \end{cases}$$

Zunächst findet man λ_3 durch Rechnung, dann $\varkappa_3 . f$ aus der Kurve. Auf diese Weise hat man dann eine genügende Anzahl von Beziehungen zwischen f, g und λ_0 und σ um diese Werte zu finden.

Für das Präparat e_{1a} gibt nun eine derartige Rechnung $\lambda_0 = 5{,}26 . 10^{-5}$ cm; also denselben Wert, den das Absorptionsmaximum der kolloidalen *Lösung* zeigt, ein bemerkenswerter Umstand. Nach der Theorie ist dies zu erwarten, da für die *Lösung*, also für den Fall sehr weit voneinander entfernter Teilchen das Maximum der Absorption bei λ_0 liegen muß. Für g und σ erhält man die Werte 0,37 und 0,89.

Nun ist aber, wie die Rechnung zeigt, der Quotient σ/g *nicht* klein, wie bei Entwickelung der Formeln vorausgesetzt war. Da man wird annehmen können, daß σ zwischen 0,5 und 1,0 liegt, jedenfalls nicht klein ist, so kann man zwei Grenzwerte für g berechnen, indem man Gleichung (2), unter der Voraussetzung σ/g groß, vereinfacht. Die Rechnung liefert unter Beibehaltung des Wertes $\lambda_0 = 5{,}26 . 10^{-5}$ cm:

Für	$\sigma = 1{,}0$	$g = 0{,}36$
„	$\sigma = 0{,}5$	$g = 0{,}30$

Weil es sich sowieso um eine Näherungsrechnung handelt, können wir, ohne einen allzugroßen Fehler zu begehen, für g einen zwischen 0,30 und 0,35 liegenden Wert nehmen, also

$$g = 0{,}32 .$$

Der Vergleich mit dem oben, unter der Annahme σ/g klein, erhaltenen Resultat lehrt, daß durch die veränderte Rechnungsmethode kein großer Unterschied in g erzielt wurde. Weiter finden wir

$$\sigma = 0{,}9 .$$

Mit diesen Werten: $\lambda_0 = 5{,}26 . 10^{-5}$, $g = 0{,}32$, $\sigma = 0{,}9$ wurde nun eine theoretische Kurve berechnet. Die Resultate sind in Tab. 1 und in Fig. 3 enthalten. Die ausgezogene Kurve stellt die berechneten, die punktierte die beobachteten Werte dar.

Tabelle 1.

λ	4,75	5,00	5,25	5,50	5,75	6,00	6,25	6,50	6,75
$x_{cal.}$	0,76	0,91	1,07	1,21	1,31	1,35	1,31	1,25	1,08
$f.x_{obs.}$	2,05	2,38	2,74	3,17	3,61	3,65	3,53	3,33	3,06
f	2,69	2,50	2,56	2,62	2,76	2,70	2,70	2,67	2,85
$f.x_{cal.}$	2,02	2,42	2,85	3,22	3,48	3,59	3,48	3,32	2,87

$f_m = 2{,}66.$

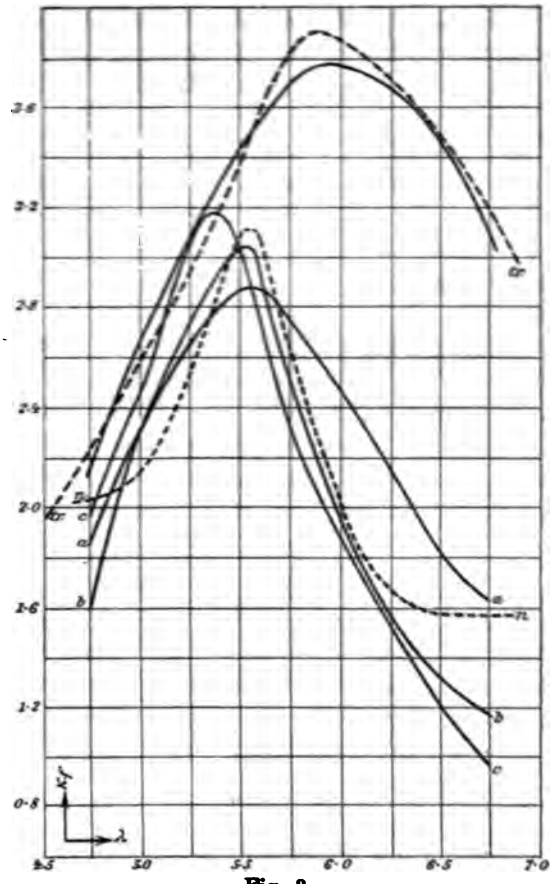


Fig. 8.

Hierbei bedeuten $x_{cal.}$ die berechneten Werte von x, $f.x_{obs.}$ die beobachteten multipliziert mit dem erwähnten konstanten

Faktor f, der den Modul der Logarithmen, 4π und die Schichtdicke δ enthält; f_m ist der Mittelwert aller f. Mit diesem f_m wurden die Werte $\varkappa_{cal.}$ multipliziert und so die Zahlen der letzten Horizontalreihe und die ausgezogene Kurve in Fig. 3 erhalten.[1])

Da nun nach der Planckschen Theorie allein die Variation der Anzahl N der Resonatoren in der Volumeneinheit maßgebend sein soll für die Veränderung der Absorptionskurve, müßte man mit den für die trockene Emulsion errechneten Werten durch passende Veränderung (Verkleinerung) von N (bez. g) die für die nasse Emulsion gefundene Kurve darstellen können. Die Aufquellung unserer Emulsion ließ sich nun leider nicht messen, dagegen zeigte sich, daß *reine* Gelatine von der hier verwendeten Sorte auf das 7—9 fache Volumen aufquoll. Nun zeigen die Kurven der Fig. 3, daß eine Aufquellung der für die Absorption allein in Frage kommenden Klümpchen auf das 4 fache die Erscheinung gut darstellt. Dies würde einem Goldgehalte von 50 Volumenproz. in den Klümpchen entsprechen.

Zur besseren Illustration dieser Verhältnisse sind hier drei theoretische Kurven wiedergegeben, und zwar Kurve a) für den Fall einer Aufquellung (der Klümpchen!) auf das Doppelte, Kurve b) für den eben genannten Fall einer Vervierfachung, und Kurve c) für Verachtfachung des Volumens. In Tab. 2 sind die Zahlen für Kurve b) enthalten.

Tabelle 2.

λ	4,75	5,00	5,25	5,50	5,75	6,00	6,25	6,50	6,75
$\varkappa_{cal.}$	0,232	0,338	0,396	0,424	0,358	0,286	0,225	0,194	0,141
$f.\varkappa_{obs.}$	(2,03)	2,13	2,56	3,09	2,67	1,85	1,66	(1,59)	(1,59)
f	(8,75)	6,30	6,47	7,28	7,46	6,47	7,38	(8,20)	(11,28)
$f.\varkappa_{cal.}$	(1,60)	2,33	2,73	3,04	2,47	1,97	1,54	(1,34)	(0,97)

$f_m = 6{,}89.$

Mit Ausnahme des ersten und der beiden letzten Werte, wo wahrscheinlich gröbere Messungsfehler vorliegen, ist die

1) Bei den Kurven für die trockene Emulsion sind die Ordinaten um 0,2 zu groß gezeichnet, um sie deutlicher von den übrigen zu trennen.

Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung auffallend groß.

Wollte man die Daten für die nasse Emulsion ebenso berechnen, wie dies für die trockene geschehen ist, so fände man $\lambda_0 = 5{,}21 \cdot 10^{-5}$ cm (hierin zeigt sich also der geringe Einfluß des veränderten Brechungsexponenten der nassen Gelatine), $g = 0{,}15$, $\sigma = 0{,}34$. Die damit berechnete Kurve stimmt nun gar nicht mit der beobachteten überein. In Tab. 2a sind die Resultate dieser Rechnung dargestellt. Es zeigt sich, daß f, das doch eine Konstante sein soll, dies durchaus nicht ist, und überdies einen deutlichen Gang der Verschiedenheit zeigt.

Tabelle 2a.

λ	4,75	5,00	5,25	5,50	5,75	6,00	6,25	6,50	6,75
$f_{cal.}$	0,49	0,80	1,10	1,48	1,25	0,70	0,40	0,26	0,20
$f \cdot \varkappa_{obs.}$	2,03	2,13	2,56	3,09	2,67	1,85	1,66	1,59	1,59
f	4,15	2,65	2,42	2,09	2,14	2,64	4,15	6,24	7,09

Aus Gleichung (1) könnten wir nun mit Hilfe von g und σ die Zahl N berechnen, wenn g in unserem Falle wirklich durch (1) dargestellt wäre, also die Voraussetzungen der Planckschen Theorie erfüllt wären. Wenn wir nun nach der Formel

$$N = \frac{4\pi^2 g}{\sigma \cdot \lambda_0^2}$$

N berechnen und für die trockene Emulsion $\sigma = 0{,}9$, $g = 0{,}32$, für die nasse $\sigma = 0{,}34$, $g = 0{,}15$ (Tab. 2a) annehmen, so erhalten wir das Wertepaar $N_t = 3{,}0 \cdot 10^{14}$, $N_n = 3{,}9 \cdot 10^{14}$, für die aufgequellte Emulsion also bedeutend mehr Teilchen als für die trockene. Dies steht aber in Widerspruch mit den Tatsachen. Hier also zeigt sich, daß man die Plancksche Theorie *nicht* buchstäblich anwenden darf. Aus den Werten der Tab. 2 dürfen wir N natürlich nicht berechnen, denn hier haben wir ja angenommen, daß $N_n = N_t/4$ sei.

Es wäre nun Sache der Theorie zu entscheiden, inwiefern man durch Annahme komplizierterer Resonanzvorgänge eine größere Übereinstimmung erzielen könnte.

Ganz ähnlich wie für Präparat e_{1a} verhalten sich die Kurven für die übrigen Präparate. Die Übereinstimmung für e_2 ist beispielsweise etwa gleich der für die nasse Platte e_{1a}.

Hier mag es genügen, wenn für dies eine Präparat gezeigt wurde, daß man angenähert, zum Teil sogar in hohem Grade, den Absorptionsverlauf durch die Annahme bestimmt verteilter Resonatoren von gegebener Eigenschwingung und Dämpfung darstellen kann.

Aber einen Schluß kann man noch ziehen. Wenn man, wie hier in unserem Falle, ein Urteil darüber hat, welches Volumen die einzelnen Teilchen höchstens ausfüllen können, so ist man in der Lage anzugeben, ob die oben erwähnte Eigenschwingung möglich ist unter der Annahme der Kugelgestalt. Dies ist hier nun nicht möglich, denn mit dem vorhandenen Volumen kann man nur dann eine genügend große Lineardimension erreichen, wenn man annimmt, daß die Teilchen *nicht* isodimensial sind, also Blättchen- oder Stäbchenform haben. Gelingt es, die Ursachen der noch vorhandenen Abweichungen der Theorie von der Beobachtung aufzudecken, so wird man, aber auch erst dann, imstande sein, bestimmte Aussagen über die Gestalt der Goldteilchen machen können.

Ferner würde man, wenn man ein genügend großes Spektralgebiet — z. B. bolometrisch — mit genügender Genauigkeit untersuchte, die Anwesenheit von anderen Schwingungsdauern (also von kleineren oder größeren Lineardimensionen) nachweisen können. In gewisser Hinsicht kann man schon aus der Gestalt einer Absorptionskurve vom Bereich der unserigen auf die Anwesenheit von Eigenschwingungen anderer Dauer schließen. Denn jede Schwingungsdauer wird mit ihrer zugehörigen Dämpfung eine Absorptionskurve zur Folge haben, die dem einfachen Fall nur *einer* Eigenschwingung entspricht. Alle diese einfachen Kurven werden sich nun zu einer komplizierteren zusammensetzen, und diese ist es, die man beobachtet.

Dieser Einfluß anderer Schwingungsdauern wird sich folgendermaßen dokumentieren. Ist die zweite vorhandene Eigenschwingung die kleinere, so wird die zugehörige Kurve in ihrer ganzen Ausdehnung weiter nach links (nach kleineren Wellen) zu liegen. Der Erfolg ist dann, daß der linke Ast der hauptsächlich beobachteten Absorption — sie heiße Absorptionskurve der Hauptschwingung — erhöht wird und sogar einen tiefsten Punkt haben kann. — Liegt die Nebenschwingung

nach längeren Wellen zu (nach rechts), so wird der rechte Ast der Hauptkurve verflacht, und die vorher unsymmetrische Gestalt derselben kann symmetrisch oder sogar im entgegengesetzten Sinne unsymmetrisch werden.

Um derartige Verhältnisse näher zu studieren, wäre es eine dankbare Aufgabe, erstens die Kurven möglichst weit, sowohl ins Ultraviolett als ins Ultrarot zu verfolgen. Ferner aber verschiedene Dielektrika an Stelle der Gelatine zu verwenden, z. B. Eiweiß. Ebenso müßte man versuchen, andere Mittel zum Aufquellen als gerade Wasser zu benutzen. Daß dieser letzte Umstand von zurücktretender Bedeutung sein würde, ist für unseren speziellen Fall schon von uns erwiesen.[1]) Es zeigte sich nämlich, daß Eisessig dieselbe Wirkung hervorbrachte wie Wasser.

Hierher gehören Versuche von Ambronn „Über Pleochroismus pflanzlicher und tierischer Fasern, die mit Silber- oder Goldsalzen gefärbt sind"[2]) und von Ambronn und Zsigmondy „Über Pleochroismus doppeltbrechender Gelatine nach Färbung mit Gold- und Silberlösungen.[3]) In diesen Abhandlungen wurde unter anderem gezeigt, daß Gelatine, welche mit kolloidalem Gold gefärbt und durch Dehnung doppeltbrechend gemacht wurde, sehr starken Dichroismus zeigt. Die beiden Farben waren den von uns bei trockener und nasser Gelatine beobachteten ganz ähnlich: standen Polarisationsebene des Nicols und Dehnungsrichtung der Goldgelatine parallel, so erschienen die Streifen hellrot oder gelblich rot; waren beide Richtungen gekreuzt, so trat blauviolette Färbung ein. Schon Ambronn zieht zwei verschiedene Vorstellungen zur Erklärung dieser und ähnlicher Erscheinungen in Erwägung. Nach ihm kann der Pleochroismus erklärt werden einerseits aus den Abständen der Teilchen („Gitterstäbe"), die in der Dehnungsrichtung größer als in den anderen Richtungen sein müssen; andererseits aus einer anisotropen Eigenschaft der Teilchen des färbenden Körpers selbst, die dann zur Geltung

1) F. Kirchner, l. c.

2) H. Ambronn, Ber. d. math.-phys. Kl. d. k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 7. Dez. 1896.

3) H. Ambronn u. R. Zsigmondy, Ber. d. math.-phys. Kl. d. k. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. 31. Juli 1899.

kommt, wenn alle seine Teilchen durch die Dehnung gleichsinnig orientiert sind.

Auf Grund zahlreicher Beobachtungen an den verschiedensten Medien und mit verschiedenen, färbenden Körpern hält Ambronn die letztere Erklärung des Dichroismus für die zutreffendere, ohne jedoch die erstere dabei auszuschließen.

Die spektralphotometrische Untersuchung des Pleochroismus gedehnter Goldgelatine wird auch hier voraussichtlich eingehendere Aufschlüsse ergeben über die in Betracht kommenden Fragen. Zunächst müssen wir uns aber mit der Andeutung dieser Arbeitsgebiete begnügen.

Zweiter Teil.[1])

A. Bereitung der Gold-Gelatinepräparate.

Die zur Herstellung der Gold-Gelatinepräparate verwendete hochrote kolloidale Goldlösung war, wie schon erwähnt, nach dem von dem einen von uns[2]) angegebenen Verfahren hergestellt worden und hatte einen Gehalt von 0,005 Proz. Au. Durch eine große Reihe von Einzelschätzungen, mehr als 300, mit zwei verschiedenen Meßokularen und bei verschiedenen Graden der Verdünnung wurde von uns der mittlere Teilchenabstand der in derselben enthaltenen ultramikroskopischen Goldteilchen annähernd festgestellt zu 1,1 μ (1 $\mu = {}^1/_{1000}$ mm).[3]) Dies entspricht einer Teilchenzahl 0,7 Milliarden im Kubikmillimeter Goldlösung, dessen Gesamtgoldgehalt $5{,}10^{-5}$ mg beträgt. Die Masse eines Teilchens ist demnach annähernd

$$\frac{5 \cdot 10^{-5}}{0{,}7 \cdot 10^{9}} = 7 \cdot 10^{-14} \text{ mg}$$

und die Lineardimension unter Voraussetzung der Würfelgestalt

1) Verfasser: R. Zsigmondy.

2) R. Zsigmondy, Ann. d. Chem. **301.** p. 30. 1898 und genauer Zeitschr. f. analyt. Chem. **40.** p. 710. 1901.

3) Der Mittelwert der Abstände für die unverdünnte Flüssigkeit war 0,97 μ, für die verdünnte aber

	Teilchenabstand	berechneter Abstand für die unverdünnte Flüssigkeit
bei der Verdünnung 1 : 8	2,33 μ	1,16 μ
„ „ „ 1 : 125	5,67 μ	1,13 μ

der Teilchen und voller Raumerfüllung mit metallischem Golde von normalem spez. Gew. ca. 15 $\mu\mu$.

50 ccm dieser kolloidalen Goldlösung wurden nun mit 0,35 ccm einer $^1/_2$ proz. Gelatinelösung versetzt und auf etwa 12 ccm eingekocht; hierauf wurde die Flüssigkeit der Dialyse unterworfen (zur Entfernung der gelösten Salze).

Dabei trat Volumenvermehrung ein bis 13,6 ccm. Von der dialysierten Flüssigkeit wurde nun ein bestimmter Teil auf Glas, Präparat e_1, ein anderer Teil auf einer unbelichteten, aber entwickelten und fixierten, farblosen Brom–Silber–Gelatineplatte ausgebreitet, Präparat e_{1a}.

Während bei Präparat e_1 kein zusammenhängender Überzug zu erhalten war[1]), trocknete e_{1a} zu einer äußerst dünnen, goldbronzeglänzenden, im durchfallenden Lichte blauen und homogenen Schicht ein, die beim Befeuchten einen wunderschönen Farbenumschlag in Rot zeigte.

Der Rest der Flüssigkeit wurde weiter eingekocht; es hinterblieb eine tiefrote Flüssigkeit, von der je $^1/_2$ ccm mit steigenden Mengen Gelatinelösung gemischt wurde. Die Mischungen e_2, e_3 und e_4 wurden hierauf auf Glas gegossen.

B. Beschreibung der Präparate.

Nach dem Trocknen erschienen e_2, e_3 und e_4 schmutzig violett, wurden aber beim Anfeuchten rot (e_{1a}, wie schon erwähnt, trocken blau, naß rot). Die Kurven für die Absorption dieser Präparate finden sich im ersten Teile der Abhandlung.

Tabelle A.

Bezeichnung	Gehalt an Gold[2]) in mg	in cmm	Gehalt an Gelatine in mg	in cmm	Gesamtvolumen
e_1 und e_{1a}	0,092	0,0046	0,064	0,046	0,051
e_2	0,315	0,0158	0,72	0,52	0,536
e_3	0,315	0,0158	1,72	1,26	1,276
e_4	0,315	0,0158	4,72	3,45	3,466

1) Er zeigte aber trotzdem den Farbenumschlag von Blau in Rot. Dieses Präparat konnte nicht spektralphotometrisch gemessen werden.

2) Die Volumina von Gold und Gelatine wurden unter der Annahme berechnet, daß in vorliegenden Präparaten das spez. Gew. des Goldes 20, das der Gelatine 1,37 beträgt.

Der aus dem Gehalt der abgemessenen Gold–Gelatinemischung berechnete Gelatine- und Goldgehalt der lufttrockenen Präparate e_1 bis e_4 ist in vorstehender Tabelle zusammengestellt.

Wenn man eine fertige Gold–Gelatineplatte nach dem Trocknen *im durchfallenden Licht* unter dem Mikroskop betrachtete, so sah man bei Anwendung höchster Aperturen (1,4), daß die vorher homogene Masse sich auflöste in ein Gemenge intensiv gefärbter Körner, die wirr in anscheinend farblosen Grundmassen lagen. Es besteht also die fertige Emulsion aus reiner Gelatine, in der sich Gebilde aus Gold und Gelatine befinden. Jedes einzelne dieser Gold–Gelatineklümpchen (oder Körner) muß eine große Menge Goldteilchen enthalten, denn die Goldteilchen der kolloidalen Goldlösung sind so klein, daß sie nicht im durchfallenden Lichte gesehen werden können, sondern nur nach der Methode von Siedentopf und Zsigmondy[1]) bei Seitenbeleuchtung mit direktem Sonnen- oder Bogenlicht.

Auch eine Betrachtung über die Abstände der ultramikroskopischen in der ursprünglichen kolloidalen Lösung und die Abstände der Klümpchen in der Gelatine ergibt, daß eine sehr große Zahl (mehrere hundert oder tausend)[2]) Goldteilchen in einem Klümpchen enthalten sein muß.

Da nun bei der Auflösung der trockenen Emulsion meist wieder die ursprüngliche Zerteilung und Farbe des Goldes hergestellt wird, so ergibt sich, daß in diesen Klümpchen die Goldteilchen nicht untrennbar miteinander vereinigt sind, sondern jedes einzelne von dem anderen durch eine äußerst dünne Gelatineschicht getrennt sein muß.

Aus diesen Betrachtungen geht demnach hervor, daß beim Eintrocknen der Gold–Gelatinemischung sich zunächst goldreichere Gold–Gelatinetröpfchen abscheiden und als Emulsion in der übrigen goldärmeren oder -freien, überschüssigen Gelatine enthalten sind.

---

1) R. Zsigmondy, l. c.

2) Die Rechnung ergab für ein hier nicht beschriebenes Präparat, das größere Klümpchen enthielt, die sich auszählen ließen, 3000, unter der Voraussetzung, daß alles Gold in den dunklen Körnchen enthalten sei. Meist ist die Zerteilung eine feinere; die Körnchen sind schwerer wahrzunehmen, und enthalten dann auch viel weniger Goldteilchen im Klümpchen, wie das eben erwähnte Präparat.

Die Größe dieser Tröpfchen ist, trotzdem sie viele Goldteilchen enthalten, gering; sie erscheinen im getrockneten Präparate unter dem Mikroskop meist als Pünktchen oder Beugungsscheibchen, und Details lassen sich in ihnen nicht oder nur zuweilen erkennen.

Eines läßt sich aber mit Sicherheit aussagen: sie müssen beträchtlich mehr Gold enthalten, als die Gold–Gelatinemischung im Durchschnitt enthält, und jedes einzelne der in ihnen enthaltenen Goldteilchen muß von dem benachbarten durch Gelatine getrennt sein.[1]) Präparat e_{a1} enthält im Durchschnitt 9 Volumenproz. Gold, in den Klümpchen muß das Gold demnach in höherer Konzentration enthalten sein. Die in Fig. 3 des ersten Teiles enthaltenen Kurven sprechen dafür, daß der Goldgehalt in den Klümpchen annähernd 50 Volumenproz. beträgt, was den Tatsachen sehr gut entsprechen würde.

Versuche, welche die Annahme stützen, daß die ultramikroskopischen Goldteilchen selbst als Resonatoren aufzufassen sind. Zur Stütze der weiter oben (p. 578) gemachten Annahme von Resonanzwirkungen der Teilchen als Ganzes mögen noch einige Mitteilungen hier Platz finden.

Schon in seinem ersten Vortrage über kolloidales Gold[2]) erwähnte der eine von uns, daß die rote Goldlösung bei Zusatz von Elektrolyten, z. B. Kochsalz, einen Farbenumschlag in Violett oder Blau zeige, und daß dieser Farbenumschlag auf einer Vereinigung der kleinsten Goldteilchen zu größeren Teilchen beruhe, die nunmehr aus der Flüssigkeit absetzen. Dieser Mitteilung waren Versuche vorausgegangen, die hier erwähnt sein mögen:

a) wurde die kolloidale Goldlösung (0,005 Proz. Au) mit so viel Kochsalzlösung versetzt, daß die Mischung nach dem Umschütteln 0,5 Proz. NaCl enthielt, so trat momentan der Farbenumschlag ein;

b) wurde aber die Goldlösung vor dem Kochsalzzusatz stark verdünnt und hierauf wieder so viel Kochsalzlösung zugesetzt, daß die Mischung abermals 0,5 Proz. NaCl enthielt,

1) Letzteres folgt aus der Möglichkeit, die Goldteilchen wieder durch Behandlung mit Wasser voneinander zu trennen.

2) R. Zsigmondy, Zeitschr. für Elektrochemie **4.** p. 546. 1898; Liebigs Ann. **301.** p. 29. 1898.

so dauerte es längere Zeit, bis der Farbenumschlag eintrat. In beiden Fällen sedimentierte das Gold nach eingetretenem Farbenumschlag.

c) Endlich konnte der Farbenumschlag, den Kochsalz hervorruft, und das Absetzen des Goldes gänzlich verhindert werden durch Hinzufügen minimaler Mengen von Kolloiden (Schutzkolloiden), wie Gelatine, Globulin, Albumin, Gummi arabicum etc.

Aus diesen Versuchen konnte nun geschlossen werden, daß

1. die Veränderung der Brechungsexponenten durch NaCl- oder Gelatinezusatz ohne Einfluß auf die Farbe der Lösung ist; denn sonst hätte der Farbenumschlag ebenfalls sofort eintreten müssen in den unter b) und c) angeführten Fällen;

2. daß der Farbenumschlag auf einer Vereinigung von kleinen Goldteilchen zu größeren beruhe;

3. daß die mittleren Abstände der einzelnen rotfärbenden Goldteilchen durch Verdünnung erweitert werden können.

Die Erweiterung der Abstände hatte im Falle b) eine Verzögerung der Teilchenvereinigung zur Folge und damit auch eine Verzögerung des Farbenumschlags.[1])

Endlich war durch diese Versuche eine Hypothese, daß die in der kolloidalen Goldlösung enthaltenen Teilchen leimartig gequollen von Wasser durchdrungen seien, in hohem Grade unwahrscheinlich gemacht. Man hätte ja annehmen können, daß die gequollenen Goldteilchen durch den osmotischen Druck des Elektrolyten zum Schrumpfen gebracht worden wären, und daß auf dieses Schrumpfen der Farbenumschlag zurückzuführen sei. Das Schrumpfen hätte aber im Falle b) ebenso schnell wie im Falle a) eintreten müssen; der Versuch sprach also gegen die erwähnte Annahme.

Die eben erwähnte Schlußfolgerung fand durch spätere Untersuchungen namentlich mit dem Ultraapparate weitere Bestätigung. Es zeigte sich, daß je eine gewisse (meist große) Anzahl Teilchen, die grünes Licht abbeugen, durch Elektrolytzusatz zur Vereinigung gebracht werden zu einem Teilchen, welches gelbes oder rotes Licht mit viel größerer Intensität abbeugt als seine Komponenten. Mit dieser Teilchenvereinigung

1) Es spricht dies sehr zugunsten der Auffassung einer Resonanzwirkung der Teilchen als Ganzes.

tritt der Farbenumschlag der Flüssigkeit von Rot in Blau ein; wird dieselbe aber verhindert, so tritt auch kein Farbenumschlag ein.

Es fragt sich nun, wie man sich ein solches Teilchen, das im Ultraapparate als einzelnes gelbes oder rotes Beugungsscheibchen erscheint, vorzustellen habe. Besteht das Teilchen aus massivem Golde, etwa durch Zusammenkristallisieren der kleinen Teilchen entstanden, oder ist es flockenartig aus kleinen Resonatoren zusammengesetzt?

Die Analogie mit der Flockung mikroskopisch sichtbarer Teilchen in Suspensionen spricht dafür, daß die letztere Vorstellung die richtige ist[1]) (wobei aber ausdrücklich hervorgehoben werden muß, daß die Analogie keine vollständige ist, und daß die Koagulation einer Goldlösung einer anderen Größenordnung angehört als die Flockung trüber Medien.[2])

Nun aber bemerken wir eine große Analogie zwischen den *trockenen* Gold–Gelatinepräparaten und der *„geflockten"* Goldlösung. In beiden Fällen liegt ein farbloses Medium vor, das Klümpchen oder Körner enthält, die aus einem innigen Gemenge von Gold mit dem Medium bestehen. In der Gesamtmenge erscheinen beide goldhaltige Medien im durchfallenden Lichte blau oder violett. Der wesentliche Unterschied besteht nur darin, daß das Medium im einen Falle quellbare Gelatine, im anderen Falle unquellbares, elektrolythaltiges Wasser ist. Dieser Unterschied bedingt, daß die Resonatoren im ersten Falle durch Quellung voneinander entfernt werden können und im zweiten Falle nicht, was zur Folge hat, daß im ersten Falle der Farbenumschlag reversibel, im zweiten Falle irreversibel ist.

Man erkennt auch, daß der Unterschied in den Brechungsexponenten der Gelatine und des Wassers für das Zustandekommen der violetten oder blauen Farbe nicht von Belang

---

1) Vgl. C. Barus u. C. Schneider, Zeitschr. f. physik. Chem. 8. p. 278—298. 1891; G. Bredig, Anorganische Fermente. Leipzig 1901; A. Lottermoser, Über anorgan. Kolloide. Stuttgart 1901; G. Quincke, Ann. d. Phys. 7. p. 57. 1902; woselbst sich auch die Literaturangaben befinden.

2) Ausführlicheres darüber soll demnächst publiziert werden.

R. Zsigmondy.

ist, denn auch ohne Gelatine tritt Farbenumschlag ein, sobald die Teilchen zusammentreten.

Die wesentliche Ursache für das Zustandekommen der Flocken im Wasser und der Klümpchen in der Gelatine scheint uns in Anziehungskräften (Kohäsionskräften) zwischen den untereinander gleichartigen Goldteilchen zu liegen, die eine Vereinigung derselben anstreben. — Den großen Einfluß der Kohäsionskräfte auf die optischen Konstanten der Metalle hat insbesondere Wernicke hervorgehoben.[1])

Fassen wir die bisherigen Erfahrungen kurz zusammen.[2])

Die rote kolloidale Goldlösung besteht aus Wasser, in welchem sehr kleine Goldteilchen, die hauptsächlich grünes Licht abbeugen, zerteilt sind. Die rote Farbe wird nicht merklich verändert, wenn der Brechungsexponent des Mediums durch Hinzufügen von Gelatine, Eiweiß, Zucker, Kochsalz etc. geändert wird, solange die mittleren Abstände der Teilchen annähernd dieselben bleiben. Auch weitgehendes Verdünnen oder Einengen der Goldlösung ändert nichts an der Farbe.

Erst wenn die Teilchen einander außerordentlich genähert werden (durch Flockenbildung in wässeriger Flüssigkeit, oder beim Eintrocknen von Gold-Gelatineklümpchen), dann aber — bei genügender Annäherung — immer, tritt Farbenumschlag der Mischung in Blau oder Violett ein.

Die einzelnen Goldteilchen, welche die Fähigkeit haben, hauptsächlich grünes Licht abzubeugen, können sehr verschieden große Masse besitzen[3]); nach den bisherigen Erfahrungen läßt sich die Farbe der Teilchen auf ihre Masse als einzige, ausschlaggebende Ursache nicht zurückführen.

Der Farbenumschlag von Rot in Blau (oder Violett) tritt ein, sobald die Teilchen zu Klümpchen vereinigt werden, gleichgültig ob die der Flüssigkeit die rote Farbe erteilenden Teilchen klein oder groß waren, und ob die gebildeten Klümpchen groß oder klein sind. Der Farbenumschlag beruht nicht auf einer Teilchenvergrößerung, sondern ist auf eine Annähe-

1) W. Wernicke, Wied. Ann. 52. p. 515—535. 1894.

2) Ein Teil dieser Erfahrungen ist in früheren Publikationen von R. Zsigmondy l. c. ausführlicher mitgeteilt, ein anderer wird hiermit gegeben, die übrigen sollen demnächst publiziert werden.

3) H. Siedentopf u. R. Zsigmondy, l. c.

rung der Einzelteilchen bei der Flockenbildung zurückzuführen; daß eine untrennbare Vereinigung der Einzelteilchen dabei nicht erforderlich ist, geht aus der Umkehrbarkeit der Farbenänderung bei den Gold–Gelatinepräparaten hervor. Zahlreiche Teilchen sind meist zu einer Flocke vereinigt, doch scheint die absolute Teilchenzahl in einer Flocke oder in einem Klümpchen ohne Einfluß auf die Farbenänderung zu sein.

Die soeben mitgeteilten, durch rein experimentelle Untersuchung, unabhängig von jeder Theorie gewonnenen Erfahrungen und die daraus gezogenen Schlüsse fanden eine Bestätigung, als der Versuch gemacht wurde, die Plancksche Theorie auf die Farbenänderungen der Gold–Gelatinepräparate anzuwenden, und zwar unter der Annahme, daß die ultramikroskopischen Goldteilchen der ursprünglichen Lösungen als Resonatoren aufgefaßt werden können. Es zeigte sich, daß bei allen untersuchten Präparaten durch Anfeuchten das Maximum der Lichtabsorption qualitativ in dem Sinne verschoben wird, welchen die Theorie voraussehen ließ, und daß in einem speziellen, näher untersuchten Präparate sogar bis zu einem gewissen Grade quantitative Übereinstimmung statthat. Allerdings führt die Rechnung auch zu beträchtlichen Abweichungen zwischen Theorie und Versuch, die auf eine mangelhafte Erfüllung der Voraussetzungen der Theorie zurückgeführt werden dürften.

Leipzig und Jena, September 1904.

(Eingegangen 20. September 1904.)

8. *Über einen automatischen Kommutator und Galvanometerschlüssel zum Messen periodisch wiederkehrender Erscheinungen;* von *Arthur W. Gray.*

In einer früheren Abhandlung[1]) beschrieb der Verfasser einen Apparat, den er konstruiert hatte, um ein Galvanometer in den Stromkreis eines in rascher Aufeinanderfolge geladenen und entladenen Kondensators (eines Siemensschen Ozongenerators) automatisch hinreichend lange einzuschalten, um eine *einzelne* Ladung oder Entladung ballistisch zu messen. Während diese Anordnung dem beabsichtigten Zweck ziemlich gut entsprach, blieb doch beträchtlicher Spielraum für Verbesserungen. Zunächst funktionierte sie wie ein Nebenschluß von zu vernachlässigendem Widerstand parallel mit dem Galvanometer, der nach Belieben automatisch entfernt wurde, wenn man einen Ausschlag zu erhalten wünschte, so daß von allen 12000—25000 Durchgängen der Elektrizität, welche bei der Erzeugung von Ozon wirksam waren, der Widerstand und die Selbstinduktion in dem Generatorkreis bis auf etwa vierzig zu vernachlässigen waren, während bei der Messung der Elektrizitätsmenge etwa 200000 Ohm und 27 Millihenrys eingeschaltet waren. Ob diese Differenz die Bedingungen innerhalb des Generators veränderte, konnte damals nicht erkannt werden; doch schien es nicht unwahrscheinlich, daß sie einen bedeutenden Einfluß ausüben könnte, und daß das wirklich der Fall war, geht deutlich aus den Resultaten einiger später[2]) zu beschreibenden Versuche hervor.

Weiter war der Mechanismus schwach und komplizierter als notwendig, und für die Anwendung von Potentialen über 15000 Volt nicht geeignet.

Um diese Mängel zu überwinden, entwarf der Verfasser den durch Fig. 1 in Vertikalprojektion dargestellten Apparat. Mittels

1) A. W. Gray, Ann. d. Phys. **13.** p. 481. 1904.
2) A. W. Gray, Ann. d. Phys. **15.** p. 606. 1904.

lesselben konnte der Widerstand und die Selbstinduktion im lektrischen Stromkreis des Generators konstant gehalten

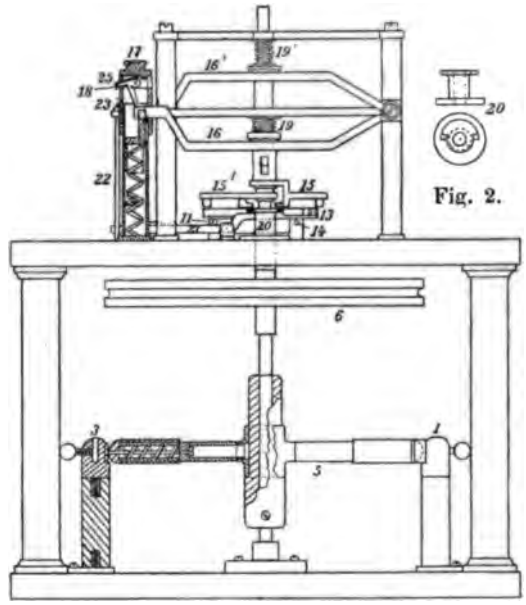


Fig. 2.

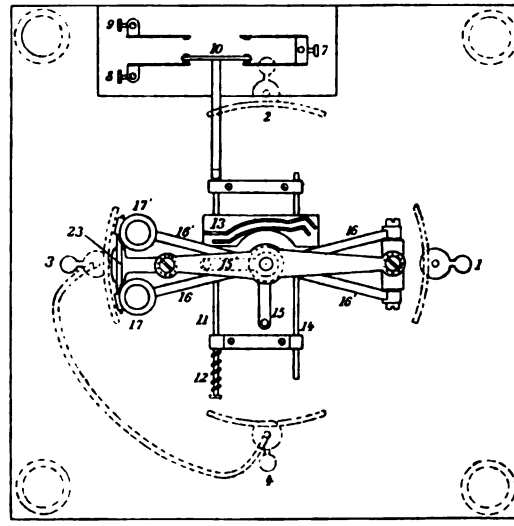


Fig. 1.

werden, gleichviel ob der Strom durch das Galvanometer hindurchging oder nicht; die Isolation konnte so vollkommen, als man wünschte, gemacht werden; schnell hin- und hergehende Teile wurden durch rotierende ersetzt, wodurch störende Vibrationen vermieden wurden; der Mechanismus wurde vereinfacht und viel dauerhafter gemacht, so daß er anhaltend funktionieren konnte, ohne daß weitere Aufmerksamkeit als gelegentliches Ölen auf ihn zu verwenden war; die Wiedereinstellung nach jedem Galvanometerausschlag wurde automatisch vollzogen; und der Apparat funktionierte so vorzüglich, daß sogar bei mehreren tausend Versuchen keine einzige falsche Bewegung vorkam, selbst wenn die Geschwindigkeit bedeutend größer war, als für den Zweck erforderlich.

Es mag hier bemerkt werden, daß die Maschine zwar für den vorliegenden Zweck für Handbetrieb angegeben wurde, daß jedoch ihre Anwendung keineswegs so beschränkt ist. Die wesentlichen in ihr verkörperten Ideen können tatsächlich mit Vorteil angewendet werden, wo immer man eine einzelne periodisch wiederkehrende Erscheinung zur Messung benutzen will, vorausgesetzt, daß die Perioden nicht zu kurz sind.

Die Konstruktion und das Funktionieren der Maschine wird durch Fig. 1 deutlich gemacht, die einige Teile im Schnitt behufs größerer Anschaulichkeit zeigt.

Die vier gut isolierten Metallkugeln *1*, *2*, *3* und *4* sind gleichmäßig auf der Peripherie eines Kreises verteilt. *1* ist mit der Leidener Batterie verbunden, *2* mit der Erde, *3* und *4* miteinander und mit der inneren Elektrode des Generators. Die Enden der Metallstange *5*, die von der vertikalen Achse, um die sie sich mittels der Scheibe *6* dreht, isoliert ist, sind mit federnden Kontakten versehen, welche an gekrümmten Stücken schleifen, die an den Kugeln befestigt sind, so daß abwechselnd eine Verbindung zwischen *1* und *3* und zwischen *2* und *4* hergestellt wird, wodurch der Generator in rascher Aufeinanderfolge geladen und entladen wird.

Auf einer Platte über dem rotierenden Kommutator ist der Mechanismus angebracht, welche den Galvanometerschlüssel bildet. Der Draht von dem Generator führt zu 7, während *8* über einen Widerstand und eine Selbstinduktion, die denjenigen des Galvanometers gleich ist, und *9* über das Galvanometer

selbst zur Erde führt, deren jedes durch federnde Kontakte aus Platin mittels der Metallstange *10* mit *7* verbunden werden kann. Diese ist isoliert und wird von einer Stange *11* getragen, die in Führungen gleitet und mittels der Feder *12* gewöhnlich in der gezeichneten Lage gehalten wird. Die Platte *13*, welche auf ihrer oberen Oberfläche eine aus der Zeichnung ersichtliche Rille hat, ist mit *11* und einer ähnlichen Stange *14*, die nur als Stütze und Führung dient, fest verbunden.

Zwei ähnliche Arme *15* und *15'* sind starr mit Röhren verbunden, welche die Achse des Kommutators *5* umgeben, so daß sie sich mit dieser drehen, die aber auch voneinander unabhängig kleine Strecken längs der Achse bewegt werden können. Die beiden Arme sind im rechten Winkel zueinander angeordnet, wie in der Horizontalprojektion dargestellt ist, während in der Vertikalprojektion *15* um 90° gegen seine wirkliche Stellung zurückgedreht dargestellt ist, damit seine Form besser hervortritt. Gewöhnlich werden *15* und *15'* in der angegebenen Lage durch Flanschen an den oberen Enden der mit ihnen verbundenen Röhren gehalten, welche auf stützenden Flanschen liegen, die von den Hebeln *16* und *16'* getragen werden, so daß die kurzen Stangen, die von den Enden der Arme nach unten führen, gerade über die Rille der Scheibe *13* reichen. Wenn nun die Kappe *17* herabgedrückt wird, so führt der Winkelhebel *18* den Hebel *16* weiter, so daß die Feder *19* frei wird, um *15* ungefähr 0,5 cm zu senken. Die Rille in *13* ist von solcher Form und so gelegen, daß, gerade wenn *5* den Kontakt zwischen *2* und *4* aufgehoben hat, die Verlängerung an den Enden von *15* jetzt *13* trifft und es weiter treibt, bis *10* dann *7* mit *9* verbindet, während ein Ende von *5* sich gerade auf dem halben Wege zwischen den Kontaktstücken von *1* und *2* befindet und das andere auf dem halben Wege zwischen *3* und *4*, also lange bevor irgend eine Gefahr vorhanden ist, daß Funken von *1* durch *5* zu *3* überspringen und den Generator laden. *10* bleibt nun in dieser Lage, bis der Generator geladen und der Strom durch das Galvanometer gegangen ist. Sobald aber *5* die Verbindung zwischen *1* und und *3* aufhebt, wird *10* prompt zurückgeführt, so daß es die Verbindung zwischen *7* und *8* wieder herstellt, bevor die

folgende Entladung eintreten kann, und dann wird *15*, wie sofort gezeigt wird, automatisch gehoben.

Das obere Ende der Messingbuchse *20*, durch welche die Achse geht, trägt eine horizontale Flansche von der in Fig. 2 angegebenen Form; und an den unteren Seiten der Arme *15* und *15'* sind hakenförmige Fortsätze befestigt, so daß, wenn einer der Arme gerade über der Flansche sich befindet, er nicht sinken kann, oder wenn er vorher gesunken ist, er durch den Haken unten gehalten wird, bis er die Flansche passiert hat. Dies geschieht, damit der Arm in dem Augenblick sicher gesenkt ist, wo seine Bewegung der Platte *13* beginnt, und damit er nicht außer Wirkung tritt, bevor diese Bewegung vollendet ist. Um zu verhüten, daß einer der Haken beim Heranschlagen gegen die Flansche Beschädigung des Apparates verursacht, im Falle er gesenkt ist, gerade bevor sie erreicht wird, sind die Flansche und die anstoßenden Seiten der Haken zu scharfen Ecken abgeschrägt, so daß der Arm entweder darunter oder darüber getragen wird, und im letzten Falle fällt, sobald das andere Ende der Flansche erreicht ist.

Um die automatische Hebung des Armes zu bewirken, nachdem er die Verbindung zwischen *7* und *8* wieder hergestellt hat, ist der Hebel *21* vorgesehen. Eines seiner Enden biegt sich unter der Flansche von *20* in der Weise herum, daß der Haken von *15* ihn niederpreßt, gleich nachdem er glatt unter der Flansche durchgegangen ist. Dieser hebt die Stangen *22* mit dem daran befestigten Kreuzstück *23*, das auf den einen Arm des Winkelhebels *18* drückt, und dadurch seinen andern Arm vom Ende des Hebels *16* wegzieht. Die starke Feder *24*, die in der Röhre enthalten ist, auf der sich die Kappe *17* befindet, hebt jetzt *16* und damit *15*, so weit als der Haken an der unteren Seite des letzteren es gestattet, und sobald die Flansche passiert ist, wird *15* zu der in der Figur gezeichneten Lage geführt, so daß es *13* nur überschreiten wird, ohne es zu treffen, selbst wenn man fortfährt, die Kappe *17* mit dem Finger niederzuhalten. Wird der Finger entfernt, so hebt eine Feder, welche die die Feder *24* enthaltende Röhre umgibt, die Kappe in die gezeichnete Lage, und die kleine, flache Feder *25* wirft den Winkelhebel *18* zurück, bis er wieder in der Lage ist, auf den Hebel *16* zu

wirken, und auf diese Weise automatisch das Instrument wieder einzustellen, so daß ein neuer Ausschlag erhalten wird, sobald die Kappe *17* wieder heruntergedrückt wird.

Herunterdrücken der Kappe *17'* bewirkt, daß der Strom einer einzelnen *Entladung* durch das Galvanometer geht, und zwar durch Senkung von *15'*, das gerade um 90° gegen *15* voran ist.

Es ist ratsam, die Scheibe *6* schwer zu machen, um die Stetigkeit der Rotation zu sichern. Falls es gewünscht wird, könnte der rotierende Kommutator leicht in ein Ölbad getaucht werden.

Zur Bestimmung der Anzahl von Malen, wie oft der Generator geladen und entladen wird, kann jede beliebige Art von Rotationszähler an dem oberen Ende der Achse angebracht werden; doch ist es ratsam, einen zu wählen, der nach Belieben in und außer Funktion gesetzt werden kann.

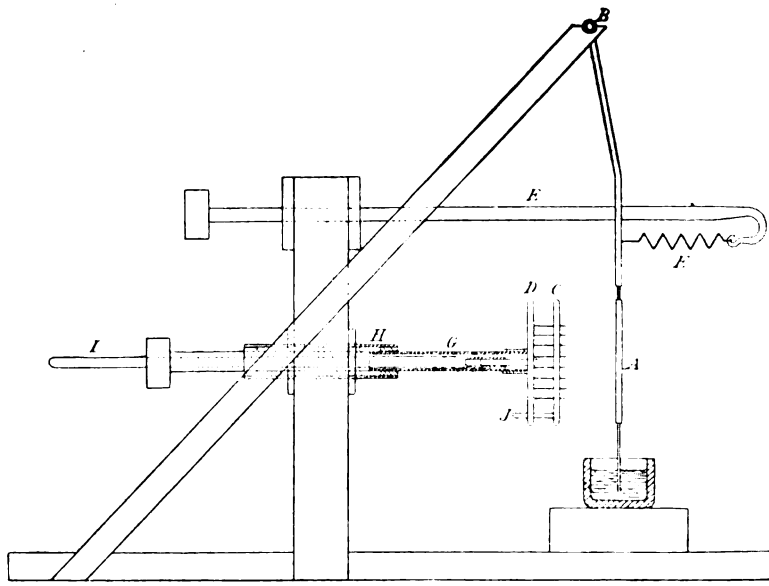
Berlin, Physik. Institut der Universität, April 1904.

(Eingegangen 26. Juli 1904.)

9. *Ein automatischer Potentialregulator; von Arthur W. Gray.*

Als der Verfasser es nötig hatte, elektrische Potentiale von etwa 5000 Volt an, die durch eine Influenzmaschine erzeugt wurden, konstanter zu erhalten, als man es durch einen gewöhnlichen Spitzennebenschluß zu Erde vermag, entwarf er folgende einfache Anordnung, die sich als zweckmäßig bewährt hat.

Die Figur zeigt die Vertikalprojektion der Vorrichtung. Eine leichte Scheibe von poliertem Metall *A* hängt mittels



einer isolierenden Stange an einer passenden Stütze, so daß sie um eine horizontale Achse *B* mit möglichst geringer Reibung rotieren kann. Der Scheibe *A* gegenüber ist eine Scheibe *C* montiert, aus der durch kleine Löcher eine große Anzahl

scharfer Nadeln hervorragen, die an einer dritten Scheibe *D* befestigt sind. Nach unten erstreckt sich von *A* eine Stange, die an ihrem unteren Ende eine leichte Metallplatte trägt, die einerseits zur Dämpfung der Bewegung von *A* dient, andererseits aber auch die elektrische Verbindung zwischen *A* und einer verdünnten Glyzerinlösung herstellt, die in einer auf einem Paraffinklotz ruhenden Glaswanne enthalten ist. In dem Glyzerin ist ein wenig Chlorcalcium oder ein anderes Salz gelöst, um es leitend zu machen; und damit das Glyzerin nicht überkriecht, ist der obere Rand des Glases ein wenig eingefettet. Ein ins Glyzerin tauchender Draht führt zum positiven Pol der elektrischen Maschine, während ein anderer *C* und *D* mit dem negativen Pol verbindet.

Die scharfen Spitzen gegenüber *A* bilden eine Anzahl gewöhnlicher Spitzennebenschlüsse, die alle gleichzeitig in Funktion sind, so daß die Potentialdifferenz zwischen *A* und den Spitzen, so lange die Elektrizitätsquelle genügend Strom liefert, einen ziemlich bestimmten Wert behält, der von der Entfernung zwischen *A* und den Spitzen abhängt. Der Hauptvorteil dieser Anordnung des Regulators vor der gewöhnlichen Form besteht darin, daß die große Zahl von nicht zu nah aneinander stehenden Spitzen prompt jedes Anwachsen des Potentials infolge von Unregelmäßigkeiten bei der Stromlieferung und im Stromverbrauch verhindern. Ein weiterer Vorteil ist durch die Bewegung der Scheibe *A* gegeben. Die Anziehung infolge des elektrostatischen Feldes zwischen *A* und *C* wird durch die Spannung der feinen Spiralfeder *E* aufgehoben, die dadurch eingestellt wird, daß die Glasstange *F* durch den Korkstöpsel, der sie in den Rahmen hält, geschoben wird, bis *A* der Ebene der scharfen Spitzen parallel ist. Jede Zunahme des Potentials bewirkt nun ein Anziehen der Scheibe *A* gegen die Spitzen, deren Wirkung dadurch verstärkt wird; umgekehrt bewirkt eine Verminderung des Potentials, daß die Feder *E* die Scheibe *A* zurückzieht, und die Wirkung der Spitzen geringer wird.

Um eine leichte Einstellung des Potentials auf jeden gewünschten Wert zu gewährleisten, ist *D* an einer Glasröhre *G* befestigt, die mit leichter Reibung durch schwach eingefettete Stöpsel gleitet, die sich an den Enden einer weiteren im Haupt-

rahmen befestigten Röhre befinden. Wenn man dem Handgriff am weiteren Ende von *G* eine leichte Rotationsbewegung erteilt, indem man gleichzeitig die Röhre durch *H* schiebt, kann die Einstellung fast ebenso fein gemacht werden, wie wenn man eine Schraube benutzt.

Mit diesem gut eingestellten und mit einer Leidener Batterie, sowie mit einer guten, von einem Elektromotor getriebenen Influenzelektrisiermaschine verbundenen Regulator kann ein Potential von 12000 Volt oder mehr stundenlang bis auf ungefähr 1 Proz. konstant gehalten werden, ohne daß man die mindeste Aufmerksamkeit darauf zu verwenden hat, obwohl doch die Geschwindigkeit des treibenden Motors keineswegs so konstant bleibt. Und wenn die Regulierung dadurch unterstützt wird, daß man *G* nach dem Angeben des Elektrometers leicht mit der Hand bewegt, so kann die Schwankung noch geringer gemacht werden.

Es ist nicht der Zweck der Vorrichtung, daß die Scheibe *A* solchen plötzlichen Potentialschwankungen mit ihrer Bewegung folgt, wie sie durch Unterbrechung der Isolation eintreten; sie soll vielmehr nur automatisch die Entfernung zwischen der Scheibe und den Spitzen regulieren, um die langsameren Änderungen auszugleichen, die von kleinen Unregelmäßigkeiten in dem Gange der die Elektrizität liefernden Maschine herrühren. Um die besten Resultate zu gewährleisten, ist es notwendig, die Spannung der Feder *E* und ebenso die Dämpfung von *A* richtig zu regulieren. Die erstere muß sehr fein und gut gespannt sein, damit sie auf die leiseste Kraftverminderung in dem Felde zwischen *A* und *C* sich prompt zusammenzieht. Die Dämpfung wird durch Variieren des Glyzerinniveaus leicht reguliert. Aber außerdem ist es noch nötig, grob die Distanz zu regulieren, welche die scharfen Spitzen jenseits der Platte *C* haben. Dies geschieht durch Bewegung von *C* gegen oder von *D* mittels der Glasröhre *I*, die durch einen Stöpsel in dem Ende von *C* gleitet und an einer Stange sitzt, die an der Rückseite von *C* angelötet ist und durch eine Öffnung in *D* durchragt.

Die kurze Stange *J*, welche rückwärts von *C* durch *D* ragt, dient nur dazu, das Brechen der Spitzen, wenn *C* während der Einstellung rotiert, zu verhindern. Wenn die Scheibe *C*

bei Anwendung niedriger Potentiale nicht weit genug von den Spitzen sich befindet, wird A so in Bewegung gesetzt werden, daß es rasche Potentialschwankungen verursacht. Wenn dagegen hohe Potentiale angewendet werden, so müßte C nahe an die Spitzen gebracht werden, so daß sein Einfluß auf A wächst. Wenn A parallel mit der Ebene der Spitzen hängt, werden die letzteren im Dunkel gleichmäßig glühen. Die Spitzen sollten natürlich scharf und stets negativ sein.

Berlin, Physik. Institut der Universität, April 1904.

(Eingegangen 26. Juli 1904.)

10. *Über die Ozonisierung des Sauerstoffs in dem Siemensschen Ozongenerator;* *von Arthur W. Gray.*

(Zweite Mitteilung.)

§ 1. Im § 15 der ersten Mitteilung[1]) über den in der Überschrift genannten Gegenstand wurden einige Fehlerquellen bezeichnet (mangelhafte Isolation im Innern der Glasröhre sowie im Galvanometerkreis), welche die Entscheidung gewisser Fragen verhinderten. Ich erlaube mir hierunter über eine verbesserte Versuchsanordnung, welche diese Fehlerquellen vermeidet, ferner über einige mit derselben angestellte Versuche zu berichten. Die Bezeichnungen sind die der ersten Mitteilung.

§ 2. Führt man in die Gleichung (9a) der Arbeit von E. Warburg[2]) für C_2 den Wert $C_0 - \frac{C_\infty}{C_\infty - C_0}$ ein, wo $C_\infty = \frac{C_0}{1 - \frac{C_0}{C_2}}$ (§ 7, l. c.) die wahre Kapazität der Ozonröhre bezeichnet, wenn in ihr das Glas zwischen den Glasoberflächen durch Metall ersetzt ist, so erhält man für Q_2 (bei Warburg durch q' bezeichnet) den Ausdruck

$$Q_2 = \frac{C_\infty}{C_\infty - C_0}(C_v - C_0)V,$$

wo V das angelegte Potential ist (bei Warburg E genannt).

Dieser Ausdruck hat vor dem früher benutzten (Gleichung (9) der ersten Mitteilung) den Vorzug, daß an Stelle der Messung von Dimensionen der Ozonröhre die genauer auszuführende Messung von C_∞ tritt.

§ 3. Wenn die den Gasraum begrenzenden Glasoberflächen unvollkommen isolieren, so wird ein Teil des Leitungsstromes Q_2 nicht durch das Gas, sondern längs der Glasoberfläche fließen

1) A. W. Gray, Ann. d. Phys. **13.** p. 490. 1904.

2) E. Warburg, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellch. zu Berlin **22.** p. 385. 1903.

und für die Ozonisierung verloren gehen. Dies wird durch die aus Fig. 1 verständliche verbesserte Konstruktion der Ozonröhre vermieden, bei welcher der Weg auf der Glasoberfläche zwischen den sich ladenden und entladenden Teilen derselben bedeutend vergrößert ist. Die Länge des wirksamen gleichförmigen engen Teiles, welcher innen und außen versilbert war, betrug ungefähr 5 cm, die mittleren durch Quecksilberwägung bestimmten Radien waren $r_0 = 1{,}138$ cm, $r_1 = 1{,}222$ cm, $r_2 = 1{,}284$ cm, $r_3 = 1{,}366$ cm. Genauere Bestimmungen der mittleren Dicke der Gasschicht ergaben $r_2 - r_1 = 0{,}064$ cm. Die äußere oberflächliche Isolation wurde vergrößert, indem die Zuleitung zu der inneren Elektrode durch eine enge in den Hals wie angegeben eingeschmolzene Glasröhre hinabgeführt wurde. Als weitere Vorsichtsmaßregel umgab ein mit der Erde verbundener metallischer Schutzring den Hals des Generators gerade unter der Austrittsstelle des Gases.

Fig. 1.

§ 4. Bei den neuen Versuchen stellte es sich heraus, daß die Ausschläge des Galvanometers, welches zur Messung der Ladungs- und Entladungsströme diente, durch elektrische von diesen Strömen vermöge der Selbstinduktion des Galvanometers hervorgerufene Ladungen gestört wurden. Man vermied dies, indem man einen Mikrofaradkondensator parallel zum Galvanometer schaltete.

Die angewandte Schaltung ist durch Fig. 2 dargestellt. Der von einem Elektromotor getriebene Schlüssel *A* verband die innere Elektrode der Ozonröhre abwechselnd durch *B* mit einer Leidener Batterie von ungefähr 0,13 Mikrof. und durch *C* mit der Erde, wobei er etwa fünf Zyklen pro Sekunde machte. Von *D* führt ein Zweig zu dem genannten Mikrofaradkondensator, ein anderer zu einem Arytonschen Nebenschluß von 30000 Ohm, von dem ein Ende geerdet war,

während das andere zum Schlüssel *E* führte. Dieser war gewöhnlich über *F* mit einem Widerstand und einer Selbstinduktion verbunden gleich der des Galvanometers (400 Ohm und 0,027 Henry), konnte aber mittels einer automatischen mit *A* verbundenen Vorrichtung während der Dauer *einer*

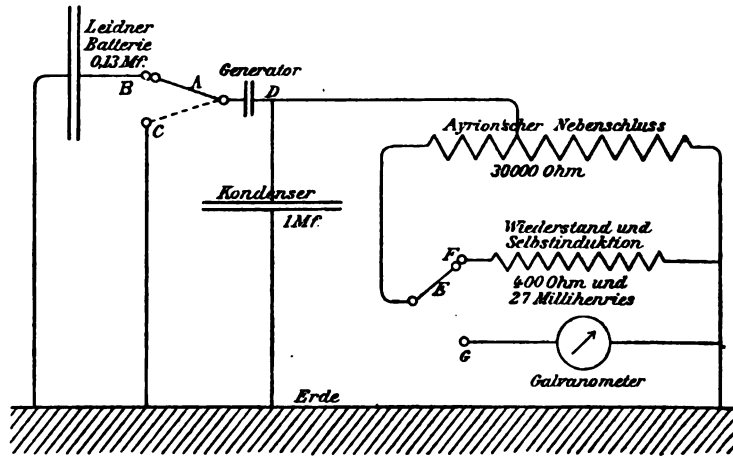


Fig. 2.

Ladung oder Entladung an *G* gelegt werden, in welchem Fall der Strom durch das Galvanometer floß.

Es wurden auch Versuche gemacht, bei welchen zwischen die Ozonröhre und *D* ein Widerstand von etwa 42 Megohm eingeschaltet war (vgl. §§ 6 und 8).

Die Zeit, während derer der Schlüssel *A* mit *B* oder *C* in Kontakt war, betrug ungefähr 0,047 Sekunde. Verlängerung dieser Zeit durch Verlangsamung des Ganges von *A* änderte den Galvanometerausschlag nicht, auch wenn die 42 Megohm eingeschaltet waren.

§ 5. Anstatt des früher benutzten Schlüssels *A* wurde ein anderer von sehr verbesserter Konstruktion angewandt, auch wurde der Spitzennebenschluß, welcher das Potential der die Ozonröhre treibenden Batterie regulierte, vervollkommnet. Beide Apparate sind in besonderen Notizen[1]) beschrieben.

1) A. W. Gray, Ann. d. Phys. **15.** p. 596. 1904; **15.** p. 602. 1904.

Ergebnisse.

§ 6. Die folgende Tab. I, eingerichtet wie Tab. I der ersten Mitteilung, zeigt die Werte der scheinbaren Kapazität der Ozonröhre in 10^{-10} Farad als Funktion des angelegten Potentials V in Volt; unter a, wenn sehr gut durch P_2O_5 getrockneter 98 proz. Bombensauerstoff, unter d, wenn ebenso getrocknete atmosphärische Luft durch die Ozonröhre ging. a' und d' entsprechen a und d, nur war bei a' und d' der Widerstand von 42 Megohm in der Erdleitung der Ozonröhre. C_∞ gibt die Kapazität der letzteren für den Fall, daß der Gasraum mit Quecksilber gefüllt war. In Fig. 3 sind die Ergebnisse graphisch dargestellt.

Tabelle I.

V	a	d	C_∞	a'	d'
3070	0,522	—	—	—	—
3660	0,524	—	—	0,519	—
4250	0,525	0,53	2,76	—	0,528
4850	0,523	0,55	2,76	0,524	0,533
5500	0,552	0,60	2,76	0,520	0,541
6160	0,588	0,65	2,75	0,530	0,555
6430	—	0,72	—	—	—
6600	—	1,20	—	—	—
6710	0,717	1,40	2,77	0,540	0,600
7380	1,42	1,61	2,78	0,587	0,633
7960	1,57	1,71	2,78	0,659	0,710
8590	1,64	1,78	2,79	0,751	0,801
9220	1,68	—	2,60	0,877	—
9810	1,76	1,87	2,82	0,966	1,002
10410	1,79	—	2,82	1,034	—
11680	1,86	—	—	1,144	—
12240	1,90	1,95	—	1,197	1,205

$$C_0 = 0{,}523. \quad C_\infty = 2{,}76.$$

$$Q_s = \frac{C_\infty}{C_\infty - C_0}(C_v - C_0)V = 1{,}23\,(C_v - C_0)V.$$

Die Kapazität steigt, wenn die Leitung durch das Gas beginnt, bei a und d schnell an und erreicht bei den höchsten angewandten Potentialen (12200 Volt) Werte, die fast viermal so groß sind, als die wahre dielektrische Kapazität (0,52).

Kapazitätserhöhung und daher die sie bedingende Leitung sind hier für Luft etwas größer als für Sauerstoff gefunden, was bei den früheren Versuchen nicht hervortrat.

Einschaltung von Widerstand in die Erdleitung der Ozonröhre verkleinerte die Kapazitätsvermehrung bez. den sie be-

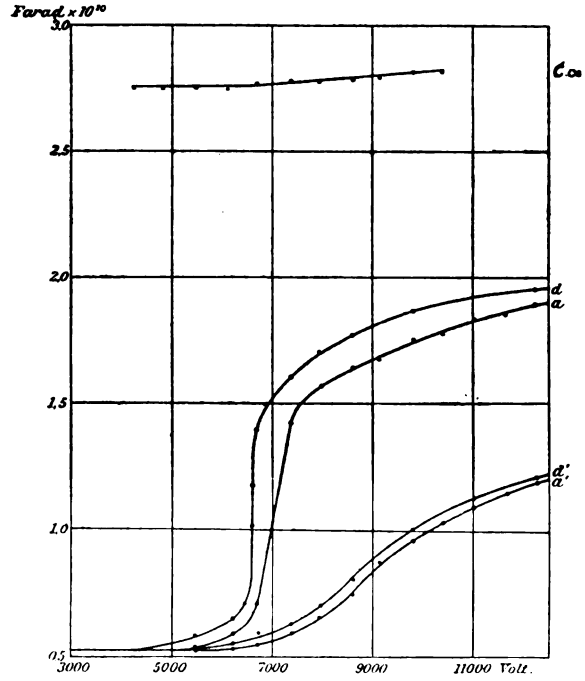


Fig. 3.

dingenden Leitungsstrom im Gase; auch ist der durch die Leitung hervorgerufene Anstieg der Kapazität mit wachsendem Potential weniger plötzlich.

C_∞ wächst bei hohen Potentialen ein wenig mit dem Potential, was wahrscheinlich der elektrolytischen Leitung durch die Masse des Glases zuzuschreiben ist.

§ 7. In der Warburgschen Theorie des Siemensschen Ozonisierungsapparates spielt eine wichtige Rolle die Potentialdifferenz $M(d_2)$ zwischen den den Gasraum begrenzenden Glasoberflächen, bei welcher der Leitungsstrom aufhört. Unter der

Annahme, daß M für Ladung und Entladung den gleichen Wert hat, ergibt sich

$$M(d_2) = \frac{E}{2}\left(1 - \frac{C_v}{C_\infty}\right),$$

wo E das angelegte Potential bedeutet (Gleichung (14a) bei Warburg, in welcher C_2 durch $\frac{C_0 C_\infty}{C_\infty - C_0}$ ersetzt ist).

Die folgende Tab. II enthält die nach dieser Gleichung berechneten Werte von $M(d_2)$, anfangend von dem Potential, bei welchem die Leitungsströme beginnen.

Tabelle II.

V	a	d	a'	d'
4850	—	1940	—	1930
5500	2200	2160	—	2210
6160	2420	2360	2490	2460
6480	—	2380	—	—
6600	—	1870	—	—
6710	2480	1660	2700	2630
7380	1790	1540	2900	2840
7960	1720	1520	3030	2980
8590	1740	1530	3120	3050
9220	1780	—	3140	—
9810	1790	1580	3190	3120
10410	1830	—	3250	—
11020	1840	—	3320	3350
11680	1910	—	3420	—
12240	1910	1800	3470	3440

§ 8. Tab. III und IV, eingerichtet wie Tab. II der ersten Mitteilung, enthalten die Angaben über die unter den verschiedenen Umständen erhaltene Ozonmenge in Grammen pro Coulomb Leitungsstrom (M/Q_2). Die Versuche wurden so gemacht, wie in der ersten Mitteilung beschrieben, nur wurde statt der Natriumarsenitmethode die Jodkaliummethode von Schönbein nach den Vorschriften von Ladenburg benutzt.

Bei Tab. III war kein Widerstand in die Erdleitung der Ozonröhre eingeschaltet. Es zeigt sich hier in Gegensatz zu den ersten unvollkommenen Versuchen ein deutliches Ansteigen der Ozonmenge pro Coulomb mit wachsendem Potential.

Tabelle III.

V	C_v × 10^{10}	$C_v - C_3$ × 10^{10}	Q × 10^7	Q_2 × 10^7	M × 10^7	M/Q_2	M/Q
5500	0,552	0,029	3,02	0,196	—	—	—
6160	0,588	0,065	3,62	0,492	—	—	—
6710	0,717	0,194	4,81	1,60	—	—	—
7380	1,42	0,901	10,5	8,16	—	—	—
7960	1,56	1,04	12,4	10,1	1,47	0,145	0,120
„	1,58	1,06	12,6	10,3	1,43	0,138	0,114
„	1,57	1,05	12,5	10,2	1,45	0,142	0,117
8590	1,67	1,15	14,3	12,1	1,91	0,157	0,133
„	1,61	1,08	13,8	11,5	1,74	0,152	0,126
„	1,64	1,12	14,1	11,3	1,77	0,150	0,126
„	1,65	1,12	14,1	11,8	1,78	0,151	0,126
„	1,64	1,12	14,1	11,8	1,80	0,153	0,128
9220	1,67	1,15	15,4	13,0	2,18	0,167	0,142
„	1,69	1,17	15,6	13,2	2,11	0,160	0,136
„	1,68	1,16	15,5	13,1	2,15	0,159	0,139
9810	1,76	1,24	17,2	14,9	2,64	0,177	0,153
„	1,75	1,23	17,2	14,8	2,58	0,174	0,150
„	1,76	1,28	17,2	14,9	2,61	0,176	0,152
10410	1,79	1,27	18,7	16,3	2,99	0,184	0,160
„	1,78	1,26	18,6	16,2	2,99	0,185	0,161
„	1,79	1,27	18,6	16,2	2,99	0,184	0,161
11020	1,85	1,33	20,4	18,0	3,55	0,197	0,174
„	1,83	1,31	20,3	17,8	3,50	0,197	0,173
„	1,84	1,32	20,3	17,9	3,53	0,197	0,173
11680	1,85	1,33	21,7	19,1	3,90	0,204	0,180
„	1,85	1,33	21,7	19,1	4,06	0,212	0,187
„	1,88	1,36	22,0	19,5	4,03	0,206	0,183
„	1,86	1,34	21,8	19,2	4,00	0,208	0,184
12240	1,90	1,38	23,3	20,8	4,62	0,222	0,198
„	1,90	1,38	23,2	20,7	4,63	0,233	0,199
„	1,90	1,37	23,2	20,7	4,57	0,221	0,197
„	1,90	1,38	23,2	20,7	4,61	0,225	0,198

Bei Tab. IV war ein Widerstand von 42 Megohm in die Erdleitung der Ozonröhre eingeschaltet. Die Ozonmenge pro

Coulomb ist hier viel kleiner für dasselbe angelegte Potential, aber ebenfalls der Leitungsstrom Q_2.

Tabelle IV.

V	C_v' × 10^{10}	$C_v' - C_0'$ × 10^{10}	Q' × 10^7	Q_2' × 10^7	M' × 10^7	M'/Q_2'	M'/Q'
6160	0,530	0,007	3,26	0,053	—	—	—
6710	0,540	0,017	3,62	0,140	—	—	—
7380	0,587	0,064	4,33	0,580	—	—	—
7960	0,659	0,136	5,24	1,33	—	—	—
8590	0,758	0,233	6,49	2,46	0,292	0,119	0,0449
„	0,746	0,223	6,40	2,35	0,273	0,119	0,0435
„	0,751	0,228	6,45	2,41	0,285	0,119	0,0442
9220	0,877	0,354	8,07	4,01	0,480	0,120	0,0595
9810	0,966	0,443	9,47	5,33	0,650	0,122	0,0687
10410	1,032	0,509	10,74	6,53	0,819	0,125	0,0762
„	1,022	0,499	10,64	6,40	0,778	0,122	0,0732
„	1,037	0,514	10,80	6,59	0,812	0,123	0,0752
„	1,046	0,523	10,89	6,70	0,825	0,123	0,0757
„	1,034	0,511	10,77	6,56	0,808	0,123	0,0751
11020	1,096	0,573	12,09	7,78	0,981	0,126	0,0812
11680	1,144	0,621	13,38	8,94	1,140	0,128	0,0854
12240	1,197	0,674	14,67	10,15	1,296	0,128	0,0865
„	1,198	0,675	14,68	10,16	1,316	0,130	0,0897
„	1,198	0,675	14,68	10,16	1,306	0,129	0,0891

Nun hat **Warburg** bei der Untersuchung der Ozonisierung durch Entladung aus metallischen Spitzen gezeigt, daß die Potentialdifferenz der Elektroden auf die Ozonisierung ohne Einfluß ist, wenn die Stromstärke konstant gehalten wird, daß aber die Ozonmenge pro Coulomb sich mit der Stromstärke ändert, und zwar mit wachsender Stromstärke bei negativem Spitzenpotential langsam steigt, bei positivem, infolge des Auftretens des positiven Büschels, stark wächst, und für hohe Stromstärke größer ist für positives als für negatives Spitzenpotential. Es scheint daher angemessen, die Beziehung der Ozonmenge pro Coulomb (M/Q_2) zum Integralwert Q_2 der Leitungsströme in Betracht zu ziehen. Fig. 4 gibt demgemäß

nach den Tab. III und IV M/Q_2 als Funktion von Q_2, und zwar enthält die Kurve III die Ergebnisse von Tab. III, die Kurve IV die Ergebnisse der Tab. IV.

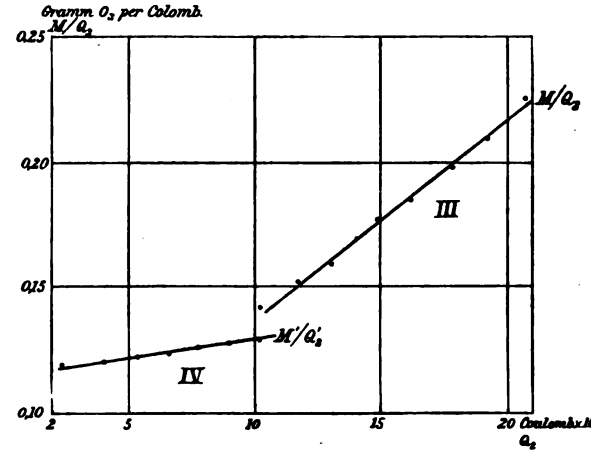


Fig. 4.

Der Anblick einer im Betrieb befindlichen Ozonröhre im Dunkeln zeigt, daß hier viel positives Licht vorhanden ist; sofern der positive Büschel hier vorzugsweise wirkt, ist das Anwachsen der Ozonmenge pro Coulomb mit wachsendem Leitungsstrom mit den Ergebnissen von Warburg in Einklang. Übrigens liegen die Verhältnisse hier komplizierter als bei den von Warburg benutzten konstanten Strömen, indem es nicht nur auf den Integralwert der Leitungsströme, sondern auch auf ihre momentane Intensität ankommt, welche von der Dauer und dem zeitlichen Verlauf der Ströme abhängt.

Berlin, Physik. Inst. d. Univ., April 1904.

(Eingegangen 26. Juli 1904.)

11. *Über induzierte Radioaktivität;*

n K. A. Hofmann, L. Gonder und V. Wölfl.

tteilung aus dem chemischen Laboratorium der kgl. Akademie der Wissenschaften zu München.)

Bekanntlich[1]) werden alle Gegenstände, die sich in einem geschlossenen Raum in der Nähe eines nicht luftdicht verlossenen Radiumpräparates befinden, allmählich aktiv, das ßt sie senden nach der Entfernung des erregenden Radiumzes Becquerelstrahlen aus, deren Intensität im Verlaufe iger Tage bis zur Unmerklichkeit abnimmt.

Nach dem Vorgange von Rutherford[2]), der diese aktirende Eigenschaft an der Thorerde genauer untersuchte, amt man gegenwärtig fast allgemein an, daß aus dem iven Präparat eine gasförmige *Emanation* herausdiffundiert, sich wie eine „riechende Substanz" im Raume ausbreitet l sich an allen Objekten, namentlich an solchen, die auf negatives Potential geladen sind, ansetzen kann. Bei cher Konzentration an einer Kathode erleidet die Emanation e Veränderung; denn während die Wirksamkeit der gasmigen Thoriumausströmung in ca. 1 Minute auf die Hälfte kt, geschieht dies bei der an festen Materien induzierten tivität erst innerhalb 11 Stunden. F. von Lerch[3]) hat ierdings gefunden, daß alle durch Thoremanation induzierten talle ihre Aktivität nach dem gleichen Exponentialgesetz lieren, und daß auch nach Auflösung der Metalle die tivität an den Ionen haften bleibt. Er konnte die induzierte Aktivität durch Säuren von den Metallblechen fortlösen l durch Elektrolyse dieser Lösung zeigen, daß der Hauptstandteil in der Spannungsreihe zwischen Kupfer und Blei der Nähe des Wasserstoffs Platz findet.

---

1) Z. B. Compt. rend. 132. p. 548. 1901; P. Curie, Physik. Zeitschr. p. 305. 1903.

2) E. Rutherford, Phil. Mag. Februar 1900.

3) F. von Lerch, Ann. d. Phys. 12. p. 745. 1903.

Außer durch Vermittelung der gasförmigen Emanation kann man Metalle und ihre Verbindungen auch dadurch aktivieren, daß man sie mit dem primär aktiven Stoff, z. B. Radiumsalz, in Lösung vermischt und nach einigen Tagen durch ein Fällungsreagens von dem Radium wieder trennt. Diese Aktivierungen[1]) unterscheiden sich von den eingangs erwähnten nicht nur durch eine meist viel größere Anfangsintensität, sondern namentlich auch durch eine ungleich viel längere Wirkungsdauer, die nicht nach Stunden oder Tagen, sondern nach Wochen und Monaten zählt, so daß man zweifeln muß, ob auch hier dieselben Emanationen die Aktivierung übermitteln, wie in den vorhergehenden Fällen. Wenn die schließlich in Elektronen und Helium zerfallende Radiumemanation[2]) ein Bruchstück des Radiums ist, dann kann man vermuten, daß aus diesem zuvor noch andere nicht flüchtige Gebilde entstehen, die erst späterhin in die gasförmige Emanation übergehen. Solche der Muttersubstanz noch näher stehende Gebilde könnten dann die Aktivierungen in Lösungen bewirken.

Von diesem Gesichtspunkte aus haben wir eine Reihe von Versuchen begonnen, die zwar noch zu keiner endgültigen Lösung der schwebenden Frage führten, deren gegenwärtige Resultate aber doch schon einiges Interesse bieten können. Als aktivierende Stoffe benutzten wir Uran, Radium, Radioblei und Radiowismut, zu deren Charakteristik die folgende Mitteilung gleichfalls Beiträge liefert.

Aktivität des Urans und seine induzierende Kraft.

Bekanntlich[3]) lassen sich Uransalze durch teilweise Kristallisation oder Lösung in Fraktionen zerlegen, deren Wirksamkeit große Unterschiede aufweist. Wenn man z. B. Uranyl-

1) A. Debierne, Compt. rend. **131.** p. 133. 1900; H. Becquerel, Compt. rend. **133.** p. 977. 1901; K. A. Hofmann u. V. Wölfl, Ber. Deutsch. chem. Gesellsch. **36.** p. 1044. 1903; B. v. Lengyel, Ber. Deutsch. chem. Ges. **33.** p. 1237. 1900.

2) W. Ramsay u. F. Soddy, Proc. Roy. Soc. **72.** p. 204. 1903; Chem. News **88.** p. 100. 1903; Physik. Zeitschr. **4.** p. 651. 1903.

3) W. Crookes, Proc. Roy. Soc. **66.** p. 406. 1900; K. A. Hofmann u. E. Strauss, Ber. Deutsch. chem. Gesellsch. **33.** p. 3126. 1900; F. Soddy, Proc. Chem. Soc. **18.** p. 121. 1900.

nitrat wiederholt mit siedendem Äther extrahiert, so erhält man im Rückstand verstärkt aktives Uran (α und β), während aus den Extrakten Uranpräparate mit stark verminderter Aktivität (α und β) hervorgehen. Läßt man Uranylkaliumoxalat aus wässeriger Lösung teilweise auskristallisieren, so häuft sich die β-Aktivität in den ersten Ausscheidungen an. Wir versuchten auch durch teilweisen Säureentzug und hierdurch bedingte teilweise Fällung von Uranoxyd eine Zerlegung herbeizuführen. Zu diesem Zweck wurden 800 g Urannitrat in 4 Liter Wasser in einer großen Schale mit Rührwerk erhitzt und durch einen Strom von 3 Amp. an der in der Mitte des Flüssigkeitsspiegels befindlichen Kathode die Salpetersäure in Form von Stickoxyden etc. allmählich entfernt. Die zunächst ausfallenden Teile des Uranoxydes hatten keine nachweisbare β-Aktivität mehr, während diese in den zuletzt noch gelöst bleibenden Anteilen zunahm. Hinsichtlich der α-Aktivität waren die Unterschiede nicht nennenswert. Auch durch partielle elektrolytische Reduktion von Uranylsulfat zu Uranosulfat und nachfolgende Abscheidung des letzteren mit Oxalsäure konnte die β-Aktivität in den Filtraten verstärkt werden.

So schien mir und Hrn. Ducca die Aussicht geboten, das Uran in eine inaktive und in eine verstärkt wirksame Komponente zu zerlegen. Aber nach einigen Monaten hatten alle Partien wieder den gleichen Aktivitätsgrad (α und β) erreicht wie das nicht verarbeitete Ausgangsmaterial. Die Trennung war also nur scheinbar gelungen und die Verschiebung der Wirksamkeit nur temporär. Auch die subtilsten Versuche, aus dem Uran durch chemische Umsetzungen dauernd inaktive Präparate zu gewinnen, blieben erfolglos. Selbst aus den sehr zahlreichen uranhaltigen Mineralien, Bröggerit, Pechblende, Cleveit, Euxenit, Samarskit, Fergusonit, Xenotim, Thorit, Orangit, Äschynit, Monazit, in denen der Prozentsatz an Uran von 70 bis 0,05 variiert, erhielten wir nach vollständiger Reinigung Präparate, die schließlich gleich stark α und β wirksam waren. *Demnach ist das Uran ein radioaktives Element.* Die Annahme, daß minimale Spuren von Radium die Aktivität der Uranpräparate bewirkten, ist haltlos, denn durch Fällen eines Gemisches von Uranchlorid und Baryumchlorid mit Schwefelsäure müßte das Radium mit dem Baryum ausfallen und man würde

so eventuell bei Wiederholung dieser Operation schließlich radiumfreies, d. h. inaktives Uran gewinnen. Aber wie schon Becquerel[1]) fand und wir bestätigen können, wird das Uran auch bei diesem Verfahren nur vorübergehend geschwächt. Nach einigen Monaten erlangt es von selbst seine frühere Wirksamkeit wieder.

Zu den nun folgenden Versuchen wurde das Uran als Doppelsalz mit kohlensaurem Ammon unter Zusatz von Schwefelammon gelöst, aus dem Filtrate nach dem Ansäuern mit Salpetersäure durch Ammoniak gefällt, mit Schwefelammon ausgewaschen und in Chlorid übergeführt. Da bei den folgenden Aktivierungsversuchen zur Trennung vom Uran Schwefelwasserstoff, Schwefelsäure, Oxalsäure verwendet wurden, so mußten auch die minimalsten Spuren von hierdurch fällbaren aktiven Beimengungen aus unserem Uran entfernt werden. Dies geschah der Reihe nach durch Beimischen von inaktivem Blei, Baryum und Yttriumsalz und Fällung dieser Zusätze durch die genannten Reagentien. Danach konnten also weder Radium, noch Radioblei, Radiotellur, Radiowismut oder Aktinium mehr in dem Filtrate vorhanden sein. Aus diesem wurde das Uran als Nitrat gewonnen und in Portionen von 20 g mit $^1/_2$ g des zu aktivierenden Stoffs vier Wochen lang in konzentrierter wässeriger Lösung erhalten. Die Trennung erfolgte nach den bei den einzelnen Fällen angedeuteten bekannten Methoden der quantitativen Analyse.

Baryum als Sulfat gefällt erwies sich gleich nach dem Trocknen hinsichtlich der α- und β-Wirkung ca. 3 mal so kräftig als Uranoxyduloxyd. Nach Verlauf von acht Monaten war die α-Aktivität nur eben noch bemerkbar. Blei als Sulfid oder Sulfat, Wismut oder Sulfid oder Oxychlorid getrennt, erlangten die α- und β-Stärke des Uranoxydes. Nach sechs Wochen war die β-Wirkung fast verschwunden, die α-Aktivität hatte aber noch nicht bis zur Hälfte abgenommen. Erst nach einem Jahre war am Elektroskop kein Einfluß mehr zu beobachten.

Von den seltenen Erden wurde Thorerde aus Gadolinit, wie schon früher[2]) mitgeteilt, sehr kräftig und anhaltend aktiviert.

1) H. Becquerel, Compt. rend. **133**. p. 977. 1901.

2) K. A. Hofmann, Ber. d. Deutsch. chem. Gesellsch. **36**. p. 3093. 1903.

Cer, Lanthan, Didym, Erbium als Oxalate gefällt und verglüht übertrafen das Uranoxyd nur wenig, ebenso Calcium und Strontium als Oxalate abgeschieden. Beim Aufbewahren in verschlossenem Gefäß verschwand zuerst die β-Aktivität, während am Elektroskop noch nach Monaten eine zerstreuende Wirkung zu beobachten war.

Palladium, Platin und Quecksilber als Sulfide gefällt waren auch nach zweimonatlichem Verweilen in einer Lösung mit der 200 fachen Menge Uransalz sehr schwach aktiv, höchstens $^1/_5$ von der α- und β-Wirkung des Urans. Gold und Tellur als Metalle abgeschieden, besaßen nur spurenweise Aktivität. Eisen als Oxalat, Titan aus heißer schwefelsaurer Lösung als Metasäure gefällt, Zirkonerde durch Natriumthiosulfat, Thonerde durch Ammonkarbonat und Berylliumhydroxyd mit Natronlauge getrennt, erwiesen sich gleich nach dem Trocknen als inaktiv.

Über den Vorgang der oben genannten Aktivierungen könnte man sich zunächst die Ansicht bilden, daß das aus dem Uran stammende aktivierende Agens die Eigenschaften eines selbständigen Metallions habe und durch das angewandte Fällungsmittel, z. B. Schwefelwasserstoff, Schwefelsäure, Oxalsäure niedergeschlagen und so dem betreffenden Sulfid, Sulfat oder Oxalat beigemengt werde. Dem widerspricht aber die sehr verschiedene Stärke der Aktivität bei den durch dasselbe Reagens erhaltenen Ausscheidungen. Man vergleiche z. B. Bleisulfid und Wismutsulfid einerseits mit den Sulfiden von Palladium, Platin und Quecksilber andererseits, oder die Oxalate der seltenen Erden mit dem Ferrooxalat.

Nicht das Fällungsmittel, sondern die Natur des beigemischten an sich inaktiven Metalles ist ausschlaggebend für den Aktivitätsgrad des Niederschlages. Da zudem Blei sowohl als Wismut, nach verschiedenen Methoden abgeschieden, keinen nennenswerten Unterschied zwischen Sulfat, Sulfid oder Oxychlorid erkennen ließen, muß man schließen, daß das aktivierende Agens sich an das Metallatom heftet, und zwar schon in der Lösung, also wohl an dessen Ion. Demgemäß ist es auch gleichgültig, welches von zwei zugleich anwesenden Metallen zuerst gefällt wird, das für sich einzeln stärker aktivierbare Metall wird auch aus einem Gemisch unabhängig von der

Reihenfolge der Abscheidung stärker aktiv erhalten als das außerdem noch zugesetzte weniger aktivierbare Element.

Z. B. wurde von einem Gemisch aus 500 Teilen Urannitrat, 0,12 Teilen Baryumchlorid und 0,12 Palladiumchlorür nach 20 Tagen die eine Hälfte zunächst mit Schwefelwasserstoff, dann das Filtrat mit Schwefelsäure gefällt; das Palladiumsulfür bewirkte am Elektroskop den Spannungsabfall von 100 Volt in 1′ 35″, das Baryumsulfat in 9″.

Aus der anderen Hälfte wurde zuerst das Baryum als Sulfat, dann aus dem Filtrate das Palladium als Sulfür abgeschieden: Baryumsulfat entlud in 12″, Palladiumsulfür in 1 Min. 32 Sek. Die Reihenfolge der Trennung ist demnach gleichgültig, aber die Natur des Metalles ist bestimmend für die Höhe der induzierten α-Aktivität. Dasselbe gilt auch für die β-Wirksamkeit, wie uns die Prüfungen gegen die photographische Platte zeigten.

Der sehr geringen Aktivierbarkeit der Edelmetalle im gelösten Zustande entspricht auch das nach monatelangem Eintauchen der blanken Streifchen von Palladium, Platin und Silber in konzentrierte Uranchloridlösung erhaltene Resultat. Die schließlich erlangte α- und β-Aktivität war kaum nachweisbar.

Mit *radiumhaltigem Baryumchlorid* von einer Intensität gleich ca. 1500 Uraneinheiten wurden an Palladium, Iridium und Blei vergleichende Aktivierungsversuche vorgenommen, aus denen sich ergab, daß dieses bedeutend stärker induziert wird als jene. Unter gleichen Bedingungen wurden diese Elemente als Chloride mit dem radiumhaltigen Bromid gemischt und nach 14 Tagen als Sulfide gefällt, sorgfältig ausgewaschen und getrocknet. Die Zeiten, innerhalb derer am Elektroskop ein Spannungsabfall von 100 Volt erfolgte, waren: für Bleisulfid 7″, Palladiumsulfür 35″, Iridiumsulfür 90″. Die β-Aktivitäten standen ungefähr im Verhältnis von 4 : 2 : 1.

Ganz anders als bei den Aktivierungen mit Uran oder Radiumsalz wird die Reihenfolge der Metalle, wenn diese mit Radioblei oder Radiowismut induziert werden.

Um möglichst nahe an die bei Uran gegebenen Verhältnisse heranzukommen, wurden keine konzentriert aktiven Radiobleipräparate verwendet, sondern einfach das aus Pechblende

durch oft wiederholte Fällung mit Schwefelwasserstoff, Schwefelsäure, Ammoniak, Schwefelammon gewonnene Blei benutzt. Zur Lostrennung vom Wismut–Polonium diente das von Classen[1]) angegebene Verfahren. Die α- und β-Aktivität dieses zum Unterschied vom gewöhnlichen inaktiven Blei mit Radioblei bezeichneten Materiales kommt der des Uranoxydes ungefähr gleich. Doch kann man[2]) durch Ausziehen des Chlorides mit Salzsäure, Eindampfen des Filtrates und Auskochen mit Sprit in den löslichsten Anteilen die α-Wirksamkeit bis auf 3500 Einheiten steigern. Die β-Aktivität erscheint in diesen Partien nur vorübergehend sehr verstärkt, kann aber dauernd konzentriert werden in den beim Umkristallisieren aus reinem Wasser zuerst ausfallenden Chloridkristallen oder in dem aus einer Nitratlösung auf Zusatz von verdünnter Schwefelsäure zuerst niedergeschlagenen Sulfat. Aller Wahrscheinlichkeit nach sitzt der Aktivität liefernde Stoff in diesen schwerst löslichen Teilen, da ihnen α- und β-Wirksamkeit nur vorübergehend genommen werden können und sich stets von selbst wieder ersetzen. Die Möglichkeit, daß Spuren von Radium oder Aktinium hierbei eine Rolle spielen, ist vollkommen ausgeschlossen, da die α- und die β-Aktivität an den konzentrierten Präparaten viel zu hohe Beträge erreicht und die sorgfältigsten Reinigungsmethoden nicht nur keine Schwächung, sondern sogar eine Verstärkung herbeiführen. So wird durch elektrolytische partielle Ausscheidung des Dioxydes an einer Platinanode aus der warmen Nitratlösung nach 20 maliger Wiederholung die α- und die β-Aktivität allmählich dauernd gesteigert, während Radium, Aktinium oder Emanium hierbei in Lösung bleiben und somit schließlich entfernt werden müßten. Über diese Versuche und über die speziell chemischen Details soll an anderer Stelle ausführlich berichtet werden.

Durch nicht konzentriert aktives, sondern nur von heterogenen Stoffen befreites Radiobleisalz werden ganz außerordentlich kräftig induziert die Metalle Iridium, Palladium, Rhodium und Platin, wenn sie mit diesem als Chloride gelöst

1) J. Classen, Ausgewählte Methoden der analytischen Chemie **1.** p. 106. 1901.

2) Über derartige Methoden vgl. z. B. Ber. d. Deutsch. chem. Gesellsch. **36.** p. 1044. 1903.

Filtrate von dem mit Alkohol und Schwefelsäure gefällten Blei durch Schwefelwasserstoff abgeschieden. Nach dem Trocknen mit Alkohol und Äther zeigte dieser Tellurschwefel eine α-Aktivität von 15 Uraneinheiten, die β-Aktivität war der des Urans ungefähr gleich, verschwand aber innerhalb sechs Wochen vollständig, während die Wirksamkeit am Elektroskop innerhalb dieser Zeit erst auf $^1/_8$ ihres Anfangswertes gesunken war.

Die Erdalkalien Kalk, Strontian und Baryt wurden als Nitrate mit der zehnfachen Menge Radiobleinitrat 8 Tage lang in Lösung belassen. Die Fällung geschah aus dem Filtrate des mit Schwefelwasserstoff niedergeschlagenen Bleies durch Zusatz von überschüssigem Ammonoxalat. Die Zeiten, innerhalb derer diese Oxalate verglichen mit Uranoxyd einen Spannungsabfall von 100 Volt bewirkten, verhielten sich: Kalk : Strontian : Baryt : Uran wie 130 : 120 : 110 : 110 Sek. Demnach kommt die α-Aktivität des so induzierten Baryums der des Urans gleich, während die beiden anderen Erdalkalimetalle weniger kräftig aktivierbar sind. β-Aktivität konnte nur am Baryumoxalat, und zwar ungefähr von Uranstärke nachgewiesen werden.

Nach dem Vorhergehenden lassen sich die durch radioaktives Blei induzierbaren Metalle in eine Reihe ordnen, an deren oberem Ende Iridium, Rhodium, Palladium, Platin stehen, während die Erdalkalimetalle Calcium, Strontium und Baryum weit weniger aktivierbar sind.

Im Gegensatze hierzu stehen von den durch Uran induzierbaren Elementen die Erdalkali- und die Erdmetalle obenan, während die Platinmetalle den Schluß bilden. Da in beiden Reihen dieselben Fällungsmittel verwendet wurden, so können die Unterschiede nicht auf diese zurückgeführt werden; man muß vielmehr folgern, daß zwischen den vom Uran einerseits, vom Radioblei andererseits ausgehenden α- und β-Agentien ein charakteristischer Unterschied hinsichtlich ihrer Affinität zu den Metallen besteht.

Dieselbe Affinität äußert sich auch wenn die Metalle nicht als Ionen, sondern als feste Stücke den Lösungen der aktivierenden Stoffe geboten werden.

Aus Lösungen des sorgfältig gereinigten, aber nicht konzentrierten Bleichlorides der Pechblende (Aktivität ca. eine Uran-

nheit) nehmen die Edelmetalle Palladium, Iridium, Silber nd in geringerem Grade auch Platin und Gold so viel Aktivität nf, daß bei großem Überschuß des aktivierenden Salzes und ehrtägigem Verweilen in der auf ca. 60° erwärmten Flüssig-ɜit die Intensität der α-Strahlung eines solchen Blechstreifens ɜs zu 3000 Uraneinheiten steigen kann. Diese Induktion ist ɔ nachhaltig, daß auch nach Monaten noch sehr schöne ffekte am Elektroskop oder dem Sidotschen Blendenschirm ɜzielt werden können. Da zudem diese Metallbleche viel ɨchter gehandhabt werden können als Radiumpräparate oder ɜrgleichen, so empfiehlt sich ihre Anwendung bei Demon-ɾrationen. Eine vor 18 Monaten auf ca. 2000 Uraneinheiten ɨduzierte Palladiummünze (Grahammedaille) besitzt heute noch ɔer 100 Einheiten an α-Aktivität. Dagegen verschwindet die ɨfangs vorhandene β-Aktivität (ca. doppelt so stark wie die ɜs Urans) innerhalb weniger Wochen. Beim Erhitzen zur ɜllen Rotglut geht die α-Wirkung in wenigen Sekunden ver-ren, so daß man glauben könnte, sie werde von einem okklu-ɛrten gasförmigen Stoffe veranlaßt; aber die folgenden Ver-ɨche widersprechen einer solchen Annahme entschieden. Es ɔigte sich nämlich, daß wasserstofffreies Palladium ebenso ark aktiviert wird als das elektrolytisch mit Wasserstoff be-ɛdene Metall. Entzieht man wasserstoffhaltigem aktivierten alladium den Wasserstoff durch Erwärmen im Vakuum, so itt doch kein bemerkenswerter Verlust an Aktivität ein. Löst an stark aktiviertes Palladiumblech in Königswasser und ɨmpft das Chlorid zur Trockne ein, so nimmt zwar die -Aktivität bedeutend ab, aber sie bleibt auch nach der Re-ɨktion des Chlorides zu Metall (mittels Formalin) noch auf ɨ. 10 Uraneinheiten. Die von Anfang an relativ geringe -Wirkung (ca. 2 × Uranoxyd) wird von solcher Umsetzung ɨum beeinflußt. Daß die α-Aktivität nach der Umwandlung ɜringer erscheint als zuvor, erklärt sich zur Genüge aus der ɔllkommenen Veränderung der Oberfläche. Die dabei in die iefe gelangenden α-Teilchen können nicht mehr austreten, ährend für die durchdringenden β-Strahlen ein solches indernis weniger in Betracht kommt. Da nur die an der berfläche sitzende α-Aktivität nach außen wirken kann, ist ɨtürlich die Dicke des zu induzierenden Blechstreifens für

den Endbetrag gleichgültig. So kann man z. B. einen auf Glas niedergeschlagenen dünnen Silberspiegel ebenso kräftig aktivieren wie eine dicke Silberplatte von gleicher Fläche.

Da die Aktivität durch chemische Umsetzungen nicht entfernt wird, kann sie auch nicht nach Art eines okkludierten Gases an dem Metall haften, sondern sie muß an dessen Atome in irgend einer Weise gebunden sein.

Man könnte glauben, daß bei der Aktivierung der in Radiobleichloridlösung getauchten Metalle elektrolytische Vorgänge eine Rolle spielten. Dann ließe sich aber nicht einsehen, warum gerade die elektromotorisch wenig wirksamen Edelmetalle so sehr stark aktiviert werden; auch müßte im Gegensatz zu unserer Erfahrung zwischen ausgeglühtem und mit Wasserstoff gesättigtem Palladium ein wesentlicher Unterschied bestehen; es wäre ferner zu erwarten, daß Wismutmetall in der Radiobleisalzlösung stärker aktiv würde als die Edelmetalle. Aber ein blanker Wismutkristall veränderte innerhalb 8 Tage sein Aussehen nicht und nahm nur geringe α- und β-Aktivität an, die kaum den 100sten Teil eines unter gleichen Umständen aktivierten und gleichfalls blank gebliebenen Palladiumbleches betrug. Aus diesem Versuch erhellt auch sehr deutlich der Unterschied zwischen Radioblei und Polonium oder Radiotellur; denn in den letzteren beiden wird, wie Marckwald fand und wir unbedingt bestätigen können, ein Wismutkristall äußerst heftig α-aktiv.

Ein blankes Bleiblech wurde in einer Radiobleichloridlösung oberflächlich trübe und nahm innerhalb 48 Stunden sehr bedeutende α- und β-Aktivität an. Letztere war nach jahrelangem Aufbewahren in einer zugeschmolzenen Glasröhre verschwunden, die α-Aktivität war noch mehrere Einheiten stark. In diesem Falle scheint eine elektrolytische Abscheidung radioaktiver Atome stattgefunden zu haben, doch gehören, wie das Abklingen schließen läßt, diese nicht der primär aktiven Substanz an, sondern sind nichts anderes als aktivierte Bleiatome. Solche müssen ja in einer viel gewöhnliches Blei enthaltenden Radiobleilösung in Menge vorhanden sein, und man kann von vornherein annehmen, daß sie durch die Aufnahme des aktivierenden Agens im Verhältnis zu gewöhnlichen Bleiionen an Haftintensität verloren haben: edler geworden sind.

Zu den Aktivierungsversuchen mit *Wismut-Polonium* diente ein Material aus den bei der Fällung des radioaktiven Bleisulfates erhaltenen Filtraten. Diese wurden mit Schwefelammon gefällt, ausgewaschen, als Chlorid in salzsaurer Lösung mit Schwefelwasserstoff gefällt, das Sulfid mit verdünnter Salzsäure und danach mit Schwefelammon von allen löslichen Teilen befreit, dann mit Salzsäure unter schließlichem Zusatz von Salpetersäure eingedampft und mit viel Wasser wiederholt ausgekocht. Das zurückbleibende Oxychlorid mußte zur vollständigen Beseitigung von Radium, Radioblei, Radiotellur und Aktinium nochmals dem ganzen Reinigungsverfahren unterworfen werden und verlor hierbei, wie überhaupt bei längerem Aufbewahren, sehr viel an α-Strahlung. Die β-Strahlung verschwand schon einige Wochen nach der Lostrennung des Poloniums vom Radioblei und konnte weder durch elektrische Einflüsse wie Kathodenstrahlen, Teslaschwingungen, Glimmentladung noch durch Zumischen von inaktivem Blei und mannigfache chemische Verarbeitungen wieder hervorgerufen werden. Auch bei den Aktivierungen ging die im Polonium noch vorhandene α-Aktivität unverändert auf andere Metalle über, so daß eine auch nur teilweise Umwandlung von α- in β-Aktivität nicht bewirkt werden konnte.

Um einen Vergleich mit den vorhergehenden Resultaten zu ermöglichen, benutzten wir Poloniumpräparate, deren α-Aktivität nur wenige Uraneinheiten stark war.

Die Platinmetalle, voran Iridium, dann Palladium und Platin als Chloride wurden in salzsaurer Lösung durch den 50fachen Überschuß an Wismut–Poloniumsalz sehr stark aktiviert, so daß sie gleich nach der Abscheidung mittels Ameisensäure oder Hydrazinsulfat am Elektroskop gegen 100 α-Uraneinheiten äußerten. Um aber mit Sicherheit alles Wismut zu entfernen, lösten wir die Metalle in Königswasser, dampften fast zur Trockne ein und fällten aus dem wässerigen Filtrate die Platinmetalle abermals durch Hydrazinsalz.

Trotz dieser Umsetzung war die α-Aktivität noch ca. 40mal so bedeutend wie die des Uranoxydes. Das Abklingen bis auf $^1/_{10}$ des anfänglichen Wertes dauerte 4—5 Monate.

Nächst den Platinelementen war auch Tellur stark aktivierbar, weniger kräftig das Gold, während Baryum und auf-

zeitweise auch Blei nach ihrer Trennung vom Wismut zeitweise Aktivität besaßen.

In all den Fällen, wo das Wismut–Polonium sehr bedeutende Aktivierung bewirkt hatte, war seine eigene Aktivität fast ganz verschwunden und entwickelte sich auch nach Jahresfrist nicht wieder. Daraus darf man schließen, daß die aus Pechblende nach den bekannten analytischen Methoden als rein abgeschiedenen *Wismutpräparate selbst nicht primär, sondern nur induziert aktiv sind.* Wird gewöhnliches reines Wismut durch Radiobleisalz aktiviert (vgl. p. 623), so verliert letzteres nur vorübergehend seine Wirksamkeit, erlangt sie aber nach einiger Zeit wieder[1]); das davon abgetrennte Wismut besitzt anfänglich sehr starke α- und β-Aktivität, von denen letztere schon nach einigen Wochen verschwindet, während die erstere nur sehr langsam abnimmt. Die induzierenden Fähigkeiten von Radioblei selbst und dem damit aktivierten gewöhnlichen Wismut sind denen des aus Pechblende stammenden Poloniums so ähnlich, daß man in diesen Präparaten dasselbe α-Agens annehmen darf; aber als Quelle kann nur das Radioblei angesehen werden. Wie dieses als gelöstes Chlorid die in Form von Blechstreifchen eingetauchten Edelmetalle Silber, Palladium und Platin sehr stark aktiviert, so verhält sich auch das Poloniumchlorid in salzsaurer Lösung gegen diese Metalle gleichermaßen wirksam. Ohne daß eine sichtbare Abscheidung auf dem blanken Edelmetall auftritt, erlangen diese eine α-Strahlung von mehreren hundert Einheiten und man kann so mit Hilfe von Wismut–Polonium Silberstreifen derart induzieren, daß am Sidotschen Blendenschirm starkes Aufleuchten sichtbar wird.

Nur gegen blankes metallisches Wismut zeigt sich ein auffallender Unterschied insofern, als dieses Metall in Radiobleichloridlösung weit schwächer aktiviert wird, als in einer Lösung von nur wenig wirksamem Wismut–Poloniumchlorid Dennoch darf man in beiden das gleiche α-Agens annehmen; denn wenn man gewöhnliches, also an sich inaktives Wismut-

1) Einfluß von Kathodenstrahlen vgl. Hofmann, Korn und Strauss, Ber. Deutsch. chem. Gesellsch. **34.** p. 407. 1900; **35.** p. 1455. 1900; Compt. rend. **136.** p. 1312. 1903.

lorid in Lösung mit Radiobleisalz induziert und dann bekannter Weise trennt, so kann man mit diesem indurten Wismut in salzsaurer Lösung einen eingehängten ismutkristall so stark aktivieren, wie mit Poloniumchlorid. ır Wismutkristall verliert dabei seine rötlich silberweiße ɔerfläche und nimmt eine dunklere Bronzefärbung an, woraus ın auf einen elektrolytischen Vorgang schließen darf. Daß ı Wismutkristall aus einer Lösung von aktiven Bleiionen ɜse nicht ausfällt, erklärt sich aus der Stellung der beiden ɛtalle in der Spannungsreihe; er wird demnach nur induziert ırden unter allmählicher Aufnahme des α-Agens, wozu das ismutmetall augenscheinlich weniger befähigt ist als die atinmetalle. Aus einer Lösung von aktivierten und damit ıhl auch elektromotorisch veränderten Wismutionen können ɜse durch reines Wismutmetall niedergeschlagen werden. ızu ist natürlich das stärker elektropositive Bleimetall noch sser befähigt und man kann in der Tat Bleiblechstreifen durch nhängen in salzsaure aktive Wismutchloridlösung binnen Stunden auf mehrere hundert Uraneinheiten α-aktivieren. ıe Oberfläche wird dabei dunkel und die Ausscheidung von ismut auf dem Blei läßt sich analytisch leicht feststellen. ɔi der Abtrennung der relativ geringen Menge Wismut als ısisches Nitrat oder basisches Chlorid bleibt fast die ganze ɛtivität an diesen Stoffen haften, während das Bleinitrat oder ılorid nur spurenweise aktiv erscheint. Es geht aus diesen ɜrsuchen hervor, daß metallisches Blei imstande ist, aktivierte ismutionen auszuscheiden, d. h. ihrer elektrischen Ladungen berauben, daß es aber die α-Aktivität den Wismutatomen cht nehmen kann.

Wie die Aktivierung eines Wismutstückes oder eines leibleches in einer sorgfältig gereinigten aktiven Wismutɜung, so beruht auch die von Marckwald entdeckte Aktiɜrung eines Wismutstäbchens in der salzsauren Lösung von cht gereinigtem Polonium auf einem elektrolytischen Prozeß; ɔch wird hierbei vorwiegend Radiotellur niedergeschlagen. ıch wir bekamen mit nicht gereinigtem Pechblende–Polonium f Wismutstäbchen schwarze, sehr stark α-wirksame Abheidungen, die unverkennbare Tellurreaktionen gaben. Da ɔer zu unseren weiter oben beschriebenen Versuchen ein

Pechblendewismut verwendet wurde, das durch wiederholtes Waschen mit Schwefelammon etc. von Tellur befreit war, sind die von uns beobachteten Aktivierungserscheinungen nicht vom Radiotellur Marckwalds beeinflußt und rühren lediglich von dem aus Radioblei stammenden und am Wismut haftenden α-Agens her.

Deswegen, weil dieses Agens vielleicht in allen aktiven Schwefelwasserstofffällungen tätig ist, diese unter dem Namen Polonium zusammenzufassen, wie A. Debierne[1]) vorschlägt, ist nicht zulässig; denn mit Polonium bezeichnete Skl. Curie das von ihr vermutete, analytisch mit Wismut übereinstimmende aktive Element der Pechblende und man darf einen spezifischen Elementnamen unter keinen Umständen für eine Gruppe von Stoffen gebrauchen, die nach ihren analytischen Eigenschaften so scharf verschieden sind, wie Blei, Wismut und Tellur. Wollte man dem Vorschlage Debiernes folgen, so könnte man z. B. mit noch größerem Rechte alle Elemente der seltenen Erden unter der Bezeichnung Gadolinium zusammenfassen.

Sicherlich muß man, um Verwechselungen auszuschließen, die radioaktiven Komponenten des Schwefelwasserstoffniederschlages nach den Namen der Stoffe bezeichnen, an denen sie haften. Die Bezeichnungen Radioblei, Radiowismut, Radiotellur sind frei von jeder Hypothese und für jedermann verständlich.

Zum Schlusse seien die wesentlichen Ergebnisse dieser Untersuchung mit den sich anschließenden Folgerungen kurz zusammengefaßt.

Die durch Mischung mit dem primär aktiven Stoff in Lösung und nachfolgende chemisch-analytische Trennung bewirkte Aktivierung — wir wollen sie kurz Ionenaktivierung nennen — unterscheidet sich von der mittels gasförmiger Emanationen auf entferntere Materien übertragenen Induktion durch zum Teil viel bedeutendere Intensität, durch weit größere Dauerhaftigkeit sowie durch einen ausgeprägt elektiven Charakter, derart, daß durch denselben primär aktiven Stoff die verschiedenen Elemente in sehr verschiedenem Grade aktiviert werden.

1) A. Debierne, Compt. rend. **139.** p. 281. 1904.

Die aktiven Stoffe Uran und Radium einerseits, Radioblei und Radiowismut andererseits sind zur Ionenaktivierung nicht nur absolut, sondern auch relativ verschieden befähigt, insofern als die Reihen der damit aktivierbaren Elemente nach Zahl und Folge der Glieder voneinander abweichen.

α- und β-Aktivität sind verschieden übertragbar und verschwinden aus den aktivierten Objekten nicht mit gleicher Geschwindigkeit; z. B. verliert induziertes Wismut die β-Aktivität trotz großer anfänglicher Intensität innerhalb einiger Wochen, wogegen die α-Aktivität noch viele Monate lang meßbar bleibt. Bei hoher Temperatur entweicht aus aktivierten Platinmetallen die α-Aktivität in wenigen Sekunden, während die β-Aktivität bleibt. Ein Übergang von α- in β-Aktivität konnte weder durch chemische noch durch physikalische Einflüsse bewirkt werden. Bei manchen quantitativ verlaufenden chemischen Umwandlungen erleiden beide Wirkungsarten nur geringe Schwächung, so daß die Aktivierung nicht auf einem der Okklusion von Gasen analogen Vorgang beruhen kann. Durch Fraktionierung der aktivierten Stoffe lassen sich beide Aktivitäten anreichern; beide können beim Übergang von der primär aktiven Materie auf die aktivierbare Substanz von niederer zu höherer Konzentration übergehen.

Über das Wesen der Ionenaktivierung kann man sich vorstellen[1]), daß von dem primär aktiven Stoff Teilchen ausgehen, die an den aktivierbaren Atomen und Ionen haften bleiben. Mit den positiven und negativen Elektronen der α- und β-Strahlen oder der Kanal- und Kathodenstrahlen sind diese Teilchen nicht identisch, da sonst Wismutoxyd, Baryumsulfat oder ein Platinmetall durch elektrische Einwirkungen aktiviert werden könnten[2]); im Gegensatz zu den zahlreichen Versuchsergebnissen der neueren Zeit. Auch wäre nicht einzusehen, warum die α- und β-Elektronen trotz chemischer Umsetzungen am aktivierten Atom haften bleiben, um dann nachträglich mit der ungeheuren Schnelligkeit der Becquerel-

1) Vgl. H. Becquerel, Compt rend. **133.** p. 977. 1901.

2) Nur bei Radiobleisulfat konnte eine Verstärkung der Aktivität unter dem Einfluß von Kathodenstrahlen nachgewiesen werden; vgl. Hofmann, Korn und Strauss, Ber. Deutsch. chem. Gesellsch. **35.** p. 1455. 1902 und Compt. rend. **136.** p. 1312. 1903.

strahlen fortzufliegen. Zudem müßte man, um die Unterschiede in den aktivierenden Wirkungen der einzelnen primär aktiven Stoffe verstehen zu können, verschiedene Arten von α- und vielleicht auch von β-Elektronen annehmen, was offenbar unzulässig ist.

Wahrscheinlich sind die bei der Ionenaktivierung wirksamen Teilchen ähnlich wie die gasförmigen Emanationen zusammengesetzte Gebilde, bei deren allmählichem Zerfall α- und β-Elektronen als Becquerelstrahlen ausgesandt werden. Diese Gebilde besitzen zwar insofern keine ausgeprägten analytischen Eigenschaften, als bei der Trennung des aktivierten Elementes von dem primär aktiven Stoff die Wahl der Reagentien keine wesentliche Rolle spielt. Eine gewisse Eigenart der die übertragene Aktivität bedingenden Gebilde gibt sich aber darin kund, daß sie je nach dem primär aktiven Stoff, aus dem sie stammen, Verschiedenheiten aufweisen hinsichtlich der Auswahl der Elemente, an die sie sich anheften.

(Eingegangen 5. Oktober 1904.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Genauigkeit der Kreisteilungen: 0,3—0,1″ Sek. (mittlerer Teilungsfehler).

Gegründet 1876. **J. Wanschaff Sohn** Gegründet 1876.

Wissenschaftliche Instrumente.

Berlin S.O., Elisabeth-Ufer 1.

Insbesondere: **Sämtliche Instrumente, welche genauester Kreis- und Längenteilungen bedürfen,** als:

Refraktoren (Schweden). **Meridian-Kreise** (Eidgen. Sternwarte, Zürich). **Passage-Instrumente, Univ.-Instrumente, Mikr. Theodolite** für Triangulationen etc. (Kgl. Preuß. Landesaufnahme, Reg. v. Dänemark, Niederland, Belgien, Rußland, Schweden, Amerika). **Spiegelprismen-Kreise, Exzentrizitätsfreie Sextanten** (Kaiserl. Deutsche, Kaiserl. Russ. Marine etc.). **Spektrometer** erster Ordnung (Phys.-Techn. Reichsanstalt, mehrere Priv.). **Goniometer, Photometer** (Kgl. Geod. Institut Potsdam). **Zenithteleskope** (Kgl. Geod. Institut, Intern. Erdmessung, Potsdam. Sternwarten in: Italien, Japan, Niederland, Rußland, Amerika). **Magnetische Theodolite** u. **Registrier-Apparate** jeder Art (Magnet. Observat. Potsdam, viele Bergwerks-Observat.). **Längenteilmaschinen** u. a. m.

Ausrüstungen für Expeditionen.

Illustrierte Kataloge in Deutsch, Englisch, Französisch gratis und franko.

Neukonstruktionen jeder Art. | Paris 1900: Grofser Preis. Goldene Medaille: Melbourne, Chicago.

Instrumente für die Tropen (ohne Stahl).

Saiten-Galvanometer

nach **Prof. Einthoven.**

Physikalisch-mechanisches Institut

von

Prof. Dr. M. Th. Edelmann, München.

Illustrierte Preisliste über physikal. Präzisionsinstrumente gratis und franko.

Universal-Projektions-Apparat
Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Eingerichtet für die Projektion von Glasdiapositiven, Experimenten (horizontal und vertikal), undurchsichtigen Gegenständen (episkopische Projektion), mikroskopische Projektion, ferner für Versuche mit parallelem Lichtstrahlenbündel.

Der Übergang von der einen Projektionsweise zur anderen wird bewirkt durch ***Drehung eines*** *Spiegels.*

Unser

Universal-Projektions-Apparat

ermöglicht es, horizontal und vertikal angeordnete **Experimente,** Abbildungen aus Büchern, Glasdiapositive, undurchsichtige Gegenstände in beliebiger Reihenfolge zu projizieren, **ohne Pause zwischen den einzelnen Darstellungen.**

Näheres finden Sie in Liste Nr. 86.

ED. LIESEGANG,
Düsseldorf a. Rh.,
Vollmerswertherstrasse.

Werkstätten für Projektions-Apparate.
Gegründet 1854.

Leppin & Masche,

Berlin SO.

Fabrik wissenschaftlicher Instrumente.

Vollständige Einrichtungen physikalischer und chemischer Laboratorien.

Projektionslampe mit Differentialregulierung ℳ 185.—.

Athen 1904 Goldene Medaille.

RICHARD MÜLLER-URI, Braunschweig,

neben der Techn. Hochschule.

Neueste glastechnische Constructionen. Quecksilber-Bogenlampen. Quecksilberlicht-Röhren. Lichtelektrische Apparate. Thermometer für flüssige Luft. Elektroskope. Braun'sche Röhren. Stromdemonstrationsapparat D. R. G. M. **Wärmeleitungsapparat** D. R. G. M. **Original-Vacuumscala** etc. etc.

! ! Selen-Zellen und -Apparate für Telephonie ohne Draht ! !

sowie sämtliche elektrophysikalische Demonstrations-Apparate liefern

CLAUSEN & v. BRONK, Berlin SO. 26, Reichenbergerstr. 36.

Man verlange gratis und franco illustr. Preisliste.

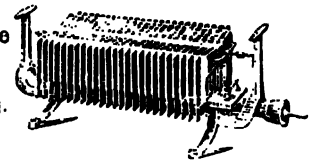
Gülcher's Thermosäulen mit Gasheizung.

Vorteilhafter Ersatz für galvanische Elemente.

Konstante elektromotorische Kraft.

Geringer Gasverbrauch.

Hoher Nutzeffekt.



Keine Dämpfe kein Geruch.

Keine Polarisation, daher keine Erschöpfung.

Betriebsstörungen ausgeschlossen.

Alleiniger Fabrikant: Julius Pintsch, Berlin O., Andreasstr. 72/73.

Ehrhardt & Metzger Nachf. (Inhaber: K. Friedrichs.)

— Darmstadt. —

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate. Brutschränke. Resistenzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und Böhmische Glaswaren.

Spezialapparate für Elektrochemie und Physik.

Mechanische Werkstätten. Tischlerei.

Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen.

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Messinstrumente.

Berlin W., Carlsbad 16.

Spezialität seit 1890:

Präcisions-Widerstände a. Manganin

nach der Methode der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

(Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde, Juli 1889, Januar 1890, Nov.-Dezember 1895.)

Normal-Widerstände von 0,0001—100000 Ohm. — **Abzweig-Widerstände** von 1—0,00001 Ohm mit Petroleum- oder Luftkühlung, für Strommessung bis 2000 Amp. — **Rheostaten, Wheatstone'sche Brücken, Thomson'sche Doppelbrücken** für alle Messbereiche, mit Stöpsel- oder Kurbelschaltung, in jeder gewünschten Ausführung. — **Kompensations-Apparate** für genaue Spannungsmessung in 5 Modellen. — **Normal-Elemente**, beglaubigt von der Physik.-Techn. Reichsanstalt. — Sämtliche Widerstände auf Wunsch als Präcisionswiderstände beglaubigt. — Verkaufslager von Manganin-Draht und -Blech von der Isabellenhütte in Dillenburg.

— *Illustrierte Preisliste.* —

W. APEL, Universitäts-Mechaniker, Inh. Dr. M. APEL.

Geschäftsgründung 1808. **Göttingen.** Geschäftsgründung 1808.

Chemische und physikalische Apparate.

Specialität:

Rauchgasapparate, Calorimeter zur Bestimmung des **Brennwertes** der verschiedenen **Brennstoffe** und von **Gasen**, nach **Ferd. Fischer.**

Thermometer nach Ferd. Fischer. (Taschenbuch für Feuerungstechniker.)

Apparat z. Bestimmung d. Dielektricitätsconstanten nach Nernst. (Zeitschr. f. physik. Chemie. XIV, 4.)

Totalreflectometer nach Kohlrausch.

Demonstrationsapparate n. Behrendsen und Grimschl.

Krystallmodelle aus Holz und Glastafeln nach Klein, Naumann und Rose.

Milchprüfungsbestecke nach Tollens.

Leipziger Glasinstrumentenfabrik F. O. R. GOETZE,

Leipzig, Härtelstr. 4.

Spektralröhren mit allen Gasen, speziell Argon und Helium. D.R.G.M. No. 189763.

Spezialitäten:

Apparate nach Beckmann zur Bestimmung des Molekulargewichtes. **Elektrische Vakuum-Röhren** nach *Geissler, Puluj, Crookes, Goldstein* usw. **Normal-Thermometer** aller Arten nach Bestellung. **Glastechnische Apparate** nach Skizze und Angabe.

Man verlange Listen!

Doppelwandige Glasgefäße
Pentanthermometer bis —200° C. } zur flüssigen Luft,
einfache und automatische **Quecksilberluftpumpen, Röntgenröhren** mit und ohne **Vakuumregulierung, ff. Glasschliffe** und **-Hähne, Marconiröhren** etc. empfiehlt

R. BURGER & CO., Berlin N. 4, Chausseestr. 2 E.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

RAMSAY, SIR WILLIAM, Einige Betrachtungen über das periodische System der chemischen Elemente. Vortrag, gehalten auf der 75. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Kassel. M. 1.—.

Fabrik-Marke.

Emil Gundelach,

Gehlberg in Thüringen.

Glasgeräte und Apparate
für
wissenschaftl. u. technischen Gebrauch.

Glasröhren.

Elektrische Vakuum-Röhren
nach
Geißler, Crookes, Puluj, Tesla, Moore etc. etc.

Röntgen-Röhren

(Bis jetzt über 12000 Röntgenröhren geliefert.)

Die Firma besteht seit 1852.

PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämmtlichen beschickten Ausstellungen.

Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.

Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Specialität:

Physikalische und analytische Waagen

in garantirt vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

Schnellstschwingende

Waagen für Chemiker.

Preislisten kostenfrei.

Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Ampèremeter und Voltmeter nach Deprez-d'Arsonval, D. R.-P.,

Funkeninduktoren, Kondensatoren, Spiegelgalvanometer,

Thermosäulen nach Angabe des Hrn. Prof. Dr. Rubens,

Pyrometer zum Messen von Temperaturen bis 1600° C.,

Galvanometer zu Linde'schen Kältemessungen,

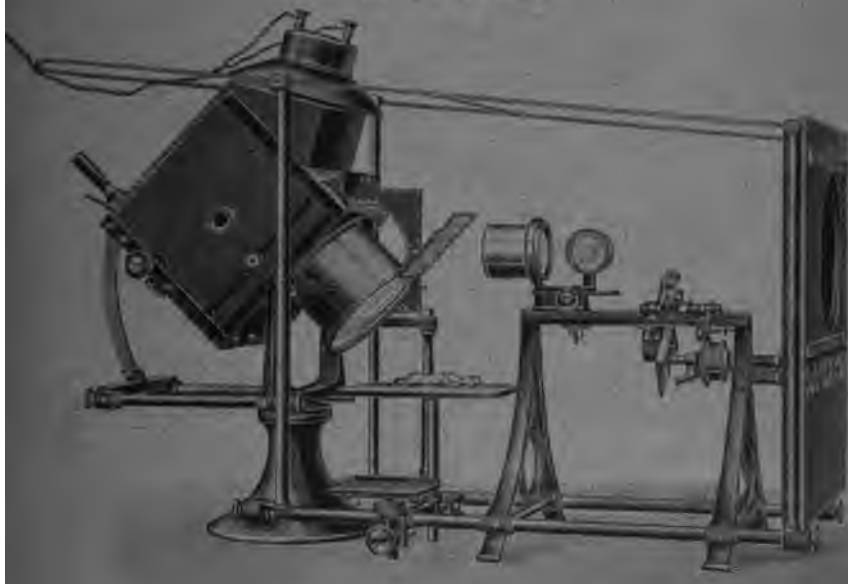
Trockenelemente.

Preisverzeichnisse kostenfrei.

E. LEITZ

Optische Werkstätte

Wetzlar.



Mikroskope

Über 75000 Leitz-Mikroskope im Gebrauch.

Mikrotome, Mikrophotogr. und Projektions-Apparate.

Zweiggeschäfte:

Berlin NW., Luisenstr. 45. **Frankfurt a. M.**, Kaiserstr. 64.

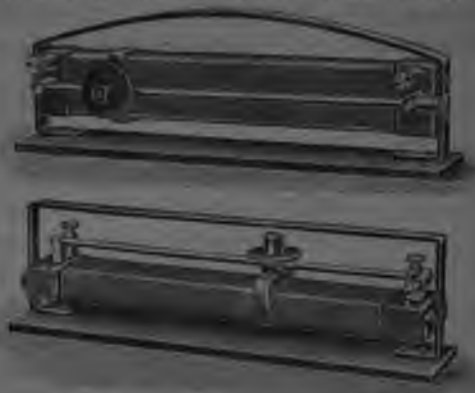
St. Petersburg, Woskressenski 11.

New York, 30 East 18th Str. **Chicago**, 32—38 Clark Str.

Vertretung für **München**: **Dr. A. Schwalm**, Sonnenstr. 10.

Elektrizitäts-Gesellschaft Gebr. Ruhstrat, Göttingen.

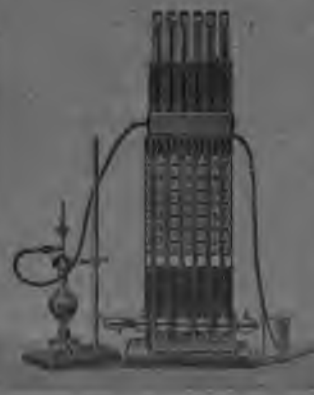
liefert als Spezialität
Laboratoriumwiderstände
und **Meßapparate.**



— Man verlange Preisliste. —
Experimentierschalttafeln,
Projektionslampenwiderstände.

Physikalische Apparate.

Projektionsapparate. Modelle jeder Art.
Röntgen-Apparate.



Neu!

Differential- und Doppel-Thermoskop und **sechsfaches Manometer** nach Kolbe.

Spinthariskop nach Crookes. Prospekt zu Diensten.

Apparat für elektrische Drahtwellen nach Coolidge-Bloodlot.

Universal-Instrumentarium nach Seibt-Ernecke für Resonanz elektr. Schwingungen, elektr. Wellen in Spulen, Tesla-Versuche, Abstimmung in der Marconi-Telegraphie.

Neue Preisliste, über
4000 Nummern und 1600 Abbildungen enthaltend,
erschienen.

Ferdinand Ernecke,

Hoflieferant Seiner Majestät des Kaisers.

Königgrätzerstr. 112, **Berlin S.W.**, Königgrätzerstr. 112

— Gegründet 1850. —

Dr. Schleussner's Trockenplatten

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen Beliebtheit.

Spezialitäten: Momentplatten für Astronomische und **Röntgen-aufnahmen, für Aufnahmen fliegender Geschosse, Microphotographie** und Spectralphotographie. — **Orthochromatische** Platten, **Abzieh-platten** für Lichtdruck, Celluloïdfolien. — **Rollfilms** für Tageslicht-cameras.

Trockenplattenfabrik a. Actien
vormals **Dr. C. Schleussner** in **Frankfurt a. M.**

Firenze 1904 „Grand Prix".

Arthur Pfeiffer, Wetzlar o.

Werkstätten
für Präzisionsmechanik und -Optik.

Alleinverkauf und Alleinberechtigung zur Fabrikation der Geryk-Öl-Luftpumpen

(Patent Fleuss)

D.R.P. in Deutschland.

Warnung!

Die Geryk-Öl-Luftpumpe (Patent Fleuss) ist in **genau gleicher Gestalt unter Verletzung der Patentrechte nachgeahmt** und in den Handel gebracht worden. Ich mache darauf aufmerksam, daß nach § 4 des Patentgesetzes **ich allein** zur **Herstellung** und zum **Verkauf** dieser Pumpen berechtigt bin. Nach § 35 des Patentgesetzes machen sich auch die Gebraucher und Wiederverkäufer von nachgeahmten Pumpen der Patentverletzung schuldig.

Alle von mir gelieferten Pumpen tragen die Bezeichnung:

Arthur Pfeiffer Wetzlar. D.R.P. Patent Fleuss.

Notiz.

Nach § 27 des Patentgesetzes sind Gebraucher und Wiederverkäufer von nachgeahmten Pumpen auch bei **grober Fahrlässigkeit strafbar**, die vorliegt, wenn meine zahlreichen Anzeigen nicht beachtet worden. **Diese Strafe kann natürlich von keinem Dritten abgenommen und aus der Welt geschafft werden.** Das beliebe man bei Versprechungen Anderer zu beachten.

Präcisions-Uhr- und Laufwerke,

sowie **Räder, Triebe, Zeigerwellen, schräge Triebe** und **Zahnstangen**

fertigt als Specialität

OTTO LINDIG, Glashütte, Sa.

Günther & Tegetmeyer, Braunschweig.

Werkstatt für wissenschaftliche und technische Präzisions-Instrumente.

Transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektrizität nach **Exner**. Elektroskope mit innerer Isolation aus Bernstein, Natriumtrocknung mit Einrichtung zum parallaxenfreien Ablesen (D.R.G.M.). Apparate zur Messung der Elektrizitätszerstreuung in der Luft. Zamboni'sche Säulen. Hochspannungs-Trockensäulen (D.R.G.M.). Instrumentarien zur Bestimmung der Radioaktivität von Luft- und Bodenproben. Quadrantenelektrometer. Aktinometer (Neukonstruktion). Wasserstrahl-Duplikatoren nach **Elster** und **Geitel**. Hochspannungselektroskope (**Braun**'scher Prinzip) mit innerer Isolation und Natriumtrocknung nach **Elster** und **Geitel**. Transportable Elektronen-Aspirationsapparate nach **Ebert** nebst Zusatzkondensatoren zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeiten und des elektrischen Leitvermögens der Luft nach der Methode **Mache**. Kondensatoren nach **Harms** zur Bestimmung der Kapazitäten von Elektrometern.

Die neuen Gase

NEON — KRYPTON — XENON.

Wir sind in der Lage, eine beschränkte Anzahl Spektralröhren genannter Gase zu folgendem Preise zu offerieren:

Neon, Krypton oder **Xenon** per Stück 66 ℳ.

Die Gase in diesen Röhren sind garantiert rein.

ADAM HILGER LTD, 75 A. Camden Rd., **London N.W.**,

oder bei unserm alleinigen Vertreter für Deutschland

C. E. Müller, Coburg i. Thür., Callenberger Str. 18.

Alt, Eberhardt & Jäger,

Ilmenau in Thür.

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläsereien, Glasschleiferei, Holzwarenfabrik, mechanische Werkstatt, Schriftmalerei und Emaillieranstalt.

Reparaturen prompt u. billigst.

Fabrizieren:

Glasapparate, -Instrumente und -Utensilien für wissenschaftl. Gebrauch in jeder Ausführung.

Einrichtungen von Laboratorien für Lehranstalten, Universitäten und Fabriken.

Elektrolytische Apparate für Demonstration und praktischen Gebrauch.

Elektrische Röhren jeder Art und allen Autoren und nach besonderen Angaben.

Standgefäße für Museen.

Dewargefäße.

Apparate für Pflanzenphysiologie.

Chem. tief- und hochgradige Thermometer von — 200° oder bis + 550° C., prima fein geeicht, aus widerstandsfähigem, weißbelegten Glase, gut ablesbar.

Glasgefäße aus Spiegelglas für mikroskopischen, spektralanalytischen und speziellen Gebrauch, widerstandsfähig gegen Wasser, Alkohol und Säuren.

Gewissenhafte Anfertigung. ✻ ✻ ✻ Nachprüfung im eigenen Laboratorium.

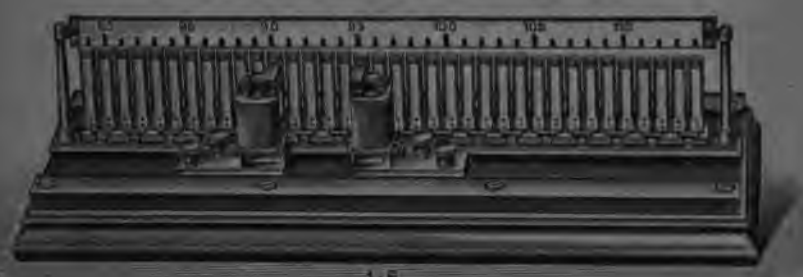
400 Arbeiter.

Hartmann & Braun A.-G.,

Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Meßinstrumente und Hilfsapparate.

Königl. Preußische Goldene Staatsmedaille.



1:5

113 %

Elektro-akustisches Tonometer (Frequenzmesser); mit zwei Magnetpaaren ausgerüstet dient derselbe als **Schlüpfungsmesser.**

Direkt zeigende Phasenmesser. Elektrodynamometer.

Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.

Man verlange gratis und franko das

Spezialpreisverzeichnis über

Selen-Zellen und Apparate, System Ruhmer,

von

Ruhmer's Physikalischem Laboratorium. Berlin S.W. 48.

D.R.P. 136094, 142871, 146262, 147113, 149858.
D.R.G.M. 161034, 169259, 195160, 201140.

Für die Leitung der Selen-Zellen, System Ruhmer, ist wohl die Tatsache am bezeichnendsten, daß es mit Hilfe derselben gelang, eine photophonische Übertragung über eine Entfernung von 16 km herbeizuführen, ein bisher mittelst Zellen anderen Systems auch nicht nur annähernd erreichtes Resultat.

Ein neuer Erfolg! Herr Prof. Dr. A. Korn-München benutzte für seine neuesten erfolgreichen elektrischen Fernphotographie-Versuche über 800 km, unter Mitbenutzung der Leitung: München-Nürnberg-München Selenzellen System Ruhmer, ein weiterer schlagender Beweis für deren unübertroffene Güte.

Günther & Tegetmeyer, Braunschweig.

Werkstatt für wissenschaftliche und technische Präzisions-Instrumente.

Transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektrizität nach **Exner**. Elektroskope mit innerer Isolation aus Bernstein, Natriumtrocknung und Einrichtung zum parallaxenfreien Ablesen (D.R.G.M.). Apparate zur Messung der Elektrizitätszerstreuung in der Luft. Zamboni'sche Säulen. Hochspannungs-Trockensäule (D.R.G.M.). Instrumentarien zur Bestimmung der Radioaktivität von Luft- und Bodenproben. Quadrantenelektrometer. Aktinometer (Neukonstruktion). Wasserstrahlduplikatoren nach **Elster** und **Geitel**. Hochspannungselektroskope (**Braun**'sches Prinzip) mit innerer Isolation und Natriumtrocknung nach **Elster** und **Geitel**. Transportable Elektronen-Aspirationsapparate nach **Ebert** nebst Zusatzkondensatoren zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeiten und des elektrischen Leitvermögens der Luft nach der Methode **Mache**. Kondensatoren nach **Harms** zur Bestimmung der Kapazitäten von Elektrometern.

Die neuen Gase

NEON — KRYPTON — XENON.

Wir sind in der Lage, eine beschränkte Anzahl Spektralröhren obenstehender Gase zu folgendem Preise zu offerieren:

Neon, Krypton oder **Xenon** per Stück 66 *M*.

Die Gase in diesen Röhren sind garantiert rein.

ADAM HILGER LTD, 75 A. Camden Rd., **London N.W.**,

oder bei unserm alleinigen Vertreter für Deutschland

C. E. Müller, Coburg i. Thür., Callenberger Str. 18.

Alt, Eberhardt & Jäger,

Ilmenau in Thür.

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläsereien, Glasschleiferei, Holzwarenfabrik, mechanische Werkstatt, Schriftmalerei und Emaillieranstalt.

Reparieren prompt u. billigst.

Fabrizieren:

Glasapparate, -Instrumente und -Utensilien für wissenschaftl. Gebrauch in jeder Ausführung.

Einrichtungen von Laboratorien für Lehranstalten, Universitäten und Fabriken.

Elektrolytische Apparate für Demonstration und praktischen Gebrauch.

Elektrische Röhren jeder Art und allen Autoren und nach besonderen Angaben.

Standgefäße für Museen.

Dewargefäße.

Apparate für Pflanzenphysiologie.

Chem. tief- und hochgradige Thermometer von − 200° oder bis + 550° C., prima fein gekühlt, aus widerstandsfähigem, weiß belegten Glase, gut ablesbar.

Glasgefäße aus Spiegelglas für mikroskopischen, spektralanalytischen und speziellen Gebrauch, widerstandsfähig gegen Wasser, Alkohol und Säuren.

Gewissenhafte Anfertigung. ✻ ✻ ✻ Nachprüfung im eigenen Laboratorium.

400 Arbeiter

Hartmann & Braun A.-G.,

Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Meßinstrumente
und Hilfsapparate.

Königl. Preußische Goldene Staatsmedaille.

1-6

1138.

Elektro-akustisches Tonometer (Frequenzmesser);
mit zwei Magnetpaaren ausgerüstet dient derselbe als
Schlüpfungsmesser.

Direkt zeigende Phasenmesser. Elektrodynamometer.

Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.

Man verlange gratis und franko das

Spezialpreisverzeichnis über

Selen-Zellen und Apparate, System Ruhmer,

von

Ruhmer's Physikalischem Laboratorium. Berlin S.W. 48.

D.R.P. 136094, 142871, 146262, 147113, 149859.
D.R.G.M. 161084, 169259, 195180, 201140.

Für die Leistung der Selen-Zellen, System Ruhmer, ist wohl die Tatsache am bezeichnendsten, daß es mit Hilfe derselben gelang, eine photophonische Übertragung über eine Entfernung von *15 km* herbeizuführen, die bisher mittelst Zellen anderen Systems auch nicht nur annähernd erreichtes Resultat.

Ein neuer Erfolg! Herr Prof. Dr. A. Korn-München benutzte für seine neuesten erfolgreichen elektrischen fernphotographischen Versuche über *8000 km*, unter Mitbenutzung der Leitung: München-Nürnberg-München Selenzellen System Ruhmer, ein weiterer schlagender Beweis für deren unübertroffene Güte.

F. Sartorius, Göttingen.

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

Waagen und Gewichte

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

Specialität:

Analysenwaagen

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nachahmungen in den Handel gebracht werden.

Sartorius' neuer Wärmekasten

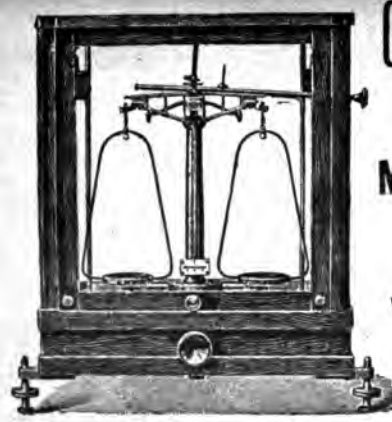
zum Brüten von Bacillen und zum Einbetten mikroskopischer Präparate in Paraffin für beliebiges Heizmaterial, unabhängig von Gasleitung, mit vielfach prämiirter Wärmeregulirung.

Patentirt in Deutschland, England, Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen beschickten Ausstellungen prämiirt, zuletzt Weltausstellung Brüssel, Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für beste Construction in Feinwaagen.

Kataloge in 3 Sprachen gratis und franco.

Vertreter in allen Ländern.



GEORG WESTPHAL,

Celle (Hannover).

Mechanisches Institut

(gegründet 1860).

Wagen und Gewichte für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke

in vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

C. M. J. Bodien, Hamburg IV. 200.

Fertigt als Specialität alle Arten Electrischer Glühlichtlampen nach Muster oder Zeichnung.

Ferner: Geissler-Röhren, Crookes-Apparate & Glasinstrumente für wissenschaftlichen und technischen Gebrauch.

A. Haak, Jena.

Glastechnische Werkstätten.

Thermometer
für
Wissenschaft und Technik,
von —200 bis +575°.

Barometer
mit constantem Nullpunkt,
eigene Construction.

Elektrische Apparate u. Röhren
nach
Geissler, Crookes, Hittorff, Röntgen,
Puluj, Hertz, Lenard.

Volumetrische Messinstrumente.

Illustrirte Preislisten zu Diensten

J. Robert Voss,

Mechaniker,
Berlin N.O. 18, Pallisadenstr. 20.

Specialität:
Influenz-Elektrisir-Maschinen
aller Systeme
(auch die dazu gehörigen Nebenapparate
und
Metall-Spiral-Hygrometer
in allen Ausführungen.

Induktorien

mit Präcisions-Spiralstaffelwicklung Pat. Klingelfuss von bisher unerreichter Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit.

Auf wissenschaftlicher Basis construirt.

Für physikalische Arbeiten, Röntgenapparate, Hertz'sche Schwingungen, drahtlose Telegraphie, Teslaströme und zum Laden von Condensatoren

auch bei Dauerbetrieb

gleich hervorragend. Reich illustrirte Preisliste zu Diensten.

Fabrikanten: Fr. Klingelfuss & Co. Basel (Schweiz).

HANS BOAS B BERLIN O.

Elektrotechnische Fabrik — Krautstraße 52

Doppelgleitwiderstände mit Einrichtung

zur Reihen- und Parallelschaltung der Widerstandsplatten eigener Konstruktion, großes Modell für 500 Watt Belastung mit Widerständen von 300 bis 2 Ohm.

Preis ℳ 55.

E. DUCRETET

PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.

Grands-Prix Expositions Universelles | Paris 1889 — Anvers 1894 | Bruxelles 1897 — Paris 1900

Cabinets de physique complets.

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff-Ducretet garantie pour les grandes distances. **Téléphone haut-parleur R. Gaillard**, type 1903, R. G. et E. D. Matériels complets Rayons X Röntgen, et courants de haute fréquence.

Photothéodolites de M. le Colonel Laussedat.

Pile primaire du Dr. A. Vinsonneau.

Unger & Hoffmann, Aktien-Gesellschaft.

Gegründet 1878 DRESDEN-A. 16 Gegründet 1878

Projektionsapparate

für wissenschaftliche Zwecke, für Schulen, Lehranstalten, öffentl. Vorträge.

Sämtl. Gebrauchsartikel für Projektion.

Alle Lichtquellen. Laterndiapositive in reinster Auswahl.

Preisliste und fachmännische Auswahl jederzeit zu Diensten.

C. A. Steinheil Soehne,

optisch-astronomische Werkstätte,

Gegründet 1855. **MÜNCHEN.** Gegründet 1855.

Astronomische Fernrohr-Objektive, zwei- und dreiteilig in allen Dimensionen bis 1 Meter Durchmesser, normaler Konstruktion und ohne sekundäres Spektrum.

Okulare, Prismen, Lupen, Plan- und Planparallelgläser.

Komplette astronomische Fernrohre mit und ohne Stativ.

Ablesefernrohre, terrestrische Hand- und Stativfernrohre, Prismenfernrohre.

Spektralapparate verschiedenster Konstruktion, mit und ohne photograph. Einrichtung.

Spektroskope, Spektrographen und Goniometer.

Preislisten frei auf Verlangen, auch über photographische Objektive und Zubehör.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Die nachstehend angezeigten zwei Vorträge wurden in den Allgemeinen Sitzungen der Naturforscher-Versammlung (Sept. 1904) in Breslau gehalten und haben weit über den Rahmen der Versammlung hinaus Beachtung gefunden:

Die deutsche Südpolarexpedition, ihre Aufgaben, Arbeiten und Erfolge. Von Dr. med. Gazert, Arzt der Expedition (Berlin). [31 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Berliner klinische Wochenschrift: Herr Gazert gab einen kurzen Reisebericht mit Andeutungen der wichtigsten geographischen und biologischen Ergebnisse . . . der Vortrag wurde dem Wunsche gerecht, nicht bloß die theoretische Seite der Naturerkenntnis, sondern auch die praktische Verwertung unseres Wissens und Könnens an wichtigen Beispielen zu erläutern.

Zellenmechanik und Zellenleben. Von Dr. L. Rhumbler, Prof. an der Universität Göttingen. [43 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Berliner klinische Wochenschrift: . . . noch energischer auf den Boden der mechan. Naturauffassung stellte sich Herr Rhumbler. Der Verf. sucht, wesentlich durch Analogieschlüsse, darzutun, daß das Plasma in allen seinen Bewegungen mechanischen Einflüssen physiologischer oder chemischer Art gehorche. Die von ihm angeführten Versuche sind gewiß äußerst lehrreich und dürften namentlich denen zu denken geben, die heute noch daran denken, die weißen Blutzellen gar nicht als echte Bestandteile des menschlichen Körpers, sondern als tierische Amöben anzusprechen. Das eigentliche Problem des Lebens wird aber, scheint mir, durch diese Dinge so wenig erklärt, wie s. Z. der bekannte Traubesche Versuch das Verständnis für die Bildung der Zelle und ihrer Membran gefördert hat.

Ferner wurde ausgegeben:

Balfour, Ministerpräsident, **A. J., Unsere heutige Weltanschauung.** Einige Bemerkungen zur modernen Theorie der Materie. Ein Vortrag, gehalten zu Cambridge am 17. August 1904 in der Plenarversammlung British-Association. Autorisierte Übersetzung von Dr. M. Ernst. [36 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Mit diesem Vortrag begrüßte der englische Ministerpräsident als diesjähriger Vorsitzender der berühmten „British-Association" die im August zum Kongresse in Cambridge zusammengetretenen Vertreter der exakten Wissenschaften aller Länder. Die Rede hat weit über Englands Grenzen außerordentliches Aufsehen erregt.

Hofmann, Karl, Die radioaktiven Stoffe nach dem neuesten Stande der wissenschaftlichen Erkenntnis. 2. vermehrte und verbesserte Auflage. [76 Seiten.] 1904. M. 2.—

Elektrotechnische Zeitschrift: Wenn es der Verfasser unternommen hat, durch vorliegendes Werk die Kenntnisse von den radioaktiven Stoffen und ihren Wirkungen auch in den Kreisen zu verbreiten, die diesem Gebiete bisher fern gestanden, so hat er sich damit sicherlich eine sehr verdienstvolle Aufgabe gestellt. Das Werk enthält einen vollständigen Überblick über unser gesamtes Wissen von den Erscheinungen der Radioaktivität und zwar in kurzer, prägnanter Darstellung. Trotz dieser Kürze wird es jedoch auch für denjenigen von Nutzen sein, der sich eingehend über das vorliegende Gebiet unterrichten will, oder der es durch eigene Forschungen weiter auszubauen gedenkt.

MAX KOHL, Werkstätte für Präzisionsmechanik, Chemnitz i. S.

liefert als langjährige Spezialität:

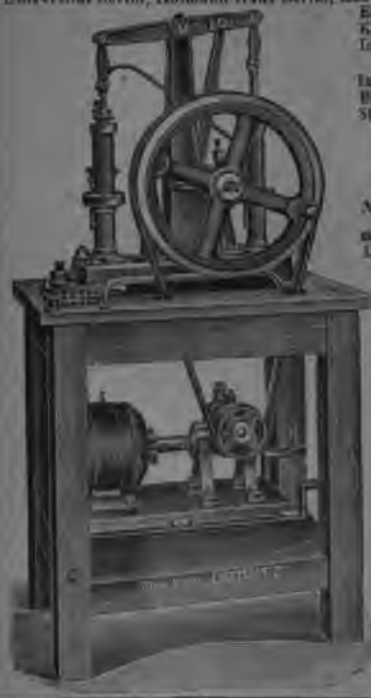
Physikalische und chemische Einrichtungsgegenstände für Schulen, wie z. B. **Experimentiertische** nach Prof. Dr. Weinhold und Prof. Arendt, **Fensterverdunkelungen, Oberlichtverdunkelungen** für **Elektromotor-** und **Handbetrieb, Abzugsnischen** mit Gas- und Wasserleitungsventilen, **Wandtafelgestelle, Projektionswandschirme** mit oder ohne Elektromotorbetrieb.

Experimentiertisch nach Prof. Dr. Weinhold.

Vollständige Einrichtungen von physikalischen und chem. Auditorien in gediegenster, zweckmäßigster Ausführung.

Derartige komplette Einrichtungen wurden jetzt u. a. für das I. Chemische Institut der Universität Berlin, Hofmann Haus Berlin, Laborat. f. angew. Chemie d. Univ. Leipzig, Ecole d. Mines du Hainaut, Mons (Belg.), Kunstgewerbeschule Riga (Russl.), Technolog. Institut Tomsk (Sibirien), höhere Maschinenbauschule Stettin u. v. a. m. geliefert.

Im Auftrage der Reichs-Regierung habe ich den Hörsaal der deutschen Unterrichts-Ausstellung St. Louis für das Preuss. kult.-Min. ausgestattet.



Physikalische und chemische Apparate und Gerätschaften.

Neu! **Duplex-Ölluftpumpe** *Neu!*

m. Teleskopkolben u. Antrieb durch Elektromotor, D.R.P. a. Die Pumpe verd. bis auf $^1/_{100}$ mm.

——— *Nutz!* ———

Ich baue diese Pumpen nach neuem eigenen, zum D.R.-Patent angemeldeten System, welches mit den Geryk-Ölluftpumpen, Patent Fleuss, nicht identisch ist und übernehme volle Garantie dafür, dass den Käufern keinerlei Konflikte mit dem Patentgesetz entstehen.

Meine Pumpen werden in der gediegensten Weise ausgeführt und stehen dem vorerwähnten Fabrikat in der Leistungsfähigkeit nicht nach. Sie haben im Gegensatz wesentliche Vorteile vor denselben.

Neu! **Spinthariskope** *Neu!*

mit Fluorescenzschirm u. einer kleinen Menge Radiumbromid auf beweglichem Zeiger, um d. ausserordentlichen radioaktiven Eigenschaften des Radiums zu zeigen. *Preis M. 12.— u. 28.—.*

Radiumbromid von überraschender Wirkung; chem. rein. Preis auf Anfrage.

Ehrendiplom der Ausstellung der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Düsseldorf 1898. Goldene Medaille Leipzig 1897, Weltausstellung Paris 1900, Aussig 1902, Athen 1904.

Listen mit ausführlichen Kostenanschlägen, Beschreibungen, Referenzen usw. gratis u. franko.

E. Leybold's Nachfolger

Cöln a. Rh.

Spezialfabrik für Einrichtung wissenschaftlicher Institute

liefern

vollständige Einrichtungen von Hörsälen und Laboratorien mit Experimentiertischen, Verdunkelungsvorrichtungen, Arbeitstischen, Sammelschränken usw.

Elektrische Stromanlagen, Schalttafeln, Umformer usw., **Projektionsapparate, physikalische Apparate** für Vorlesungen und Übungen im Praktikum.

Illustrierte Preislisten auf Verlangen.

Alleinige Inseratenannahme durch: **Max Gelsdorf, Leipzig-Gohlis, Böhmestr. 9.**

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

4. № 14.

ANNALEN
DER
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 15. HEFT 4.

DER GANZEN REIHE 320. BANDES 4. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INSBESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

LEIPZIG, 1904.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.
ROSSPLATZ 17.

Bestellungen auf die „Annalen" werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 15 Heften (= 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 45 M.

(Ausgegeben am 6. December 1904.)

Inhalt.

		Seite
1.	**P. Lenard und V. Klatt. Über die Erdalkaliphosphore** . .	633
2.	**A. Sommerfeld. Über das Wechselfeld und den Wechselstromwiderstand von Spulen und Rollen**	673
3.	**P. Drude. Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke**	709
4.	**Eugen Nesper. Strahlung von Spulen**	768
5.	**H. Sieveking und A. Behm. Akustische Untersuchungen** .	793
6.	**F. Henning. Beobachtungen mit astatischen Torsionsmagnetometern**	815
7.	**S. Valentiner. Über den maximalen Wirkungsgrad umkehrbarer Kreisprozesse**	829
8.	**W. Nernst und F. von Lerch. Über die Verwendung des elektrolytischen Detektors in der Brückenkombination** . . .	836
9.	**Heinrich Wommelsdorf. Einfluß der Polarisatorstellung auf die Stromleistung der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung**	842
10.	**K. Honda und S. Shimizu. Über den Villarischen kritischen Punkt beim Nickel**	855
11.	**C. Dieterici. Über den Dampfdruck des Wassers bei hohen Temperaturen**	860

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude**, zu senden. Seine Adresse ist **Giessen**, Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

1904. № 14.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 15.

1. *Über die Erdalkaliphosphore;* *von P. Lenard u. V. Klatt.*

(Schluß von p. 484.)

Kapitel E.

Analogien verschiedener Banden.

117. Vergleicht man die im Vorhergehenden studierten Banden auf ihre Eigenschaften hin untereinander, so findet man gewisse Analogien bestehen, nicht nur zwischen Banden desselben Metalles in den drei Erdalkalisulfiden, sondern auch zwischen Banden verschiedener Metalle im selben Sulfid. Die Analogien sind jedoch nicht einfacher Art und bei gegenwärtiger Kenntnis keiner exakten Fassung fähig; sie gleichen hierin den chemischen Analogien der Metalle und bestehen, wie diese, gruppenweise.

Die drei Gruppen, in welche die als wirksam gefundenen Metalle sich ordnen sind, soweit zu sehen, Cu, Pb, Ag, Zn; Mn, Ni; Bi, Sb.

Jede der drei Tabb. IV, mit den hinzugefügten Anmerkungen, bringt die innerhalb einer Gruppe bestehenden Analogien zum vollständigen Ausdruck. Es sind daselbst alle Banden aufgenommen, welche größerer Intensität fähig sich gezeigt haben; schwächere Banden ohne deutliche Analogien sind dagegen fortgelassen. Alle Wellenlängenangaben λ haben 10^{-5} mm zur Einheit; im übrigen sind die Lagen der Banden aus Taf. III zu ersehen (vgl. 32).

118. Die Eigenschaften, auf welche hin man verschiedene Banden vergleichen kann, sind: Lage im Spektrum, Einfluß der Temperatur, Einfluß der Zusätze, Erregungsverteilung. Die besten Analogien liefert die Temperatur. Nach deren Einfluß sind daher auch die Banden in den Tabb. IV kolumnenweise

Tabelle IV. 1.

Sulfid	Metall	γ	α-Gruppe*		β-Gruppe			
					Max. Int. bei höheren Temp. Max. Dauer bei mittl. Temp.		Max. Dauer bei ca. $-45°$	
		Max. Int. in der Kälte; in d. Hitze nachleuchtend[1]	Max. Int. und Dauer bei mittl. Temp.; mit geeign. Zusätzen sehr großer Int. fähig	Int. von der Temp. wenig beeinflußt; max. Dauer bei mittl. Temp.[1] Meist gut definiert u. mit Na-Zusatz[2], großer Int. fähig	Schlecht definiert	Besser defin.; mit K-Zusatz großer Int. fähig	Schlecht definiert	Besser defin.; mit K-Zusatz großer Int. fähig
Ca	Cu	$\lambda = 61$	—	α_2 $\lambda = 51{,}5$	β_1 vgl. Taf. III β_3 vgl. Taf. III	β_2 $\lambda = 44{,}0$	—	—
Sr	Cu	vgl. Taf. III	(α_1 ?)	α_2 $\lambda = 53{,}7$	β_1 vgl. Taf. III	β_2 $\lambda = 45{,}5$	—	—
Ba	Cu	—	α_1 $\lambda = 61$	α_2 $\lambda = 59$	β_1 vgl. Taf. III	—	—	β_4 $\lambda = 46{,}3$
Ca	Pb	vgl. Taf. III	—	α_1 $\lambda = 55$ α_2 $\lambda = 53$	—	—	β_1 vgl. Taf. III	β_2 $\lambda = 42$
Sr	Pb	vgl. Tab. III	—	α $\lambda = 55$**	—	—	β_1 vgl. Taf. III β_2 vgl. Taf. III	β_3 $\lambda = 41$
Ba	Pb	—	—	α_1 $\lambda = 60$** α_2 $\lambda = 58$	—	—	—	β_1 $\lambda = 55$
Sr	Ag	vgl. Taf. III	—	α_1 $\lambda = 62$ α_2 $\lambda = 55$	—	—	—	β $\lambda = 42$
Sr	Zn	—	—	α $\lambda = 55$**	—	—	—	β $\lambda = 42$

* Bei CaCu und SrCu mit sehr ähnlichen Erregungsverteilungen.

** Mit charakteristischem Minimum der Intensität bei $-45°$ (vgl. Tabb. III).

1) Vgl. im einzelnen Tabb. III.

2) Vgl. im einzelnen Tabb. I und II.

einander zugeordnet.[1]) Die so in eine Kolumne gelangenden Banden sind aber auch in bezug auf die Wirkung der Zusätze einander analog, soweit diese Wirkung Regelmäßigkeiten zeigte (11), und das Gleiche gilt in bezug auf Erregungsverteilung, wo allerdings nur vereinzelte, in den Anmerkungen zu den Tabellen gekennzeichnete Fälle deutlicher Analogie vorkommen. Endlich haben dieselben Banden meist auch analoge Lagen im Spektrum; Ausnahmen sind angemerkt.

Tabelle IV. 2.

Sulfid	Metall	α Hauptbanden, mit max. Int. bei mittl. Temp.	β Kältebanden	γ Hitzebanden
Ca	Mn	$\lambda = 60$ *)	$\lambda = 53$	$\lambda = 48$
Sr	Mn	$\lambda = 56$ *)	β_1, $\lambda = 60$ [2]) β_2, vgl. Taf. III	vgl. Tab. III 1
Ca	Ni	$\lambda = 64$	$\lambda = 57$	γ_1, vgl. Taf. III γ_2, vgl. Taf. III

*) In der Erregungsverteilung auffallend analog.

Tabelle IV. 3.

Sulfid	Metall	γ Kältebanden	β Hitzebanden	α-Gruppe; bei Bi mit durchweg sehr ähnlicher Erregungsverteilung		
				α_1	α_2	α_3
					In mittl. u. tiefen Temp. gut hervortretend	
Ca	Bi	$\lambda = 59{,}5$	$\lambda = 52{,}2$	$\lambda = 47$	$\lambda = 45{,}4$	$\lambda = 44{,}3$
Sr	Bi	$\lambda = 63$	$\lambda = 53{,}5$	vgl. Taf. III [2])	$\lambda = 52{,}0$	$\lambda = 47$
Ba	Bi		$\lambda = 55$	$\lambda = 60$ [2])	$\lambda = 54{,}0$	vgl. Taf. III
Ca	Sb	vgl. Taf. III	$\lambda = 46$ [2])	$\lambda = 54$		

Die einzelnen Metallgruppen können charakterisiert werden, wie folgt:

1) Man wird bemerken, daß wir analoge Banden innerhalb einer Gruppe — soweit die Analogien zu sehen waren — von vornherein mit gleichen Buchstaben bezeichnet haben, um die Übersicht zu erleichtern.

2) Lage im Spektrum ohne Analogie; daher in der Tabelle außer spektraler Ordnung erscheinend.

119. Kupfergruppe (Tab. IV. 1): Jedes Metall besitzt zwei weit im Spektrum auseinanderliegende Banden, bez. Bandengruppen mit Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur, oder doch in der Nähe derselben, α und β. Beide sind großer Intensität und Dauer fähig, und zwar die minder brechbare α meist[1]) mit Na-Zusätzen, die brechbarere β mit K-Zusätzen, was im allgemeinen großen Einfluß der Zusätze auf die Farbe des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur ergibt, wie in Tabb. I gefunden. Im einzelnen ist nach Tabb. III zu sagen, daß die Temperatur maximaler Dauer bei β meist tiefer liegt als bei α. Besonders bei SrPb und BaCu bildet die gewöhnliche Temperatur bereits obere Grenze des Dauerzustandes von β, daher (116) kein Zusatz das Violett der ersteren, das Blau der letzteren Phosphore bei gewöhnlicher Temperatur zu besonderer Dauer bringen konnte (vgl. Tabb. I und II). Bei SrZn β liegt der Dauerzustand am tiefsten[2]), weshalb Blau in Tab. I k mit keinem Zusatz als Farbe des Nachleuchtens erscheinen konnte.

Die Analogien der Temperatureigenschaften sind auch sonst sehr weitgehend; besonders hervorgehoben sei das auffallende, den Banden SrPb α, BaPb α_1 und SrZn α gemeinsame Minimum der Intensität bei $-45°$, andeutungsweise vorhanden auch bei CaPb α_2. Die helle BaCu α_1-Bande scheint eine Sonderstellung einzunehmen; sie hat in der Erregungsverteilung Analogie mit SrCu α_1 (vgl. Taf. III).

120. Die Metalle der Mangangruppe (Tab. IV. 2) haben nur je eine Hauptbande, α, im sichtbaren Gebiet mit Dauerzustand bei gewöhnlicher Temperatur, was Einfluß der Zusätze auf die Farbe des Nachleuchtens bei dieser Temperatur ausschließt (Tabb. I). In der Kälte übernimmt bei allen drei Gliedern der Gruppe die Bande β die Rolle der Hauptbande.

121. Bei den vier Gliedern der Wismutgruppe (Tab. IV. 3) herrscht große Mannigfaltigkeit an intensitäts- und dauerfähigen Banden mit sehr verschieden gelegenen Temperaturbereichen

1) Das ganz aparte Verhalten der Ba-Phosphore in bezug auf Zusätze ist im Kapitel A bereits hervorgehoben und dort im einzelnen zu sehen.

2) Hierdurch scheint Zn einen Übergang zu bilden in die nächste Gruppe.

(vgl. 112—114), wodurch hier besonders großer Einfluß der Temperatur auf die Phosphoreszenzfarbe resultiert (Tabb. III). Die bei gewöhnlicher Temperatur in Dauerzustand befindlichen Banden liegen im Spektrum meist[1]) so nahe beieinander, daß — wie bei der vorigen Gruppe und im Gegensatz zur Cu-Gruppe — die Zusätze wenig Einfluß auf die Farbe des Nachleuchtens bei gewöhnlicher Temperatur haben können (Tabb. I).

122. Was im besonderen die Banden eines und desselben Metalles bei den drei Erdalkalien anlangt, so findet man in der Kupfergruppe und bei den Bi-Phosphoren eine Verschiebung der als analog einander zugeordneten Banden nach dem Rot hin beim Übergang von Ca zu Sr und Ba.[2]) Die Wellenlängenzunahme bei Kupfer beträgt 2,2[3]) von Ca zu Sr, und 5 von Sr zu Ba für die am deutlichsten analogen Banden α_2; bei Blei 2 bez. 5 für die in Tab. IV. 1 hervorgehobenen, durch das gemeinsame Minimum bei -45^0 sehr deutlich analogen Banden α, also etwa ebensoviel wie bei Kupfer. Bei den Wismutphosphoren sind die Hitzebanden β am deutlichsten analog; die Wellenlängenunterschiede sind 1,3 von Ca zu Sr, 2 von Sr zu Ba, also andere als in der Cu-Gruppe.

Hervorzuheben ist aber, daß jene Regel der Verschiebung nach dem Rot hin bei Mangan im Stiche läßt; die deutlich analogen Banden CaMn α und SrMn α zeigen Verschiebung in verkehrtem Sinne im Betrage 4.

123. Allgemeiner und auch deutlicher gilt dagegen die Regel der Verschiebung nach Rot hin von Ca zu Sr zu Ba für die Erregungsverteilungen analoger Banden derselben Metalle. Man vergleiche in Taf. III die Erregungsverteilungen von CaCu $(\alpha_1 + \alpha_2)$, SrCu $(\alpha_1 + \alpha_2)$, BaCu α_1, ebenso CaPb $(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta)$, SrPb α, BaPb α_1; CaPb β_2, SrPb $(\beta_2 + \beta_3)$, BaPb β_1, endlich auch CaBi β, SrBi β, BaBi β und die charakteristischen Verteilungen mit dem Minimum zwischen zwei Maxima für CaBi α, SrBi α, BaBi α. Man bemerkt in allen diesen Fällen

1) Nicht bei SrSb nach 169.

2) Dies ist bereits bei dem ersten hierfür gelieferten Beispiel der Cu-Phosphore des Ca und Ba an deren Hauptbanden hervorgetreten; I p. 96—98.

3) 10^{-5} mm, wie stets.

erstens eine Verschiebung der ganzen Verteilungskurve nach dem Rot hin, zweitens außerdem eine Verschiebung des Schwerpunktes innerhalb der Verteilung selbst ebenfalls nach dem Rot hin.

Bei den Sr- und noch mehr bei den Ba-Phosphoren sind dementsprechend die Erregungsverteilungen im allgemeinen viel weiter ins sichtbare Gebiet hinein gerückt als bei den Ca-Phosphoren (vgl. Taf. III), am weitesten, bis gegen Fraunhofers *E* hin, bei BaCu α_1 und BaBi α.

124. Besonders und wiederholt zu bemerken ist, daß gemeinsame Banden aller Ca-, aller Sr- oder Ba-Phosphore nicht bestehen.[1]) Wohl erscheinen manche Banden in gleicher spektraler Lage, z. B. SrPb α, SrZn α und SrAg α_2 bei $\lambda = 55.10^{-5}$ mm (vgl. Taf. III), doch unterscheiden sie sich dann nach Erregungsverteilung bez. Temperatureigenschaften, sind also keineswegs identisch.

125. Ebensowenig wie gemeinsame Banden finden sich auch gemeinsame Erregungsverteilungen oder auch nur gemeinsame Erregungsmaxima[2]) weder bei Phosphoren eines und desselben Erdalkalis, noch auch überhaupt (vgl. Taf. III).

126. Man muß danach zugeben, daß sowohl die Emission des Phosphoreszenzlichtes als auch die Absorption des erregenden Lichtes durch die in den Phosphoren befindlichen Metallatome bewirkt wird, was der früher bereits ausgesprochenen Auffassung[3]) entspricht, daß die Phosphoreszenzen den Metallen zuzuschreiben seien, nicht den Erdalkalisulfiden, und was durch die noch folgenden Versuche an möglichst metallfreien Präparaten nur bestätigt wird (Kapitel F, a) und 135, 136).

Der Zugehörigkeit der Phosphoreszenzen zu den Metallatomen entspricht es auch, daß chemisch ähnliche Metalle analoge Phosphoreszenzbanden hatten. Zugleich zeigen aber die unter 122 und besonders 123 bemerkten Regelmäßigkeiten an, daß das Sulfidmolekül mitbeteiligt sei an den Bestimmungs-

1) Die früher erwähnte (50) gemeinsame Kältebande, welche alle unsere Strontiumphosphore zeigten, war aus den dort angegebenen Gründen aus den Resultaten zu eliminieren.

2) E. Becquerels Angabe solcher gemeinsamen Erregungsmaxima (l. c. I Fig. 32, p. 303 u. ff.) hat sich danach an reinen Phosphoren nicht bestätigt.

3) I p. 107.

stücken der Schwingungsdauern der Emission sowohl als der Absorption. Den Molekülen des Zusatzes dagegen fehlt solche Beteiligung, denn sie verschieben weder die Banden noch die Erregungsverteilungen (34, 108); sie bewirken nur eine bevorzugende Auswahl unter den durch die Natur des Metallatomes zusammen mit dem Sulfid als möglich gegebenen Schwingungsdauern.

Kapitel F.

Über Reinigungs- und Präparationsmethoden, über die Phosphoreszenzen metallfreier und zusatzfreier Präparate und über chemische Analyse durch Phosphoreszenzbeobachtung.

F. a) Metallfreie Präparate.

127. Wie bereits eingangs hervorgehoben, haben wir großes Gewicht darauf gelegt, nur mit Substanzen von bekannter chemischer Zusammensetzung zu arbeiten. Vor allem kam es auf äußerste Reinheit der bei der Bereitung der Phosphore in größter Menge eingehenden Materiale, der Erdalkalikarbonate und des Schwefels an.

Es wurden die folgenden kohlensauren Kalke versuchsweise verarbeitet, bez. Reindarstellungsmethoden geprüft:

1. Carraramarmor[1]) in reiner Salpetersäure gelöst, durch Fällung mit Schwefelammon und Ammoniak von Metallen befreit und mit ebenso gereinigtem kohlensauren Ammon ausgefällt.[2])

2. Die bereits wie vorher gereinigte Kalknitratlösung zu weiterer Befreiung von Metallen mit bereits sehr reinem Schwefelcalcium behandelt; Fällung wie vorher.

3. Die schon vorgereinigte Kalklösung mit wenig bereits sehr reinem Ätzkalk behandelt, wie weiter unten (158) ausführlich anzugeben; Fällung wie vorher.

4. Reinigung der Kalklösung wie in 3., aber Fällung mit kohlensaurem Ammon, welches aus reinem, durch Watte filtrierten Kohlensäuregas und ebensolchem Ammoniakgas hergestellt war.

---

1) In Parallelversuchen auch skalenoedrischer, gelblich gefärbter Kalkspat.

2) Es ist dies die früher ausschließlich von uns benutzte, damals als analytische bezeichnete Reinigungsmethode (I p. 93).

5. Kalklösung, wie unter 3. gereinigt, wurde zunächst durch langes Kochen mit überschüssiger reiner Salpetersäure von Chlorspuren befreit, alsdann der Elektrolyse unterworfen zwischen Elektroden aus reinstem Platin.[1]) Die Anode befand sich frei in der Flüssigkeit, die Kathode in einem dichten Sacke aus gereinigtem Pergamentpapier. Die Stromstärke war gering gehalten, so daß nur sehr schwache Gasentwickelung eintrat. **Nach fünf Tagen war die anfangs sehr schwach gelbliche Lösung völlig farblos geworden. Sie wurde gefällt mit kohlensaurem Ammon, das wie unter 4. aus Gasen bereitet war.**

6. Gut ausgebildete, ausgesuchte, völlig farblose Kristalle von Arragonit (Fundort Urvölgy in Ungarn), gut gewaschen und fein pulverisiert.

Meist wurde vor dem Glühen mit Schwefel der kohlensauere Kalk zu Oxyd gebrannt.

128. Der Schwefel kam in drei Sorten zur Verwendung: 1. kristallisiert aus Schwefelkohlenstoff, 2. zweimal destilliert, 3. natürliche, völlig klare, hellgelbe, wohl ausgebildete Kristalle.

129. Alles zur Herstellung des Sulfids nötige Glühen geschah in Berliner Porzellantiegeln, welche mit Folie des vorgenannten reinen Platins ausgekleidet waren.

130. War aus den genannten Materialien das Schwefelcalcium zunächst ohne Zusatz (und ohne Metall) dargestellt worden, so leuchtete es nach Belichtung an der Sonne beim Zurückziehen ins Dunkle gar nicht merklich, im rotierenden Phosphoroskop $^1/_{300}$ Sek. nach Belichtung an stark konzentriertem Sonnenlicht unmerklich bis sehr matt, niemals mit

---

1) Eine besondere Flammenreaktion auf Kupfer hat uns gezeigt, daß das benutzte, von der Firma Heraeus bezogene Platin außerordentlich frei war von diesem, bei der Bereitung reiner Phosphore besonders zu fürchtenden Metalle. Die Reaktion besteht darin, daß die betreffende Probe in den äußersten Saum einer Bunsenflamme gebracht wird, welche aus metallfreiem Brenner von Leuchtgas kommt, das salzsäurehaltig gemacht ist. Der Flammensaum wird dann bei Anwesenheit von Kupfer grün. Natrium, das sonst stark stört, wird durch die Salzsäure entleuchtet. Es war so 10^{-6} g Kupfer, am Ende eines Drahtes befindlich, eben noch deutlich nachweisbar. Man findet mit Hilfe dieser Reaktion leicht, daß alles gewöhnliche Platin des Handels kupferhaltig ist.

unterscheidbarer Farbe, im Filterultraviolett[1]) ebenso; sehr intensivem, blauviolettem Licht ausgesetzt, zeigte es im lichtstarken Spektroskop gleichzeitig beobachtet kein sichtbares Phosphoreszenzspektrum; im Zinkfunkenphosphoroskop erschien sehr mattes Leuchten, die Farbe, soweit unterscheidbar, von Fall zu Fall verschieden, meist sehr fahl, die Dauer sehr kurz. Nur in intensiven Kathodenstrahlen einer Entladungsröhre, welche wir in einem Falle benutzten, war helleres Leuchten rein dargestellten Schwefelcalciums ohne Zusatz bemerkbar, die Farbe lavendelblau, das Nachleuchten sehr matt, nebelgrau; das Spektrum war kontinuierlich, von Frauenhofers *C* bis *H* reichend, mit einem vielleicht nur dem Auge zuzuschreibenden Maximum der Helligkeit bei *E*. Ganz dasselbe Spektrum gab übrigens in den Kathodenstrahlen auch das gereinigte Calciumoxyd, aus welchem jenes Sulfid dargestellt worden war.

131. Als wir nun aber dasselbe Sulfid mit Zusatz von $Na_2S_2O_3$[2]) herstellten, zeigte es veränderte Phosphoreszenz in den Kathodenstrahlen; sie war sehr viel heller und lange nachleuchtend geworden, und zwar entsprachen die Farben während und nach der Bestrahlung sowie das Spektrum in jeder Beziehung einem CaCuNa-Phosphor (Tab. IIa). Hierdurch muß, allen unseren Ergebnissen entsprechend (vgl. besonders 132, auch 134), Kupfergehalt trotz aller auf die Reinigungen angewandten Mühe als nachgewiesen betrachtet werden.

Zugleich zeigt der Versuch — was wir als früheres Resultat (I p. 96, 107) bereits vorangestellt hatten und was sich auch weiter nur bestätigt (Kapitel F, b) —, daß das Vorhandensein von Zusätzen nötig ist, um die Phosphoreszenzen vorhandener Metallspuren hervortreten zu lassen.

132. Dementsprechend haben wir zur weiteren Prüfung der Reinigungsmethoden eine größere Zahl von Versuchen mit Zusätzen zu dem aus den angegebenen Materialien (127, 128)

---

1) Wir konnten dies Untersuchungsmittel auf eingeschmolzen aufbewahrte identische Proben — hier sowie in vielen anderen Fällen — nachträglich noch anwenden.

2) Alle Salzzusätze waren nach den besten uns bekannten chemischen Methoden und durch wiederholtes Umkristallisieren sorgfältig rein dargestellt worden.

hergestellten Schwefelcalcium ausgeführt; Na_2SO_4, K_2SO_4, NaFl, NH_4Cl wurden meist benutzt.

Die Resultate können wie folgt zusammengefaßt werden:[1])

1. Die beobachteten Phosphoreszenzen waren meist von deutlich größerer Dauer und auch etwas größerer Intensität als die von gereinigtem Schwefelcalcium ohne Zusatz; auch Belichtung an der Sonne und Zurückziehen ins Dunkle zeigte hier oft Leuchten mit deutlich erkennbarer Farbe. Gegenüber dem Leuchten der Phosphore, welche aus denselben Materialien bei Hinzufügung wirksamer Metalle erhalten werden, waren indessen alle diese Erscheinungen von verschwindender Schwäche; es braucht nur daran erinnert zu werden, daß bei diesen Phosphoren das Filterultraviolett weitaus genügte, um helle Phosphoreszenzspektren auch bei sehr verengtem Spektroskopspalt beobachten zu lassen, während hier die gleiche Erregung bestenfalls einige mattgrüne Punkte an den Präparaten hervorbrachte.

2. Die für reinst zu haltenden Materiale ergaben die mindeste Intensität; es waren dies a) der nach 127 (5) chemisch und dann noch elektrolytisch gereinigte Kalk mit zweimal destilliertem Schwefel und Na_2SO_4 als Zusatz, und b) der unter 127 (6) genannte Arragonit mit demselben Schwefel und Na_2SO_4. Im Falle a) zeigte sich nach Belichtung an der Sonne der größte Teil der Masse dunkel, nur einige Stellen leuchteten sehr matt, grün; im Zinkfunkenphosphoroskop war gemischt grünlichgelbes und violettrotes mattes Leuchten zu sehen; das spätere Nachleuchten war gemischt grünlich und violett. Vor der Elektrolyse — Reinigung nach 127 (3) — waren die Intensitäten größer, die Farben gesättigter und mehr Gelb, weniger Violett im Gemisch vertreten gewesen. Im Falle b) war nach Belichtung an der Sonne überhaupt kein Leuchten zu sehen, im Zinkfunkenphosphoroskop matt Goldgelb und Grün gemischt, das Goldgelb etwas länger nachleuchtend als das Grün.

3. In allen Fällen fiel die wechselvolle, unbestimmte Phosphoreszenzfarbe der verschieden gereinigten Präparate, ja meist auch der verschiedenen Teile derselben Probe auf.

1) Sie gelten auch für Schwefelcalcium, welches auf dem weiter unten (156) anzugebenden Wege aus schwefligsaurem Kalk bereitet war.

4. Die am häufigsten auftretenden Phosphoreszenzen zeigten — wie auch in den erwähnten Fällen a) und b) — die Eigenschaften der CaCu- und der CaMn-Phosphoreszenz. K_2SO_4 statt Na_2SO_4 als Zusatz verwandelte Grün in Bläulichgrün (vgl. Tab. Ia), NH_4Cl-Zusatz ließ Orangegelb überwiegen (vgl. Tab. Ic). Soweit die Spektren im Zinkfunkenphosphoroskop genügend hell erschienen, enthielten sie in wechselnden Intensitäten die Banden CaCu α und β und CaMn α. Eines der heller gelb leuchtenden Präparate ließ im Quarzspektrum deutlich die für Mn α charakteristische Erregungsverteilung erkennen.

Fügt man noch hinzu (vgl. 148): 5., daß das Ansteigen der Phosphoreszenzhelligkeit mit wachsendem Kupfergehalt bei Schwefelcalcium mit geeignetem Zusatz, wie Na_2SO_4, so rasch erfolgt, daß bereits 0,000005 Gewichtsteile Cu genügen würden, um die an unseren reinen Präparaten beobachteten Kupferphosphoreszenzen zu ergeben, während chemische Reaktion weniger als 0,000012 Gewichtsteile nicht mehr nachweist[1]), so hat man unter 1. bis 5. alle Gründe, welche uns bestimmen, sämtliche an gereinigtem Schwefelcalcium mit Zusatz beobachteten Phosphoreszenzen nicht diesen Stoffen selber, sondern in ihnen vorhandenen Metallspuren — vornehmlich Cu und Mn — zuzuschreiben, von solcher Geringfügigkeit, daß sie allen bekannten Trennungs- und Nachweisungsmethoden entgehen.

Dieses Resultat ist in Übereinstimmung mit dem Fehlen gemeinsamer, den Erdalkalisulfiden selber zuzuschreibenden Banden bei den aus ihnen dargestellten Phosphoren (vgl. 124 bis 126).

Zugleich zeigen dann die vorhergegangenen Versuche, daß die Phosphoreszenzen der Metalle in den Erdalkalisulfiden ein außerordentlich empfindliches Mittel bieten zur Nachweisung geringster Metallmengen (vgl. 171).

133. In bezug auf Strontium- und Baryumsulfid ist hinzu-

---

1) Eine möglichst eingeengte Lösung von $Ca(NO_3)_2$ wurde durch gelbes Blutlaugensalz erst bei einem Kupfergehalt über der angegebenen Menge unter günstigen Verhältnissen merklich gebräunt. — Die weiter oben (127) angegebene Flammenreaktion leidet bei Gegenwart von viel Ca an Empfindlichkeit und das gleiche gilt von den spektralanalytischen Methoden (vgl. Fußnote 8 zu 160).

zufügen, daß die Reinigungsversuche das gleiche Ergebnis hatten, wie beim Calciumsulfid (vgl. z. B. 164 und 167). Die an reinstem Sr- und Ba-Sulfid mit Zusätzen erscheinenden Phosphoreszenzen besaßen wieder überwiegend die Eigenschaften der Kupferphosphoreszenz; sie waren im allgemeinen etwas heller als bei Ca-Sulfid, was dem Umstande zuzuschreiben sein dürfte, daß in Sr- und Ba-Sulfid noch geringere Cu-Mengen zu großer Phosphoreszenzhelligkeit genügen, als in Ca-Sulfid (150).

F. b) Zusatzfreie Präparate.

134. Die Phosphoreszenzen zusatzfreier Präparate betreffend ist vorweg zu bemerken, daß auch hier die Beobachtungen nur auf Annäherungen an den verlangten Zustand der Reinheit sich beziehen können; denn die Salzmengen, welche bereits als Zusätze wirken können, scheinen ebenfalls außerordentlich klein zu sein.[1])

Wir haben fast alle im Vorhergehenden als wirksam gezeigten Metalle in den betreffenden Erdalkalisulfiden auch ohne Zusätze versucht. Die resultierenden Phosphoreszenzen waren jedesmal nur sehr schwach, ausgenommen in Entladungsröhren. Es seien zwei eingehender untersuchte Fälle hervorgehoben; die betreffenden Präparate waren ganz nach den Verfahren hergestellt, welche, wenn der Zusatz nicht weggelassen wird, außerordentlich hell und dauernd leuchtende Phosphore ergeben.

1) Daß man auch nach ausgiebiger und sorgfältiger Waschung des durch Fällung gewonnenen Erdalkalikarbonates Phosphore aus demselben erhält, deren Emission ganz dieselbe ist, wie sie dem Vorhandensein von Spuren derjenigen Salze als Zusätzen entspricht, welche in den Fällungslösungen des Karbonates enthalten waren, haben wir früher schon hervorgehoben (I p. 91 u. 101). Um solche ungewollte Zusatzwirkungen tunlichst zu vermeiden, haben wir stets nur aus salpetersaurer Lösung und mittels Ammonkarbonat gefällt; die hinzuzufügenden Metalle wurden meist als Nitrate gelöst. — Daß alle unsere Phosphore starke, wenn auch kurze Na-Reaktion in der Flamme zeigten, auch wenn die benutzten Materiale Na-frei waren, ist kaum nötig zu bemerken; Sublimationen aus den Tiegelwänden sind in der zur Bereitung nötigen Glühhitze nicht auszuschließen und die Anwendung von Platintiegeln verbot sich dadurch, daß für jedes Metall ein besonderer Tiegel aus kupferfreiem Platin nötig gewesen wäre.

1. Schwefelcalcium mit Kupfer ohne Zusatz leuchtete ch Belichtung an der Sonne nur sehr schwach, nebelgrau, rotierenden Phosphoroskop $^1/_{260}$ Sek. nach Belichtung mit nzentriertem Sonnenlicht ebenfalls nur sehr matt ohne sicher gebbare Farbe. Im Filterultraviolett wurde gar kein Leuchten htbar. Im Quarzspektrum belichtet zeigte sich Blaugrün — s Kupfer entspräche[1]) — nur im weniger brechbaren Ultraolett bis etwa $\lambda = 27.10^{-5}$ mm hin, von da ab im äußersten traviolett gelb, beide Farben fahl und matt; im noch matteren chleuchten waren keine Farben unterscheidbar. Im Zinkkenphosphoroskop war blaugrünes Leuchten von einiger uer zu sehen; in der Entladungsröhre Blau von sehr großer tensität[2]), mit ebenfalls hellem, grünem Nachleuchten. Das ektrum, bei beiden zuletzt genannten Erregungen gut beobhtbar, war kontinuierlich von Orange bis ins äußerste Violett t einem Maximum der Helligkeit bei Fraunhofers *E*[3]), also utlich unterschieden von dem irgend eines CaCu-Phosphors, sonders durch viel größere Helligkeit in der Gegend von raunhofers *D* bis *E*.[4])

2. Schwefelcalcium mit Wismut ohne Zusatz leuchtete enfalls nach Belichtung an der Sonne kaum wahrnehmbar; im osphoroskop, $^1/_{260}$ Sek. nach Belichtung matt, bläulich. lbst in der Entladungsröhre war hier das Leuchten nur tt, die Farbe blau, das Nachleuchten sehr schwach, mehr

1) Vgl. Taf. III, Nr. 2.

2) Die Intensitäten der Phosphoreszenzlichter bei Cu-haltigem Sulfid ohne und mit Zusatz standen im Verhältnis 0,5 : 2,0 = 1 : 4 bei egung mit intensiven, schnellen Kathodenstrahlen aus einem Aluiumfenster (vgl. Ann. d. Phys. 12. p. 473. Tab. XXVI. 1903) und 3 : 1092 = 1 : 2,8 bei Erregung mit langsamen Kathodenstrahlen (l. c. 469. Tab. XXV).

3) Gleich dem oben (130) an gereinigtem Schwefelcalcium und auch ebensolchem Calciumoxyd beobachteten Spektrum.

4) Wir haben den direkten Vergleich in der Entladungsröhre mit CuNa ausgeführt; vgl. übrigens auch Taf. II, Nr. 2, 4, 5. — Der frühere fund (I p. 96), daß CaCuNa und CaCu ohne Zusatz dasselbe Maximum Spektrum zeigen, nur in verschiedenen Intensitäten, kann zwar als tätigt angesehen werden, soweit ohne Zusatz die Lage des Maximums stellbar ist, führt aber nach jetziger, eingehenderer Kenntnis der übrigen ile des Spektrums nicht mehr zu dem Schlusse der Identität beider ktren (vgl. übrigens auch I p. 101).

grünlich als blau. Im Spektrum des Phosphoreszenzlichtes während der Entladung konnten allerdings die CaBi-Banden γ, β und die α-Gruppe unterschieden werden, jedoch vermischt mit viel kontinuierlichem, viel weiter ins Violett hinaus reichendem Licht, wie der Vergleich mit zusatzhaltigem Präparate zeigte.

135. Man kann diese Beobachtungen (130, 131, 134) dahin zusammenfassen, daß Erdalkalisulfide ohne Zusatz, mit oder ohne Metall, sich überhaupt nicht wie Phosphore verhalten oder doch nur in so geringem Grade wie solche, als es bei dem unvermeidlichen Mitwirken ungewollter Zusätze und der großen Empfindlichkeit für geringe Zusatzmengen (134) erwartet werden muß. Sie waren durch Licht, das durch Quarz geht, nicht oder nur schlecht erregbar, relativ sehr viel besser durch Kathodenstrahlen, zeigten aber auch dabei kein oder nur schlechtes Nachleuchten und fremde Spektren, in welchen die den vorhandenen Metallen nach Kap. B zugehörigen Banden nicht oder nur wenig hervortraten.

136. *Reines Schwefelcalcium* gehört ebenfalls zur Klasse der zusatzfreien Präparate. Besitzt es überhaupt eine Eigenphosphoreszenz, so müßte diese nach allem Vorhergehenden (s. besonders 130) doch von ganz anderer Art sein als irgend eine der hier studierten Phosphoreszenzen, vor allem nur durch schnelle, intensive Kathodenstrahlen gut erregbar und von ganz kurzer Dauer.

F. c) Über die Wirkungsweise der Zusätze.

137. Die Wirkung der Zusätze, die Banden der Metalle erst zur Entwickelung zu bringen, ist, wie bereits früher hervorgehoben (I p. 107), sichtbar begleitet von einem Einfluß auf die molekulare Struktur der Phosphore. Ohne Zusatz bildet das unschmelzbare[1]), metallhaltige Sulfid eine pulverige, lockere Masse; der Zusatz läßt sie zusammenhaften oder emailleartig zusammensintern. Man findet bei gelungener Präparation nach dem Glühen mit dem Zusatz ein verkleinertes Volumen der Masse im Tiegel vor, wobei dieselbe meist von

1) Schmelzbarkeit hier stets in bezug auf die Temperaturen gedacht, welche zur Bereitung der Phosphore nötig sind; etwa Gelbglut.

der Wand des Tiegels sich losgelöst hat und einen kleinen, frei am Tiegelboden liegenden Kuchen bildet. Das Wesentliche dieser Wirkung scheint Annäherung der Atome des wirksamen Metalles — bez. der Moleküle von dessen Sulfid — an die Moleküle des Erdalkalisulfids zu sein, durch welche Annäherung erst das Zusammenwirken beider möglich wird, welches in Gestalt der Emissionsbanden zutage tritt, deren Eigenschaften von beiden zusammenwirkenden Komponenten, dem Metall sowohl wie dem Erdalkalisulfid, abhängen, wie Kap. E zeigt.

Dementsprechend sind auch alle guten Zusätze entweder selber schmelzbare Körper, oder doch fähig, durch Umsetzung solche zu bilden. Zur letzteren Art von Zusätzen gehört z. B. NH_4Cl, selber sogar flüchtig in der Hitze, aber schmelzbares Erdalkalichlorid bildend, welches dann als eigentlicher Zusatz wirkt.

138. Die Schmelzung scheint in allen Fällen auch eine Lösung von Erdalkalisulfid im Zusatz zur Folge zu haben, wonach die Bildung besonderer Molekularkomplexe, Sulfid und Zusatz samt dem Metall enthaltend, anzunehmen wäre. — Bringt man an den Rand einer Perle von Na_2SO_4, welche an einer Platinöse sich befindet, ein Körnchen Calciumsulfid, und erhitzt im oberen Reduktionsraum einer Bunsenflamme[1]), so kann man sehen, wie von dem Sulfidkörnchen ausgehend alsbald eine kristallinisch aussehende Wucherung die ganze flüssige Perle durchsetzt und sie schnell in eine undurchsichtige breiige Masse verwandelt, welche beim Erkalten emailleartig erstarrt. Das Calciumsulfid hat sich also in dem ganzen Volumen des Na_2SO_4 verteilt. War das benutzte Sulfid wismuthaltig, so findet man die entstandene Emailleperle sehr gut phosphoreszenzfähig, mit langem Nachleuchten von blauer Farbe, und zwar selbst dann noch, wenn sie ganz überwiegend aus Na_2SO_4 besteht. Es ist demnach Na_2SO_4 ein Zusatz, welcher durch Überschuß nicht nur nicht sehr verdünnend, sondern auch durchaus nicht zerstörend wirkt auf die Phosphoreszenzfähigkeit.

139. Anderer Art sind jene Zusätze, welche, wie NH_4Cl,

1) Im Oxydationsraum würde das Sulfid schnell zersetzt.

eine chemische Umsetzung bewirken. Hierher gehört auch $Na_2B_4O_7$. Führt man den beschriebenen Versuch mit diesem Salz als Perle aus, so sieht man zuerst das Sulfidkorn klar sich lösen, alsdann, bei höherer Temperatur, tritt heftiges Brodeln der Perlenmasse ein unter Ausstoßen gelblicher Flämmchen; das Endresultat ist wieder klare Lösung. Die Umsetzung dürfte in der Bildung von Calciumborat bei Freiwerden von verbrennendem Schwefel bestanden haben. Zusätze solcher Art müssen im Überschuß verderbend auf die Phosphore wirken.

140. Der schwerst schmelzbare Zusatz, welchen wir verwandten, ist $CaFl_2$, erst bei beginnender Weißglut im Gebläse flüssig werdend. Derselbe hat aber die Eigenschaft, bereits bei viel niedrigeren Temperaturen von anderen geschmolzenen Salzen gelöst und dadurch verflüssigt zu werden, so von K_2SO_4, Na_2SO_4, $Na_2B_4O_7$, Na_2HPO_4. Hierauf dürfte die gute Wirkung der Kombinationen von $CaFl_2$ mit anderen Zusätzen beruhen (vgl. Tabb. I).

141. Nicht ausgeschlossen ist es, daß die Wirkung der Zusätze, durch teilweise Schmelzung die Bildung besonderer Molekülgruppierungen, Sulfid und Metall enthaltend, zu ermöglichen (138), auch durch hohe Temperatur allein schon eintreten kann, wenn ein schmelzbares Sulfid des Metalles sich bildet, welches dann selber die Rolle des Zusatzes übernimmt. Dies scheint in geringem Maße bei Bi, besonders aber bei Sb der Fall zu sein, welches Metall in Calciumsulfid auch ohne Zusatz schon einigermaßen helle Phosphoreszenz ergab, nicht ohne daß dieselbe durch passende Zusätze auch hier wesentlich verstärkt wurde.[1])

142. *Reines Zinksulfid* von geeigneter molekularer Struktur scheint der einzige Körper zu sein, welcher alle Eigenschaften eines Erdalkaliphosphors besitzt, ohne doch ein solcher zu sein. Da wir aber Zink als wirksames Metall nachgewiesen

1) Unter allen Umständen schützt das Zusammenbacken der Masse durch den Zusatz dieselbe auch vor Verderbnis durch unvermeidlichen Luftzutritt beim Glühen. Man findet die ohne Zusatz stets nur pulverigen Massen bei wiederholtem Glühen sehr viel schneller schwefelarm werden, als bei Gegenwart von Zusatz.

haben, ist es zulässig, den genannten Körper als einen Phosphor anzusehen, in welchem das Erdalkalisulfid durch Zinksulfid ersetzt ist, in welchem Zink das wirksame Metall ist, und welcher eines Zusatzes zur Verbindung beider nicht bedarf, da sie bereits in einem und demselben Molekül sich vereinigt finden.

F. d) Einfluß der Menge von Zusatz und Metall.

143. Über den Einfluß der Menge der Zusätze auf die Phosphoreszenzen sind unsere Erfahrungen wie folgt zusammenzufassen:

Ist der Zusatz in sehr feiner Verteilung vorhanden, wie etwa wenn er dem Erdalkalikarbonat aus der Fällungslösung anhaftet, so genügen schon sehr geringe Mengen, um ihn wirken zu lassen. Um jedoch volle Wirkung zu erzielen, ist 0,005—0,015[1]) des Zusatzes meist noch etwas zu wenig. So gab z. B. $BaBiK_2B_6O_{10}$ mit 0,00012 Bi und 0,013 des Zusatzes nur Int. 5, erst mit 0,03 Zusatz Int. 8 (Tab. Ip, Nr. 9). Ähnlich tritt bei $SrCuLi_3PO_4$ das Blau (β-Banden), durch den Li-Zusatz begünstigt, neben dem Gelbgrün (α-Bande) erst dann mehr in den Vordergrund, wenn dieser Zusatz in nicht zu geringer Menge vorhanden ist. Es ergaben — stets bei 0,00009 Cu — 0,005 Li_3PO_4 nur Gelbgrün, 0,010 schon Blaugrün und Gelbgrün gemischt, aber erst 0,015 machten die ganze Masse blaugrün leuchtend.

144. Je mehr Metall vorhanden ist, um so mehr Zusatz ist auch nötig, um volle Wirkung in bezug auf Intensität und Farbe zu erzielen. Als Beispiel diene die folgende Beobachtung an $SrCuKH_2PO_4$, wobei daran zu erinnern ist, daß das Hervortreten der β-Bande (Blau) bei SrCu spezielle Wirkung des K-Zusatzes ist (Tab. II g). Es gab 0,00003 Cu mit 0,025 Zusatz gleichförmiges Hellblau mit der Int. 5; 0,00006 Cu bei der gleichen Zusatzmenge ließ einen Teil der Masse mehr grünlich leuchten und die Intensität dieses Teiles bis auf 3 zurückgehen, und es war die Zusatzmenge auf 0,033 zu erhöhen, um wieder gleichförmiges blaues Leuchten, zugleich in

1) Alle Mengenangaben sind, wo nicht anderes bemerkt, auf 1 Gewichtsteil vorpräpariertes Sulfid (159) bezogen.

der vergrößerten Int. 6 zu erhalten; bei 0,00009 Cu und 0,025 Zusatz erschien Hellblau mit Grünlich gemischt, Int. 5, und es war 0,04 Zusatz nötig, um wieder gleichförmiges Blau mit der Int. 6 hervorzubringen. Die Glühdauer war in allen diesen Versuchen die gleiche, 15 Min.

145. Die Zusatzmenge 0,1 haben wir zur Erzielung größter Intensität und Farbensättigung selten, und dann nur wenig überschritten, sofern einfache Zusätze angewandt wurden. Es tritt nämlich bei größeren Zusatzmengen leicht völlige Schmelzung der Masse ein, was bedeutende Verunreinigung derselben aus den Tiegelwänden zur Folge hat und wohl schon aus diesem Grunde, auch wenn nicht außerdem der Zusatz zersetzend wirkt (139), stets vermindertes Leuchten ergab. Nur im Falle gemischter Zusätze konnte 0,1 als gesamte Zusatzmenge oft mit Vorteil überschritten werden. Als extremes Beispiel dieser Art sei ein Kalk–Mangan–Phosphor genannt mit 0,00047 des Metalles und den Zusätzen $CaFl_2$, Na_2SO_4, Na_2HPO_4, $Na_2B_4O_7$, Li_2SO_4 in den Mengen von je 0,2, zusammen 1,0, so daß dieser Phosphor zu 50 Proz. aus Zusatz bestand; er war einer der hellsten CaMn-Phosphore, die wir erhalten haben, goldgelber Nuance, Intensität 5.

146. Den Einfluß der Menge der wirksamen Metalle betreffend gilt die früher (I p. 107) gegebene Charakterisierung auch für die neu hinzugekommenen Metalle. — Überall steigt die Phosphoreszenzhelligkeit mit zunehmendem Metallgehalt zuerst sehr schnell an, so daß bei Mengen, die meist weit unter 0,0001 liegen, schon nahe maximale Helligkeit erreicht st; das dann noch folgende geringe Ansteigen führt zu einem oft sehr weitem Bereiche so gut wie konstanter Intensität, nach dessen Durchschreitung Abfall eintritt, bis schließlich zum Nichtleuchten.

147. Dieser Abfall scheint bei manchen Metallen sehr rapid zu sein; er ist dann an schmutziger, graulicher Farbe der resultierenden Massen kenntlich. Bei anderen Metallen ist der Abfall mehr allmählich, so daß das Doppelte und Dreifache der bestwirkenden Metallmenge vertragen wird, ohne daß die Phosphoreszenz ganz zurücktritt; in solchen Fällen wird die Masse nicht mißfarbig, sondern sie weist nur in größerer Vertiefung denselben Farbenton auf, welcher zart auch

bei günstigstem Metallgehalt schon vorhanden ist (vgl. 104). Hierher gehören Cu in Ba-[1]) und Bi in Sr-Sulfid. Ein außerordentlich weites Bereich fast konstanter Phosphoreszenzhelligkeit besitzen Cu und Pb in Ca-Sulfid (bis zu 0,001 des Metalles) und ganz besonders Mn in Ca-Sulfid (bis zu 0,002).

148. Sowie der Abstieg der Helligkeit, erfolgt auch der Anstieg bei verschiedenen Metallen in verschiedener Weise. Außerordentlich langsames Ansteigen zeigt die blaue Bleiphosphoreszenz (β-Gruppe, mit Li-Zusatz) in Ca-Sulfid; das Maximum der Wirkung im Nachleuchten wird hier erst bei etwa 0,0006 Pb erreicht; geringere Mengen geben sehr merklich geringere Intensität des Blau. — Sehr schnelles Ansteigen zeigt die grüne Cu-Phosphoreszenz (α-Bande) in Ca-Sulfid, welche bereits bei 0,00005 Cu in das Bereich nur mehr geringen weiteren Ansteigens eintritt. Noch schneller erfolgt der erste Anstieg bei Cu in Sr- und Ba-Sulfid. Die Bi-Phosphoreszenz in Ba-Sulfid erreicht ihr Maximum sogar schon nahe bei 0,00002 Bi. Das allerschnellste Ansteigen haben wir bei Ag in Sr-Sulfid beobachtet, wo das Maximum schon bei 0,00001 Ag so gut wie erreicht war.

149. Besonders bemerkenswert ist es, daß verschiedene Banden desselben Metalles auch in Hinsicht der Metallmenge, deren sie zu ihrer vollen Entwickelung bedürfen, ein verschiedenes Verhalten und also gegenseitige Unabhängigkeit zeigen. — So bedarf die blaue β-Gruppe von CaCu sehr viel größerer Cu-Mengen (etwa 0,0005) als die grüne α-Gruppe (nur 0,00005; vgl. oben), um zu guter Entwickelung zu kommen, was sich daran zeigt, daß bei steigendem Cu-Gehalt sowohl mit Na- als auch besonders mit Li-Zusatz das Grün im Nachleuchten immer mehr zurücktritt zugunsten des Blau (vgl. Tab. I a, Nr. 1 und 2, 7 und 8). Ähnliches wurde auch bei CaPb und SrPb beobachtet, die gleich benannten Bandengruppen in gleicher Weise betreffend.

150. Vergleicht man den Einfluß der Menge desselben Metalles in verschiedenen Erdalkalisulfiden, so findet man, daß in Sr-Sulfid die maximale Wirkung bei sehr viel geringeren

---

1) Vgl. I p. 98.

Metallmengen eintritt als in Ca-Sulfid[1]), und Ba-Sulfid scheint darin das Sr-Sulfid noch zu übertreffen.[2]) — So ist mit 0,00005 Cu in Ba-Sulfid schon das Maximum der Intensität erreicht; in Sr-Sulfid noch nicht ganz; in Ca-Sulfid ist man damit zwar auch schon zu hohen Intensitäten gelangt, doch folgt noch ein weites Bereich verlangsamten, weiteren Ansteigens. Mit 0,00002 Bi ist in Ba-Sulfid der erste, schnelle Anstieg der Intensität vollzogen, mit 0,00006 Bi das Maximum erreicht; in Ca-Sulfid sind die entsprechenden Mengen etwa 0,0001 und 0,0002; 0,0005 Bi ist in Sr-Sulfid bereits zu viel, wird aber in Ca-Sulfid (mit Na-Zusatz) noch gut vertragen. Bei Mn zeigt sich der Mengenunterschied für Sr- bez. Ca-Sulfid außerordentlich groß: In Sr-Sulfid liefert 0,0004 Mn bereits graue Massen ohne Leuchten; der Abfall beginnt schon bei 0,00015 Mn, und nur 0,000017 ist zu maximaler Wirkung nötig; in Ca-Sulfid dagegen wird so viel Mn vertragen, daß 0,002 noch immer etwa dieselbe, nämlich maximale Wirkung ergibt, wie 0,0005. Ähnlich auch bei Pb: In Sr-Sulfid ist 0,0003 davon bereits zu viel; in Ca-Sulfid erfolgt bis 0,0006 und darüber hinaus noch immer Ansteigen der Wirkung.

151. Zu bemerken ist, daß die Metallmenge nicht die Dauer, sondern nur die Intensität der Banden beeinflußt, soweit unsere nicht photometrischen Beobachtungen gehen. Unzweifelhaft ist es, daß eine Dauerbande, wie z. B. CaCu α_2 bei Na- oder Li-Zusatz und gewöhnlicher Temperatur, durch Verringerung der Metallmenge niemals Momentanbande wird, ebenso wie umgekehrt eine Momentanbande, wie z. B. SrMn β_1 bei Na-Zusatz und gewöhnlicher Temperatur, durch vermehrten Metallgehalt nicht zur Dauerbande gemacht werden kann.

F. e) Andere Einflüsse.

152. *Die Glühtemperatur und Glühdauer* bei der Herstellung beeinflussen meist die Gesamtintensität des Phosphors, d. i. alle seine Banden in gleicher Weise. Es ist im allgemeinen

1) Wie für Cu als wirksames Metall bereits früher konstatiert (I p. 96 und 98).

2) Doch ist in Baryumsulfid der Abfall der Intensität meist so allmählich, daß deren Maximum weniger scharf hervortritt als bei Sr- und Ca-Sulfid (vgl. 147).

zur Erzielung bester Resultate, d. i. vollster Entwickelung der Banden, bei so hoher Temperatur und so lange zu glühen, daß sowohl die bindende Wirkung des Zusatzes genügend zur Geltung komme, als auch zu viel Schwefelverlust durch Oxydation vermieden werde.[1])

153. In einzelnen Fällen werden aber verschiedene Banden desselben Metalles in auffallend verschiedener Weise von Glühtemperatur und Glühdauer beeinflußt. Ein besonderes Beispiel hierfür bietet Ag in Sr-Sulfid (vgl. Tab. I i). Man erhält hier die rötliche Phosphoreszenz (α_1-Bande), sowohl mit Na- als auch mit Li-Zusatz, nur bei vorsichtigem, kurzem Glühen; bei längerem und stärkerem Erhitzen gehen die Farben immer mehr in Violett über (β-Bande) (vgl. 165). Das Glühen hat hier mehr Einfluß auf die Phosphoreszenzfarbe als der Zusatz. — Eine Bande, welche zu gutem Erscheinen besonders starkes und andauerndes Glühen braucht, ist SrCu β; man muß in solchen Fällen den Schwefelverlust wieder ersetzen und erneut weiter glühen (vgl. 165).

154. Geringe Verschiedenheiten in der Beeinflussung der verschiedenen Banden desselben Phosphors durch die Glühtemperatur scheinen sehr häufig zu bestehen. Zerschlägt man die nach beendetem Glühen aus dem Tiegel genommene, zusammengebackene Masse, so daß ein Querschnitt derselben entsteht, so findet man oft, daß die im Tiegel unten gewesenen Teile in anderer Nuance phosphoreszieren als die oberen Teile, was Temperaturunterschieden zuzuschreiben sein dürfte. Bei weiterer Zerkleinerung zeigt die Masse in solchen Fällen gemischtes, nicht einheitliches Leuchten, wofür in Tabb. I mehrfach Beispiele sich finden. Erneutes Glühen der gemischten Masse führt dann meist zu einheitlicherer Farbe.

155. Wir haben aber auch Fälle beobachtet, in welchen eine gewisse Labilität der Farbennuance zu bestehen scheint. Ein solcher Fall, betreffend die CaMn-Phosphore, ist bereits in Tab. Ic erwähnt. Das Entstehen der goldgelben bez. orangegelben Nuance dieser Phosphore ist, soweit unsere Beobachtungen gehen, weder an bestimmte Zusätze, noch an bestimmte Mengen des Metalles, noch auch an bestimmte Temperaturen

1) Spezielle Daten vgl. in I und Kapitel F, f.

oder Glühdauern gebunden.[1]) Ein zweiter Fall dieser Art findet sich bei den CaCuK-Phosphoren, welche in verschiedenen, gleich bereiteten Proben sehr verschiedene Intensitäten der α_2-Bande zeigten (Tab. IIa) und dementsprechend bald mehr grünlichblau, bald mehr blauviolett leuchteten (vgl. Tab. Ia). Wir haben uns durch Flammenreaktion davon überzeugt, daß die grünlicher leuchtenden Proben (größere Intensität der α_2-Bande) durchaus nicht etwa bedeutenderen Na-Gehalt als Verunreinigung aufwiesen, als die rein blau leuchtenden.

156. *Über den Erdalkalisulfatgehalt der Phosphore.* — Bei der von uns hauptsächlich benutzten Bereitungsweise aus Erdalkalikarbonat und Schwefel mußten sämtliche Phosphore neben Sulfid auch Sulfat des Erdalkalis enthalten, und zwar die Ca-Phosphore nach der Umsetzungsgleichung

$$4\,CaO + 4\,S = 3\,CaS + CaSO_4,$$

39proz. Sulfat neben 61proz. Sulfid. Wir haben aber auch eine Anzahl von Ca-Phosphoren der Metalle Cu, Mn und Bi aus Calciumsulfit hergestellt. Die Kalknitratlösung war gereinigt wie sonst (vgl. 158); sie wurde gefällt mit Ammoniumsulfit, welches durch Einleiten von Schwefligsäuregas in reine Ammoniakflüssigkeit gewonnen war. Glüht man das gewaschene Sulfit, so entsteht nach der Gleichung

$$4\,CaSO_3 = CaS + 3\,CaSO_4$$

ein Gemisch von 85proz. Sulfat und nur 15proz. Sulfid. Trotz dieses sehr geringen Sulfidgehaltes ergab diese Bereitungsweise bei gleichen Metall- und Zusatzmengen Phosphore, deren Leuchtintensität um nichts geringer war als die der weit sulfidreicheren, nach der ersten Methode erhaltenen Präparate, und auch die Farbennuancen waren dieselben. Man könnte danach fast vermuten, das Calciumsulfid, welches wir an sich auch durchaus nicht mehr phosphoreszenzfähig fanden, als etwa $CaSO_4$ es auch sein mag, sei völlig überflüssig. Daß dem nicht so sei, zeigte ein Parallelversuch mit reinem $CaSO_4$, gefällt aus der gleichen Kalklösung mit Ammonsulfat, in gleicher

1) Daß es sich in diesem besonderen Falle um wechselnde Intensitätsverteilung innerhalb einer Bande handelte, ist bereits in Tab. IIc hervorgehoben.

Weise mit den gleichen Mengen von Bi als wirksamem Metall und $Na_2B_4O_7 + CaFl_2$ als Zusatz versehen und geglüht. Die erhaltene Masse zeigte sich zwar zusammengebacken wie ein guter Phosphor, sie war aber nach Belichtung an der Sonne völlig nichtleuchtend; es fehlte ihr auch die den CaBi-Phosphoren eigene, zarte gelbliche Färbung.

Es ist danach zu sagen, daß das Erdalkalisulfid eines Phosphors ohne Beeinträchtigung und ohne Abänderung der Phosphoreszenzfähigkeit in sehr weit gehendem Maße ersetzbar ist durch anderes Material[1]), daß aber die Gegenwart einer gewissen, allerdings nur geringen Menge von Schwefel in Gestalt von Sulfid unerläßlich ist für das Erscheinen der hier studierten Phosphoreszenzen.[2])

157. Eine besondere Erscheinung, welche bei Bereitung der Phosphore sich bietet, sei hier erwähnt, ohne daß wir jetzt näher auf dieselbe eingehen möchten. Wirft man die noch glühend heiße Probe eines frisch hergestellten Phosphors aus dem Tiegel rasch in eine Schale und zerdrückt sie daselbst mit dem Pistill, so sieht man oft ein Aufleuchten der ganzen Masse von überraschender Helligkeit und charakteristischer Farbe. Die Farbe unterscheidet dieses besondere Leuchten wesentlich von gewöhnlichem Erglühen, welches letztere als Folge der Temperatursteigerung durch die an der Luft plötzlich eintretende, teilweise Oxydation des heißen Sulfids nicht überraschend wäre. Tatsächlich erglüht die Masse auch in mehr oder weniger hellem Rot, während aber zugleich auch das farbige Leuchten sich entwickelt, um bald viel heller zu werden als das Rot des Glühens, bis schließlich mit eintretendem Erkalten alles verlischt. Nicht alle Phosphore zeigen die Erscheinung in gleich auffallender Weise. Besonders intensiv war das Aufleuchten bei den Sr-Phosphoren, und zwar ist bei SrBi die Farbe grünlich, bei SrCu grün bis blaugrün,

---

1) Man sehe auch das gleiche Resultat bei großem Überschuß von Na_2SO_4 (138) und bei Erhöhung des Zusatzgehaltes auf 50 Proz. (145). Ebenso sahen wir Überschuß von $CaCO_3$ oder CaO niemals die Phosphoreszenzfarbe beeinflussen.

2) Letzteres entspricht auch der Tatsache, daß chemische Einflüsse, welche den Sulfidgehalt eines Phosphors zerstören, zugleich auch seine Phosphoreszenzfähigkeit vernichten.

bei SrPb bläulichgrün, immer mehr gelblichgrün werdend, falls der betreffende Phosphor von gelber Phosphoreszenzfarbe ist (Na-Zusatz), und rein blau ohne weitere Änderung, falls er von blauer Phosphoreszenzfarbe ist (K-Zusatz).

F. f) Spezielles über die Bereitung der in den Kapiteln A bis D hauptsächlich benutzten Phosphore.

1. Kalkphosphore.

158. *Bereitung des Ätzkalkes.* — Keine der versuchten Reinigungsmethoden hatte, wie wir sahen (Kapitel F, a), völlig zum Ziele geführt; wir bevorzugten zuletzt die folgende (127, 3), welche sich bei guter Wirkung durch Einfachheit empfahl. Ausgangsmaterial war Carraramarmor. Derselbe wurde gelöst in verdünnter, chemisch reiner Salpetersäure, zuletzt unter Erwärmen bis zum Sieden, bis keine Kohlensäure mehr entwich. Die Lösung wurde kochend mit Kalkmilch versetzt[1]), dann dem Klären überlassen und filtriert. In das fast bis zum Sieden erhitzte Filtrat wurde Kohlensäure eingeleitet, so daß etwas kohlensaurer Kalk mit noch vorhandenen Resten von Metallen[2]) ausfällt. Sobald die Lösung nach Kochen[3]) neutral reagiert, wird sie filtriert. Das Ausfällen geschah mit konzentrierter Lösung reinen Ammonkarbonates, welche mit $^1/_3$ Volumen Ammoniakflüssigkeit versetzt war, und zwar in der Kälte, da man bei heißer Fällung viel weniger fein verteiltes Karbonat erhält. Der Niederschlag wird gut gewaschen und getrocknet. In dem so erhaltenen Karbonat war auf chemischem Wege nichts Fremdes nachweisbar außer Spuren von Magnesium, welche aber durchaus nicht schädlich sind. Zum Brennen des Kalkes in einem mit Platinfolie ausgekleideten Porzellantiegel fanden wir einen einfachen Gasofen[4]) vorteilhaft.

159. *Präparation des Sulfids.* — Nach der Gleichung $4CaO + 4S = 3CaS + CaSO_4$ wären auf 2 g Ätzkalk 1,143 g Schwefel erforderlich. Da aber stets ein Teil des Schwefels verdampft und verbrennt, ist zur vollkommenen Umsetzung mehr Schwefel zu nehmen. Durch Wägungen der erhaltenen

1) Abscheidung der meisten Metalle, einschließlich Al und Mg.
2) Hauptsächlich Fe.
3) Zur Zersetzung von Bikarbonat.
4) Vgl. A. Bruno, Compt. rend. **132.** p. 276. 1901.

Massen und Vergleichung des Gewichtes mit dem nach jener Gleichung berechneten fanden wir, daß bei ca. 1,35 g Schwefel auf 2 g Ätzkalk das Maximum an Sulfidgehalt eintritt. Der benutzte Schwefel war aus Schwefelkohlenstoff kristallisiert. Die erforderliche Erhitzung zu schwacher Rotglut wurde stets in bedecktem Porzellantiegel über freier Bunsenflamme vorgenommen.

Die resultierende, pulverige Masse dürfen wir für das Folgende kurz Sulfid nennen, da ihr Sulfatgehalt unwesentlich ist (156).

160. *Verhalten des Sulfides ohne hinzugefügte Metalle.* — Für sich zeigte das Sulfid nur äußerst schwaches Leuchten[1]) ohne angebbare Farbe, Int. 0—1 in der früher benutzten Skala (9). Wiederholt und stärker geglüht bleibt die Masse pulverig; das Leuchten verliert sich ganz.

Mit Zusätzen, jedesmal 0,1 g mit 2 g Sulfid gut verrieben und 15 Min. im Hempelofen geglüht, ergab sich das Folgende: Na_2SO_4, ebenso $Na_2S_2O_3$, Na_2HPO_4, $Na_2B_4O_7$: Grün, In. 2; Li_2SO_4, Li_3PO_4: Bläulichgrün, Int. 1—2; K_2SO_4, KH_2PO_4, $K_2B_6O_{10}$, KCl: Int. 0—1; NaCl: Int. 0; $CaFl_2$: Int. 1; 0,15 g Na_2SO_4 + 0,1 g $CaFl_2$ mit 2 g Sulfid: Grün, Int. 3—4.

Nach allen diesen Proben enthält das benutzte Sulfid Kupfer.[2]) Daß dennoch die Phosphoreszenzen des Kupfers in den aus diesem Sulfid hergestellten Phosphoren anderer Metalle in keiner Weise deutlich merkbar wurden (Kapitel B, C, D), zeigt an, daß ein in geringerer Menge vorhandenes Metall in seiner Wirkung sehr beeinträchtigt werden kann durch ein anderes, in größerer Menge gleichzeitig vorhandenes Metall.[3])

161. *Phosphore.* — Alle Metalllösungen waren nach den besten uns bekannten Methoden sorgfältig rein hergestellt; es

---

1) Hier stets nach Belichtung an der Sonne gemeint, wie in Kap. A.

2) Nach den Intensitäten geurteilt etwa 0,000 008 g pro Gramm Sulfid.

3) Analoges findet man bei der Lichtemission der Metalle in Funken, sowie in Flammen. So zeigt Hr. Auer von Welsbach (Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 88. Abt. II. p. 1247 u. f. 1883), daß 0,1 Proz. Ytterbiumoxyd in Yttriumoxyd im Funkenspektrum nicht mehr erkennbar ist, obgleich nach den von ihm gegebenen Zeichnungen die Hauptlinien des Ytterbiums durchaus nicht verdeckt werden von Linien des Yttriums. Man vgl. außerdem die allgemeineren, auch auf Flammen bezüglichen Untersuchungen von Hrn. W. Schuler, Ann. d. Phys. 5. p. 938 u. ff. 1901.

waren wässerige Lösungen der Nitrate, nur bei Antimon des Tartrates. Sie befanden sich in Tropfgläschen mit zylindrischem, kapillarem Ausflußrohr; das Gewicht der abfallenden Tropfens war ermittelt und dadurch aus dem Gehalt der Lösung die in einem Tropfen befindliche Metallmenge berechenbar. Alle folgenden Angaben über Metallmengen werden sich auf freies Metall beziehen.

Über die Reindarstellung der Zusätze vgl. 131; sie waren alle wohl getrocknet bez. von Kristallwasser soweit befreit, als es durch Erhitzen auf ca. 180° oder unter der Luftpumpe über Schwefelsäure geschehen konnte.[1])

162. Die gewogene Menge des Sulfides wird zunächst mit dem Zusatz verrieben, alsdann auf dem Boden der Reibschale ausgebreitet und in die Mitte mit dem Pistill eine kleine Grube gedrückt. Die Grube wird mit 10—15 Tropfen absoluten Alkohols gefüllt und die nötige Anzahl von Tropfen der Metalllösung diesem hinzugefügt. Verreibt man, so bildet sich sogleich das entsprechende Metallsulfid fein verteilt in der Masse. Man bringt dieselbe in einen Berliner Porzellantiegel, setzt in den Hempelofen ein und glüht. Wo nichts anderes angegeben, wird 12—20 Min. helle Rotglut gemeint sein; einiges Probieren in dieser Hinsicht, je nach den Verhältnissen des Ofens und des Gasdruckes, dürfte ratsam sein, wenn es sich um Wiederherstellung von Phosphoren mit den von uns angegebenen Eigenschaften handelt (vgl. 152 bis 155). Über Tiegel vgl. 129 und 134.

CaCuNa (Tab. Ia, Nr. 6): 3 g Sulfid, 0,2 g Na_2SO_4, 0,07 g NaFl, 0,002 g Cu.

CaCuLi (Tab. Ia, Nr. 11): 3 g Sulfid, 0,2 g Li_2SO_4, 0,07 g $CaFl_2$, 0,002 g Cu.

CaCuK (Tab. Ia, Nr. 12 u. 13): 2 g Sulfid, 0,15 g K_2SO_4, 0,0013 g Cu.

CaPbNa (Tab. Ib, Nr. 4): 3 g Sulfid, 0,15 g Na_2SO_4, 0,08 g NaFl, 0,00084 g Pb.

---

1) In bezug auf das Kaliumborat der Formel $K_2B_6O_{10}$ verweisen wir auf Graham-Ottos Lehrbuch der Chemie 2. p. 197. 1883. Es würde danach kristallisiert 5 Mol. Wasser enthalten haben, durch Hitze getrocknet, wie es benutzt wurde, wahrscheinlich weniger.

CaPbK (Tab. Ib, Nr. 8): 2 g Sulfid, 0,12 g K_2SO_4, 0,1 g $CaFl_2$, 0,0017 g Pb.

CaMnNa (Tab. Ic): 2 g Sulfid, 0,1 g Na_2SO_4, 0,05 g $CaFl_2$, 0,00093 g Mn; 15 Min. Glühzeit.

CaNiFl (Tab. Id, Nr. 6): 4 g Sulfid, 0,3 g $CaFl_2$, 0,00006 g Ni; 10 Min. geglüht, zerrieben, mit etwas S versetzt und noch 30 Min. in höchster Temperatur des Hempelofens geglüht.

CaBiNa (Tab. Ie, Nr. 7): 2 g Sulfid, 0,1 g Na_2SO_4, 0,05 g $Na_2B_4O_7$, 0,05 g $CaFl_2$, 0,00048 g Bi; 20 Min. ziemlich starke Hitze.

CaSbNa (Tab. If, Nr. 4): 3 g Sulfid, 0,15 g Na_2SO_4, 0,06 g NaFl, 0,0013 g Sb.

2. Strontiumphosphore.

163. *Bereitung des Karbonates und Sulfids.* — Eine siedende, fast gesättigte Lösung käuflichen Strontiumnitrates wurde mit Schwefelwasserstoffwasser versetzt, bis sie deutlich danach roch. Wenn der gebildete Niederschlag sich zusammengeballt hat wird filtriert und dem noch heißen Filtrat etwas Strontiumhydroxydlösung zugesetzt. Man läßt absetzen und filtriert. Das Filtrat wird wieder bis auf ca. 80° erwärmt und reines Kohlensäuregas so lange eingeleitet, bis die Lösung neutral reagiert. Man erhitzt bis zum Sieden und filtriert. Die Fällung des Karbonates geschah wie bei Calcium angegeben.

Zur Bereitung des Sulfids wurde auf 5 g Strontiumkarbonat 2 g pulverisierter, kristallisierter Schwefel genommen, innig gemischt und mäßig erhitzt, bis aller überschüssiger Schwefel verdampft war. Das so gewonnene, wieder sulfathaltige Sulfid stellt ein zartes, fast rein weißes Pulver dar.[1]) Stülpt man nach Erkaltung die Masse vorsichtig aus dem Tiegel in eine Schale, so zeigt der stumpfe Kegel, den sie bildet, einen hellbräunlichen Beschlag an seiner Oberfläche, wo er mit der Tiegelwandung in Berührung war. Dieser Beschlag wird auch

1) Die sehr feine Verteilung des Sulfids läßt die Sr-Phosphore durch die Wirkung der Zusätze besonders stark zusammenbacken zu meist sehr harten Massen. Wünscht man dieselben pulverig zu erhalten, ohne die Phosphoreszenzfähigkeit zu zerstören (vgl. Ann. d. Phys. 12. p. 439. 1903), so muß man sie noch heiß zerdrücken, wobei die unter 157 erwähnte Erscheinung hervortritt.

an Calciumsulfid beobachtet; er verschwindet, wenn man wiederholt erhitzt, erweist sich nicht als metallhaltig und ist an sich ohne Einfluß auf die Phosphoreszenzen. Er dürfte auf kohlenstoffhaltige Verunreinigungen des benutzten Schwefels zurückzuführen sein.[1])

164. *Verhalten des Sulfids ohne hinzugefügte Metalle.* — Der aus dem Tiegel genommene Konus leuchtete, an seinem Querschnitte beobachtet, im Innern schwach gelborange, an den Randpartien schwach bläulichgrün, Int. 1—2.

Mit Zusatz von Na_2SO_4 erschien Gelbgrün, Int. 3; mit Li_2SO_4 Gelbgrün mit bläulichem Schimmer, Int. 1—2; mit K_2SO_4 ungleichförmig verteiltes Türkisblau, Int. 3; mit $CaFl_2$ fahles Grünlichblau, Int. 2.

Diese Phosphoreszenzen stimmen überein mit denen des Kupfers; es ist daher nicht zu verwundern, daß alle aus diesem Sulfid bereiteten Phosphore die Hauptbande des Kupfers unter den günstigsten Umständen ihres Erscheinens, nämlich bei -180^0 während Belichtung deutlich hervortreten ließen (50). Wieder ist es im Gegenteil bemerkenswert, daß die Kupferphosphoreszenz bei Gegenwart genügender Mengen der anderen Metalle in nur so geringem Maße zum Vorschein kam (vgl. 160).

165. *Phosphore.* — SrCuNa (Tab. Ig, Nr. 4): 4 g Sulfid, 0,1 g Na_2SO_4, 0,1 g $Na_2B_4O_7$, 0,00018 g Cu.

SrCuLi (Tab. Ig, Nr. 9): 3 g Sulfid, 0,03 g Li_3PO_4, 0,03 g $CaFl_2$, 0,00012 g Cu; 5 Min. schwach geglüht[2]), zerrieben, 10 Min. mäßig geglüht, der Kuchen zerschlagen, mit wenig S versetzt und noch 6 Min. geglüht.

SrCuK (Tab. Ig, Nr. 15): 3 g Sulfid, 0,06 g KH_2PO_4, 0,06 g $K_2B_6O_{10}$, 0,00018 g Cu; 15 Min. ziemlich stark geglüht, der Kuchen zerschlagen, mit wenig S versetzt und noch 8—10 Min. geglüht.

1) Verdampft man eine Probe des kristallisierten Schwefels vorsichtig, so bleibt ebenfalls ein schwarzbrauner Rückstand, welcher bei stärkerem Erhitzen spurlos verschwindet. Solches wurde bereits von Hrn. H. Biltz beobachtet und kohlenstoffhaltiger Verunreinigung des Schwefels zugeschrieben (Zeitschr. f. phys. Chem. 2. p. 923. 1888).

2) Zu schwachem Glühen wurde der Hempelofen ohne Schornstein benutzt.

Tab. Ig, Nr. 11 war: 3 g Sulfid, 0,12 g KH_2PO_4, 0,00024 g Cu; 5 Min. geglüht, zerrieben und noch 15 Min. geglüht.

SrPbNa (Tab. I h, Nr. 5): 2 g Sulfid, 0,05 g Na_2SO_4, 0,02 g NaFl, 0,00021 g Pb; 10 Min. gut erhitzt, der Kuchen zerschlagen, mit etwas S versetzt und noch 6 Min. geglüht.

SrPbLi (Tab. I h, Nr. 10): 2 g Sulfid, 0,03 g Li_3PO_4, 0,02 g $CaFl_2$, 0,00014 g Pb.

SrPbK (Tab. I h, Nr. 12): 2 g Sulfid, 0,06 g K_2SO_4, 0,00014 g Pb.

SrAgNa (Tab. I i, Nr. 1): 2 g Sulfid, 0,06 g Na_2SO_4, 0,00016 g Ag; schwach geglüht.

SrAgLi (Tab. I i, Nr. 11): 5 g Sulfid, 0,05 g Li_2SO_4, 0,05 g Li_2CO_3, 0,00031 g Ag; 10 Min. geglüht, zerrieben und noch 20 Min. stark geglüht. Es ist notwendig, die Masse im Tiegel allmählich erkalten zu lassen und erst nach Erstarrung zu zerschlagen.

Tab. I i, Nr. 6 war: 2 g Sulfid, 0,08 g Li_2SO_4, 0,00018 g Ag; 3 Min. geglüht.

SrZnFl (Tab. I k): 3 g Sulfid, 0,1 g $CaFl_2$, 0,0005 g Zn; 3—4 Min. schwach erhitzt, zerrieben, mit etwas S versetzt und noch 12 Min. ziemlich stark geglüht.

SrMnNa (Tab. I l, Nr. 1): 3 g Sulfid, 0,1 g Na_2SO_4, 0,00005 g Mn; 15 Min. geglüht.

SrBiNa (Tab. I m, Nr. 1): 3 g Sulfid, 0,1 g Na_2SO_4, 0,00024 g Bi; 12 Min. geglüht.

Tab. I m, Nr. 3 war ebenso bereitet, mit gleichviel $Na_2B_4O_7$ als Zusatz. — Tab. I m, Nr. 5 war: 4 g Sulfid, 0,2 g $Na_2B_4O_7$, 0,05 g $CaFl_2$, 0,00048 g Bi; 3 Min. schwach geglüht, zerrieben und noch 12 Min. mäßig geglüht.

3. Baryumphosphore.

166. *Bereitung des Karbonates und Sulfides.* — Das Karbonat wurde aus käuflichem Baryumnitrat ganz auf demselben Wege hergestellt, wie bei Strontium angegeben.

Das Sulfid wurde wieder durch Erhitzen des Karbonates mit Schwefel gewonnen; jedoch ist hier besondere Vorsicht nötig wegen der leichten Bildung von Polysulfiden des Baryums bei Überschuß von Schwefel. Die in solchen Fällen entstehende Masse ist mehr oder weniger gefärbt und liefert keine guten

Phosphore. Es scheinen sich zwar durch fortgesetztes starkes Glühen die Polysulfide wieder zu zerlegen, wobei die Masse weißer wird, doch dauert dies sehr lange und gelingt oft nicht vollständig. Wir haben daher durch besondere Proben die für besten Erfolg nötige Schwefelmenge festgestellt. Nach der Gleichung $4\,BaCO_3 + 4\,S = 3\,BaS + BaSO_4 + 4\,CO_2$ wären es 1,625 g Schwefel auf 10 g Baryumkarbonat; wir fanden bei den unvermeidlichen Verdampfungsverlusten 2,25 g Schwefel erforderlich, um möglichst sulfidhaltige und doch noch ziemlich weiße Massen zu erhalten. Es ist aber immerhin etwas längeres Glühen nötig als bei Strontiumsulfid, bis aller überschüssiger Schwefel verschwunden ist.

167. *Verhalten des Sulfides ohne hinzugefügte Metalle.* — Das wie angegeben präparierte Baryumsulfid leuchtete gar nicht; 15 Min. im Hempelofen geglüht leuchtete es sehr schwach und flüchtig, Int. 0—1.

Zusätze ergaben: Na_2SO_4 orangegelblich, ungleich verteilt, Int. 1—2; mit Li_2SO_4 leuchteten mehrere Stücke der Probe gar nicht, einige grün, wenige hellgelb; mit K_2SO_4 der größte Teil sehr schwach, Int. 1, nur einige Stückchen heller, orangegelb.

Alle diese Proben sprechen für geringen Kupfergehalt unseres reinen Sulfides.

168. *Phosphore.* — Da die Baryumphosphore leicht stark an die Tiegelwände anschmelzen, ist zur Vermeidung von Verunreinigung Auskleiden der Tiegel mit Platinfolie unerläßlich.

$BaCuNaFl$ (Tab. I n, Nr. 14): 3 g Sulfid, 0,03 g NaFl, 0,00024 g Cu; 12 Min. geglüht.

Tab. I n, Nr. 1 war: 3 g Sulfid, 0,12 g Na_2SO_4, 0,00018 g Cu; 12 Min. geglüht.

$BaCuLi_3PO_4$ (Tab. I n, Nr. 8): 3 g Sulfid, 0,05 g Li_3PO_4, 0,00024 g Cu; 15 Min. mäßig geglüht.

Tab. I n, Nr. 4 war: 3 g Sulfid, 0,1 g $Na_2B_4O_7$, 0,00018 g Cu. — Nr. 13 ebenso; Zusatz 0,07 g $CaFl_2$. — Nr. 9 ebenso; Zusatz 0,12 g K_2SO_4; 3 Min. schwach geglüht, zerrieben und noch 12 Min. mäßig geglüht.

$BaPbNa_2SO_4$ (Tab. I o, Nr. 1): 3 g Sulfid, 0,1 g Na_2SO_4, 0,00028 g Pb; 12 Min. geglüht.

Tab. Io, Nr. 12 war: 3 g Sulfid, 0,1 g KCl, 0,00028 g Pb. $BaBiK_3B_6O_{10}$ (Tab. I p, Nr. 9): 3 g Sulfid, 0,1 g $K_2B_6O_{10}$, 0,00024 g Bi; 12 Min. mäßig geglüht.

F. g) Andere Metalle.

169. Zur Frage, ob außer den in allem Vorangegangenen untersuchten Phosphoreszenzen des Cu, Pb, Mn, Ni, Bi, Sb in Calciumsulfid, des Cu, Pb, Ag, Zn, Mn, Bi in Strontiumsulfid und des Cu, Pb, Bi in Baryumsulfid auch noch andere von nennenswerter Intensität und Dauer bestehen, haben wir eine nicht geringe Zahl von Präparationsversuchen angestellt. Die Resultate derselben seien kurz zusammengefaßt, wie folgt.

Unzweideutige Zeichen von Phosphoreszenzfähigkeit gaben: Zn in Calciumsulfid mit rein grünem Leuchten bei allen versuchten Zusätzen, und zwar auch bei Li-Zusatz zum Unterschied von Cu; ferner Ag in Calciumsulfid, orangerot mit Li_2SO_4; endlich Antimon in Strontiumsulfid mit großer Farbenmannigfaltigkeit, nämlich goldgelb mit Na_2SO_4, orangegelb mit Li_2SO_4, gelblich lachsrot mit K_2SO_4, orangegelb und grün gemischt mit NaCl, orangegelb und bläulich gemischt mit KCl. — Sn in Calciumsulfid gab Spuren gelblichen Leuchtens mit K_2SO_4.

Viele Metalle gaben keine sicheren Zeichen von Wirksamkeit; es erschienen nur dieselben schwachen Phosphoreszenzen, welche mit den gleichen Zusätzen auch ohne hinzugefügte Metalle beobachtet wurden (160, 164, 167). So bei Cd, Tl, Fe, Co, Cr, Th, Ur, Wo, Mo, Va in Schwefelcalcium; bei Cd, Tl, Fe, Co, Cr, Th, Ur, Wo, Mo, Sn und auch bei Ni in Strontiumsulfid; bei Cd, Ur und auch bei Ag, Zn, Mn, Sb in Baryumsulfid.

170. Hervorzuheben ist indessen, daß wir, wie bei allen, so auch bei diesen letzteren Präparationsversuchen nur von der Beobachtung nach Belichtung an der Sonne und Zurückziehen ins Dunkle uns leiten ließen (7). Entgangen müssen uns daher Phosphoreszenzen sein, deren Erregungsgebiete erst weit im Ultraviolett beginnen, ebenso solche, deren Hauptbanden im Ultraviolett oder Ultrarot[1]) liegen, welches letztere

1) Daß solche Phosphoreszenzen zu erwarten sind, ist selbstverständlich, denn die im sichtbaren Gebiet beobachteten Banden zeigten

beispielsweise bei SrNi nicht unwahrscheinlich ist[1]), endlich auch solche, welche bei gewöhnlicher Temperatur ein Minimum des Nachleuchtens besitzen, wie es den CaNi-Phosphoren bei — 50° eigen ist.

F. h) Über Metallnachweis durch Phosphoreszenzbeobachtung.

171. Handelt es sich um Auffindung geringster Spuren gewisser Metalle (169), besonders wenn dieselben in großen Mengen von Erdalkali- oder Alkaliverbindungen verteilt sind, so bietet die Überführung in Erdalkalisulfid, bez. die Hinzufügung als Zusatz zu rein dargestelltem Sulfid (158 u. f.) und die Beobachtung der resultierenden Phosphoreszenzen einen Weg dar, auf welchem man erwarten darf auch dann zum Ziele zu kommen, wenn alle chemischen Methoden und die Funkenspektralanalyse[2]) versagen.

Als Beispiele hierfür können angeführt werden der unter Tab. II b erwähnte Nachweis von chemisch nicht auffindbarem Bleigehalt in Kalkmineralien, ebenso der Nachweis von Kupfer und Mangan in den nach besten Methoden rein dargestellten Erdalkaliverbindungen (Kapitel F, a).

Da metallfreiem Erdalkalisulfid Phosphoreszenzen von Dauer nicht eigen sind (132, 136), wird man aus dem Erscheinen von solchen stets auf das Vorhandensein von Metallen schließen können. Da ferner die Dauer der Phosphoreszenz unabhängig ist von der vorhandenen Metallmenge (151), wird zur Beobachtung nicht die Entladungsröhre (vgl. 14), sondern einfache Erregung am Tageslicht und Zurückziehen ins Dunkle (6), oder aber Anwendung des Ultraviolettfilters (15) von Vorteil sein.

---

sich an keinen bestimmten Teil desselben gebunden. Ein Beispiel ultravioletter Phosphoreszenz ist an Flußspat von den Herren Winkelmann und Straubel bereits beobachtet worden; Wied. Ann. 59. p. 336. 1896.

1) Vgl. die Analogien, Kapitel E.

2) Vgl. die Nichtnachweisbarkeit von 0,1 Proz. Yb_2O_3 in Yt_2O_3 durch Funkenspektralanalyse (Auer v. Welsbach, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien 88. (II.) p. 1247 u. f. 1883) und die Nachweisbarkeit von weit weniger als 0,005 Proz. Cu in CaS, 0,002 Proz. Bi oder 0,001 Proz. Ag in SrS (148).

172. Zur Erkennung bestimmter Metalle aus den Phosphoreszenzen bieten sich mehrere Wege dar; entweder Variation des Zusatzes und Schluß nach den Tabb. I[1]), oder Beobachtung bei verschiedenen Temperaturen und Schluß nach Tabb. III, oder endlich Benutzung des Spektroskopes, am besten in Verbindung mit dem Ultraviolettfilter, und Schluß nach den in den Tabb. II gegebenen charakteristischen Eigenschaften der Hauptbanden der einzelnen Metalle.

Bemerkenswert ist die sehr allgemeine Verbreitung des Kupfers im Mineralreiche, welche in dieser Weise sich ergab und welche an die seit Begründung der Spektralanalyse bekannte allgemeine Verbreitung des Natriums auf der Erdoberfläche erinnert. Als ebenfalls sehr weit, aber nicht so allgemein wie Kupfer in Kalkmineralien und Gesteinen verbreitet zeigten sich Mangan und Blei. Wismut dagegen zeigte sich in Mengen über etwa 0,002 Proz. in Produkten des Mineralreiches nur ausnahmsweise vorhanden, häufig dagegen in Konchylien.

Kapitel G.

Schluß.

G. a) Allgemeine Bandeneigenschaften.

173. Die Mannigfaltigkeit charakteristischer Erscheinungen, welche an den von uns hergestellten, in den Tabb. I zum Teil aufgezählten, reinen Phosphoren zu beobachten waren, muß als außerordentlich groß und zugleich als sehr verwickelt bezeichnet werden; sie widerstrebt jedem Überblick, solange man einen Phosphor als einheitliches Ganzes betrachten will.

Erst die spektrale Zerlegung der Emission und die gesonderte Betrachtung der einzelnen Teile derselben, welche, auch bei reinen Phosphoren, voneinander völlig verschiedene Eigenschaften haben können, führt zu einem Verständnis der Erscheinungen.

In dieser Weise haben wir die an allen Phosphoren bei beliebiger Erregungsart und beliebiger, zunächst konstant gehaltener Temperatur beobachteten Erscheinungen zurückführen

1) Die in I p. 100 und 101 angeführten Versuche an Mineralien geben ein Beispiel dafür, wie auf diesem Wege mehrere gleichzeitig vorhandene Metalle der Reihe nach zum Vorschein gebracht werden können.

können auf bestimmte, feste Eigenschaften einer Anzahl von Emissionsbanden, deren jede einem Metall und einem Sulfid zugehört (77, 84, 96).

Auch die Erscheinungen bei veränderlicher Temperatur — darunter die des Aufleuchtens beim Erwärmen — waren zurückführbar auf dieselben, für Leuchten bei konstanter Temperatur geltenden Eigenschaften derselben Banden (64).

174. Die Eigenschaften dieser Banden sind einfacher Art; sie betreffen das An- und Abklingen (36, 40—43), den Einfluß der Zusätze (10—11, 34, 35, 116, 143—145), der Metallmenge (146—151), der Temperatur (51—57) und der verschiedenen Erregungsarten (103—108) auf die Intensität und die Dauer ihres Leuchtens.

Die Einfachheit besteht im besonderen auch darin, daß die verschiedenen, genannten Faktoren unabhängig voneinander auf jede Bande wirken. Zudem fanden wir Analogien in den Eigenschaften verschiedener Banden bestehen (Kapitel E).

175. In Zusammenfassung sind es folgende allgemeine Bandeneigenschaften, aus welchen man das gesamte, hier vorzugsweise studierte Erscheinungsgebiet aufgebaut findet:

Jede Bande hat ihre bestimmte Lage im Spektrum (vgl. 32, 34, 51 und Tab. IIc); zugleich entsprechen ihr bestimmte, andere Wellenlängen, welche erregend auf sie wirken (103). Für jede Bande gibt es bestimmte Zusätze, welche sie verstärken. Endlich ist jede Bande fähig, drei verschiedene Zustände anzunehmen, deren jeder an ein bestimmtes, für die betreffende Bande festliegendes Temperaturbereich gebunden ist.

Die drei Zustände können charakterisiert werden wie folgt (vgl. 68, 69, 89—95, 109—116):

176. Im ersten Zustand, welchen wir den unteren Momentanzustand oder Kältezustand nannten, laufen bei erregender Belichtung zwei die Bande betreffende Prozesse gleichzeitig im betreffenden Phosphor ab, nämlich erstens schnell an- und abklingendes Leuchten der Bande, und zweitens eine mit der Dauer und der Intensität der Belichtung asymptotisch anwachsende Aufspeicherung von Erregung. Diese Aufspeicherung ist in diesem ersten Zustande von außerordentlicher Vollkommenheit, d. h. sie bleibt für außerordentlich lange Zeiten im Phosphor erhalten, ohne zum Leuchten der Bande ver-

braucht zu werden. Beide Prozesse, der momentane Leuchtprozeß und die Aufspeicherung, werden zwar durch dieselben erregenden Lichtwellen von bestimmten Längen betätigt, verlaufen aber unabhängig voneinander; einer derselben kann auch zurücktreten bis zum Fehlen. Fehlt der erste Prozeß, so bleibt die Bande in diesem Kältezustande völlig unsichtbar; erst nachträgliche Überführung in den zweiten Zustand, durch Erhöhung der Temperatur, macht die erfolgte Aufspeicherung sichtbar dadurch, daß sie dann dem Verbrauch zum Leuchten der Bande verfällt. Fehlt der zweite Prozeß, so leuchtet die Bande zwar, aber es wird nichts aufgespeichert.

177. Im zweiten Zustande, welchen wir den Dauerzustand nannten, wird gleichzeitig sowohl Erregung aufgespeichert, als auch solche zum Leuchten der Bande verbraucht. In diesem Zustande ist also die Aufspeicherung von minderer Vollkommenheit als im ersten Zustande; sie verfällt mindestens zum Teil unvermeidlich dem genannten Verbrauch, welcher sofort mit dem Eintritt der Erregung beginnt. Die Aufspeicherung wächst übrigens asymptotisch mit der Dauer und der Intensität der erregenden Belichtung, wie im ersten Zustand. Was in diesem zweiten Zustand bei erregender Belichtung sichtbar wird, ist allmähliches Anklingen der Bande, entsprechend der asymptotisch steigenden Aufspeicherung, welche auch steigenden Verbrauch zur Folge hat; nach Schluß der Belichtung allmähliches Abklingen der Bande, entsprechend dem allmählichen Verbrauch noch aufgespeichert gebliebener Erregung.

178. Im dritten Zustande, welchen wir oberen Momentanzustand oder Hitzezustand der Bande genannt haben, findet Aufspeicherung nicht mehr statt; schnell an- und abklingendes Leuchten ist alles, was erregende Belichtung noch hervorbringt. Das Bereich dieses Zustandes endet bei der oberen Grenztemperatur der betreffenden Bande, wo deren Erregbarkeit durch Licht aufhört. Diese Temperatur lag bei manchen Banden nahe der Rotglut, bei vielen aber weit darunter (54).

179. Die drei Zustände bestehen zwar jeder in besonderem, meist wohlerkennbarem, für die betreffende Bande charakteristischen Temperaturbereich, sie gehen aber an den Grenzen

sowohl, wie auch innerhalb dieser Bereiche allmählich mit ihren geschilderten Eigenschaften ineinander über (67).

180. Da wir sowohl im oberen als im unteren Momentanzustand den Prozeß des momentanen Leuchtens während der Erregung vorfinden, ist es sehr unwahrscheinlich, daß er im dazwischen liegenden Dauerzustand ganz und allgemein fehle. Merklich müßte er werden neben dem Hauptprozeß dieses Zustandes (177) durch besonders beschleunigte Intensitätsänderung am Anfang des An- und Abklingens von Dauerbanden, wovon allerdings unsere nicht photometrischen Beobachtungen im allgemeinen nichts zeigten (36)[1]), soweit es sich um Erregung mit Licht handelt. Bei Erregung mit langsamen Kathodenstrahlen geringer Intensität fanden wir jedoch Dauerbanden durchaus momentan an- und abklingend[2]), so daß in diesem Falle der Prozeß des momentanen Leuchtens nicht nur vorhanden erscheint im Dauerzustand, sondern sogar für sich allein ablaufend, während der Hauptprozeß durch die genannte Erregung nicht merklich betätigt wird.

Das letztere zeigt an, daß der Hauptprozeß des Dauerzustandes, Aufspeicherung von Erregung bei gleichzeitigem Verbrauch derselben, nicht nur im Falle des Lichtes (107), sondern auch in dem der Kathodenstrahlen besonders großer erregender Intensitäten (Strahldichten) bedürfe, um merklich betätigt zu werden.[3])

181. Als besondere Eigenschaft aller Banden ist ihre gegenseitige Unabhängigkeit hervorzuheben. Von den verschiedenen Banden eines und desselben reinen Phosphors hat jede ihre besonders gelegenen Temperaturbereiche, jede wird durch besondere Lichtwellenlängen vorzugsweise erregt und speichert dabei ihre Erregung für sich allein auf, so daß keine andere Bande sie verbrauchen kann.

1) Vgl. jedoch SrCu α (83).

2) So bei CaBiNa (blau), CaMnNa (gelb), CaCuNa (grün); Ann. d. Phys. **12.** p. 464 ff. 1903.

3) Bei genügend großer Kathodenstrahldichte scheint jener Hauptprozeß auch unter Schwellengeschwindigkeit betätigt zu werden; vgl. Ann. d. Phys. **12.** p. 464 ff. 1903, woselbst auch die Notwendigkeit der Unterscheidung zweier voneinander verschiedener Vorgänge bei Erregung der dort benutzten Phosphore (mit Dauerbanden) bereits hervorgehoben ist.

182. Eine gewisse gegenseitige Beeinflussung verschiedener Banden desselben Phosphors wurde allerdings merkbar in zweierlei Weisen (56, 160), ohne aber bei den im Vorliegenden vorzugsweise studierten Erscheinungen eine besondere Rolle zu spielen.

G. b) Vorstellungen über die Emissionszentren der Banden.

183. Betrachtet man nach Kenntnis des Vorhergegangenen einen Phosphor, so muß derselbe als ein Gemisch mehrerer, verschiedener Sorten von Emissionszentren erscheinen; für jede Bande eine Sorte, und jedes Zentrum selbständig und in der Hauptsache unabhängig von den anderen funktionierend (181).

184. Jedes dieser Zentren muß die besonderen Eigenschwingungsdauern der Absorption (Erregungsverteilung) und der Emission besitzen, welche der betreffenden Bande zugehören (175).[1]) Als wesentliche Bestandteile der Zentren sind Atome des Metalles, Erdalkalimetalles und Schwefels anzusehen, welche zusammen maßgebend sind für die Möglichkeiten jener Schwingungsdauern (126, 156).

Die Zusätze, Glühtemperatur und ähnliche Faktoren (152 bis 155), welche nur eine bevorzugende Auswahl unter den durch Metall und Erdalkali als möglich gegebenen Schwingungsdauern bewirkten, und zwar unter ersichtlicher Beeinflussung der molekularen Struktur des Phosphors (137, 138), erscheinen danach bestimmend für die Art der Bindung oder Gruppierung, zu welcher die genannten wesentlichen Bestandteile der Zentren bei der Bereitung des Phosphors zusammentreten. Druck zerstört die als Zentren wirksamen Gruppierungen.[2])

185. Jedes Zentrum muß dreier verschiedener, ineinander übergehender Zustände fähig sein und diese je nach der Tem-

---

1) Der Annahme, daß die letzteren Schwingungsdauern durch reibungsartig wirkende Kräfte verlangsamte (vgl. die Stokessche Regel, 105) Eigenschwingungsdauern, die ersteren reibungsfreie Schwingungsdauern der Resonanz wären, steht zunächst die Beobachtung entgegen, daß die Erregungsverteilungen im allgemeinen mehrere Maxima besitzen, die zugehörige Bande nur Eines.

2) P. Lenard u. V. Klatt, Ann. d. Phys. 12. p. 489. 1903, wonach die Zerstörung im wesentlichen den farblosen Aufbau des Erdalkalisulfidmoleküles betrifft.

peratur annehmen (176—179), dabei aber unveränderlich seine Eigenschwingungsdauern beibehalten (51, 108).

186. In bezug auf die Unveränderlichkeit der Schwingungsdauern und die Zugehörigkeit zum Metallatom sind Phosphoreszenzbanden und Spektralserien eines Metalles einander analog. Beide stellen Reihen möglicher Schwingungszustände des Metallatomes dar, von welchen aber in einem bestimmten Atom auf einmal hier wie dort immer nur Einer statthat; je ein Zentrum kann nach 181 nur Eine Bande emittieren, wie auch nur Eine Spektralserie von einem Atom auf einmal erscheint.[1]) Gemeinsam ist auch hier wie dort, daß die Auswahl dieses einen Zustandes durch Einflüsse chemischer Art bewirkt erscheint, nämlich durch die anderen Atome des Zentrums und deren Gruppierung (184) im Falle der Phosphoreszenzbanden und durch die im elektrischen Bogen sowie auch in anderen Flammen schichtenweise verschiedene chemische Beschaffenheit der Umgebung im Falle der Spektralserien.[2]) Ebenfalls gemeinsam ist hier wie dort die spektrale Verbreiterung mit steigender Temperatur (57), sowie die Verminderung der Intensität durch gleichzeitiges Vorhandensein eines anderen Metalles (vgl. 160), welche letzteren Analogien allerdings mehr indirekter Art zu sein scheinen.

187. Nach dem über den Einfluß der Metallmenge Gefundenen (146—148) können nur wenige Atome des Metalles in je einem Zentrum angenommen werden[3]), ebenso aber auch nicht besonders viele Atome des Erdalkalis oder Schwefels.[4]) Denn das Erdalkalisulfid eines Phosphors war ohne Beeinträchtigung oder Abänderung der Phosphoreszenzfähigkeit in sehr weitgehendem Maße ersetzbar durch mancherlei andere Substanz (156); es kann danach in seiner Hauptmenge nur als inaktives Füllmaterial gelten, welches weder bei der Aufnahme

1) P. Lenard, Ann. d. Phys. **11.** p. 636. 1903.

2) P. Lenard, l. c. p. 649; De Watteville, Compt. rend. **138.** p. 346. 1904.

3) Nach 149 im allgemeinen verschiedene Atomzahlen in den Zentren der verschiedenen Banden desselben Metalles.

4) Das Bestehen bestimmter Verhältnisse zwischen den Atomzahlen des Erdalkalis und des Metalles ist angezeigt durch die Tatsache, daß die maximal wirkenden Metallmengen mit wachsendem Atomgewicht des Erdalkalis abnehmen (150).

der Erregung, noch bei deren Verausgabung beteiligt ist. Auch die Annahme, daß dieses Füllmaterial mit der Aufspeicherung der Erregung zu tun habe, findet keinen Anhalt; denn es kann beispielsweise in einem und demselben Phosphor eine bestimmte Bande sehr vollkommene Erregungsaufspeicherung haben (unteren Momentanzustand) und gleichzeitig eine andere Bande unvollkommene Aufspeicherung (Dauerzustand). Danach scheint die große Menge inaktiven Füllmateriales nur den Zweck zu haben, die Bildung zu stark metallhaltiger, unwirksamer Atomgruppierungen bei der Herstellung des Phosphors zu verhindern.

188. Zur Frage, worin die Wirkung des erregenden Lichtes auf die Zentren bestehe, kann bemerkt werden, daß man gegenwärtig nur Eine Wirkung von Licht auf Metall oder Metallsulfid kenne, welche in Betracht kommen könnte: die lichtelektrische Wirkung, von welcher gezeigt ist[1]), daß sie in dem Austritt negativer Quanten aus den Metallatomen bestehe, wobei die Energie, soweit zu sehen, nicht dem erregenden Lichte, sondern dem Innern des Metallatomes entstammt.[2]) Es mag dazu hervorgehoben werden, daß die Sulfide der von uns als wirksam konstatierten Metalle (169), als Blenden und Glanze bekannt, der genannten Wirkung in hervorragendem Maße zugänglich sind[3]), und daß durch Untersuchungen der Herren Elster und Geitel[4]) bereits seit langer Zeit tatsächliches Bestehen der lichtelektrischen Wirkung bei den Phosphoren, sowie auch bei anderen phosphoreszenzfähigen Substanzen außer Zweifel gesetzt ist.

Der lichtelektrischen Wirkung völlig analog ist die durch Kathodenstrahlen erregte Sekundärstrahlung an festen Körpern.[5])

1) P. Lenard, Sitzungsber. der k. Akad. der Wissensch. zu Wien 108. IIa. p. 1649. 1899.

2) P. Lenard, Ann. d. Phys. 8. p. 170. 1902.

3) Nach anderweitig zu veröffentlichenden Versuchen.

4) J. Elster u. H. Geitel, Wied. Ann. 38. p. 507. 1889; 44. p. 722 ff. 1891; 52. p. 453. 1894. — Diese Arbeiten haben uns, im obigen Zusammenhange, schon vor längerer Zeit zu weiteren Beobachtungen veranlaßt, über welche gesondert zu berichten sein wird.

5) Nach gleichzeitig von dem Einen von uns zu veröffentlichenden Versuchen, in welchen auch speziell die Sekundärstrahlung eines Phosphors zur Beobachtung und Messung gelangt (diese Annalen).

Hierdurch wird es in der berührten Auffassung von selbst verständlich, daß Kathodenstrahlen nicht wesentlich anders erregend wirken als Licht (Kapitel D, c).

189. Wenn die Erregung im Austritt von Quanten aus dem Metallatom besteht, kann der Verbrauch der Erregung Rückkehr dieser Quanten sein mit oszillatorischer Annäherung an ihre ursprünglichen Bahnen in den Dynamiden des Atoms. Es fiele dann die Möglichkeit des Verbrauches von Erregung zusammen mit der Möglichkeit elektrischer Strömung innerhalb des vom Zentrum eingenommenen Raumes. Letztere Möglichkeit, die elektrische Leitfähigkeit in Körpern von der chemischen Beschaffenheit der Phosphore, hängt aber in der Tat im allgemeinen so mit der Temperatur zusammen, wie es den Eigenschaften der drei Temperaturzustände der Banden entspricht.

Kiel und Preßburg, den 6. August 1904.

(Eingegangen 22. August 1904.)

Nachtrag bei der Korrektur: In Fußnote 1) p. 226 dieses Bandes hätte noch genannt werden können: R. Klatt, Mathem. és physikai Lapok, Heft 3 (März) u. ff. 1901, woselbst auch bereits Beobachtungen an den SrBi-, SrSb- und BaBi-Phosphoren mitgeteilt werden.

2. *Über das Wechselfeld und den Wechselstromwiderstand von Spulen und Rollen;* von *A. Sommerfeld.*

Die folgende Arbeit wurde veranlaßt durch eine Untersuchung meines Freundes M. Wien [1]), in der die von Dolezalek [2]) gefundene Erhöhung des Widerstandes von Rollen bei schnellem Wechselstrom zuerst theoretisch erklärt wird. Der physikalische Grund dieser Erklärung wurde schon von Dolezalek angegeben: er besteht in der Ungleichförmigkeit der Stromverteilung über den Querschnitt oder, was dasselbe besagt, in dem Hinzutreten von Wirbelströmen. Im folgenden werden wir nicht zwischen „ursprünglichem Strom" und „Wirbelströmen" unterscheiden, wir werden uns vielmehr auf den Maxwellschen Standpunkt stellen, wonach wir von einem einheitlichen Stromfeld und einem mit ihm durch notwendige Beziehungen verbundenen einheitlichen Magnetfelde sprechen. Die Ungleichförmigkeit der Stromverteilung wird dann ganz von selbst durch die näheren Umstände des Problems bedingt.

Übrigens gründen sich die folgenden Rechnungen nicht eigentlich dem *Inhalte*, sondern nur der *Methode* nach auf die Maxwellsche Theorie. Ich werde nämlich die *Verschiebungsströme* vollständig vernachlässigen und von einem elektrischen Felde nur innerhalb des Leiters sprechen, womit die wesentliche Neuerung der Maxwellschen Auffassung fortfällt. Daß aber auch bei dieser Beschränkung auf die Vor-Maxwellsche Theorie die *Methode* von Maxwell, d. h. die einheitliche Beschreibung des Feldes durch Differentialbedingungen, weiter führt als die Zerlegung des Feldes in die Felder von Einzelströmen, zeigt, wie ich meine, der Vergleich der folgenden Rechnungen mit denen von M. Wien, bei welchem Vergleich allerdings im Auge zu behalten ist, daß sich M. Wien ein schwierigeres, weniger idealisiertes Problem stellt wie wir (vgl. folgende Seite). In der Tat gestattet unser Ansatz sofort, zu sehr schnellen Schwingungszahlen (Hertzsche Wellen, drahtlose

1) M. Wien, Ann. d. Phys. **14**. p. 12. 1904.
2) F. Dolezalek, Ann. d. Phys. **18**. p. 1142. 1903.

Telegraphie) überzugehen, für welche die Wienschen Näherungen nicht mehr konvergieren. Auch in Hinsicht auf die Einfachheit der Rechnungen verdient unsere Methode vor der Wienschen den Vorzug, wenigstens im Falle der einfach gewickelten Spule. Im Falle der Rolle mit mehreren Wickelungen übereinander, den ich auf den Fall der einfachen Spule zurückführe, ist dagegen die Wiensche direkte Näherungsrechnung wohl noch einfacher, wie die hier gegebene vollständigere Theorie.

Wesentlich für die Durchführbarkeit der Rechnungen ist die Annahme, daß der von den Isolationsschichten eingenommene Raum verschwindend klein ist gegen den metallischen Teil der Spule, und daß die innere und äußere Umgrenzung der Spule von zwei koaxialen Zylindern (in dem Durchschnitt der Fig. 1 von zwei Geraden) gebildet wird. Wir behandeln hiernach nicht einen Draht von kreisförmigem, sondern einen solchen von rechteckigem (oder im besonderen quadratischen) Querschnitt. Insofern weichen wir erheblich von der wirklichen Anordnung einer Spule ab und befinden uns im Nachteil gegenüber der Methode von Wien. Andererseits haben wir den Vorteil, ein in Strenge und für alle Schwingungszahlen lösbares Problem zu formulieren.

Die Spule setze ich als unendlich lang voraus und sehe von der endlichen Ganghöhe der Wickelungen ab. Die magnetischen Kraftlinien verlaufen dann durchweg axial und die Strömungslinien in Kreisen um die Achse der Spule. Es ist daher nur je eine Komponente der magnetischen und elektrischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{E}$ zu berücksichtigen; indem wir gewöhnliche Polarkoordinaten r, φ, z benutzen, schreiben wir

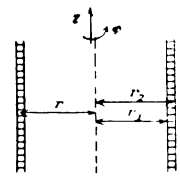


Fig. 1.

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_z, \quad \mathfrak{E} = \mathfrak{E}_\varphi. \tag{1}$$

Die Koordinaten r, φ, z bilden in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem, wenn wir φ entgegen dem Uhrzeigersinne um die positive z-Achse herum rechnen (Fig. 1).

Unter einer *Spule* (= Solenoid) verstehe ich eine solche aus einer Lage von Wickelungen. Auf die Behandlung einer *Rolle* (mehrere Lagen übereinander) komme ich später.

§ 1. Das Feld einer unendlich langen Spule. Allgemeine Formeln.

Im Dielektrikum wird bei Vernachlässigung von Verschiebungsströmen das magnetische Feld durch den folgenden Ausschnitt aus den Maxwellschen Gleichungen bestimmt:

$$\text{(2)} \qquad \operatorname{rot} \mathfrak{H} = 0, \quad \operatorname{div} \mathfrak{H} = 0,$$

(*rot* gleichbedeutend mit *curl*). Da sich $\mathfrak{H}$ auf seine eine Komponente $\mathfrak{H}_z$ reduziert (Gleichung (1)), so schließt man aus $\operatorname{div} \mathfrak{H} = 0$, daß $\mathfrak{H}$ von z unabhängig, aus $\operatorname{rot} \mathfrak{H} = 0$, daß $\mathfrak{H}$ auch von r und φ unabhängig ist. Das Feld im Dielektrikum muß also *homogen* sein. Wir setzen daher *im Innern der Spule*:

$$\text{(3)} \qquad r < r_1 \ldots \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_z = H e^{int};$$

(H eine Konstante, n die Wechselzahl in 2π Sek.). Dasselbe gilt für das Äußere der Spule, nur mit dem Unterschiede, daß die Konstante H hier gleich Null sein muß, weil $\mathfrak{H}$ im Unendlichen verschwindet. Wir setzen also *im Äußeren der Spule*:

$$\text{(4)} \qquad r > r_2 \ldots \mathfrak{H} = 0.$$

In dem leitenden Material der Spule $r_1 < r < r_2$ haben wir neben $\mathfrak{H}$ die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ oder die spezifische Stromstärke $\mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E}$ zu betrachten. Dabei mögen $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{J}$ und σ in demselben (magnetischen) Maß wie $\mathfrak{H}$ gemessen werden unter Zugrundelegung der üblichen Einheiten und es möge unmagnetisches Material angenommen werden ($\mu = 1$). An die Stelle der Gleichungen (2) treten hier die folgenden Beziehungen zwischen $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{J}$:

$$\text{(5)} \qquad 4\pi \mathfrak{J} = \operatorname{rot} \mathfrak{H}, \quad \dot{\mathfrak{H}} = -\operatorname{rot} \mathfrak{E}, \quad \mathfrak{J} = \sigma \mathfrak{E},$$

aus denen die Beziehungen $\operatorname{div} \mathfrak{J} = 0$ und $\operatorname{div} \mathfrak{H} = 0$ (letztere bei Voraussetzung eines rein periodischen Vorganges) von selbst folgen.

Wir beginnen auch hier mit der Bestimmung des magnetischen Feldes. Durch Elimination von $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{J}$ aus (5) folgt in bekannter Weise:

$$4\pi\sigma \dot{\mathfrak{H}} = \Delta \mathfrak{H},$$

$$\Delta \mathfrak{H} = \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial z^2}.$$

Ersichtlich muß wegen des stetigen Anschlusses der Oberflächenwerte $\mathfrak{H}$ innerhalb des Spulenmaterials ebenso wie außer-

$\sigma = 5{,}9 \cdot 10^{-4}$ sec cm^{-2} (Kupferdraht), so wird, unter $|k|$ den absoluten Betrag der komplexen Größe k verstanden:

$$|k|^2 r_1^2 = 4\pi n\, 5{,}9 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = \frac{n}{5{,}4}.$$

Soll also das Argument absolut kleiner als 1 werden, so müßte die Schwingungszahl in 2π Sek. kleiner als 5,4 oder diejenige in einer Sekunde kleiner als 1 sein. Wir interessieren uns aber für Schwingungszahlen von der Größenordnung 1000 pro Sek.

Die Näherungsformeln für großes Argument will ich, obgleich sie wohlbekannt sind, hier auf einem sehr elementaren Wege ableiten, der auch in allgemeineren Fällen nützlich sein kann. Wir schreiben in (6) für das Argument kr einfacher x. Die Gleichung lautet dann:

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}\left(x\frac{d\mathfrak{P}}{dx}\right) + \mathfrak{P} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{d^2\mathfrak{P}}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{d\mathfrak{P}}{\partial x} + \mathfrak{P} = 0.$$

Weil x groß sein soll, finden wir eine erste Näherung, indem wir das mittelste Glied vernachlässigen. Die übrig bleibende Gleichung hat die beiden partikulären Integrale

$$\mathfrak{P} = e^{+ix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{P} = e^{-ix}.$$

Um die Lösung zu korrigieren, setzen wir

$$\mathfrak{P} = x^m e^{\pm ix}$$

und bestimmen m so, daß die Differentialgleichung nicht nur in den Gliedern mit x^m sondern auch in denen mit x^{m-1} erfüllt ist. Dies liefert, wenn wir die Glieder mit x^{m-2} vernachlässigen:

$$(-x^m \pm 2im x^{m-1} \pm ix^{m-1} + x^m) e^{\pm ix} = 0,$$

d. h. $m = -\frac{1}{2}$, so daß unsere beiden korrigierten partikulären Lösungen werden:

$$(11) \qquad \mathfrak{P} = \sqrt{\frac{1}{x}}\, e^{ix} \quad \text{und} \quad \mathfrak{P} = \sqrt{\frac{1}{x}}\, e^{-ix}.$$

Es hindert uns nichts, in der allgemeinen Darstellung (7) von $\mathfrak{P}$ unter B und C gerade diese beiden partikulären Lösungen zu verstehen. Die Gleichungen (8) liefern dann

$$(8') \qquad \begin{cases} \alpha e^{ikr_1} + \beta e^{-ikr_1} = \sqrt{kr_1}, \\ \alpha e^{ikr_2} + \beta e^{-ikr_2} = 0, \end{cases}$$

$$(8'') \qquad \alpha = -\frac{\sqrt{kr_1}\, e^{-ikr_2}}{\gamma}, \quad \beta = +\frac{\sqrt{kr_1}\, e^{+ikr_2}}{\gamma},$$

mit der Abkürzung

$$\gamma = e^{ik(r_2 - r_1)} - e^{ik(r_1 - r_2)}.$$

Gleichung (7) ergibt nun:

$$(12) \qquad \mathfrak{P} = \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik(r_2 - r)} - e^{ik(r - r_2)}}{e^{ik(r_2 - r_1)} - e^{ik(r_1 - r_2)}} H e^{int}$$

und Gleichung (9) liefert, wenn wir bei der Ausführung der Differentiation nach r abermals kr als große Zahl behandeln:

$$(13) \qquad 4\pi\mathfrak{J} = ik\sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{e^{ik(r_2 - r)} + e^{ik(r - r_2)}}{e^{ik(r_2 - r_1)} - e^{ik(r_1 - r_2)}} H e^{int}.$$

Wenn nun auch kr_1 und kr_2 große Zahlen sind, so kann es doch sein, daß $k(r_2 - r_1)$ eine kleine Zahl wird. In diesem Falle wird man die Exponentialfunktionen in (12) und (13) entwickeln und die weiteren Näherungsformeln erhalten:

$$(14) \qquad \begin{cases} \mathfrak{P} = \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{r_2 - r}{r_2 - r_1} H e^{int}, \\ 4\pi\mathfrak{J} = \sqrt{\frac{r_1}{r}} \frac{1}{r_2 - r_1} H e^{int}. \end{cases}$$

Entwickelt man andererseits in den Gleichungen (10) die Logarithmen, so erhält man wesentlich dieselben Formeln, mit dem einzigen Unterschied, daß r_1/r an die Stelle von $\sqrt{r_1/r}$ tritt. Da aber ohnehin nahezu $r = r_1$, so macht dieses nichts aus; es wäre sogar nur konsequent, die Faktoren r_1/r und $\sqrt{r_1/r}$ durch das erste Glied ihrer Entwickelungen nach Potenzen von $r_1 - r$, nämlich durch 1 zu ersetzen. Es zeigt sich somit, was von vornherein nicht zu erwarten war, daß unsere Näherungsformeln (12), (13) auch noch den Fall des Gleichstromes oder eines sehr langsamen Wechselstromes umfassen, daß sie also völlig allgemeingültig sind. Außerdem sehen wir, daß das Feld eines Wechselstromes von dem eines Gleichstromes nicht merklich abweicht, solange

$$|k|(r_2 - r_1) \text{ *eine kleine Zahl.*}$$

In dem entgegengesetzten Fall wollen wir das in unserer Willkür liegende Vorzeichen von k dadurch bestimmen, daß wir setzen (vgl. Gleichung (6))

$$k = (1 - i)h, \quad h = \sqrt{2\pi n\sigma}.$$

Dann hat $ik(r_2 - r_1)$ einen großen positiven reellen Teil und es ist unbedingt

(a) $e^{ik(r_1 - r_2)}$ gegen $e^{ik(r_2 - r_1)}$

zu streichen. Ähnlich kann man

(b) $e^{ik(r - r_2)}$ gegen $e^{ik(r_2 - r)}$,

vernachlässigen, wobei wir zunächst solche Werte von r ausschließen müssen, die r_2 zu nahe liegen. Für die übrigen Werte von r ergeben sich nach diesen Vernachlässigungen aus (12) und (13) die folgenden besonders bequemen Näherungen:

$$(15) \qquad \begin{cases} \mathfrak{P} = \sqrt{\frac{r_1}{r}}\, e^{ik(r_1 - r)} H e^{int}, \\ 4\pi \mathfrak{J} = ik \sqrt{\frac{r_1}{r}}\, e^{ik(r_1 - r)} H e^{int}. \end{cases}$$

Man sieht aber leicht, daß diese Näherungen auch noch für $r = r_2$ oder nahezu $= r_2$ brauchbar bleiben. Während nämlich (12) und (13) für $r = r_2$ liefern:

$$\mathfrak{P} = 0, \quad 4\pi \mathfrak{J} = 2ik \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\, e^{-ik(r_2 - r_1)} H e^{int}$$

(letzteres wegen der auch jetzt unbedingt zulässigen Vernachlässigung (a)), ergeben die Gleichungen (15)

$$\mathfrak{P} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\, e^{ik(r_1 - r_2)} H e^{int}, \quad 4\pi \mathfrak{J} = ik \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}\, e^{ik(r_1 - r_2)} H e^{int};$$

diese Werte sind aber ebenso wie die vorher angegebenen wegen der vorausgesetzten Größe des reellen Teiles von $ik(r_2 - r_1)$ nicht merklich von Null verschieden. Mithin sind unsere Näherungsformeln (15) durch das ganze Material der Spule hin brauchbar, unter der Voraussetzung

$$k(r_2 - r_1) \text{ } \textit{eine große Zahl.}$$

In denjenigen Fällen endlich, wo eben diese Größe weder als kleine noch als große Zahl behandelt werden darf, werden wir die ein wenig umständlicheren Formeln (12) und (13) anzusetzen haben. Dagegen können wir die eigentlichen Reihendarstellungen der Besselschen Funktionen für unsere Zwecke vollständig entbehren; die ganze Rechnung spielt sich im Gebiete der elementaren Funktionen ab.

Die bisherigen Ergebnisse werden durch Fig. 2 veranschaulicht. Darin sind die *Amplituden* von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{J}$ nach derselben Ordinatenachse zu den verschiedenen Abszissenwerten r aufgetragen. Die den Kurven beigegebenen Zahlen 0, 1, 2, 3 bedeuten die Wechselzahlen $n = 0,\ 10^4,\ 10^5,\ 10^6$ in 2π Sek. Der Maßstab der Zeichnung für $\mathfrak{H}$ einerseits und $\mathfrak{J}$ andererseits ist willkürlich, aber in den verschiedenen Fällen 0, 1, 2, 3 derselbe. An den obigen Annahmen $r_1 = 5{,}0$, $r_2 = 5{,}1$, $\sigma = 5{,}9 . 10^{-4}$ ist festgehalten. $\mathfrak{J}$ haben wir nur im Spulenmaterial selbst zu zeichnen. $\mathfrak{H}$ verläuft im Äußeren und Inneren der Spule geradlinig und ist von n unabhängig (Gleichung (3) und (5)) und zwar fällt die Linie für $\mathfrak{H}$ im Äußeren der Spule mit der Abszissenachse zusammen, im Inneren läuft sie dieser im Abstande H parallel.

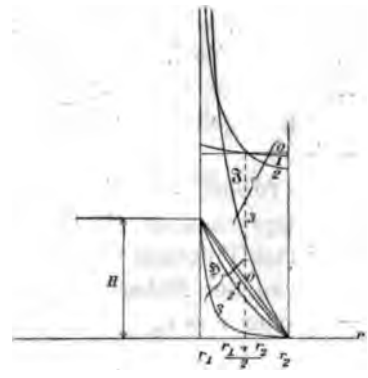


Fig. 2.

Für $n = 0$ sind die Kurven nach Gleichung (14) oder (10) zu konstruieren. Sehen wir von dem der Einheit sehr nahen Faktor $\sqrt{r_1/r}$ ab, so verläuft $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{J}$ auch im Innern des Spulenmateriales geradlinig. $\mathfrak{H}$ ist eine geneigte Gerade, welche die Punkte (r_1, H), $(r_2, 0)$ verbindet, $\mathfrak{J}$ eine zur Abszissenachse parallele. Der Faktor $\sqrt{r_1/r}$ würde eine fast unmerkliche Krümmung dieser Geraden bewirken; die geneigte Gerade $\mathfrak{H}$ können wir im Sinne von Gleichung (10) als hinreichende Näherung einer logarithmischen Kurve ansehen.

Genau dieselbe Darstellung gilt nach (14) für alle solchen Schwingungszahlen, für die $|k|(r_2 - r_1)$ hinreichend klein ausfällt. *Bei hinreichend kleiner Wechselzahl verteilt sich also der Strom gleichförmig über den Draht und zeigt die magnetische Feldstärke einen gleichförmigen Abfall von innen nach außen.*

$n = 1000$. Es wird $k^2 = -2i . 3{,}7$, $ik(r_2 - r_1) = (1+i)0{,}19$, also noch recht klein. Benutzt man die Formeln (12) und (13), indem man die Exponentialfunktionen nach Potenzen von $ik(r_2 - r_1)$ und $ik(r_2 - r)$ entwickelt, so findet man, daß zu

dem durch die Näherung (14) bestimmten Wert von $\mathfrak{Z}$ für $r = r_1$ oder $r = r_2$ der Faktor hinzutritt:

$$\frac{1 + i \cdot 0{,}04}{1 + i \cdot 0{,}01} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{1 + i \cdot 0{,}01}.$$

Bildet man hiervon, um zur Amplitude überzugehen, den absoluten Betrag, so ergibt sich ein Wert, der erst in der dritten bez. vierten Dezimale von 1 abweicht. Dasselbe gilt für die Zwischenwerte $r_1 < r < r_2$, sowie für $\mathfrak{H}$. Die geraden Linien der Figur gelten also auch noch für die Schwingungszahl $n = 1000$.

$n = 10000$. Jetzt ist $k^2 = -2i \cdot 87$, $ik(r_2 - r_1) = (1+i)\,0{,}61$. Bei entsprechender Rechnung wie vorher und Beibehaltung der vierten Potenzen von $ik(r_2 - r_1)$ und $ik(r_2 - r)$ ergibt sich als der zu der Näherung (14) hinzutretende Faktor bei $\mathfrak{Z}$ für $r = r_1$ oder $r = r_2$

$$\frac{0{,}98 + 0{,}87\,i}{1 + 0{,}12\,i} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{1 + 0{,}12\,i}.$$

Die zugehörigen absoluten Beträge, welche die Änderung der Amplituden von $\mathfrak{Z}$ für $r = r_1$ oder $r = r_2$ geben, sind

$$1{,}03 \quad \text{oder} \quad 0{,}99.$$

Wir bestimmen ferner für $r = (r_1 + r_2)/2$, also in der Mitte der Spule, die Faktoren, die bei $\mathfrak{Z}$ sowohl wie bei $\mathfrak{H}$ zu den Näherungsformeln (14) hinzutreten, und ihre absoluten Beträge. Es sind dieses die Größen

$$\text{bei } \mathfrak{Z} \cdots \frac{1 + 0{,}09\,i}{1 + 0{,}12\,i}, \quad \text{absoluter Betrag } 1{,}00,$$

$$\text{bei } \mathfrak{H} \cdots \frac{1 + 0{,}03\,i}{1 + 0{,}12\,i}, \quad \text{„} \quad \text{„} \quad 0{,}99.$$

In den beiden Kurven 1 der Figur sind die entsprechenden Änderungen von $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{H}$ gegenüber dem stationären Falle schon etwas übertrieben groß eingezeichnet, um sie kenntlich zu machen.

$n = 100\,000$. Hier ist $ik(r_2 - r_1) = (1+i)\,1{,}9$; die Potenzentwickelung der Exponentialfunktionen ist auch jetzt noch brauchbar, wenn man noch die achte Potenz berücksichtigt.

Bei $\mathfrak{J}$ ergibt sich für $r = r_1$ oder $r = r_2$ in dem vorher genannten Sinne als hinzukommender Faktor:

$$\frac{-0{,}7 + 3{,}8\,i}{0{,}6 + 1{,}1\,i} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{0{,}6 + 1{,}1\,i}$$

und als absoluter Betrag

$$2{,}7 \quad \text{oder} \quad 0{,}9.$$

Für die Mitte der Spule ergeben sich als Faktoren und absolute Beträge

$$\text{bei } \mathfrak{J} \cdots \frac{0{,}9 + 0{,}9\,i}{0{,}6 + 1{,}1\,i}, \quad \text{absoluter Betrag } 1{,}0,$$

$$\text{bei } \mathfrak{H} \cdots \frac{1 + 0{,}8\,i}{0{,}6 + 1{,}1\,i}, \quad \text{„ } \quad \text{„ } \quad 0{,}8.$$

Vgl. die Kurven 2 der Fig. 2.

Mit $n = 1000000$ wird $ik(r_2 - r_1) = (1+i)\,6{,}1$. Die Potenzentwickelung in den Formeln (12), (13) wäre jetzt ganz unbrauchbar, dagegen treten die Formeln (15) in ihr Recht; die Vernachlässigung a) von p. 680 bedeutet nämlich in unserem Falle nur, daß wir e^{-12} gegen 1 streichen, ist also unbedingt zulässig. Für die Amplitude von $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{J}$ ergibt sich aus (15)

$$|\mathfrak{H}| = \sqrt{\frac{r_1}{r}}\, e^{-6{,}1\frac{r - r_1}{r_2 - r_1}} H.$$

$$4\pi\,|\mathfrak{J}| = \frac{8{,}6}{r_2 - r_1}\sqrt{\frac{r_1}{r}}\, e^{-6{,}1\frac{r - r_1}{r_2 - r_1}} H.$$

Um die hieraus folgenden Zahlenwerte maßstäblich in unsere Figur eintragen zu können, wollen wir die vorstehenden Amplituden durch die aus (14) folgenden Amplitudenwerte dividieren, wobei wir direkt den Vergrößerungs- (Verkleinerungs-) Faktor der Amplitude gegenüber dem stationären Fall erhalten. Es ergibt sich als Faktor

$$\text{für } \mathfrak{H}: \frac{r_2 - r_1}{r_2 - r}\, e^{-6{,}1\frac{r - r_1}{r_2 - r_1}},$$

$$\text{„ } \mathfrak{J}: \quad 8{,}6 \quad e^{-6{,}1\frac{r - r_1}{r_2 - r_1}}.$$

Hieraus berechnet sich der fragliche Faktor von $\mathfrak{J}$ (am be-

quemsten mit Benutzung von Tafeln[1]) für die Hyperbelfunktionen) bei

$$r = r_1, \quad r = \frac{r_1 + r_2}{2}, \quad r = r_2,$$

zu 8,7, 0,41, 0,02,

und derjenige von $\mathfrak{P}$ bei $(r_1 + r_2)/2$ zu 0,09. Diese Faktoren sind bei der Einzeichnung der Kurven 3 benutzt.

Man erkennt aus der Fig. 2 deutlich, wie sich *der Strom mit wachsender Schwingungszahl nach der Innenseite der Spule konzentriert und wie auch das magnetische Feld schließlich von der Außenseite der Spule fortgedrängt wird.* Dabei befinden wir uns mit der letzten Schwingungszahl noch weit unterhalb der Frequenz Hertzscher Schwingungen, indem unserem $n = 10^6$ eine Wellenlänge $\lambda = 2$ km entspricht. Für eine um 1000 größere Hertzsche Wechselzahl würde der Strom ganz ausschließlich am inneren Spulenrande verlaufen und das Spulenmaterial auch von magnetischen Kraftlinien merklich frei sein. Man hat alsdann einen vollständig ausgeprägten, aber einseitigen *Skineffekt.*

§ 3. Bestimmung des effektiven Widerstandes.

Bei Abwesenheit hysteretischer Wirkungen ist der effektive Widerstand am einfachsten durch die Joulesche Wärme zu bestimmen. Wir definieren den effektiven spezifischen Widerstand w als zeitlichen Mittelwert der in der Längeneinheit des Drahtes entwickelten Stromwärme, geteilt durch den zeitlichen Mittelwert des Quadrates des Gesamtstromes. Bedeutet Q die Joulesche Wärme in der Längeneinheit des Drahtes, $\tau = 2\pi/n$ die Schwingungsdauer, so setzen wir also

$$w = \frac{\frac{1}{\tau}\int Q\,dt}{\frac{1}{\tau}\int J^2\,dt},$$

die Integrale über eine volle Schwingung erstreckt. Nun ist die Joulesche Wärme pro Volumeneinheit gleich

$$\frac{1}{\sigma}\mathfrak{J}^2.$$

1) Solche Tafeln z. B. in dem Taschenbuch der „Hütte" 1. p. 30, 31.

Schneiden wir durch zwei parallele Ebenen senkrecht zur Spulenachse vom Abstande 1 die „Spulenlänge Eins“ aus, so wird die in dieser entwickelte Stromwärme

$$\frac{2\pi}{\sigma}\int_{r_1}^{r_2}\mathfrak{J}^2 r\,dr;$$

da N die Anzahl der Windungen auf der Spulenlänge 1 war und da die Länge einer Windung (an der Innenseite gemessen) $2\pi r_1$ beträgt, so wird die Stromwärme für die „Drahtlänge 1“:

$$Q = \frac{1}{\sigma N r_1}\int_{r_1}^{r_2}\mathfrak{J}^2 r\,dr.$$

Für $\mathfrak{J}$ ist natürlich nicht der im vorigen Paragraphen angegebene komplexe Ausdruck, sondern der reelle Teil desselben einzutragen, der sich aus je einem Gliede mit $\cos nt$ und $\sin nt$ zusammensetzt. Die zeitliche Mittelbildung liefert nun in bekannter Weise das halbe Quadrat der Amplitude von $\mathfrak{J}$. Dieses können wir durch unseren komplexen Ausdruck am bequemsten in der Form

$$\tfrac{1}{2}\mathfrak{J}\bar{\mathfrak{J}}$$

darstellen, wo $\bar{\mathfrak{J}}$ die zu $\mathfrak{J}$ konjugierte komplexe Größe bezeichnet. Es wird daher

$$\frac{1}{\tau}\int Q\,dt = \frac{1}{2\sigma N r_1}\int_{r_1}^{r_2}\mathfrak{J}\bar{\mathfrak{J}} r\,dr$$

und entsprechend nach Gleichung (9′)

$$\frac{1}{\tau}\int J^2\,dt = \tfrac{1}{2} J\bar{J} = \tfrac{1}{2}\frac{H^2}{(4\pi N)^2},$$

also

$$w = \frac{N}{\sigma r_1}\frac{(4\pi)^2}{H^2}\int_{r_1}^{r_2}\mathfrak{J}\bar{\mathfrak{J}} r\,dr. \tag{16}$$

$\mathfrak{J}$ wird, wie wir sahen, durch die allgemein gültige Formel (13) dargestellt. Wir setzen dort

$$ik = (1+i)h, \quad h = \sqrt{2\pi n\sigma} \tag{17}$$

und erhalten, indem wir statt der Exponentialfunktion den gewöhnlichen und den hyperbolischen Cosinus (cos und Cof) einführen:

$$\frac{(4\pi)^2}{H^2}\mathfrak{J}\bar{\mathfrak{J}} = 2h^2\frac{r_1}{r}\frac{\mathfrak{Cof}\{2h(r_2-r)\}+\cos\{2h(r_2-r)\}}{\mathfrak{Cof}\{2h(r_2-r_1)\}-\cos\{2h(r_2-r_1)\}}.$$

Bei Benutzung des hyperbolischen Sinus (Sin) und der Beziehungen

$$\frac{d\,\mathfrak{Sin}(x)}{dx} = \mathfrak{Cof}\,x, \quad \mathfrak{Sin}(0) = 0$$

folgt hieraus:

$$\frac{(4\pi)^2}{H^2}\int_{r_1}^{r_2}\mathfrak{J}\bar{\mathfrak{J}}\,r\,dr = h\,r_1\frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha+\sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha-\cos\alpha}$$

mit der Abkürzung

$$\alpha = 2h(r_2-r_1) = 2(r_2-r_1)\sqrt{2\pi n\sigma}. \tag{18}$$

Nach (16) ergibt sich also

$$w = \frac{hN}{\sigma}\frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha+\sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha-\cos\alpha} = \frac{N}{\sigma(r_2-r_1)}\frac{\alpha}{2}\frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha+\sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha-\cos\alpha}.$$

Wir wollen von hieraus zunächst zu dem Widerstande w_0 für langsamem Wechselstrom übergehen, wo n und α klein sind. Da

$$\mathfrak{Sin}\,\alpha = \alpha+\frac{\alpha^3}{3!}+\ldots, \quad \mathfrak{Cof}\,\alpha = 1+\frac{\alpha^2}{2!}+\ldots,$$

$$\sin\alpha = \alpha-\frac{\alpha^3}{3!}+\ldots, \quad \cos\alpha = 1-\frac{\alpha^2}{2!}+\ldots,$$

so erhält man

$$w_0 = \frac{N}{\sigma(r_2-r_1)}.$$

Um diesen Wert zu erläutern, beachten wir, daß der Drahtquerschnitt in unserem Falle ein Rechteck war (Fig. 1) von der Breite der Spulendicke r_2-r_1 und der Höhe $1/N$, da ja N solche Drähte aneinandergelegt die Spulenlänge 1 ergeben sollten. Die Querschnittsfläche des Drahtes ist also

$$F = \frac{r_2-r_1}{N}$$

und wir haben, wie es für Gleichstrom zu erwarten war, gefunden:

$$w_0 = \frac{1}{\sigma F}.$$

Den obigen effektiven Widerstand bei beliebigem Wechselstrom schreiben wir daraufhin wie folgt:

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{2}\frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha + \sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha}. \tag{19}$$

Wie man sieht, ist w/w_0 eine äußerst einfache Funktion der einzigen Variabeln α (vgl. Gleichung (18)).

Entwickeln wir nach dieser in Potenzreihen, so heben sich im Zähler die 3., 7., 11ten, im Nenner die 0., 4., 8ten Potenzen heraus und es bleibt nach Kürzung durch den Faktor α^3:

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1 + \frac{\alpha^4}{5!} + \frac{\alpha^8}{9!} + \frac{\alpha^{12}}{13!} + \cdots}{1 + 2\frac{\alpha^4}{6!} + 2\frac{\alpha^8}{10!} + 2\frac{\alpha^{12}}{14!} + \cdots}.$$

Wenn α nicht zu groß ist, wird man nur die Glieder mit α^4 beizubehalten brauchen. Man hat dann

$$\frac{w}{w_0} = \left(1 + \frac{\alpha^4}{5!}\right)\left(1 - 2\frac{\alpha^4}{6!}\right) = 1 + \frac{2}{3}\frac{\alpha^4}{5!} \tag{20}$$

oder, wenn wir die Bedeutung von α eintragen:

$$\frac{w}{w_0} = 1 + \frac{2}{3}\frac{2^6}{5!}\pi^2 n^2 \sigma^2 (r_2 - r_1)^4. \tag{21}$$

Für sehr große Werte von α wird indessen weder diese Formel noch diejenige der vollständigen Reihenentwickelungen ausreichen. Dagegen erhält man in diesem Fall eine äußerst einfache Grenzformel, wenn man beachtet, daß $\mathfrak{Sin}\,\alpha$ und $\mathfrak{Cof}\,\alpha$ mit wachsendem α über alle Grenzen wachsen, so zwar, daß $\mathfrak{Sin}\,\alpha/\mathfrak{Cof}\,\alpha = 1$ wird, nämlich:

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{2} = \sqrt{2\pi n\sigma}\,(r_2 - r_1). \tag{22}$$

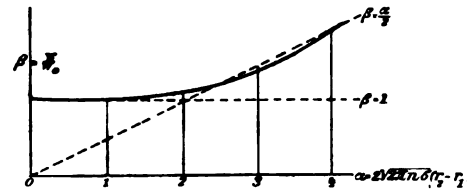


Fig. 3.

In Fig. 3 ist als Abszisse α, als Ordinate $\beta = w/w_0$ aufgetragen. Die Geraden $\beta = 1$ und $\beta = \alpha/2$, denen sich unser

Diagramm für $\alpha = 0$ und $\alpha = \infty$ annähert, sind punktiert eingezeichnet. Aus Gleichung (19) findet man ohne weiteres (am bequemsten wieder mit Benutzung der Tafeln für die Hyperbelfunktionen):

$$\alpha = 1 = 57^0\,18', \quad \beta = \tfrac{1}{2}\,\frac{1{,}175 + 0{,}842}{1{,}543 - 0{,}540} = 1{,}005,$$

$$\alpha = 2 = 114^0\,36', \quad \beta = \frac{3{,}627 + 0{,}909}{3{,}762 + 0{,}416} = 1{,}086,$$

$$\alpha = 3 = 171^0\,54', \quad \beta = \tfrac{3}{2}\cdot\frac{10{,}018 + 0{,}141}{10{,}068 + 0{,}990} = 1{,}378,$$

$$\alpha = 4 = 229^0\,12', \quad \beta = 2\,\frac{27{,}290 - 0{,}757}{27{,}308 + 0{,}654} = 1{,}898.$$

Um die Parallele mit den Ergebnissen von M. Wien zu ziehen, müssen wir von Gleichung (20) oder (21) ausgehen. Denn Wien gibt keine allgemeingültige Formel nach Art von (19) und bemerkt ausdrücklich, daß für sehr schnelle Schwingungen (wo unsere Formel (22) in Kraft tritt), die seinige versagt. Wir vergleichen das in (20) zur 1 hinzutretende Korrektionsglied

$$\text{(a)} \qquad \frac{2}{3}\,\frac{\alpha^4}{5!} = 0{,}356\,\pi^2 n^2 \sigma^2 (r_2 - r_1)^4$$

mit dem entsprechenden Gliede bei Wien[1]) (unter Vernachlässigung der Umspinnungen):

$$\text{(b)} \qquad 0{,}272\,.\,\pi^4 n^2 \sigma^2 \varrho^4.$$

Darin bedeuten n und σ dasselbe wie bei uns, ϱ ist der Drahtradius.

Wie man sieht, stimmen beide Formeln, was die Form der Abhängigkeit von den Größen n, σ und $r_2 - r_1$ bez. ϱ betrifft, vollständig überein. In den Zahlenfaktoren aber weichen sie voneinander ab und sind, wie wir hinzufügen können, überhaupt nicht ohne weiteres quantitativ vergleichbar. Es liegt dies daran, daß wir, wie mehrfach betont, strenge genommen mit einem rechteckigen Querschnitt rechnen, Wien dagegen den der Wirklichkeit entsprechenden Kreisquerschnitt voraussetzt.

1) l. c. p. 16 unten; die Bedeutung von σ ist bei Wien die reziproke (spezifischer Widerstand) wie bei uns (spezifische Leitfähigkeit), so daß bei Wien σ^2 im Nenner steht.

Wie wir unsere Formel für rechteckigen Querschnitt zu modifizieren haben, um sie auf wirkliche Beobachtungen anzuwenden, wird in § 4 gezeigt werden.

Wir vergleichen ferner unsere Formel (22) für schnelle Schwingungen mit der bekannten Rayleighschen Widerstandsformel[1]), die ebenfalls für sehr schnelle Schwingungen, aber für einen geraden Draht und kreisförmigen Querschnitt abgeleitet ist. Die Rayleighsche Formel schreiben wir bei gleicher Bedeutung von w_0, n und σ wie in (22), indem wir unmagnetisches Material ($\mu = 1$) voraussetzen und den Drahtradius ϱ nennen:

$$\frac{w}{w_0} = \sqrt{\frac{\pi}{2} n \sigma}\, \varrho. \tag{22'}$$

Auch hier ist die Form der Abhängigkeit von den Größen n, σ und ϱ bez. $r_2 - r_1$ dieselbe wie bei unserer Gleichung (22), der Zahlenfaktor aber verschieden. Letzteres war (abgesehen von der Verschiedenheit der vorausgesetzten Querschnittsform) zu erwarten, da sich die Rayleighsche Formel auf einen geraden Draht und symmetrisches Feld um die Drahtachse, die unserige auf einen gewundenen Draht und ein auf die Innenseite konzentriertes Magnetfeld bezieht.

§ 4. Vergleich mit den Beobachtungen.

Der Vergleichung unserer theoretischen Widerstandsformel (19) mit dem Experimente steht die Schwierigkeit im Wege, daß bei uns der Drahtquerschnitt rechteckig angenommen, die Isolationen also vernachlässigt wurden.

Um zunächst unseren rechteckigen Querschnitt der Kreisform möglichst anzupassen, liegt es wohl am nächsten, das Rechteck im besonderen als ein mit dem Kreisquerschnitte inhaltsgleiches Quadrat anzunehmen. Bedeutet ϱ den Radius des Kreisquerschnittes bei der wirklichen Messung, so setzen wir also $(r_2 - r_1)^2 = \pi \varrho^2$. Tragen wir diesen Wert von $r_2 - r_1$ in den Ausdruck (18) für α ein, so ergibt sich

$$\alpha = 2 \pi \varrho \sqrt{2 n \sigma}. \tag{18'}$$

1) Dieselbe steht natürlich im Einklange mit meiner Theorie der Drahtwellen (l. c.) und läßt sich ableiten, indem man aus der dortigen Darstellung des Feldes die mittlere im Draht entwickelte Stromwärme bestimmt.

entsteht so die strichpunktierte Kurve der Fig. 5, die für kleine α (bei der Spule I) mit der Wienschen Kurve verschmilzt und für größere α (bei der Spule II) durchaus den beobachteten Werten folgt.

Auf Grund dieser Erfahrungen glauben wir unsere theoretische Formel (19) durch einen Erfahrungskoeffizienten γ folgendermaßen korrigieren zu sollen

$$\frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \left(\frac{\alpha}{2} \frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha + \sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha} - 1 \right), \tag{19'}$$

mit

$$\alpha = 2\pi\varrho_1'\sqrt{2n\sigma}, \quad \gamma = 0{,}58 \text{ (ungefähr)}.$$

Natürlich ist sowohl der vorgeschlagene Wert von α, der aus der Anpassung des rechteckigen an den kreisförmigen Querschnitt hervorging, wie auch der Wert von γ etwas hypothetisch. Über die Zulässigkeit einer solchen erfahrungsmäßigen Korrektion der theoretischen Formel wird man etwas Zuverlässiges erst sagen können, wenn genauere und zahlreichere Beobachtungen vorliegen.

Zusatz bei der Korrektur. Durch Hrn. Zenneck bin ich inzwischen auf Beobachtungen von Battelli und Magri[1]) aufmerksam gemacht worden, in denen der Widerstand von Spulen für Schwingungszahlen zwischen $n = 2\pi \cdot 150000$ und $n = 2\pi \cdot 600000$ kalorimetrisch mit dem Widerstande gerader Drähte verglichen wird. Bei der Berechnung ihrer Beobachtungen irren die Verfasser insofern, als sie den Widerstand des geraden Drahtes durch die Rayleighsche Grenzformel (unsere Gleichung (22')) bestimmen, von der der wirkliche Wert des Widerstandes bei den genannten Schwingungszahlen noch um 25 Proz. bis 12 Proz. nach oben hin abweicht. Berichtigt man dieses[2]), so ergeben sich aus den (l. c. p. 27 angegebenen) Meßwerten ϱ/ϱ' die in der vierten Kolumne an-

1) A. Battelli u. L. Magri, Phil. Mag. (6) 5. p. 1. 1903; vgl. insbesondere p. 22 wegen des Drahtradius, p. 28 wegen der Meßwerte ϱ/ϱ', p. 28, 29 wegen der irrtümlichen Berechnung des Widerstandes beim geraden Draht. Die Leitfähigkeit σ habe ich gleich $5{,}9 \cdot 10^{-4}$ angenommen.

2) Man wird dabei die bequemen Tabellen von J. Zenneck, Ann. d. Phys. 11. p. 1135. 1900 benutzen.

gegebenen Werte von $(w - w_0)/w_0$ als Verhältnis der effektiven Widerstandserhöhung der Spule zum Gleichstromwiderstande der Spule. Dasselbe Verhältnis ist in der dritten Kolumne nach unserer Formel (22) berechnet. (Im Gegensatz zum geraden Draht, wo die Grenzformel (22′) bei den vorliegenden Schwingungszahlen noch nicht ausreicht, gilt bei der Spule die Grenzformel (22) bereits mit vollkommen genügender Genauigkeit.) Die zweite Kolumne enthält den nach Gleichung (18′) berechneten Wert von α, die letzte das Verhältnis des gemessenen und berechneten Wertes von $(w - w_0)/w_0$.

n	α	$\frac{w - w_0}{w_0}$ berechnet	$\frac{w - w_0}{w_0}$ gemessen	$\frac{\text{gemessen}}{\text{berechnet}}$
$2\pi \cdot 10^6/6{,}7$	8,1	3,05	1,5	0,49
$2\pi \cdot 10^6/4{,}3$	10,2	4,1	2,3	0,56
$2\pi \cdot 10^6/3$	12,2	5,1	3,3	0,65
$2\pi \cdot 10^6/2{,}2$	14,2	6,1	3,9	0,64
$2\pi \cdot 10^6/1{,}7$	16,1	7,05	3,7	0,52

Auch hier ist, gerade so wie in der vorangehenden Tabelle, der gemessene Wert kleiner als der berechnete, und zwar im Mittel fast genau um denselben Betrag $\gamma = 0{,}58$. Unsere vorangehende Formel (19′) findet also, einschließlich des dort angegebenen Erfahrungskoeffizienten, eine nachträgliche Bestätigung, die um so bemerkenswerter ist, als es sich hier um einen wesentlich verschiedenen Bereich von Schwingungszahlen oder von Argumentwerten α handelt.

Noch möge bemerkt werden, daß sich nach der Tabelle etwa mit derselben Genauigkeit auch das Verhältnis der gemessenen und berechneten Werte von w/w_0 gleich einer konstanten Zahl γ' ergibt, welche im Mittel 0,65 beträgt. Man könnte hiernach für die hier vorliegenden höheren Schwingungszahlen, bei denen der Quotient $(\mathfrak{Sin}\,\alpha + \sin\alpha)/(\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha)$ fast genau gleich 1 ist, Gleichung (19′) auch durch die folgende einfachere ersetzen:

$$\frac{w}{w_0} = \gamma' \frac{\alpha}{2}, \quad \alpha = 2\pi\varrho\sqrt{2n\sigma}, \quad \gamma' = 0{,}65 \text{ (ungefähr)}.$$

§ 5. Das Feld einer Rolle.

Unter einer Rolle wollen wir eine Überlagerung von m Drahtschichten verstehen, derart, daß in jeder Schicht derselbe Gesamtstrom J fließt. Die Radien der inneren und äußeren Begrenzungen (koaxiale Zylinder) jeder Schicht seien:

$$r_1, r_2;\quad r_2, r_3;\quad \ldots\quad r_{m-1}, r_m;\quad r_m, r_{m+1}.$$

Was das Magnetfeld $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_z$ betrifft, so schließt man gerade so wie in § 1, daß dasselbe im Innern und Äußern der Rolle homogen sein muß, daß man nämlich zu setzen hat:

$$r < r_1, \qquad r > r_{m+1},$$
$$\mathfrak{H} = He^{int}, \quad \mathfrak{H} = 0.$$

Im Rollenmaterial selbst muß $\mathfrak{H}$ wie früher der Differentialgleichung (6) genügen. Bei der Lösung derselben müssen wir aber in den verschiedenen Schichten 1, 2, . . . verschiedene Werte der Integrationskonstanten α, β zulassen. Wir schreiben daher allgemein:

$$\begin{aligned}
r_1 < r < r_2, &\qquad \mathfrak{H}_1 = (\alpha_1 B(kr) + \beta_1 C(kr)) He^{int}\\
r_2 < r < r_3, &\qquad \mathfrak{H}_2 = (\alpha_2 B(kr) + \beta_2 C(kr)) He^{int},\\
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot &\qquad \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\\
r_m < r < r_{m+1}, &\qquad \mathfrak{H}_m = (\alpha_m B(kr) + \beta_m C(kr)) He^{int}.
\end{aligned}$$

Die Konstanten α, β müssen so gewählt werden, daß in den Grenzflächen der Schichten die $\mathfrak{H}$-Werte stetig sind, und daß sich die innerste und äußerste Schicht stetig an das homogene Innen- und Außenfeld anschließen. Damit sind aber die α, β noch nicht bestimmt. Sie werden es erst, wenn man berücksichtigt, daß in jeder Schicht derselbe Gesamtstrom J fließen soll. Für den spezifischen Strom $\mathfrak{J}$ haben wir, wie in Gleichung (9)

$$4\pi\mathfrak{J} = -\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial r}.$$

Daraus ergibt sich der Gesamtstrom durch Integration nach r über die fragliche Schicht und Division mit N (Anzahl der Windungen auf der Rollenlänge 1 für die einzelne Schicht). Es wird mithin

$$\begin{aligned}
4\pi NJ &= \mathfrak{H}_1(r_1) - \mathfrak{H}_1(r_2) = \mathfrak{H}_2(r_2) - \mathfrak{H}_2(r_3) = \ldots\\
&= \mathfrak{H}_m(r_m) - \mathfrak{H}_m(r_{m+1}).
\end{aligned}$$

Mit anderen Worten: die rechts stehenden Differenzen sind sämtlich untereinander gleich. Das Magnetfeld nimmt zwischen den Begrenzungen jeder Schicht um denselben Betrag ab; da es im ganzen von innen nach außen durch die Rolle hin von He^{int} auf Null sinkt, und da wir m Schichten haben, so ergibt sich als Abnahme in jeder Schicht

$$\frac{1}{m} He^{int}.$$

Daraus folgt:

(23) $$J = \frac{1}{4\pi m N} He^{int}.$$

In Fig. 6 konstruieren wir die $\mathfrak{H}$-Werte an den Übergangsstellen zwischen den einzelnen Schichten durch die geradlinige Verbindung der Punkte

$$(r_1, H) \quad \text{und} \quad (r_{m+1}, 0).$$

Im Innern jeder Schicht ist dagegen der Abfall von $\mathfrak{H}$ keineswegs ein geradliniger, außer bei ganz kleinen Schwingungszahlen. Schließen wir solche aus, so sind für B uud C die Näherungsformeln (11) für großes Argument zu benutzen. Mit Rücksicht hierauf und auf die bereits bekannten Anfangs- und Endwerte von $\mathfrak{H}$ in jeder Schicht ergeben sich für die α, β die folgenden zu (8′) analogen Bestimmungsgleichungen:

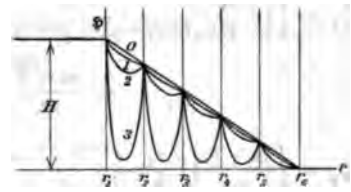


Fig. 6.

$$\alpha_1 e^{ikr_1} + \beta_1 e^{-ikr_1} = \sqrt{kr_1}.$$

$$\alpha_1 e^{ikr_2} + \beta_1 e^{-ikr_2} = \frac{m-1}{m}\sqrt{kr_2},$$

$$\alpha_2 e^{ikr_2} + \beta_2 e^{-ikr_2} = \frac{m-1}{m}\sqrt{kr_2},$$

$$\alpha_2 e^{ikr_3} + \beta_2 e^{-ikr_3} = \frac{m-2}{m}\sqrt{kr_3};$$

. . . . . .

$$\alpha_m e^{ikr_m} + \beta_m e^{-ikr_m} = \frac{1}{m}\sqrt{kr_m},$$

$$\alpha_m e^{ikr_{m+1}} + \beta_m e^{-ikr_{m+1}} = 0.$$

Hieraus folgt, analog zu (8″):

$$\alpha_1 = \frac{1}{\gamma_1}\left(-\sqrt{k r_1}\, e^{-ikr_2} + \frac{m-1}{m}\sqrt{k r_1}\, e^{-ikr_1}\right),$$

$$\beta_1 = \frac{1}{\gamma_1}\left(\sqrt{k r_1}\, e^{ikr_2} - \frac{m-1}{m}\sqrt{k r_2}\, e^{ikr_1}\right),$$

$$\gamma_1 = e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)};$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\gamma_2}\left(-\frac{m-1}{m}\sqrt{k r_2}\, e^{-ikr_2} + \frac{m-2}{m}\sqrt{k r_2}\, e^{-ikr_3}\right),$$

$$\beta_2 = \frac{1}{\gamma_2}\left(\frac{m-1}{m}\sqrt{k r_2}\, e^{ikr_2} - \frac{m-2}{m}\sqrt{k r_3}\, e^{ikr_3}\right),$$

$$\gamma_2 = e^{ik(r_3-r_2)} - e^{ik(r_2-r_3)}, \quad \ldots,$$

so daß die γ bei gleicher Schichtendicke unter sich gleich ausfallen.

Man erhält daher aus der ursprünglichen Darstellung der $\mathfrak{H}$ am Anfange dieses Paragraphen:

$$\mathfrak{H}_1 = \left\{\sqrt{\frac{r_1}{r}}\,\frac{e^{ik(r_2-r)} - e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}} - \frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{e^{ik(r_1-r)} - e^{ik(r-r_1)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}}\right\} H e^{int},$$

$$\mathfrak{H}_2 = \left\{\frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{e^{ik(r_3-r)} - e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_3-r_2)} - e^{ik(r_2-r_3)}} - \frac{m-2}{m}\sqrt{\frac{r_3}{r}}\,\frac{e^{ik(r_2-r)} - e^{ik(r-r_3)}}{e^{ik(r_3-r_2)} - e^{ik(r_2-r_3)}}\right\} H e^{int},$$

$$\mathfrak{H}_m = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{r_m}{r}}\,\frac{e^{ik(r_{m+1}-r)} - e^{ik(r-r_{m+1})}}{e^{ik(r_{m+1}-r_m)} - e^{ik(r_m-r_{m+1})}}\, H e^{int}.$$

Unterscheidet man wieder die Fälle

$$k(r_2 - r_1) \textit{ klein und } k(r_2 - r_1) \textit{ groß},$$

so ergeben sich Näherungsformeln im Sinne von (14) und (15), nämlich

$$\mathfrak{H}_1 = \left\{\sqrt{\frac{r_1}{r}}\,\frac{r_2 - r}{r_2 - r_1} - \frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{r_1 - r}{r_2 - r_1}\right\} H e^{int}, \ldots$$

bez.

$$\mathfrak{H}_1 = \left\{\sqrt{\frac{r_1}{r}}\, e^{ik(r_1-r)} + \frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\, e^{ik(r-r_2)}\right\} H e^{int}, \ldots$$

Aus der ersteren folgt, daß bei kleinen Schwingungszahlen, wenn man von dem der Einheit sehr nahen Faktor

$$\sqrt{r_1/r} \quad \text{oder} \quad \sqrt{r_2/r}$$

absieht, $\mathfrak{H}$ in jeder Schicht annähernd geradlinig abfällt (vgl. Fig. 6 die mit 0 bezeichnete Linie); die letztere zeigt dagegen, daß bei großen Schwingungszahlen im Innern jeder Schicht $\mathfrak{H}$ nahezu verschwindet (weil die Exponenten $ik(r_1 - r)$ und $ik(r - r_2)$ große reelle negative Bestandteile haben) und daß nur an den Grenzen jeder Schicht (wo eben jene Exponenten verschwinden) $\mathfrak{H}$ auf die bereits konstruierten Werte

$$\left(H, \ \frac{m-1}{m}H, \ \frac{m-2}{m}H, \ \ldots\right)e^{int}$$

ansteigt (vgl. in Fig. 3 die der größten Schwingungszahl entsprechende Kurve 3).

Die entsprechenden Werte von $\mathfrak{J}_1$, $\mathfrak{J}_2$, ... in der 1., 2ten... Schicht ergeben sich wie in Gleichung (9) aus $\mathfrak{H}_1$, $\mathfrak{H}_2$ ..., wobei man beim Differenzieren beachten wird, daß wegen der Größe von kr nur der Exponent als veränderlich anzusehen ist. Allgemein folgt:

$$4\pi\mathfrak{J}_1 = ik\left\{\sqrt{\frac{r_1}{r}}\,\frac{e^{ik(r_2-r)} + e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}} - \frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{e^{ik(r_1-r)} + e^{ik(r-r_1)}}{e^{ik(r_2-r_1)} - e^{ik(r_1-r_2)}}\right\}He^{int},$$

$$4\pi\mathfrak{J}_2 = ik\left\{\frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{e^{ik(r_2-r)} + e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_2-r_2)} - e^{ik(r_2-r_2)}} - \frac{m-2}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{e^{ik(r_2-r)} + e^{ik(r-r_2)}}{e^{ik(r_2-r_2)} - e^{ik(r_2-r_2)}}\right\}He^{int},$$

. . . . . .

$$4\pi\mathfrak{J}_m = ik\frac{1}{m}\sqrt{\frac{r_m}{r}}\,\frac{e^{ik(r_{m+1}-r)} + e^{ik(r-r_{m+1})}}{e^{ik(r_{m+1}-r_m)} - e^{ik(r_m-r_{m+1})}}He^{int}.$$

Die zugehörigen Näherungsformeln werden:

$$|k|(r_2 - r_1) \ \textit{klein},$$

$$4\pi\mathfrak{J}_1 = \left\{\sqrt{\frac{r_1}{r}}\,\frac{1}{r_2-r_1} - \frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{1}{r_2-r_1}\right\}He^{int},$$

$$4\pi\mathfrak{J}_2 = \left\{\frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{1}{r_2-r_2} - \frac{m-2}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,\frac{1}{r_2-r_2}\right\}He^{int},$$

. . . . . .

Ersetzt man hier, was mit großer Annäherung erlaubt ist, $\sqrt{r_1/r}$, $\sqrt{r_2/r}$, ... durch 1, so erhält man die für alle Schichten gleichen Werte:

$$4\pi\mathfrak{J}_1 = 4\pi\mathfrak{J}_2 = \ldots 4\pi\mathfrak{J}_m = \frac{He^{int}}{m(r_2 - r_1)} = \frac{He^{int}}{m(r_3 - r_2)} = \ldots$$

Dieselben zeigen, daß $\mathfrak{J}$ näherungsweise geradlinig und der Abszissenachse parallel verläuft (vgl. die mit 0 bezeichnete Gerade in Fig. 7).

$|k|(r_2 - r_1)$ *groß.* Aus der allgemeinen Darstellung von $\mathfrak{J}$ erhält man jetzt:

$$4\pi\mathfrak{J}_1 = ik\left\{\sqrt{\frac{r_1}{r}}\,e^{ik(r_1 - r)} - \frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,e^{ik(r - r_1)}\right\}He^{int},$$

$$4\pi\mathfrak{J}_2 = ik\left\{\frac{m-1}{m}\sqrt{\frac{r_2}{r}}\,e^{ik(r_2 - r)} - \frac{m-2}{m}\sqrt{\frac{r_3}{r}}\,e^{ik(r - r_2)}\right\}He^{int},$$

. . . . . .

Im Innern jeder Schicht haben wir hiernach $\mathfrak{J}$ nahezu gleich Null, da die Exponenten dort große reelle negative Bestandteile besitzen. Nur an den Schichtgrenzen selbst und ihrer unmittelbaren Nachbarschaft trifft dieses nicht zu. Vielmehr haben wir (bei Vernachlässigung sehr kleiner Glieder):

für $r = r_1 \ldots \quad 4\pi\mathfrak{J}_1 = ikHe^{int}$,

„ $r = r_2 \ldots - 4\pi\mathfrak{J}_1 = +4\pi\mathfrak{J}_2 = ik\frac{m-1}{m}He^{int}$,

„ $r = r_3 \ldots - 4\pi\mathfrak{J}_2 = +4\pi\mathfrak{J}_3 = ik\frac{m-2}{m}He^{int}$.

. . . . . .

Der Strom setzt also in jeder folgenden Schicht mit einer um $1/m$ kleineren Amplitude ein, wie in der vorangehenden. An jeder Grenzschicht ist die Phase der in beiden Schichten nebeneinander fließenden Ströme die entgegengesetzte, wie schon Wien für den Fall großer Schwingungszahlen bemerkt. (In Fig. 7, wo wir die Amplitude von $\mathfrak{J}$ aufgetragen haben, kommt dieser Phasenunterschied nicht zum Ausdruck). Die Figg. 6 und 7 sind für dieselben Schwingungszahlen $n = 0$, $n = 10^4$, $n = 10^5$, $n = 10^6$ konstruiert, wie die Fig. 2; diesen Schwingungszahlen entsprechen der Reihe nach die Kurven 0, 1, 2, 3. Da überdies ebenso wie dort $\sigma = 5{,}9 \cdot 10^{-4}$, $r_1 = 5$,

$r_2 = 5{,}1$, also $r_2 - r_1 = r_3 - r_2 = \ldots 1$ mm gewählt wurde, so konnten die in § 2 berechneten Zahlenwerte mutatis mutandis direkt auf den Fall der Rolle übertragen werden. Nur der Maßstab der Zeichnung mußte der Deutlichkeit wegen jetzt anders gewählt und es mußten die Kurven für $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{J}$ getrennt werden. In der äußersten Schicht der Rolle liegen die Verhältnisse, wie man sieht, qualitativ ebenso wie in der einfachen Spule. Es könnte vielleicht auffallen, daß in den Fällen 0, 1, 2, 3 trotz gleichen Wertes von H und dementsprechend gleichen Wertes des Gesamtstromes J der von der einzelnen $\mathfrak{J}$-Kurve und der Abszissenachse eingeschlossene Flächeninhalt nicht immer derselbe ist. Dies liegt daran, daß wir nicht die Augenblickswerte, sondern die Amplituden von $\mathfrak{J}$ aufgetragen haben und daß zwar der Flächeninhalt der Augenblickskurve von $\mathfrak{J}$ den Augenblickswert des Gesamtstromes J, aber nicht der Flächeninhalt der Amplitudenkurve von $\mathfrak{J}$ die Amplitude von J darstellt.

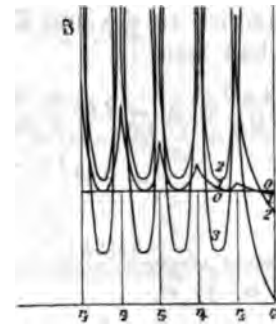


Fig. 7.

§ 6. Der effektive Widerstand der Rolle.

Dieser setzt sich aus der Summe der Widerstände der einzelnen Schichten zusammen, deren jeden wir wie in § 3 aus der mittleren Jouleschen Wärme und dem Gesamtstrom bestimmen. Wir erhalten so für die 1te, 2te ... Schicht (vgl. Gleichung (16)):

$$(24)\qquad \begin{cases} w_1 = \dfrac{N}{\sigma r_1}\dfrac{(4\pi m)^2}{H^2}\displaystyle\int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{J}_1\,\overline{\mathfrak{J}}_1\, r\,dr, \\ w_2 = \dfrac{N}{\sigma r_2}\dfrac{(4\pi m)^2}{H^2}\displaystyle\int_{r_2}^{r_3} \mathfrak{J}_2\,\overline{\mathfrak{J}}_2\, r\,dr, \ \ldots \end{cases}$$

Der Faktor m^2, um den sich diese Formeln von (16) unterscheiden, folgt unmittelbar aus dem Vergleich des Gesamt-

stromes in Gleichung (23) mit dem früheren Werte desselben in Gleichung (9').

Wir berechnen nun $\mathfrak{J}_1 \bar{\mathfrak{J}}_1$ mit den allgemeingültigen Werten von p. 697, indem wir $ik = (1+i)h$ setzen. Da sich etwas Reelles ergeben muß, werden sich die Exponentialfunktionen sämtlich zu cos und Cof zusammenziehen lassen. In der Tat erhält man

$$\left(\frac{4\pi}{H}\right)^2 \mathfrak{J}_1 \bar{\mathfrak{J}}_1 = 2h^2 \frac{r_1}{r} \frac{\mathfrak{Cof}\{2h(r_2-r)\} + \cos\{2h(r_2-r)\}}{\mathfrak{Cof}\{2h(r_2-r_1)\} - \cos\{2h(r_2-r_1)\}}$$

$$+ 2h^2 \left(\frac{m-1}{m}\right)^2 \frac{r_2}{r} \frac{\mathfrak{Cof}\{2h(r_1-r)\} + \cos\{2h(r_1-r)\}}{\mathfrak{Cof}\{2h(r_2-r_1)\} - \cos\{2h(r_2-r_1)\}}$$

$$- 4h^2 \frac{m-1}{m} \sqrt{\frac{r_1 r_2}{r^2}} \frac{\mathfrak{Cof}\,2h\left(\frac{r_2+r_1}{2}-r\right)\cos h(r_2-r_1) + \cos 2h\left(\frac{r_2+r_1}{2}-r\right)\mathfrak{Cof}\,h(r_2-}{\mathfrak{Cof}\{2h(r_2-r_1)\} - \cos\{2h(r_2-r_1)\}}$$

Hieraus folgt mit

$$\alpha = 2h(r_2-r_1) = 2(r_2-r_1)\sqrt{2\pi n \sigma}$$

durch Integration:

$$\left(\frac{4\pi m}{H}\right)^2 \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{J}_1 \bar{\mathfrak{J}}_1 \, r\,dr = h\left(m^2 r_1 + (m-1)^2 r_2\right) \frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha + \sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha}$$

$$- 2hm(m-1)\sqrt{r_1 r_2}\, \frac{2\,\mathfrak{Sin}\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + 2\sin\frac{\alpha}{2}\,\mathfrak{Cof}\frac{\alpha}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha}$$

$$= \frac{m^2 r_1 + (m-1)^2 r_2}{r_2 - r_1}\, \varphi(\alpha) - \frac{2m(m-1)\sqrt{r_1 r_2}}{r_2 - r_1}\, \psi(\alpha);$$

die hier eingeführten Funktionen φ und ψ bedeuten:

$$(25)\quad \varphi(\alpha) = \frac{\alpha}{2}\frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha + \sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha}, \quad \psi(\alpha) = \alpha \frac{\mathfrak{Sin}\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\,\mathfrak{Cof}\frac{\alpha}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha}.$$

Nach (24) wird also

$$w_1 = \frac{N}{\sigma(r_2-r_1)}\left\{\left(m^2 + (m-1)^2\frac{r_2}{r_1}\right)\varphi(\alpha) - 2m(m-1)\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\,\psi(\alpha)\right\},$$

$$w_2 = \frac{N}{\sigma(r_2-r_1)}\left\{\left((m-1)^2 + (m-2)^2\frac{r_2}{r_2}\right)\varphi(\alpha)\right.$$

$$\left. - 2(m-1)(m-2)\sqrt{\frac{r_2}{r_2}}\,\psi(\alpha)\right\},$$

$$w_3 = \ldots\ldots\ldots$$

Zur Beobachtung gelangt der Mittelwert

$$w = \frac{1}{m}(w_1 + w_2 + \ldots w_m).$$

Wegen Gleichheit der Schichtdicken $r_2 - r_1 = r_3 - r_2 = \ldots$ wird derselbe:

$$(26) \qquad w = \frac{N}{m\,\sigma\,(r_2 - r_1)}\,(M_1\,\varphi(\alpha) - M_2\,\psi(\alpha))$$

mit den Abkürzungen:

$$(27) \quad \begin{cases} M_1 = m^2 + (m-1)^2\,\frac{r_2}{r_1} + (m-1)^2 + (m-2)^2\,\frac{r_3}{r_2} + \ldots \\ M_2 = 2\,m\,(m-1)\sqrt{\frac{r_2}{r_1}} + 2\,(m-1)\,(m-2)\sqrt{\frac{r_3}{r_2}} + \ldots \end{cases}$$

Gehen wir insbesondere zum Falle des Gleichstromes $n = 0$, $\alpha = 0$ über, so wird $\varphi = \psi = 1$ und

$$(26') \qquad w_0 = \frac{N}{m\,\sigma\,(r_2 - r_1)}\,(M_1 - M_2).$$

Aus (26) folgt somit

$$\frac{w}{w_0} = \frac{M_1}{M_1 - M_2}\,\varphi(\alpha) - \frac{M_2}{M_1 - M_2}\,\psi(\alpha).$$

Wir schreiben noch

$$M_1 = \frac{M_1 + M_2}{2} + \frac{M_1 - M_2}{2}, \quad M_2 = \frac{M_1 + M_2}{2} - \frac{M_1 - M_2}{2}$$

und führen die weitere Abkürzung ein

$$(28) \quad M = \frac{M_1 + M_2}{M_1 - M_2} = \frac{\left(m + (m-1)\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\right)^2 + \left(m - 1 + (m-2)\sqrt{\frac{r_3}{r_2}}\right)^2 + \ldots}{\left(m - (m-1)\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\right)^2 + \left(m - 1 - (m-2)\sqrt{\frac{r_3}{r_2}}\right)^2 + \ldots}.$$

Dann haben wir als Schlußformel

$$(29) \qquad \frac{w}{w_0} = \tfrac{1}{2}\,(\varphi(\alpha) + \psi(\alpha)) + \frac{M}{2}\,(\varphi(\alpha) - \psi(\alpha)).$$

Für $m = 1$ muß sich unsere frühere Formel für die einfache Spule ergeben. In der Tat wird mit $m = 1$ nach (28) auch $M = 1$ und nach (29) $w/w_0 = \varphi(\alpha)$, was mit (19) übereinstimmt.

Es hat keine Schwierigkeit, den Wert von M in jedem besonderen Falle zu berechnen. Trotzdem wollen wir eine

bequeme Näherungsformel dafür angeben, die bei nicht zu kleinem m, z. B. $m = 5$, anwendbar sein wird.

Wir ersetzen zunächst die der 1 sehr nahen Brüche $\sqrt{r_2/r_1}$, $\sqrt{r_3/r_2}$, ... direkt durch 1, wobei der Nenner gleich m und

$$(28') \quad \begin{cases} M = \frac{1}{m}\{(2m-1)^2 + (2m-3)^2 + \ldots\} \\ \quad = 4m\left\{\left(1 - \frac{1}{2m}\right)^2 + \left(1 - \frac{3}{2m}\right)^2 + \ldots\right\} \end{cases}$$

wird. Sodann beachten wir, daß die Zahlenfolge

$$\frac{1}{2m}, \quad \frac{3}{2m}, \quad \frac{5}{2m}, \ldots \quad \frac{2m-1}{2m}$$

mit wachsendem m die Strecke von 0 bis 1 überall dicht ausfüllt; wir können uns diese Strecke in die m Intervalle 0 bis $1/m$, $1/m$ bis $2/m$, ... eingeteilt denken, in deren Mitte je die vorgenannten Zahlen liegen. Bezeichnen wir letztere allgemein mit x und nennen wir dx die Größe des Intervalles $1/m$, so können wir M näherungsweise durch das Integral ersetzen

$$(28'') \qquad M = 4m^2 \int_0^1 (1-x)^2\, dx = \tfrac{4}{3} m^2.$$

Schon bei mäßigem m ist diese Näherung ausreichend. Man berechnet z. B. für $m = 5$ aus (28'') $M = 33{,}3$, während aus der genaueren Gleichung (28') folgt $M = 30{,}0$. Der Fehler beträgt also nur 1 Proz.

Für die Zahlenrechnung kann es bequem sein, Gleichung (29) nach Potenzen von α zu entwickeln. Wir schreiben zu dem Zwecke den Zähler von $\psi(\alpha)$ folgendermaßen identisch um:

$$\mathfrak{Sin}\,\tfrac{\alpha}{2}\cos\tfrac{\alpha}{2} + \sin\tfrac{\alpha}{2}\,\mathfrak{Cos}\,\tfrac{\alpha}{2} = \frac{1-i}{2}\sin\frac{(1+i)\alpha}{2} + \frac{1+i}{2}\sin\frac{(1-i)\alpha}{2} = \alpha\left(1 - \frac{1}{5!}\left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{9!}\left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^4 - \ldots\right)$$

und erhalten

$$\psi(\alpha) = \frac{1 - \frac{1}{5!}\left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^2 + \frac{1}{9!}\left(\frac{\alpha^2}{2}\right)^4 + \ldots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^8}{10!} + \ldots},$$

während die Entwickelung von $\varphi(\alpha)$ bereits p. 687 gegeben wurde:

$$\varphi(\alpha) = \frac{1 + \frac{\alpha^4}{5!} + \frac{\alpha^8}{9!} + \dots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^8}{10!} + \dots}.$$

Somit

$$\frac{w}{w_0} = \frac{1 + \frac{1}{2}\frac{\alpha^4}{5!}\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}\frac{\alpha^8}{9!}\left(1 + \frac{1}{16}\right) + \dots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^8}{10!} + \dots}$$

$$+ \frac{M}{2}\,\frac{\frac{\alpha^4}{5!}\left(1 + \frac{1}{4}\right) + \frac{\alpha^8}{9!}\left(1 - \frac{1}{16}\right) + \dots}{1 + \frac{2\alpha^4}{6!} + \frac{2\alpha^8}{10!} + \dots}.$$

Brechen wir die Reihen bereits mit α^4 ab, so ergibt sich

$$\frac{w}{w_0} = 1 + \frac{1}{24}\frac{\alpha^4}{5!}(1 + 15M). \tag{30}$$

Diese Formel wird für kleine α bequem sein. Andererseits wird für sehr große α, wie man sofort sieht, $\psi(\alpha)$ wie eine Exponentialfunktion mit großem negativen Exponenten zu Null, während $\varphi(\alpha) = \alpha/2$ wird; für sehr große α folgt daher aus (29):

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{4}(1 + M) = \tfrac{1}{2}(r_2 - r_1)\sqrt{2\pi n\sigma}(1 + M) = D\sqrt{2\pi n\sigma}\,\frac{1 + M}{2m}, \tag{31}$$

wenn $D = r_{m+1} - r_1$ die Dicke der Gesamtwickelungen der Rolle bedeutet.

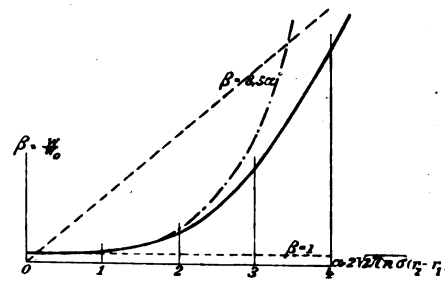


Fig. 8.

In Fig. 8 ist zu der Abszisse α die Ordinate $\beta = w/w_0$ aufgetragen, wobei die Schichtenzahl m gleich 5 gewählt ist.

Die so erhaltene Kurve muß sich nach den beiden letzten Näherungsformeln der Geraden $\beta = 1$ bei der Abszisse $\alpha = 0$ innig anschmiegen und sich der Geraden $\beta = \alpha(1 + M)/4$ asymptotisch nähern. Mit $m = 5$ wird die Gleichung dieser Asymptote $\beta = 8{,}5\,\alpha$. Ferner ist in Fig. 8 die Parabel 4ter Ordnung (30) strichpunktiert eingetragen, welche anfangs von unserer eigentlichen Widerstandskurve nicht merklich abweicht. Aus Gleichung (25) und (29) findet man nun für dieselben Abszissenwerte wie p. 688 und mit Benutzung der dort bereits berechneten Werte von $\varphi(\alpha)$:

$\alpha = 1 = 57°18'$	$\varphi(\alpha) = 1{,}005$	$\psi(\alpha) = 0{,}995$	$\beta = 1{,}17$
$\alpha = 2 = 114\ 36$	$1{,}086$	$0{,}926$	$8{,}68$
$\alpha = 3 = 171\ 54$	$1{,}378$	$0{,}677$	$12{,}70$
$\alpha = 4 = 229\ 12$	$1{,}898$	$0{,}280$	$28{,}06$

Der Widerstand steigt also bei der Rolle mit α außerordentlich stark an; bereits bei $\alpha = 2$ beträgt er nahezu das Vierfache des Gleichstromwiderstandes. Hiermit hängt es zusammen, daß wir in Fig. 8 die Gerade $w = w_0$ oder $\beta = 1$ sehr nahe an die Abszissenachse heranrücken mußten, um ein deutliches Bild zu erhalten. Die Verschiedenheit der Wahl des Ordinatenmaßstabes in Fig. 3 und Fig. 8 gibt hiernach eine Anschauung von der Erhöhung des effektiven Widerstandes in einer Rolle verglichen mit demjenigen in einer einfachen Spule.

Von den beiden Näherungsformeln (30) und (31) ist die letztere mit der Rayleighschen Widerstandsformel (22') gleichgebaut. Nur wird bei der Rolle der Zahlenwert besonders wegen des Faktors $1 + M$ sehr viel größer wie bei dem geraden Draht, auf den sich die Rayleighsche Formel bezieht.

Die erstere Formel (30) wollen wir mit Gleichung (2) von Wien[1]) vergleichen. Indem ich die Wiensche Formel in meine Bezeichnungen umschreibe[2]), dieselbe für den Fall einer unendlich langen Rolle vereinfache[3]) und das Vorhandensein der

1) l. c. p. 5.

2) Ich schreibe also statt der Wienschen Zeichen W', W, σ, N bez. w, w_0, $1/\sigma$, $n/2\pi$.

3) Ich vernachlässige also das Glied $(r_1 + r_2)^2/c^2$.

Isolationen vernachlässige[1]), lautet dieselbe nach Division mit dem Gleichstromwiderstande w_0 (W bei Wien):

$$\text{(a)} \qquad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{1}{3}\pi^4 m^2 \sigma^2 n^2 \varrho^4.$$

Andererseits lautet unsere Formel (30), wenn wir darin das unwesentliche Glied 1 gegen $15M$ streichen und für M seinen Näherungswert (28′) eintragen:

$$\text{(b)} \qquad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{1}{24}\frac{\alpha^4}{5!} 20\, m^2 = \frac{\alpha^4 m^2}{144}.$$

Die ursprüngliche Bedeutung von α war

$$\alpha = 2(r_2 - r_1)\sqrt{2\pi n \sigma}.$$

Suchen wir ebenso wie in § 4 den Übergang von dem Draht mit rechteckigem zu einem solchen mit kreisförmigem Querschnitt dadurch zu bewerkstelligen, daß wir beide Querschnitte inhaltsgleich machen, so werden wir wie früher die folgende abgeänderte Bedeutung von α einführen:

$$\alpha = 2\pi\varrho\sqrt{2n\sigma}.$$

Hieraus ergibt sich nach (b):

$$\text{(c)} \qquad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{4}{9}\pi^4 m^2 \sigma^2 n^2 \varrho^4.$$

Der Unterschied der Formeln (a) und (c) kommt also darauf hinaus, daß bei Wien $1/3 = 0{,}333$ steht, wo bei mir $4/9 = 0{,}444$. Meine Formel ergibt, ebenso wie bei der einfachen Spule, etwas höhere Werte für die Widerstandsänderung wie die Wiensche, die sich ihrerseits den Messungen von Dolezalek so gut anschließt.

Den Grund, weshalb Formel (c) etwas zu hohe Werte für die Widerstandsänderung ergibt, sehen wir in der bei uns vorausgesetzten Rechtecksform des Querschnittes. Um unsere Formel den Messungen von Dolezalek anzupassen, müssen wir sie mit einem Erfahrungskoeffizienten γ versehen, der nach dem eben Gesagten etwa den Wert $3/4$ hat. Die ent-

1) Bei Wien ist m/c die Anzahl sämtlicher Wickelungen auf der Längeneinheit der Rolle. Werden die Isolationszwischenräume vernachlässigt, so kommen auf die Längeneinheit einer Schicht $1/2\varrho$ Wickelungen; ich erhalte daher die Anzahl der Schichten, wenn ich die Zahl m/c dividiere durch $1/2\varrho$. Somit entspricht unserem m bei Wien die Größe $2\varrho\, m/c$.

sprechende Änderung nehmen wir in der allgemeingültigen Formel (29) vor, die wir für den Vergleich mit dem Experimente schreiben:

$$(29') \qquad \frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \left\{ \frac{\varphi(\alpha) + \psi(\alpha)}{2} + M \frac{\varphi(\alpha) - \psi(\alpha)}{2} - 1 \right\},$$

$$\alpha = 2\pi\varrho\sqrt{2n\sigma}, \quad \gamma = 0{,}75 \text{ (ungefähr)},$$

$$M = \frac{4}{3} m^2 \text{ (bei nicht zu kleinem } m).$$

Indessen bedarf es noch der experimentellen Prüfung, ob der hier vorgeschlagene Wert von γ und die gegen früher abgeänderte Bedeutung von α sich allgemein bewähren, so wie es im Bereiche der Dolezalekschen Messungen der Fall ist.

Diese Messungen benutzen Schwingungszahlen unter $n = 2\pi.2300$ und Drahtradien bis höchstens $\varrho = 0{,}1$. Unser α erreicht daher bei Dolezalek höchstens den Wert 2,4, und liegt für die Mehrzahl seiner Messungen noch unter 1. Für solche α ist die strichpunktierte Kurve in Fig. 8 noch nicht von der ausgezogenen Kurve merklich verschieden, so daß zu ihrer Berechnung die allgemeine Formel (29') entbehrlich wird und die (in entsprechender Weise durch einen Erfahrungskoeffizienten korrigierte und dann mit der Wienschen zusammenfallende) Formel (30) ausreicht. Es unterliegt aber keinem Zweifel, daß bei weiterer Steigerung der Wechselzahl n oder bei größerer Drahtdicke diese Näherungsformel geradeso wie bei der einfachen Spule zu große Widerstandsänderungen ergeben und die vollständige Theorie in ihr Recht treten würde.

Ergebnisse.

1. Es ist bequemer, das Feld durch die Maxwellschen Differentialbedingungen einheitlich zu beschreiben, als dasselbe in die Einzelfelder des ursprünglichen Stromes und der hinzukommenden Wirbelströme aufzulösen.

2. Stromfeld und magnetisches Feld werden vollständig für verschiedene Schwingungszahlen durch die Figg. 2 (einfache Spule), 6 und 7 (mehrfach gewickelte Rolle) dargestellt. Die strenge Ermittelung des Feldes gelingt unter der Annahme, daß der Draht rechteckigen Querschnitt hat, daß seine verschiedenen Lagen einen unendlich langen Hohlzylinder

lückenlos ausfüllen und unter Vernachlässigung der Verschiebungsströme.

3. Der Verlauf des Verhältnisses w (Widerstand bei der Schwingungszahl n) zu w_0 (Gleichstromwiderstand) wird durch Figg. 3 und 8 dargestellt. Die Formel lautet bei der einfachen Spule oder der m-fach gewickelten Rolle:

$$\frac{w}{w_0} = \varphi(\alpha), \qquad \varphi(\alpha) = \frac{\alpha}{2}\frac{\mathfrak{Sin}\,\alpha + \sin\alpha}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha},$$

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\varphi(\alpha)+\psi(\alpha)}{2} + M\frac{\varphi(\alpha)-\psi(\alpha)}{2},$$

$$\psi'(\alpha) = \alpha\frac{\mathfrak{Sin}\,\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\,\mathfrak{Cof}\,\frac{\alpha}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\alpha - \cos\alpha}$$

mit

$$\alpha = 2(r_2 - r_1)\sqrt{2\pi n\sigma},$$

σ = spezifische Leitfähigkeit (elektromagnetisch), n = Schwingungszahl in 2π Sek., $r_2 - r_1$ = Dicke der Spule oder der einzelnen Schicht bei der Rolle, M eine von der Schichtenzahl m und in geringem Grade von den Abmessungen der Rolle abhängige Größe, die bei nicht zu kleinem m gleich $4m^2/3$ gesetzt werden kann.

4. Als Näherungsformel bei kleinem α ergibt sich für Spule oder Rolle

$$\frac{w}{w_0} = 1 + \frac{2}{3}\frac{\alpha^4}{5!} \quad \text{bez.} \quad \frac{w}{w_0} = 1 + \frac{1}{24}\frac{\alpha^4}{5!}(1 + 15M),$$

dagegen bei großem α

$$\frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{2} \quad \text{bez.} \quad \frac{w}{w_0} = \frac{\alpha}{4}(1 + M).$$

Letztere Formeln entsprechen der Rayleighschen Widerstandsformel für den geraden Draht, erstere befinden sich in qualitativer Übereinstimmung mit den theoretischen Ergebnissen von M. Wien.

5. Um einen quantitativen Vergleich mit den Messungen zu ermöglichen, wird vorgeschlagen, für einen runden Draht vom Radius ϱ, auf den sich unsere Theorie eigentlich nicht direkt bezieht, unter α zu verstehen

$$\alpha = 2\pi\varrho\sqrt{2n\sigma}$$

und den theoretischen Wert von $(w - w_0)/w_0$ mit einem Erfahrungskoeffizienten γ in folgender Weise zu behaften bei kleinem α:

$$\frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \frac{2}{3} \frac{\alpha^4}{5!} \quad \text{bez.} \quad \frac{w - w_0}{w_0} = \frac{\gamma}{24} \frac{\alpha^4}{5!} (1 + 15 M),$$

bei beliebigem α:

$$\frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \left(\varphi(\alpha) - 1\right)$$

bez.

$$\frac{w - w_0}{w_0} = \gamma \left(\frac{\varphi(\alpha) + \psi(\alpha)}{2} + M \frac{\varphi(\alpha) - \psi(\alpha)}{2} - 1 \right).$$

Aus gewissen orientierenden Beobachtungen von Wien sowie aus kalorimetrischen Messungen von Battelli und Magri scheint hervorzugehen (vgl. Fig. 5), daß bei der einfachen Spule innerhalb eines weiten Schwingungsbereiches ziemlich konstant $\gamma = 0{,}6$ ist, während man den Dolezalekschen Beobachtungen an Rollen mit $\gamma = 0{,}75$ gerecht wird.

Aachen, im Juli 1904.

(Eingegangen 10. August 1904.)

3. *Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke; von P. Drude.*

Ein Kondensatorkreis, dessen Eigenwellenlänge genügend groß gegen die Länge des Schließungsdrahtes ist, und dessen Kondensatorplatten einen genügend kleinen Abstand voneinander haben, entsendet nahezu keine elektrischen Kraftlinien in den Außenraum. Daher entsendet er nach dem Poyntingschen Satze nahezu keine elektrische Energie durch Hertzsche Strahlung in den Außenraum und seine Dämpfung wird allein durch den Widerstand w der ganzen Leitung bestimmt; bei metallischen Schließungskreisen, die nicht aus zu dünnem Draht bestehen, und die eine Funkenstrecke enthalten, besteht w praktisch nur in dem Widerstand der Funkenstrecke.

Es sei L die Selbstinduktion des Schließungskreises. Kann man w als von der Stromstärke unabhängig ansehen, so ist das logarithmische Dekrement

$$\gamma = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}}, \tag{1}$$

falls γ nicht sehr groß, d. h. falls w^2 klein ist neben $4L:C$. Das logarithmische Dekrement ist dadurch definiert, daß die Amplitude der elektrischen Schwingungen proportional mit $e^{-\gamma t/T}$ ist. Die Periode T ist, falls γ^2 gegen $4\pi^2$ zu vernachlässigen ist:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{2}$$

In diesen Formeln ist w und C nach elektromagnetischem Maße gemessen. Führt man an Stelle von T die Wellenlänge $\lambda = Tc$ ein, wobei $c = 3 \cdot 10^{10}$ ist, und die nach elektrostatischem Maß gemessene Kapazität $C_e = c^2 \cdot C$, so wird:

$$\gamma = \frac{2\pi^2 w}{c} \cdot \frac{C_e}{\lambda}, \quad \lambda = 2\pi\sqrt{LC_e}. \tag{3}$$

Nun ist zwar durch eine neuere Arbeit von Zenneck[1]) gezeigt worden, daß die Amplitude elektrischer Schwingungen

1) J. Zenneck, Ann. d. Phys. 13. p. 822. 1904.

eines geschlossenen Kondensatorschwingungskreises, der eine Funkenstrecke enthält, keine Exponentialkurve ist, d. h. nicht proportional zu $e^{-\gamma t/T}$ ist, wobei γ und T von t unabhängig sind. Die Ursache liegt offenbar darin, daß der Widerstand der Funkenstrecke nicht von der Stromstärke unabhängig sein wird, vielmehr wird er mit abnehmender Stromstärke wachsen. Daher ist für die späteren Schwingungen entsprechend den Beobachtungen von Zenneck das Verhältnis zweier aufeinander folgenden Amplituden größer, als für die Anfangsschwingungen, d. h. man könnte γ als mit t wachsend ansehen, wie auch aus (1) hervorgehen würde, wenn w mit t wächst. Im folgenden soll nun aber von diesen Komplikationen abgesehen werden, und es soll vorausgesetzt werden, daß die Amplitude der elektrischen Schwingungen proportional zu $e^{-\gamma t/T}$ mit konstantem γ sei. γ hat dann die Bedeutung eines gewissen *Mittelwertes des Dekrementes* bei den stattfindenden Schwingungen. Die Kenntnis dieses Mittelwertes genügt, um die induktive Wirkung eines Schwingungskreises auf einen anderen (eventuell in Resonanz stehenden) Schwingungskreis berechnen zu können. Daher ist die Kenntnis dieses Mittelwertes γ wichtig für Wirksamkeit von Teslatransformatoren und für die drahtlose Telegraphie. *Im folgenden will ich die Resultate meiner Messungen über diese mittleren Dekremente γ, welche durch die Eigenschaften der Funkenstrecke herbeigeführt werden, angeben.* Das Hauptresultat will ich gleich voranschicken, daß nämlich auch bei Speisung einer auf konstanter Länge gehaltenen Funkenstrecke mit konstanter Potentialdifferenz nicht annähernd der Widerstand w der Funkenstrecke konstant, d. h. von L und C unabhängig ist. Daß w mit wachsender Kapazität C abnimmt, ist wegen des dadurch bewirkten Wachsens der von jedem Funken transportierten Elektrizitätsmenge von vornherein plausibel und auch von Lindemann[1]) experimentell bewiesen. Lindemann konstatierte auch etwas Zunahme des Funkenwiderstandes mit wachsender Selbstinduktion. Ich werde im folgenden zeigen, daß diese Zunahme von w mit L sogar sehr bedeutend sein kann. Der Grund ist wohl darin zu suchen,

1) R. Lindemann, Diss. Göttingen 1903; Ann. d. Phys. **12.** p. 1012. 1903.

daß mit wachsendem L die Periode T wächst, daher mehr Dissoziationsarbeit vom Funken zu leisten ist, weil vor Einsetzen des Funkens der Warburgsche Vorprozeß (Dissoziation der Luft) stattfinden muß und diese Dissoziation mit einer bestimmten Geschwindigkeit wieder zurückgeht.

Wegen dieses Verhaltens des Funkenwiderstandes kann man leider nicht durch große L und kleine C beliebig kleine logarithmische Dekremente γ erzielen, wie sie nach (1) eintreten würden, wenn w von L und C unabhängig wären. *Vielmehr ergibt sich innerhalb gewisser Grenzen die Dämpfung γ in einer Funkenstrecke konstant, d. h. unabhängig von C, L, Länge und Speisung der Funkenstrecke.*[1]) *Die Werte γ erreichen aber bei zweckmäßiger Kondensatorkonstruktion so kleine Beträge, wie sie bisher in der Literatur noch nicht angegeben sind. Daher erklärt sich auch in diesen Fällen eine recht scharfe Resonanz zweier nahezu geschlossener Schwingungskreise.*

1. Untersuchungsmethode und Apparate.

Kürzlich hat Simons[2]) ein Messungsverfahren für den Widerstand einer Funkenstrecke angegeben, indem er direkt für eine Funkenstrecke einen Leitungswiderstand substituierte. Aber abgesehen davon, daß nach dieser Methode der Kondensatorkreis immer *zwei* Funkenstrecken enthalten muß und der resultierende mittlere Widerstand der eigentlichen Erregerfunkenstrecke dadurch nicht gemessen wird, erscheint mir seine Methode nicht so bequem, als die schon von Bjerknes[3]) angegebene Methode der Aufnahme einer Resonanzkurve, die mit den von mir verwendeten Apparaten innerhalb weniger Minuten schon das Resultat für das logarithmische Dekrement γ lieferte, aus dem dann der Funkenwiderstand nach (1) zu berechnen ist. Nach dieser Methode wird der Kondensatorkreis auch genau in der Form verwendet, wie er als Erreger für einen Teslatransformator oder bei der drahtlosen Telegraphie verwendet wird, und es steht nichts im Wege, mit den be-

1) Die Angabe eines Funkenwiderstandes ohne gleichzeitige Angabe von Kapazität C und Selbstinduktion L ist daher ohne Bedeutung.

2) K. Simons, Ann. d. Phys. 13. p. 1044. 1904.

3) V. Bjerknes, Wied. Ann. 55. p. 120. 1895.

nutzten Meßverfahren bei jedem praktisch ausgeführten Teslatransformator oder Erreger bei drahtloser Telegraphie die Dämpfung des Erregers zu messen, nur ist bei sehr großen Wellenlängen λ die Konstruktion des Meßapparates etwas anders zu wählen, als bei kleineren Wellenlängen.

Die Aufnahme einer Resonanzkurve besteht darin, daß der Kondensatorkreis, dessen γ gemessen werden soll, induktiv erregt (mit schwacher magnetischer Koppelung) einen zweiten (sekundären) Kondensatorkreis, bei dem man seine Eigenperiode meßbar verändern kann und in dem man den Integraleffekt der vom primären Kondensatorkreise induzierten elektrischen Schwingungen quantitativ messen kann. Die graphische Darstellung der Abhängigkeit der Stärke dieser Erregung von der Eigenperiode des Sekundärkreises wird als *Resonanzkurve* bezeichnet. Aus dieser Resonanzkurve erhält man die Summe der beiden logarithmischen Dekremente $\gamma_1 + \gamma_2$ des Primär- und des Sekundärkreises, und zwar nach Bjerknes (l. c.) durch ein geometrisches, nach mir[1]) durch ein analytisches Verfahren. Um nun γ_1 allein zu bestimmen, kann man nach Bjerknes und nach meiner zitierten Arbeit mehrere Verfahren einschlagen. Dieselben beziehen sich auf die Fälle, in denen man weder γ_1 noch γ_2 von vornherein berechnen kann. Bei den hier angestellten Versuchen kann man aber das Dekrement γ_2 einfach nach der Formel (1) aus dem w, C und L des Sekundärkreises berechnen. Dies Verfahren ist beim Sekundärkreis anwendbar, da er keine Funkenstrecke zu enthalten braucht und keine Hertzsche Strahlung. Letztere Bedingung ist erfüllt, wenn λ groß gegen die Länge des Schließungskreises und der Plattenabstand klein gegen die Querdimensionen des Kondensators ist. Außerdem muß das Dielektrikum der Kapazität C im Meßkreis (Sekundärkreis) frei von dielektrischer Hysteresis sein, was z. B. bei Luft- oder Petroleumfüllung als erreicht anzusehen ist.

Den Sekundärkreis (vgl. Fig. 1) wähle ich in der Form, wie ich ihn schon früher[2]) zur Periodenmessung angewendet und beschrieben habe, d. h. als schmales Rechteck varia-

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **13.** p. 525. 1904.
2) P. Drude, Ann. d. Phys. **9.** p. 611. 1902.

beler Länge ($a = 50$ cm bis 150 cm), dessen eine Schmalseite ($b = 3$ cm lang) einen Plattenkondensator C_2 enthält. Zu dem Zweck sind in die Längsseiten $a\,a$ des Rechtecks dicht am Ende $e\,e$ zwei Löcher (1 mm weit) gebohrt, in welche zwei kurze gerade Drähte passen, welche den Kondensator C_2 tragen. C_2 kann also bequem ausgewechselt werden.[1]) Die andere Schmalseite b des Rechtecks enthält ein Thermoelement T aus 0,05 mm feinem, $^1/_2$—1 cm langen[2]) Kupfer- (oder Eisen-) bez. Konstantandraht (thermoelektrisches Kreuz, in Fig. 2 besonders abgebildet). Die Enden des thermoelektrischen Kreuzes führten zu einem (nur mäßig empfindlichen) d'Arsonvalgalvano-

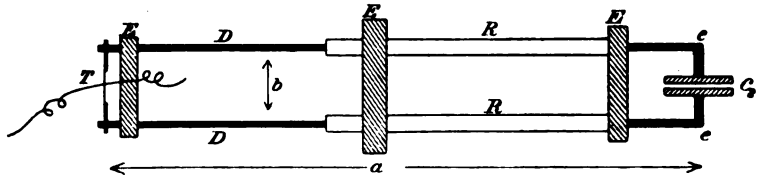


Fig. 1.

meter von 150 Ohm innerem Widerstand. Bei 1,5 m Skalenabstand entsprach 1 mm Ausschlag 23 Mikrovolt. Um die Länge a des Rechtecks und damit seine Eigenperiode stetig verändern zu können, bestehen die Längsseiten teilweise aus 4 mm dicken, 50 cm langen Messingröhrchen $R\,R$, in die sich 3 mm dicke Kupferdrähte $D\,D$ einschieben[3]), die an ihrem einen Ende durch das Thermoelement T verbunden sind. Durch drei Ebonitstücke $E\,E\,E$ (Fig. 1) wird die Sekundärleitung befestigt. An dem bei T befindlichen Ebonitstück E befindet sich ein Index, der über einen Maßstab laufend die Länge a anzeigt.

1) Die beiden Metallplatten von C_2 waren durch drei kleine, meist 1 mm dicke Ebonitplättchen, durch die Ebonitschrauben mit Gegenmuttern gesteckt waren, auf konstantem Abstand voneinander gehalten und starr miteinander befestigt.

2) Größere Längen zu wählen, ist unpraktisch. Die Empfindlichkeit des Thermoelementes wird allerdings bei größeren Längen l erhöht, das Element wird dann aber träger, d. h. erreicht den stationären Zustand langsamer. Außerdem wird sonst eventuell γ_2 zu groß.

3) Die Röhren $R\,R$ sind an dem Ende, in welches die Drähte $D\,D$ eingesteckt werden, geschlitzt, so daß sie einen gut federnden Kontakt mit $D\,D$ haben.

Das *Thermoelement* ist in Fig. 2 in natürlicher Größe abgebildet. In den Horizontalbalken des Ebonitkreuzes E sind die beiden 3 mm dicken Drähte $D\,D$ der Sekundärleitung fest eingesteckt. An diesen sind zwei 1 mm starke Kupferdrähte $d\,d'$ angelötet (oder angeschraubt). Die Enden dieser Kupferdrähte haben nur eine Distanz von 6 mm voneinander. An d ist nun ein 8 mm langer, 0,05 mm dicker Konstantandraht $a\,a$ angelötet. Das andere Ende dieses Drahtes a ist an einen 1 mm dicken Kupferdraht angelötet, der an der Ebonitstütze s befestigt ist, und über G zum Galvanometer führt. An d' ist ein 8 mm langer, 0,05 mm dicker Kupfer- oder Eisendraht $b\,b$ angelötet. Das andere Ende von b führt zu einem an der Ebonitstütze s' befestigten, 1 mm dicken Kupferdraht, der über G' zum Galvanometer führt. Dieser Kupferdraht enthält unterhalb s' einige Spiralwindungen, damit die beiden, einmal umeinander gekreuzten (verschlungenen) Drähte a b an ihrer Kreuzungsstelle federnd gegeneinander gepreßt werden. Zur Sicherung des Kontaktes an der Kreuzungsstelle sind a und b dort noch mit einem kleinen Tröpfchen Weichlot verbunden.[1])

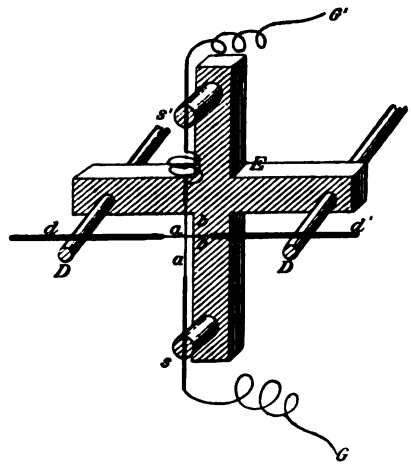


Fig. 2.

An Stelle der bisher beschriebenen Konstruktion, bei der sich das Thermoelement genau am Ende der ganzen Sekundärleitung befindet, kann man auch zur Vereinfachung das thermoelektrische Kreuz als verschiebliche Brücke über den Drähten $D\,D$ der Sekundärleitung gleiten lassen. Die Röhrchen $R\,R$ fallen dann fort. Zur Sicherung des Kontaktes der Drähte $d\,d'$ mit den Drähten $D\,D$ kann man dann unten an das thermoelektrische Kreuz ein beschwerendes Gewicht anhängen. Indes ist

1) Bei Eichung mit Gleichstrom ist diese Verlötung besonders wichtig.

dieser Kontakt nicht so gut als der federnde Kontakt der Röhrchen R, R an den Drähten D, D. Letzterer gibt daher exaktere Resultate, und ich habe ihn bei den mitgeteilten Messungen (abgesehen von zwei bezeichneten Ausnahmen) ausschließlich angewendet.

Durch Eichung kann man die Ausschläge des Galvanometers in Beziehung setzen zum Integraleffekt

$$J = \int_0^\infty i_2^2 \, dt$$

im Sekundärkreis (i_2 Stromstärke in ihm), ferner kann man durch Eichung oder Berechnung die Länge a des Rechtecks in Beziehung setzen zur Selbstinduktion L_2 oder der Periode T_2 des Sekundärkreises.

Nun ist[1]), falls sich die unteren Indizes 1, 2 auf Primär- bez. Sekundärkreis beziehen, der Integraleffekt J gegeben durch:

$$J = \frac{p}{1 + 4\pi^2 \left(\frac{T_2 - T_1}{\gamma_1 T_2 + \gamma_2 T_1} \right)^2}, \tag{4}$$

wobei p ein von der magnetischen Koppelung zwischen 1 und 2, sowie von den Kapazitäten, Selbstinduktionen und Dämpfungen abhängiger Faktor ist, der aber die Differenz $T_2 - T_1$ nicht enthält. Setzt man nun

$$T_2 = T_1 (1 + \zeta), \tag{5}$$

wobei ζ klein gegen 1 sein soll, so kann man setzen $p = p_0 (1 + a\zeta)$, wobei p_0 den Wert von p für $\zeta = 0$ bedeutet, während a ein aus meiner zitierten Arbeit zu berechnender Koeffizient ist, auf den es hier genauer nicht ankommt; nur ist wichtig, daß a die Dekremente γ_1, γ_2 nicht im Nenner enthält, d. h. daß a nicht sehr groß wird, wenn γ sehr klein ist. Nach (4) und (5) wird daher:

$$J = \frac{p_0 (1 + a\zeta)}{1 + \left(\frac{2\pi\zeta}{\gamma_1 (1+\zeta) + \gamma_2} \right)^2},$$

d. h.

$$\frac{1}{J} = \frac{1 + \left(\frac{2\pi\zeta}{\gamma_1 (1+\zeta) + \gamma_2} \right)^2}{p_0 (1 + a\zeta)} = \frac{1}{p_0} \left\{ 1 - a\zeta + \left(\frac{2\pi}{\gamma_1 + \gamma_2} \right)^2 \zeta^2 \right\}, \tag{6}$$

1) P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 532 Formel (84). 1904.

wenn man nach Potenzen von ζ entwickelt und Glieder von der dritten Ordnung ζ^3 an fortläßt. Da a klein neben $(2\pi:\gamma_1+\gamma_2)^2$ ist, so ist in (6) das Glied $(a\zeta)^2$ fortgelassen. Nach (6) erreicht J ein Maximum J_m bei

$$\zeta = \zeta_m = \frac{a}{2}\left(\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2\pi}\right)^2$$

und für J_m gilt die Gleichung:

$$\frac{1}{J_m} = \frac{1}{p_0}\left(1 - \frac{a^2}{4}\left(\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2\pi}\right)^2\right).$$

Setzt man $\zeta = \zeta_m + \eta$, $T_2 = T_m(1+\eta)$, wobei T_m die Periode des Sekundärkreises bedeutet, für die J ein Maximum erreicht (Resonanzperiode), *η also die prozentische Abweichung der Periode T_2 von dieser Resonanzperiode*, so ergibt (6)

$$\frac{1}{J} = \frac{1}{p_0}\left\{1 - \frac{a^2}{4}\left(\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2\pi}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{\gamma_1+\gamma_2}\right)^2\eta^2\right\},$$

daher

$$\frac{\frac{1}{J} - \frac{1}{J_m}}{\frac{1}{J_m}} = \frac{J_m - J}{J} = \left(\frac{2\pi}{\gamma_1+\gamma_2}\right)^2\eta^2,$$

wenn

$$\frac{a^2}{4}\left(\frac{\gamma_1+\gamma_2}{2\pi}\right)^2$$

klein neben 1 ist, was bei guter Resonanz stets erfüllt sein muß. *Wir gewinnen daher zur experimentellen Bestimmung von $\gamma_1+\gamma_2$ aus der Resonanzkurve*, d. h. *aus beobachteten J und η, die Gleichung*:

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 2\pi\eta\sqrt{\frac{J}{J_m - J}}\,.^1) \tag{7}$$

Wenn man die Veränderung von T_2 durch Veränderung δa der Länge a der Rechteckseite bewirkt, so ist bei genügend

1) In meiner zitierten Arbeit (Ann. d. Phys. **13.** p. 527. 1904) tritt $J_m : J_m - J$ auf, während hier $J : J_m - J$ sich ergeben hat. Der Unterschied zwischen beiden Formeln fällt fort, wenn J in der Nähe von J_m liegt, man kann dann $(2\pi\zeta:\gamma_1+\gamma_2)^2$ als klein neben 1 ansehen, und das wurde in meiner früheren zitierten Arbeit vorausgesetzt. Man erhält aber genauere Resultate, wenn die Resonanzkurve nicht nur in unmittelbarer Nähe ihres Maximums benutzt wird, sondern wenn η größer ist, z. B. 3 Proz. = 0,03. Dann ist z. B. für $\gamma_1+\gamma_2 = 0{,}1$ der Wert $2\pi\eta:\gamma_1+\gamma_2 = 1{,}9$, d. h. er ist nicht mehr klein gegen 1, und daher gilt dann die hier abgeleitete strengere Formel (7). Der Term $a\zeta$ in Formel (6) ist trotzdem klein gegen 1, auch wenn J nicht in unmittelbarer Nähe des Resonanzmaximums beobachtet wird, da a kein großer Faktor ist, weil γ bei a nicht im Nenner auftritt.

langen und schmalen Rechtecken die Selbstinduktion L_2 der Sekundärleitung proportional zur Seitenlänge a. Daher gilt dann (vgl. Formel (2)):

$$\frac{T_2}{T_m} = 1 + \eta = \sqrt{\frac{a_m \pm \delta a}{a_m}} = 1 \pm \frac{1}{2}\frac{\delta a}{a_m},$$

wobei a_m die Rechteckslänge bezeichnet, bei der stärkste Wirkung in der Sekundärleitung erzeugt wird (Resonanzlänge).

Daher nimmt dann (7) die bequeme Gestalt an:

$$(7') \qquad \gamma_1 + \gamma_2 = \pi \frac{\delta a}{a_m} \sqrt{\frac{J}{J_m - J}}.$$

Daß sich L_2 innerhalb der benutzten Grenzen von a_m (60 cm bis 130 cm) proportional zu a änderte, habe ich durch besondere Versuche kontrolliert. Dazu wurde die Sekundärleitung auf ein bestimmtes a_1 eingestellt und derjenige Plattenabstand des mikrometrisch verstellbaren Erregerkondensators C_1 aufgesucht, bei dem das Thermoelement in der Sekundärleitung die stärkste Erwärmung zeigte. Dann wurde die Sekundärleitung durch eine (auch in Ann. d. Phys. 9. p. 611. 1902 von mir angewandte) exakte Rechtecksleitung von überall gleich dicken Drähten mit Kondensator und mit verschieblichem Metallbügel ersetzt, und der Bügel auf das Maximum des Leuchtens einer an den Kondensator angelegten Warburgschen[1]) Vakuumröhre eingestellt. Bei dieser Leitung ist die Selbstinduktion L_2 aus dem Abstand a_2 des Bügels vom Ende der Leitung (an welchem der Kondensator angelegt ist) exakt zu berechnen, und bei den benutzten Dimensionen einfach proportional zu a_2. Nun ergab sich, daß bei Veränderungen des a_1 von 17 Proz. a_1 proportional zu a_2 war innerhalb von 2 Proz. Fehler. Da nun $\delta a : a_m$ wesentlich kleiner als 17 Proz. war, so kann man jedenfalls innerhalb 1 Proz. Fehler η durch $^1/_2\ \delta a : a_m$ ersetzen, d. h. Formel (7') zur Bestimmung von $\gamma_1 + \gamma_2$ benutzen.

Ebenfalls ergab sich, daß innerhalb 1 Proz. Fehler der Galvanometerausschlag proportional dem Integraleffekt J in der Sekundärleitung war. Die Messung wurde so vor-

1) So will ich die Vakuumröhren bezeichnen, welche nach der Warburgschen elektrolytischen Methode eingeführtes Natrium enthalten, aber nur *eine* Elektrode, während die Zehnderschen Röhren noch mehrere eingeschmolzene Elektroden enthalten, die zu dem von Zehnder beschriebenen Demonstrationen der Hertzschen Versuche dienen.

genommen, daß ein gemessener Strom i durch das Thermoelement gesandt wurde und der Ausschlag s im Galvanometer beobachtet wurde, und zwar wurde i dieselbe Zeit ($3^1/_2$ sec) lang geschlossen, wie bei den eigentlichen Messungen der Erregerfunken. Das Galvanometer stellte sich nämlich nicht aperiodisch ein, sondern kehrte nach $3^1/_2$ sec um. Bei der Umkehr wurde der Strom wieder unterbrochen. Sodann wurde dieselbe Beobachtung bei kommutiertem Strom i gemacht. Der dabei beobachtete Galvanometerausschlag s' war nicht genau gleich s, weil trotz der Verlötung des thermoelektrischen Kreuzes die Lötstelle einen bei der Empfindlichkeit des Galvanometers merklich endlichen Widerstand im Vergleich zu dem Galvanometerwiderstande (150 Ohm) besaß. Der Wert $s+s'):2$ entspricht dem rein durch die Erwärmung des Thermoelementes hervorgebrachten Galvanometerausschlage. Dieser ergab sich also proportional zu i^2, und zwar nicht nur für 3,5 sec Schließungsdauer von i, sondern auch für längere Schließungsdauer (z. B. für 30 sec und 60 sec). Für längere Schließungsdauer ging die Erwärmung des (in Watte gehüllten) Thermoelementes beständig in die Höhe, aber nur langsam. Z. B. hatten bei $i = 0{,}4$ Amp. die Ausschläge folgende Werte für wechselnde Schließungsdauer t:

Schließungsdauer t	s	s'
3,5 sec	25,4 cm	24,0 cm
30,0 „	28,1 „	27,6 „
60,0 „	29,2 „	28,3 „

Die magnetische Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis wurde meist etwa so stark gewählt, daß der Resonanzausschlag s_m etwa 7—10 cm betrug, was einer effektiven Stromstärke $i_2 = 0{,}23$ Amp. etwa entsprach. Trotz dieses verhältnismäßig starken induzierten Sekundärstromes war die magnetische Koppelung zwischen beiden Kreisen sehr klein, so daß die Gestalt der Resonanzkurve, welche ja bei stärkerer magnetischer Koppelung zwischen beiden Kreisen weniger steil wird (vgl. p. 540 meiner zitierten Arbeit Ann. d. Phys. 13. 1904), durch die magnetische Koppelung durchaus nicht beeinflußt wurde. Dies wurde dadurch bewiesen, daß sich $\gamma_1 + \gamma_2$ unabhängig

von der Stärke der Koppelung, d. h. von der Größe des Maximalausschlages s_m ergab. Die unten angeführten Beobachtungsreihen belegen dies zahlenmäßig. Man mußte aber darauf achten, die Koppelung nicht so stark zu wählen, daß Funken zwischen den Platten des Sekundärkondensators übersprangen, weil dadurch die Resonanzkurve sofort wesentlich flacher wurde.[1])

2. Einige Resonanzkurven als Beispiele.

Um die Brauchbarkeit des Verfahrens und der Formeln (7) bez. (7') zu zeigen, sollen als Beispiele einige beobachtete Resonanzkurven ausführlicher angegeben werden.

1. Beispiel. Die Kapazität C_1 des Primärkreises bestand aus einer Leydener Flasche von der Kapazität $C_2 = 1040$ cm.[2]) Die Selbstinduktion L_1 des Primärkreises bestand aus einem aus 3 mm dickem Kupferdraht bestehenden Kreise von 12,5 cm Durchmesser. Nach der Formel $L_1 = 4\pi r . [ln(8r/\varrho) - 2]$, wobei r Kreisradius, ϱ halbe Drahtdicke bedeutet, berechnet sich $L_1 = 297$ cm. Diese Drahtleitung L_1 bestand aus zwei Halbkreisen, an deren einem Ende 3 mm lange, 4 mm dicke zugespitzte Zinkstücke angelötet waren. In die Zinkstücke waren 1 mm große Löcher gebohrt, in welche die Sekundärdrähte eines größeren Induktors[3]) gesteckt wurden, der mit 12 Volt bei 1 Ohm Vorschaltwiderstand gespeist wurde. Der Induktor wurde mit Quecksilberturbinenunterbrecher betrieben. Die Distanz der Zinkenden (Größe f der Funkenstrecke) betrug 1 mm. Da die in die Zinkstücke gesteckten Drahtenden an einer mikrometrisch verstellbaren Ebonitgabel befestigt waren, so konnte die Größe von f bequem variiert werden. An dem anderen Ende der beiden Halbkreise der Drahtleitung waren senkrecht zum Draht zwei dünne, etwa 1 cm² große Kupferplättchen angelötet, welche durch eine Ebonitschraube gegen die Stanniolbelegungen der Leydener Flasche gepreßt wurden.

1) So vergrößert sich in dem unten p. 724 angegebenen vierten Beispiel $\gamma_1 + \gamma_2$ von 0,076 auf 0,095 durch Funken in C_2.

2) Sie wurde dadurch gemessen, daß die Resonanz des Primärkreises mit einer Meßleitung von bekannter Selbstinduktion und Kapazität bestimmt wurde. Es ergibt sich für die Dielektrizitätskonstante des Glases der Leydener Flasche etwa der Wert $\varepsilon = 7$.

3) Induktor Nr. III (vgl. unten p. 726).

Die Kapazität C_2 des Sekundärkreises bestand aus zwei Aluminiumkreisscheiben von annähernd 1 mm Abstand und 20 cm Durchmesser. Es war $C_2 = 239$ cm. Die Selbstinduktion L_2 bestand aus der oben p. 713 beschriebenen Rechtecksleitung mit Thermoelement. Der Widerstand des Thermoelementes (und daher auch der ganzen Sekundärleitung) betrug[1]) $w_2 = 0{,}37$ Ohm. Die Beobachtungen begannen mit der Seitenlänge $a = 95$ cm des Rechtecks der Sekundärleitung. Der Primärstrom des Induktoriums wurde geöffnet, sobald das Galvanometer die erste Umkehr zeigte (Stromschlußdauer $3^1/_2$ Sek.). Ich habe hier absichtlich nur eine Beobachtung gemacht, um zu zeigen, daß schon dadurch zuverlässige Resultate für $\gamma_1 + \gamma_2$ erhalten werden. — Sodann wurde eine Beobachtung mit $a = 96$ cm gemacht. So gings fort bis zu $a = 113$ cm. Dann wieder rückwärts bis zu $a = 95$ cm. Folgende Tabelle enthält die Resultate.

$C_1 = 1040$ cm (Leydener Flasche),
$L_1 = 297$ cm, $\lambda_1 = 2\pi\sqrt{L_1 C_1} = 35$ m,
$C_2 = 239$ cm, $w_2 = 0{,}37$ Ohm,
f (Funkenlänge) = 1 mm.

a	s hin	s zurück	s Mittel
95 cm	1,35 cm	1,30 cm	1,32 cm
96	1,7	1,6	1,65
97	2,2	2,05	2,12
98	2,8	2,7	2,75
99	3,45	3,35	3,40
100	4,1	4,1	4,10
101	4,7	4,75	4,72
102	5,1	5,25	5,17
103	5,5	5,7	5,60
104	5,55	5,7	5,62
105	5,3	5,45	5,37
106	5,0	5,05	5,02
107	4,5	4,5	4,50
108	3,7	3,7	3,70
109	3,2	3,15	3,17
110	2,6	2,55	2,57
111	2,1	2,05	2,07
112	1,65	1,60	1,62
113	1,35	1,25	1,30

1) Im Laufe der Versuche wächst w_2 allmählich durch den Gebrauch des Thermoelementes; z. B. war anfänglich $w_2 = 0{,}34$ Ohm, nach zahlreichen Versuchen $w_2 = 0{,}39$ Ohm.

Fig. 3 enthält die graphische Darstellung dieser Resonanzkurve. Man erkennt einen gut regelmäßigen Verlauf, der in bezug auf $a_m = 103{,}6$ cm etwa symmetrisch ist. Nun ist zu berücksichtigen, daß das Dekrement γ_2 im Sekundärkreis streng genommen bei der Beobachtung nicht konstant ist, sondern nach Formel (1) mit wachsendem a, d. h. wachsen-

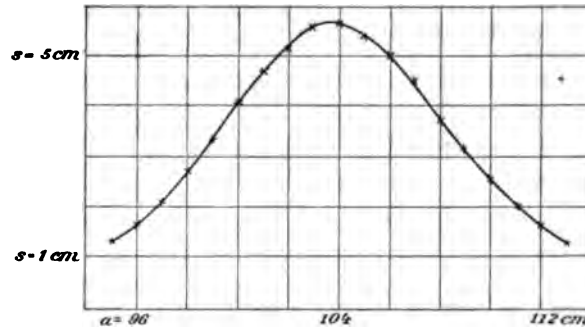


Fig. 8.

dem L etwas abnehmen muß. Für $a = a_m$ findet Resonanz zwischen Primär- und Sekundärkreis statt, daher ist in Formel (2) $\lambda = 3500$ cm zu setzen und es berechnet sich nach (2)

$$\gamma_2 = \frac{2\pi^2 \cdot 0{,}37 \cdot 10^9}{8 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{239}{3500} = 0{,}0166.$$

Da für $a = 95$ cm L_2 um 10 Proz. kleiner als für $a = a_m = 104$ cm ist, so müßte nach (1) für $a = 95$ cm γ_2 um 5 Proz. größer als 0,0166 sein, d. h. etwa $\gamma_2 = 0{,}0174$. Ebenso müßte für $a = 113$ cm γ_2 um 5 Proz. kleiner als 0,0166 sein, d. h. $\gamma_2 = 0{,}0157$. Diese geringen Variationen von γ_2 innerhalb der Resonanzkurve spielen nun keine Rolle, da γ_1 meist mindestens von der Größe 0,07 ist. Außerdem fallen diese Variationen von γ_2 innerhalb der Resonanzkurve vollkommen außer Betracht, wenn wir aus je zwei symmetrisch zu a_m liegenden Beobachtungen von s das Mittel nehmen. Es kommt dabei auch auf genaue Kenntnis des a_m gar nicht an, wir brauchen nur zwei annähernd gleiche Beobachtungen s_1, s_2 bei zwei verschiedenen a_1 und a_2 zu einem Mittel zu vereinigen. Wir können dann Formel (7') anwenden, wobei zu setzen ist:

$$\delta a = \frac{a_1 - a_2}{2}, \quad a_m = \frac{a_1 + a_2}{2},$$

außerdem können wir an Stelle des Integraleffektes J direkt die Ausschläge s setzen, da J proportional zu s war. Daher gewinnen wir an Stelle von (7'):

$$(7'') \qquad \gamma_1 + \gamma_1 = \pi \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} \sqrt{\frac{(s_1 + s_2):2}{s_m - (s_1 + s_2):2}}.$$

Benutzen wir in dieser Weise die beobachtete Resonanzkurve, so ergibt sich (graphisch folgt $s_m = 5{,}65$)

aus a_1 =	95 cm	und a_2 =	113 cm	: $\gamma_1 + \gamma_2$ =	0,150
	96		112		0,154
	97		111		0,162
	98		110		0,171
	99		109		0,175
	100		108		0,181
	100		107		0,189
	101		107		0,193
	102		106		0,188
	102		105		0,168

Abgesehen von den beiden ersten Kombinationen, für die $\delta a : a_m$ zu groß, nämlich 9 : 104 bez. 8 : 104 ist, ergibt sich also $\gamma_1 + \gamma_2$ aus den verschiedenen Punkten der Resonanzkurve sehr gut konstant, im Mittel zu $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}178$, d. h. da $\gamma_2 = 0{,}017$ ist so folgt $\gamma_1 = \mathbf{0{,}161}$.

Wenn man durch wenige Beobachtungen γ_1 erhalten will, so empfiehlt sich zur Erreichung größter Genauigkeit die Kombination zweier möglichst gleicher s_1 und s_2, welche etwa halb so groß als das Maximum s_m ist, so daß dann nach (7'') $\gamma_1 + \gamma_2$ annähernd gleich $\pi(a_1 - a_2/a_1 + a_2)$ ist. In der beobachteten Resonanzkurve würden dies die bei $a_1 = 98$ und $a_2 = 109$ oder $a_2 = 110$ gemachten Beobachtungen sein. Aus $a_1 = 98$ und $a_2 = 109$ ergibt sich $(s_1 + s_2):2 = 2{,}96$, daher

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi \cdot \frac{11}{207} \sqrt{\frac{2{,}96}{2{,}69}} = 0{,}176,$$

aus $a_1 = 98$ und $a_2 = 110$ folgt $(s_1 + s_2):2 = 2{,}66$, daher

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \pi \cdot \frac{12}{208} \sqrt{\frac{2{,}66}{2{,}99}} = 0{,}171.$$

Man kann also schon durch wenige (6) Beobachtungen, die innerhalb 5—10 Min. ausgeführt werden können, γ_1 mit mindestens 4 Proz. Genauigkeit bestimmen. Durch Häufung der Beob-

achtungen bei konstantem a, die schnell hintereinander vorgenommen werden können, wird γ_1 natürlich noch genauer bestimmt. — Nach 20 Stunden Ruhe ergab dieselbe Anordnung $a_m = 104$ cm, $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}166$ (aus nur drei Beobachtungen gegenommen, nämlich je eine Beobachtung bei $a_1 = 99$ cm, $a_2 = 109$ cm, $a_m = 104$ cm). — Mit etwas (aber wenig) größerem Kondensator C_2 aufgenommen ergab sich aus im ganzen fünf Beobachtungen $a_m = 96$ cm (wegen größerem C_2 kleiner als vorhin) $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}165$. *Man kann also schon mit sehr wenig Beobachtungen eine große Genauigkeit für γ_1 erreichen.*

2. *Beispiel.* In genau gleicher Weise wie beim ersten Beispiel (d. h. s ist nur *eine* Beobachtung) wurde gewonnen für

$C_1 = 2500$ cm (Kondensator aus 17 Zinkplatten, im Petroleumbad[1]),
$L_1 = 380$ cm (einfacher Schließungskreis aus 2 mm dickem Draht mit Zinkfunkenstrecke),
$C_2 = 1024$ cm (Kondensator aus 9 Aluminiumplatten in Luft),
$w_2 = 0{,}6$ Ohm, $f = 1{,}1$ mm, $\lambda_1 = 61{,}3$ m, $\gamma_2 = 0{,}066$.

Induktor Nr. III zur Funkenspeisung.

a	s hin	s zurück	s Mittel	$\gamma_1 + \gamma_2$
69,5 cm	2,5 cm	2,1 cm	2,3	
71,5	4,0	3,8	3,9	
73,5	6,5	7,1	6,8	
75,5	13,8	11,4	12,6	
77,0	15,9	13,3	14,6	0,145
78,5	11,5	12,9	12,2	
80,5	6,5	6,5	6,5	0,131
82,5	3,6	3,4	3,5	0,131
84,5	2,2	2,0	2,1	0,129

3. *Beispiel.* s ist wiederum nur *eine* Beobachtung.

$C_1 = 196$ cm (2 Aluminiumplatten von 18 cm² Größe in Petroleumbad mit 2,7 mm Abstand),
$L_1 = 1545$ cm (Schließungskreis aus 3 mm dickem Draht von 48 cm Durchmesser mit Zinkfunkenstrecke),
$C_2 = 239$ cm, $w_2 = 0{,}4$ Ohm, $f = 1{,}4$ mm, $\lambda = 34{,}6$ m, $\gamma_2 = 0{,}017$.

1) Die Konstruktion des Kondensators ist unten p. 750 näher beschrieben.

Induktor Nr. I zur Funkenspeisung.

a	s hin	s zurück	s Mittel	$\gamma_1 + \gamma_2$
98,5 cm	5,3	6,5	5,9	
99,5	9,3	9,3	9,3	
100,5	15,2	14,6	14,9	
102,0	20,5	20,5	20,5	0,075 0,068 0,069
103,5	15,0	14,6	14,8	
104,5	8,0	9,2	8,6	
105,5	5,6	6,2	6,9	

4. Beispiel. s ist das Mittel aus *zwei* Beobachtungen.

$C_1 = 260$ cm (2 Aluminiumplatten in Petroleumbad),
$L_1 = 297$ cm (vgl. 1. Beispiel), $\lambda_1 = 17{,}5$ m,
$C_2 = 64{,}0$ cm, $w_2 = 0{,}34$ Ohm, $f = 0{,}5$ mm etwa, $\gamma_2 = 0{,}008$.

Induktor Nr. I zur Funkenspeisung.

a	s hin	s zurück	s Mittel	$\gamma_1 + \gamma_2$
91,5 cm	1,6	1,25	1,42	
92,5	2,7	2,1	2,4	
93,5	3,9	3,25	3,57	
94,5	4,9	4,25	4,57	
95,0	5,25	5,45	5,35	0,094 0,084 0,087 0,076
95,5	4,95	4,6	4,77	
96,5	5,3	4,6	4,95	
97,5	3,8	2,3	3,05	
98,5	2,85	1,75	2,30	
99,5	1,4	1,1	1,25	

Bei dem 3. und 4. Beispiel ist die Kleinheit der Dekremente sehr bemerkenswert. In unmittelbarer Nähe des Maximums ($\delta a / a_m \gtrless 0{,}015$) ergibt sich $\gamma_1 + \gamma_2$ meist etwas größer als der Mittelwert, indes können die Resultate hier nicht so genau sein, als wenn $\delta a / a_m$ so gewählt wird, daß s etwa gleich $^1/_2\, s_m$ ist.

3. Abhängigkeit der Dämpfung, des Integraleffektes und des Funkenpotentials von der Größe der Funkenstrecke und der Funkenspeisung.

Wenn die Schwingungsdauern des Primär- uud Sekundärkreises übereinstimmen (was bei nicht zu großer Dämpfung sehr nahezu der Resonanz entspricht, d. h. stärkstem Ansprechen des Sekundärkreises), so gilt[1]) für die am Thermoelement durch einmaligen Oszillationsablauf[2]) entwickelte Joulesche Wärme:

$$W_m = w_2 J_m = \frac{\pi^2}{2} F^2 C_1 \frac{L_{21}^2}{L_1 L_2} \cdot \frac{1}{\gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)} \cdot \tag{8}$$

Hierin bezeichnet F die Anfangspotentialdifferenz mit der die Funken einsetzen (wir wollen F kurz *Funkenpotential* nennen), es ist also $^1/_2 C_1 F^2$ die beim Beginn der elektrischen Schwingungen vorhandene elektrische Energie (C_1 muß nach elektromagnetischem Maße ausgedrückt werden, wenn F elektromagnetisch definiert wird). L_{21} bezeichnet den Koeffizient der gegenseitigen Induktion zwischen Primär- und Sekundärkreis. $L_{21}^2 : L_1 L_2 = k^2$ nennt man kurz „*magnetische Koppelung*" zwischen beiden Leitungen.

Wenn man bei verschiedenen *Funkengrößen* f in der beschriebenen Weise γ_1 und γ_2 bestimmt bez. berechnet hat, so gibt, falls man den am Galvanometer beobachteten Maximalausschlag mit s_m bezeichnet, nach (8) der Term $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ die relative Veränderung des Funkenpotentials F in seiner Abhängigkeit von f an, da sich experimentell s proportional zu J oder W ergab.

Da in der Resonanz ist

$$C_1 L_1 = C_2 L_2 ,$$

so kann man (8) umgestalten in

$$W_m = \frac{\pi^2}{2} F^2 C_2 \frac{L_{21}^2}{L_1^2} \cdot \frac{1}{\gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)} \cdot \tag{9}$$

---

1) Vgl. P. Drude, Ann. d. Phys. 13. p. 532. 1904. Es wird allerdings dabei vorausgesetzt, daß das Dekrement konstant (von t unabhängig) ist, und daß die Funken nicht plötzlich abreißen nach einer gewissen Anzahl von Oszillationen.

2) Der also stattfindet, wenn der Primärstrom des Induktoriums einmal unterbrochen wird.

Wenn also die gegenseitige Induktion L_{21} zwischen Primär- und Sekundärkreis, sowie C_2 und L_1 konstant bleiben, so ist W_m unabhängig von C_1. Dieses Resultat habe ich experimentell bestätigt gefunden.

Zur Funkenspeisung habe ich vier verschieden starke Induktorien verwendet.[1]) Zwischen Kugeln von 1,9 cm Durchmesser waren die Schlagweiten dieser Induktorien λ in cm ausgedrückt.

Speisung mit	Induktor Nr. I	Induktor Nr. II	Induktor Nr. III	Induktor Nr. IV
V = 4 Volt	0,2 cm	—	—	—
6	0,3	4,8 cm	1,5 cm (0,9 cm)[2])	3,4 cm
8	0,55	5,4	3,0 (0,9)	6,0
10	0,55	9,0	4,9 (1,6)	10,5
12	0,55	9,2	9,5 (3,0)	16,0
18	—	—	12,5 (11,0)	21,5

Induktor Nr. I und II wurden mit Deprezunterbrecher betrieben, Induktor Nr. III u. IV mit Quecksilber-Strahlunterbrecher. Der Induktor Nr. I war ein altes Instrument von unbekannter Firma, welcher für seine Größe (Sekundärspule Zylinder von 24 cm Länge, 12 cm Durchmesser) sehr kleine Schlagweiten gab. Für die Funkenspeisung bei nicht zu großer angehängter Kapazität C_1 ergab aber gerade dieser Induktor sehr gute Resultate, d. h. kleine Werte des Dekrementes γ_1. Der Induktor Nr. II (modern von Max Levy in Berlin) hatte etwa dieselbe Größe wie Nr. I, der Induktor Nr. III (von Ruhmkorff in Paris, altes Instrument) war 50 cm lang und hatte 20 cm Durchmesser, Induktor Nr. IV, ein neuer Apparat von Levy, ergab 60 cm Schlagweite (Spitze–Platte) bei $V = 48$ Volt.

Ich gehe nun über zu den einzelnen Versuchsreihen. Sämtliche Kondensatoren C_2 hatten Luft als Dielektrikum.

---

1) In einzelnen Fällen habe ich auch einen Teslatransformator zur Speisung verwendet, vgl. unten p. 730. Derselbe bietet aber hier keine Vorteile.

2) Die eingeklammerten Zahlen geben die Schlagweite an, wenn 1 Ohm Vorschaltwiderstand in der Speiseleitung des Induktors angewandt wurde.

a) $C_1 : L_1 = 0{,}875$.

$C_1 = 260$ *cm* (zwei quadratische Aluminiumplatten von 18 cm Seitenlänge in Petroleumbad. Abstand der Platten voneinander $d = 2{,}0$ mm).

$L_1 = 297$ *cm* (vgl. 1. Beispiel p. 719, Enden von L_1 nahe an zwei Ecken der Platten von C_1 angeschraubt).

$\lambda_1 = 17{,}5$ *m*.

$C_2 = 64{,}0$ *cm* (zwei kreisförmige Aluminiumplatten von 10 cm Durchmesser und 1 mm Abstand voneinander).

$w_2 = 0{,}34$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}008$, a_m (Länge der Längsseite der Sekundärleitung im Resonanzfall) = 95 cm.

Speisung der Funkenstrecke f durch *Induktor Nr. I.*

Funken f zwischen abgerundeten, etwa 5 mm dicken Zinkstückchen.

Kürzester Abstand zwischen Primär- und Sekundärleitung 19 cm.

Tabelle I.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$	$F : f$
2	0,18 mm	0,109	0,62	0,089	0,68
3	0,31	0,110	2,85	0,192	0,62
1	0,48	0,089	5,65	0,221	0,46
4	0,50	0,101	4,60	0,224	0,45
13	0,52	0,102	4,50	0,225	0,43
7	0,65	0,088	8,80	0,278	0,42
5	0,70	0,099	6,75	0,268	0,38
12	0,74	0,089	8,40	0,270	0,37
8	0,87	0,089	9,75	0,290	0,33
11	0,87	0,077	9,10	0,244	0,28
6	0,90	0,092	7,80	0,268	0,30
9	1,13	0,092	9,50	0,296	0,26
10	1,13	0,102	7,10	0,282	0,25

Die erste mit Nr. überschriebene Kolumne gibt die zeitliche Reihenfolge der Beobachtungen an. Man erkennt, daß es hierauf nicht wesentlich ankommt, d. h. daß die Dämpfung durch längeren Gebrauch der Zinkfunkenstrecke nicht wesentlich zunimmt. Nur wenn f sehr klein ist, scheint dies der Fall zu sein, denn als am Schluß der hier angestellten Versuche, welche etwa $2^1/_2$ Stunde dauerten, f wiederum auf den kleinen Betrag $f = 0{,}13$ mm eingestellt wurde, ergab sich $\gamma_1 = 0{,}15$, $s_m = 0{,}88$, $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma)} = 0{,}145$. Es war also γ_1 wesentlich größer geworden als im Anfang (Nr. 2) der Versuche ($\gamma_1 = 0{,}109$).

Die Tabelle lehrt, daß *das Dekrement γ_1 innerhalb gewisser Grenzen* ($f = 0{,}5$ mm bis $f = 1$ mm) *nur sehr wenig von der Funkengröße f abhängt.* Für sehr kleine f wird γ_1 etwas größer, *besonders aber wird für große f γ_1 erheblich größer.* Letzteres geht deutlich hervor aus Versuchen, die einige Tage später mit derselben Anordnung (nur mit etwas kleinerer Koppelung) wie bei Tab. I angestellt sind.

Tabelle II.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$	$F:f$
2	0,7 mm	0,096	5,4	0,233	0,33
4	0,7	0,098	4,9	0,226	0,32
1	2,0	0,192	2,0	0,276	0,14
3	2,0	0,185	1,9	0,260	0,13

Für eine gewisse mittlere Funkenlänge f besitzt also das Dekrement γ_1 ein Minimum, der Resonanzintegraleffekt s_m besitzt ungefähr für diese Funkenlänge f ein Maximum, *jedenfalls geht aus den Tabb. I und II hervor, daß mit wachsendem f der Resonanzausschlag s_m zunächst wächst, dann wieder abnimmt.* Letzteres (die Abnahme) geht auch deutlich aus folgenden Versuchen hervor:

Tabelle III.

f in mm	0,7	1,0	1,4	2,0	2,5	3,0
s_m in cm	5,2	2,7	2,1	1,8	1,6	1,5

Die Zahlen der fünften Kolumne der Tabb. I und II sind nach der Gleichung (8) proportional zum Funkenpotential F. *Nach den Versuchen,* besonders der Tab. I, *wächst das Funkenpotential F mit der Funkenlänge f, aber wesentlich langsamer, als proportional zu f*[1]), wie die Zahlen der letzten Kolumne erkennen lassen, nach denen $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)} : f$ mit wachsendem f beständig abnimmt. Nun darf man allerdings nicht vergessen, daß die Größe $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ nur dann proportional zum Funkenpotential F ist, wenn die Anzahl der Primärfunken in der Zeit-

1) Dieses Resultat wird ja auch erhalten bei statischer Funkenpotentialmessung, vgl. z. B. A. Heydweiller, Hilfsbuch f. elektrische Messungen, Leipzig 1892; Tab. 13, p. 250.

einheit konstant ist. Diese Anzahl ist nicht immer gleich der Unterbrechungszahl des Induktoriums, sondern sie kann, besonders bei größeren Induktorien, größer als die Unterbrechungszahl des Induktoriums sein, wenn nämlich bei jeder Unterbrechung des Primärstromes des Induktors mehrere *Partialentladungen* oszillatorische Funken im Primärschwingungskreise entstehen lassen. Diese Partialentladungen habe ich in anderen Fälten (bei Speisung mit größerem Induktor) im rotierenden Spiegel direkt sehen können, und konnte leicht konstatieren, daß die Anzahl der Partialentladungen, die jede Primärstromunterbrechung des Induktoriums hervorruft, mit wachsender Funkengröße f *abnimmt.* Wenn dies der Fall ist, muß natürlich der Ausdruck $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ mit wachsendem f langsamer zunehmen, als dem Anwachsen des Funkenpotentiales F entspricht, ja es kann sogar eintreten, daß dieser Ausdruck mit wachsendem f sofort abnimmt, obwohl F mit wachsendem f sicher zunimmt. Ich habe auf genaue Untersuchung dieser Frage, d. h. der Abhängigkeit des Funkenpotentiales von der Funkenlänge, hier kein Gewicht gelegt, weil zunächst noch wichtiger ist, wie s_m und γ_1 mit f variieren, will also nur bemerken, daß zur exakten Untersuchung dieser Frage durch Photographie des Primärfunkens im rotierenden Spiegel die Anzahl der Partialentladungen bei den verschiedenen Funkengrößen f mit beobachtet werden muß. — Ich halte bei dem hier benutzten kleinen Induktor die Existenz mehrerer Partialentladungen nicht für wahrscheinlich. Direkt mit dem Auge und mit rotierendem Spiegel habe ich sie nicht beobachten können bei dieser mit a) überschriebenen Anordnung.

Außer in genügend schnell rotierendem Spiegel kann man noch in anderer Weise auf die Existenz oder auf Fehlen von Partialentladungen schließen. Wenn bei unveränderter Funkengröße f der Primärstrom des Induktoriums durch Anlegen höherer Spannung verstärkt wird, so muß das Funkenpotential F konstant bleiben, dagegen muß der Ausdruck $s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ zunehmen, wenn bei höherer Speisespannung des Induktors die Zahl der Partialentladungen bei f zunimmt. — Folgende Tabelle enthält nun die Resultate, wenn beim bisher benutzten Induktor Nr. I die Speisespannung V verändert wurde; im übrigen ist die Anordnung die bisherige.

Tabelle IV.

Induktor Nr. I, $f = 0{,}7$ mm, $\gamma_2 = 0{,}008$.

Nr.	V	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
3	4 Volt	0,109	3,45	0,210
2	6	0,098	6,40	0,258
1	8	0,098	4,90	0,226
6	8	0,079	8,50	0,240
4	10	0,081	9,20	0,257
5	12	0,081	8,50	0,248

Abgesehen von der kleinsten Speisespannung $V = 4$ Volt ist kein Anwachsen von $s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)$ mit wachsendem V zu konstatieren. Daher haben hier wahrscheinlich keine Partialentladungen stattgefunden.

Mit dem wesentlich kräftigeren, ebenfalls mit Deprez-unterbrecher betriebenen Induktorium Nr. II erhielt ich mit dieser unter a) beschriebenen Anordnung folgende Resultate:

Tabelle V.

Induktor Nr. II, mit 10 Volt gespeist, $\gamma_2 = 0{,}008$.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
5	0,52 mm	0,104	4,4	0,227
1	0,70	0,107	4,4	0,234
4	0,70	0,090	5,5	0,220
3	1,13	0,103	4,7	0,232
2	1,57	0,123	3,0	0,220

Hier hängt $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ überhaupt nicht merklich von der Funkenlänge f ab, daher sind bei diesem Induktor Partialentladungen vorhanden γ_1 *ist kaum größer, als bei Speisung mit Induktor Nr. I,* und erreicht für eine mittlere Funkenlänge (0,7 mm) ein Minimum, s_m ein Maximum.

Bei Speisung der Funkenstrecke f mit einem Teslatransformator ergaben sich keine kleineren Werte für γ_1, sondern wesentlich größere. Dies ergab sich sowohl wenn die Funken f in Luft, als auch wenn sie in Petroleum übersprangen, und zwar sowohl zwischen Zink-, als auch zwischen Kupferenden. *Die bei kleinen λ und kleinen Kapazitäten C_1 günstige Teslaspeisung*

der Funkenstrecke ist also bei größeren λ und größeren Kapazitäten C_1 nicht so günstig, als wenn man die Funken in Luft zwischen Zinkenden überschlagen läßt und direkt mit einem Induktor speist.

Um zu sehen, ob nach diesen Versuchen mit dem Induktor Nr. I wieder die früheren Resultate sich ergeben, wurde die Zinkfunkenstrecke von Petroleum gereinigt (schon eine dünne Petroleumhaut bewirkt starke Vergrößerung des Dekrementes γ), und wieder der Induktor Nr. I mit $V = 8$ Volt Speisespannung angesetzt. Es ergab sich bei $f = 0{,}87$ mm als Mittel aus sieben Versuchen $\gamma_1 = 0{,}084$, d. h. gute Übereinstimmung mit den früheren Resultaten der Tab. I.

Bald bemerkte ich, daß die Galvanometerausschläge etwas regelmäßiger wurden, wenn man die Galvanometerleitung erst eine gewisse Zeit t *nach* dem Schluß des Primärstromes des Induktors schließt, und daß dann die Dämpfung γ_1 etwas kleiner ist, als wenn $t = 0$ ist. Dies zeigt folgende Tabelle:

Tabelle VI.

Einfluß der Zeit t. Induktor Nr. I, $V = 8$ Volt.
$\gamma_2 = 0{,}008$, $f = 0{,}8$ mm etwa.

t	γ_1	s_m	Bemerkungen
4 sec	0,078	27,2 cm	
4	0,074	10,0	Koppelung kleiner gemacht
0	0,096	5,9	
4	0,076	8,0	

Beim ersten Versuch war die magnetische Koppelung k^2 zwischen Primär- und Sekundärleitung stärker als bei den anderen Versuchen, daher ist das erste s_m größer als die folgenden s_m. γ_1 ist für $t = 0$ also deutlich größer als für $t = 4$. Diese Wirkung ist dadurch zu erklären, *daß γ_1 im Laufe der Zeit* (durch Erwärmung der Zinkelektroden?) *etwas abnimmt.* Durch besondere Kontrollversuche wurde noch festgestellt, daß die gleichen Resultate erhalten wurden sowohl wenn die Galvanometerleitung t sec später als der Primärstrom geschlossen wurde, als auch wenn die Galvanometerleitung dauernd geschlossen blieb, dagegen der Kondensator C_2

t sec nach dem Primärstromschluß an die Sekundärleitung angelegt wurde. Letztere Anordnung ist ja an sich einwandfreier (aber experimentell nicht bequem), weil das Thermoelement in der Sekundärleitung merklich erst dann erwärmt wird, wenn der Kondensator C_2 mit der Sekundärleitung verbunden ist.

Wenn t noch größer als 4 sec gewählt wurde, z. B. $t = 10$ sec, so ergab sich keine weitere deutliche Abnahme von γ_1.

Im folgenden sind weitere Versuche mit der Anordnung a) erhalten, wenn $t = 4$ sec gewählt wurde; die Koppelung k^2 war größer als in Tab. I.

Tabelle VII.

Anordnung a), Induktor Nr. I mit 8 Volt gespeist, $t = 4$ sec.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
5	0,26 mm	0,171	1,2	0,193
4	0,43	0,109	6,1	0,281
3	0,52	0,098	10,1	0,326
2	0,70	0,073	28,0	0,408
1	0,87	0,072	34,5	0,450
6	0,90	0,080	24,8	0,420

Es wird also in der Tat ein kleineres γ_1 erreicht als in Tab. I, bei welcher $t = 0$ war. Bemerkenswert ist auch, daß die kleine Funkenstrecke $f = 0{,}26$ durch die Funkenwärme ($t = 4$ sec) viel größere Dämpfung, $\gamma_1 = 0{,}17$, erhalten hat.

Mit Induktor Nr. II betrieben (vgl. Tab. V auf p. 730) ergab sich jetzt, d. h. bei $t = 4$ sec, γ_1 etwas größer (etwa um 0,01 bis 0,02 größer) als mit Induktor Nr. I betrieben. Letzterer erzeugte daher bei derselben Koppelung k^2 zwischen Primär- und Sekundärleitung etwa doppelt so starke Integraleffekte s_m als der Induktor Nr. II.

Ich gehe nun zu den Versuchen mit anderen Kapazitäten C_1 und anderen Verhältnissen $C_1 : L_1$ über.

b) $C_1 : L_1 = 0{,}543$.

$C_1 = 161$ *cm* (zwei quadratische Aluminiumplatten von 18 cm Seitenlänge in Petroleumbad, Abstand der Platten voneinander $d = 3{,}2$ mm).

$L_1 = 297$ *cm* [vgl. Anordnung a)].
$\lambda_1 = 13{,}8$ *m.*
$C_2 = 64{,}0$ *cm* [vgl. Anordnung a)].
$w_2 = 0{,}34$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}010$, $a_m = 61$ *cm.*

Speisung der Funkenstrecke f durch *Induktor Nr. I*, mit $V = 8$ Volt betrieben.

$t = 4$ *sec*, d. h. γ_1 beobachtet etwa 5 sec *nach* Beginn der Primärfunken (vgl. p. 781).

Tabelle VIII.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
10	0,52 mm	0,092	5,6	0,229
2	0,61	0,091	7,2	0,257
9	0,70	0,076	9,5	0,247
1	0,80	0,078	8,7	0,245
3	0,87	0,079	12,7	0,299
8	1,09	0,064	23,8	0,335
4	1,26	0,069	25,5	0,372
6	1,52	0,078	23,0	0,374
7	1,52	0,074	22,6	0,375
5	1,65	Funken setzen aus		

Die Resultate dieser Tabelle schließen sich denen der Tabb. I und VII durchaus an. γ_1 erreicht für $f = 1$ mm ein Minimum $\gamma_1 = 0{,}064$. Daß hier γ_1 kleiner ist als in Tab. VII, kann zum Teil an der Verkleinerung von $C_1 : L_1$ liegen, zum Teil aber auch zufällig sein.

Die Beobachtungen der Tab. VIII liegen zum Teil zeitlich stark verschieden, zwischen den Beobachtungen Nr. 1—6 und Nr. 7—8 liegen 20 Stunden Zwischenraum. Trotzdem sind die Resultate regelmäßig, d. h. die Funkenstrecke verändert sich an der Luft von selbst nicht, nachdem sie wenigstens ein paarmal schon funktioniert hat. *Ich habe daher bei diesen Versuchen meistens wochenlang die Zinkfunkenstrecke völlig unberührt gelassen, d. h. nicht frisch geputzt.* Nur wenn sie durch Fett oder Petroleum verunreinigt war, habe ich sie gereinigt. Nach 8 Tagen erhielt ich mit der Anordnung b), aber anderer Koppelung k^2, folgende Resultate:

Tabelle IX.

f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1+\gamma_2)}$	Betrieben mit
0,87 mm	0,080	25,8	0,431	Induktor Nr. I, 8 Volt
0,87	0,065	28,0	0,370	„ Nr. II, 8 „
1,25	0,088	20,8	0,423	„ Nr. II, 8 „

Hier wirkt also der Induktor Nr. II nicht schlechter, sondern sogar etwas besser als der Induktor Nr. I.

c) $C_1 : L_1 = 0{,}275$.

$C_1 = 81{,}8$ *cm* [1]) (Aluminiumplatten 18^2 cm² groß, $d = 6{,}8$ mm, in Petroleumbad).

$L_1 = 297$ *cm* [vgl. Anordnung a) und b)].

$\lambda_1 = 9{,}8$ *m*.

$C_2 = 17{,}9$ *cm* [1]) (zwei kreisförmige Aluminiumplatten von 5 cm Durchmesser und 1 mm Abstand).

$w_2 = 0{,}37$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}005$, $a_m = 100$ cm.

Speisung der Funkenstrecke f durch *Induktor Nr. I*, mit $V = 8$ Volt betrieben.

$t = 4$ *sec* [vgl. b)].

Tabelle X.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
6	0,52 mm	0,096	2,15	0,147
7	0,65	0,082	4,15	0,172
5	0,83	0,085	5,7	0,209
8	1,00	0,083	7,0	0,226
1	1,09	0,074	7,8	0,214
4	1,17	0,075	8,3	0,224
9	1,30	0,077	8,9	0,237
2	1,52	0,078	8,7	0,237
10	1,74	0,092	7,1	0,252
3	2,00	0,098	6,2	0,249
11	2,10	Funken setzen aus		

1) Die Kapazitäten C_1, C_2 waren nicht aus den Dimensionen berechnet, sondern durch Resonanz mit bestimmten λ und L_2 experimentell bestimmt.

Diese Resultate schließen sich den früheren durchaus an. Sie zeichnen sich durch besonders regelmäßigen Verlauf aus. Fig. 4 enthält eine graphische Darstellung der Abhängigkeit des γ_1 und des Integraleffektes $J_m = s_m$ von f. Obwohl hier $C_1 : L_1$ nur halb so groß ist, als unter b), so ist trotzdem γ_1 hier größer als bei b). *Von einem nur annähernd konstanten Funkenwiderstande* (vgl. Formel (1) p. 709) *kann also keine Rede sein.*

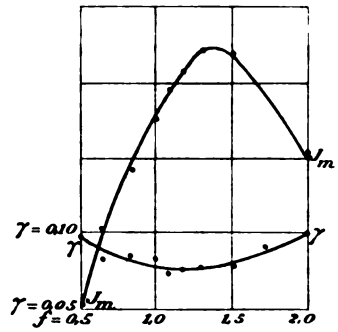


Fig. 4.

d) $C_1 : L_1 = 0{,}147$.

$C_1 = 43{,}7$ *cm*[1]) (Aluminiumplatten 18^2 cm² groß, $d = 18$ mm, in Petroleumbad).

$L_1 = 297$ *cm* [vgl. Anordnung a), b), c)].

$\lambda_1 = 7{,}2$ *m*.

$C_2 = 17{,}9$ *cm* [vgl. Anordnung c)].

$w_2 = 0{,}37$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}006$, $a_m = 60$ cm.

Speisung der Funkenstrecke f durch *Induktor Nr. I*, mit $V = 8$ Volt betrieben.

$t = 4$ *sec* [vgl. b) und c)].

Tabelle XI.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
5	0,88 mm	Funken oft inaktiv		
1	1,18	0,094	7,0	0,256
4	1,13	0,084	8,0	0,246
2	1,48	0,084	7,6	0,240
8	1,91	0,100	7,1	0,274
6	2,30	0,110	5,8	0,271

Diese Resultate schließen sich wiederum den früheren an, insofern sind sie aber bemerkenswert, daß hier $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ fast gar nicht mit der Funkenlänge f variiert. *Es macht sich*

1) Vgl. Anm. 1 auf p. 734.

also die Existenz von Partialentladungen bei dieser kleinen Kapazität C_1 bemerklich (vgl. oben p. 729). **Ferner ist wichtig, zu bemerken,' *daß γ_1 wiederum größer als unter c) und b) ist, obwohl $C_1 : L_1$ kleiner ist.***

e) $C_1 : L_1 = 0{,}127$.

$C_1 = 196$ *cm* (Aluminiumplatten 18^2 cm² groß, $d = 2{,}8$ mm, in Petroleumbad).

$L_1 = 1545$ *cm* (Kreis von $2r = 48$ cm Durchmesser aus 8 mm dickem Kupferdraht, mit Zinkfunkenstrecke, vgl. p. 723, 8. Beispiel).

$\lambda_1 = 34{,}6$ *m*.

$C_2 = 239$ *cm* (zwei Aluminiumkreisplatten von 20 cm Durchmesser und 1 mm Abstand in Luft).

$w_2 = 0{,}37$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}017$, $a_m = 102$ cm.

Speisung der Funkenstrecke f durch *Induktor Nr. I*, mit $V = 8$ Volt betrieben.

$t = 10$ *sec* (nach $t = 4$ sec war γ_1 ein wenig größer).

Tabelle XII.

Nr.	f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
6	0,7 mm	0,062	8,6	0,205
5	1,1	0,054	17,5	0,258
4	1,5	0,050	27,0	0,300
3	2,2	0,065	22,4	0,345
2	3,0	0,068	20,8	0,347
1	4,0	0,068	13,5	0,280

Auch hier erreicht γ_1 für eine bestimmte Funkenlänge ($f = 1{,}5$ mm) ein Minimum. Dasselbe ist sehr niedrig, $\gamma_1 = 0{,}05$, und es ist sehr bemerkenswert, *daß sich überhaupt so niedrige logarithmische Dekremente $\gamma_1 = 0{,}05$ mit elektrischen Wellen erzielen lassen.* Man könnte zunächst denken, daß die Ursache für die hier besonders geringen Dekremente in dem kleinen Verhältnis $C_1 : L_1 = 0{,}127$ liegt (vgl. Formel (1) p. 709). Indes halte ich eine andere Ursache für wahrscheinlicher, die im folgenden Abschnitt 4 besprochen werden soll (p. 744 unten).

Daß $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ für $f = 4$ mm kleiner ist als für $f = 1{,}5$ mm bis $f = 3$ mm, spricht für die *Existenz von Partialentladungen* (vgl. oben p. 729).

Am anderen Tage konnte ich so geringe Dämpfungen mit dieser Anordnung nicht wieder erzielen. Für $f = 1{,}5$ mm ergab sich $\gamma_1 = 0{,}067$.

Mit einem viel weniger empfindlichen Galvanometer und stärkerer Koppelung k^2 erhielt ich durch Dauerausschläge (d. h. t etwa gleich 1 Minute) an demselben Tage, an dem die Versuche der Tabelle XII angestellt sind, bei $f = 2$ mm: $\gamma_1 = 0{,}057$, mit doppelt so starker Koppelung k^2 (s_m doppelt so groß) bei $f = 2$ mm: $\gamma_1 = 0{,}061$, bei $f = 1{,}4$ mm: $\gamma_1 = 0{,}060$. Sodann wieder mit sehr viel schwächerer Koppelung k^2 und dem empfindlicheren, sonst gebrauchten Galvanometer bei $f = 1{,}4$ mm : $\gamma_1 = 0{,}054$ (vgl. oben p. 723, 3. Beispiel). Bei diesen Versuchen hatte k^2 sehr wechselnde Werte (es ist mindestens im Verhältnis 1 : 8 geändert), die erhaltenen γ_1 stimmen, so gut es die stets etwas veränderliche Natur der Funken gestattet, leidlich überein. *Die erhaltenen Werte für γ_1 sind also von der Koppelung k^2 unabhängig.*

f) $C_1 : L_1 = 1{,}75$.

$C_1 = 292$ *cm* (Aluminiumplatten 18^2 cm² groß, $d = 1{,}8$ mm, in Petroleumbad).

$L_1 = 166{,}5$ *cm* (Drahtkreis von $2r = 7{,}2$ cm Durchmesser, aus 2 mm dickem Kupferdraht, mit Funkenstrecke zwischen angelöteten Zinkenden).

$\lambda_1 = 13{,}9$ *m*.

$C_2 = 64$ *cm*, $w_2 = 0{,}39$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}012$, $a_m = 63$ cm.

Induktor Nr. I, 8 Volt.

$f = 0{,}6$ mm, $\gamma_1 = 0{,}086$.

$f = 0{,}75$ mm, $\gamma_1 = 0{,}089$.

Obwohl also hier $C_1 : L_1$ viel größer ist als bei dem früheren Versuche d), hat doch γ_1 seinen kleinen Wert behalten.

g) $C_1 : L_1 = 1{,}48$.

$C_1 = 440$ *cm* (zwei rechteckige Zinkplatten von $26 \cdot 19 = 495$ cm² Größe, in $d = 1{,}8$ mm Abstand festgehalten durch neun Ebonitschrauben, in Petroleumbad gestellt).

$L_1 = 297$ *cm* [vgl. Anordnung a) bis d)].

$\lambda_1 = 22{,}8$ *m*.

$C_2 = 141$ *cm* (zwei Aluminiumplatten von 15 cm Durchmesser in 1 mm Abstand in Luft).

$w_2 = 0{,}51$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}021$, $a_m = 78$ cm, $t = 0$ sec.[1])
Speisung durch *Induktor Nr. I*, 8 Volt.
$f = 0{,}5$ mm, $\gamma_1 = 0{,}085$.
Speisung durch *Induktor Nr. III*, mit Spannung V und 1 Ohm Vorschaltwiderstand.

Tabelle XIII.

f	$V = 8$ Volt	$V = 10$ Volt	$V = 12$ Volt
0,3 mm	$\gamma_1 = 0{,}125$	—	—
0,4	0,117	—	—
0,5	0,116	0,106	0,091
0,6	0,117	—	—

Der kräftigere Induktor Nr. III wirkt also etwas schlechter, d. h. gibt etwas stärkere Dämpfung γ_1, als der schwächere Induktor Nr. I. Es ist allerdings möglich, daß die beste Wirkung des Induktors Nr. III bei größeren Funkenlängen f gelegen hätte, da γ_1 bei Wachsen von f in der zweiten Kolumne noch abnimmt, indes konnten nicht wesentlich größere Funkenlängen f genommen werden, weil sonst der Funken zwischen den Kondensatorplatten im Petroleum überschlug.[2])

Für noch größere Kapazitäten C_1 verschwindet die Überlegenheit des Induktors Nr. I über die kräftigeren Induktoren Nr. II und Nr. III, wie folgende Versuche zeigen:

h) $C_1 : L_1 = 3{,}50$.

$C_1 = 1040$ *cm* (Leydener Flasche).
$L_1 = 297$ *cm* (vgl. 1. Beispiel p. 720).
$\lambda_1 = 35$ *m*.
$C_2 = 239$ *cm*.
$w_2 = 0{,}39$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}018$, $a_m = 104$ cm.

1) Wenn im folgenden über t nichts bemerkt ist, so ist damit $t = 0$ sec gemeint, d. h. sofortige Beobachtung des Dekrementes nach Beginn der Funken.

2) Es ist sehr merkwürdig, daß der Funken leichter eine 1,8 mm dicke Petroleumschicht durchschlägt, als eine 1 mm lange Luftstrecke. Dieses eigentümliche Verhalten ist aber nur zu beobachten, wenn die Petroleumschicht zwischen ausgedehnten Platten liegt, die Luftstrecke aber nicht. Ich denke, daß der Grund in der vor jedem Funken notwendigen Ionisation (Warburgscher Vorprozeß) des Dielektrikums liegt. Die Ionisation kann sich zeitlich länger erhalten im engen Zwischenraum zwischen größeren Platten.

$f = 1{,}2$ mm. $\gamma_1 = 0{,}150$, Induktor Nr. I, $V = 8$ Volt
$\gamma_1 = 0{,}152$, „ Nr. II, $V = 10$ „
$\gamma_1 = 0{,}138$, „ Nr. III, $V = 10$ „
} ohne Vorschaltwiderstand.

Bei $f = 2$ mm setzen die Funken mit Induktor Nr. I und Nr. II aus.

Tabelle XV.

Funken erzeugt mit Induktor Nr. III, mit V Volt gespeist, ohne Vorschaltwiderstand.

F' bedeutet $\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$, f roh gemessen.

f mm	$V = 6$ Volt			$V = 8$ Volt			$V = 10$ Volt			$V = 12$ Volt			$V = 18$ Volt		
	γ_1	s_m	F'	γ_1	s_m	F'	γ_1	s_m	F'	γ_1	s_m	F'	γ_1	s_m	F'
0,5	0,204	3,2	0,38				0,2								
1	0,166	3,5	0,33				0,182	12,0	0,49	0,129	18,4	0,59	f inaktiv		
2	0,178	1,9	0,26	0,128	4,8	0,28	0,188	7,5	0,40	0,133	12,4	0,50	0,188	29,9	0,80
3							0,146	5,5	0,36	0,135	8,8	0,48			
4							0,157	4,0	0,38	0,144	6,5	0,39			
5							Funken setzen aus								

Tabelle XVI.

Funken erzeugt mit Induktor Nr. III, mit V Volt gespeist und 1 Ohm Vorschaltwiderstand. f genau (mit Kathetometer) gemessen.

f mm	$V = 6$ Volt			$V = 8$ Volt			$V = 12$ Volt			$V = 24$ Volt		
	γ_1	s_m	F'	γ_1	s_m	F'	γ_1	s_m	F'	γ_1	s_m [1])	F'
0,23				0,242	15,6	**0,99**						
0,38				0,193	18,6	**0,87**						
0,56	0,225	6,65	0,60	0,169	18,4	**0,76**						
0,64	0,169	7,6	0,49									
0,84	0,170	6,9	0,47	0,177	15,7	**0,74**						
1,04	0,173	5,6	0,43				**0,158** [2]) **0,148** [2])	—	—			
1,15	0,204	3,8	0,42									
1,29				0,176	13,6	**0,68**						
1,56	0,182	5,3	0,44									
1,66	Funken setzen aus			0,167	12,0	**0,61**						
2,05				0,179	7,3	**0,51**				**0,126**	**(30,2)**	**(0,74)**
2,46				0,169	8,7	**0,52**						
2,54				Funken setzen aus			**0,153**	**23,4**	**0,78**			
2,72							**0,151**	**22,2**	**0,75**			
2,83												
2,90							**0,137**	**23,2**	**0,70**			
3,00							**Funken setzen aus**					
6,00										**0,177**	**(8,6)**	**(0,55)**

1) Diese Versuche bei $V = 24$ Volt bezogen **sich auf andere Koppelung k^2 als die anderen Versuche dieser** Tabelle. Daher sind die s_m und F' bei $V = 24$ Volt nur **unter *sich* vergleichbar und sind daher eingeklammert.**

2) Diese beiden Versuche beziehen sich auf **zwei andere Beobachtungstage und andere Koppelung k^2 als die** übrigen Versuche.

Tabelle XVII.

Funken erzeugt mit Induktor Nr. II, betrieben mit Quecksilberstrahlunterbrecher, 12 Volt und 1 Ohm Vorschaltwiderstand.

f	γ_1	s_m	F'
2,04 mm	0,163	7,5	0,47
2,54	0,157	6,1	0,41
2,83	1,155	6,8	0,43
2,95	Funken setzen aus		

In diesen Tabellen XV, XVI, XVII *nimmt bei konstanter Induktorspeisung im allgemeinen* $F' = \sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$ *mit wachsendem* f *ab.* Nach p. 729 oben spricht dies für die Existenz von *Partialentladungen*, und in der Tat konnte ich bei diesen Versuchen im rotierenden Spiegel mehrere (bis etwa zu 6) Partialentladungen bei jeder Stromunterbrechung des Induktoriums sehen und konstatieren, daß die Anzahl dieser Partialentladungen mit wachsender Funkenlänge f abnahm. Wenn die Funkenlänge f so groß geworden ist, daß der Induktor keine Partialentladungen mehr bewirken kann, sondern nur noch *ein* (oszillatorischer) Funken f bei jeder Unterbrechung des Speisestromes des Induktors entsteht, so muß wiederum F' mit wachsendem f wachsen, oder jedenfalls nicht abnehmen, da dann F' proportional mit dem Funkenpotential ist. In der Tat kann man dies Verhalten in Tab. XVI bei Speisung mit 6 Volt und 8 Volt, und in Tab. XVII bei den dicht vor der Funkengrenze liegenden Funkenlängen f beobachten (z. B. in Tab. XVII wächst F', falls f von 2,54 mm auf 2,83 mm vergrößert wird).

Ebenfalls erklärt sich *das Wachsen von* F' *bei konstantem* f, *falls die Speisespannung erhöht wird* (vgl. Tab. XIV und in Tab. XVI die Funkenlänge $f = 0{,}84$ mm, $V = 6$ Volt und $V = 8$ Volt) durch die Erhöhung der Anzahl der Partialentladungen bei höherer Speisespannung. Denn wenn keine Partialentladungen beständen und daher F' proportional zum Funkenpotential F wäre, so müßte F' bei konstanter Funkenlänge f konstant, d. h. unabhängig von der Speisespannung sein.

Hinsichtlich der Dekremente γ_1 ist zu konstatieren, *daß*

bei jeder bestimmten Induktorspeisung innerhalb eines gewissen Bereiches von Funkenlängen f das Dekrement nur wenig von f abhängt und kleine Werte besitzt, daß aber γ_1 für sehr kleine oder zu große (ziemlich dicht vor der Funkengrenze liegende) Funkenlängen f größer wird. Die Speisung des Induktoriums darf aber nicht zu schwach sein, um diese günstigen kleinsten Werte γ zu erzielen, z. B. ist für den Induktor Nr. III die Speisung mit 6 Volt und mit 8 Volt (bei 1 Ohm Vorschaltwiderstand) zu schwach, um die kleinst möglichen Werte γ_1 zu erzielen.

Der Integraleffekt s_m nimmt, abgesehen von ganz kleinen Funkenlängen, mit wachsender Funkenlänge sofort ab, während in den früheren Tabellen mit Induktor Nr. I s_m innerhalb eines größeren Bereiches von f mit wachsendem f zunächst zunimmt. Auch dieses unterschiedliche Verhalten der früheren und der jetzigen Tabellen liegt an der Existenz einer größeren Anzahl von Partialentladungen bei kleinerem f im Falle des Induktors Nr. III und II, während in den früheren Tabellen mit Induktor Nr. I Partialentladungen nahezu oder ganz fehlten.

Für die Praxis der drahtlosen Telegraphie kann man daraus die Regel ableiten, mit recht kleiner Funkenlänge und starker Speisung des Funkenerzeugers zu arbeiten, wenn man möglichst große Integraleffekte im Empfänger erzielen will, ohne daß man den größten Wert auf scharfe Resonanz legt. *Kommt es aber auf möglichst scharfe Resonanz an, so wird man die Funkenlänge ein wenig steigern und die Speisung des Funkenerzeugers nicht zu hoch wählen, um das Dekrement γ_1 möglichst klein zu machen.*

4. Einfluß der Funkenspeiseleitung auf das Dekrement.

Damit das Dekrement γ_1 möglichst klein ist, müssen die elektrischen Schwingungen auf diesen Erregerkreis allein beschränkt bleiben, d. h. dürfen nicht auch auf die Funkenspeiseleitung übergehen. Zur Erreichung dieses Zweckes gibt es drei Mittel:

1. Die Speiseleitung wird nicht metallisch an den Erregerkreis angelegt, sondern man läßt Funken (Zuführungsfunken) zwischen Speiseleitung und Erreger überschlagen. So verfährt z. B. Righi zur Erzeugung kurzer Wellen.

2. Die Speiseleitung wird als enge Spule (Drosselspule) gewickelt.

3. Die Speiseleitung wird möglichst nahe am Potentialknoten der Erregerschwingung, d. h. am Erregerfunken f, angelegt.

Ich habe alle drei Methoden ausprobiert mit der Anordnung e) p. 736, d. h. mit $C_1 = 196$ cm, $L_1 = 1545$ cm (Kreis von 48 cm Durchmesser), $\lambda_1 = 34{,}6$ m, $C_2 = 239$ cm. Die Erregerfunkenstrecke f war gebildet zwischen zwei 7 mm langen, 4 mm dicken Zinkstücken, welche an die beiden halbkreisförmigen Kupferdrähte, welche den Erregerkreis bildeten, angelötet waren. An der Funkenstrecke waren die Zinkstücke auf eine ebene Fläche von 1 mm² Größe zugespitzt. Wurde nach der *Methode 3* verfahren, d. h. die Zuleitung unmittelbar hinter den Zinkstücken, d. h. in etwa 18 mm Distanz voneinander, an den Erregerkreis metallisch angelegt, so ergaben sich die oben p. 736 in Tab. XII angeführten kleinen Dekremente γ_1, z. B. für $f = 1{,}7$ mm etwa ergaben drei Versuche $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}085$; 0,082; 0,085; d. h. im Mittel 0,084, daher $\gamma_1 = 0{,}067$.

Wenn nach der *Methode 1* zwei Zuführungsfunken zwischen Speiseleitung und Zinkstücken oder Erregerdraht (dicht hinter den Zinkstücken) gebildet wurden, *so ergab sich* γ_1 *ganz bedeutend größer als vorhin* ($\gamma_1 > 0{,}15$).

Wenn nach der *Methode 2* als Zuleitungen eng gewickelte, 3 mm weite Spulen aus $^1/_2$ mm dickem Draht verwendet wurden, so ergab sich, falls sie metallisch dicht hinter den Zinkstücken an den Erregerkreis angelegt wurden, $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}089$, d. h. $\gamma_1 = 0{,}072$. Wurden diese Zuleitungsspulen durch ganz dünne ($^1/_4$ mm dicke) Kupferdrähte ersetzt, welche ja auch wegen ihrer geringen Dicke große Selbstinduktion besitzen, d. h. die elektrischen Wellen abdrosseln, so ergab sich $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}082$, d. h. $\gamma_1 = 0{,}065$. *Die Methode 2 gibt also keinen merklichen Vorteil gegenüber der Methode 3, die Methode 1 ist aber direkt ungünstig.*

Wurden die feinen Zuleitungsdrähte je 30 cm von f entfernt an den Erregerkreis metallisch angelegt, so ergab sich $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}123$, d. h. $\gamma_1 = 0{,}106$, also ganz bedeutend größer, als wenn die Zuleitung dicht an der Funkenstrecke f angelegt

war. Wurde die Zuleitung 10 cm vom Kondensatorende, d. h. etwa je 65 cm von f entfernt angelegt, so ergab sich γ_1 noch viel größer ($\gamma_1 > 0{,}2$).

Zur Erzielung möglichst kleiner Dämpfungen ist also die Zuleitung möglichst dicht bei der Funkenstrecke an den Erreger anzulegen.[1]) *Die Wickelungsart oder Dicke der Zuleitung ist dann gleichgültig. Zuführungsfunken sind zu vermeiden. Letzteres gilt aber nur für den Fall, daß der Erregerfunke f in Luft gebildet wird.* Wenn f in Petroleum überspringt, so ist ein (oder zwei) Zuführungsfunken günstig (wie ich schon früher bei meinen Arbeiten[2]) angegeben habe), weil das Petroleum bei verhältnismäßig langsamer Zuleitung der Potentialdifferenz durch metallisch angelegte Induktorspeisung leitend wird, und daher die Anfangspotentialdifferenz des Funkens f viel größer wird, wenn mindestens ein Zuleitungsfunke besteht, da dieser eine langsame Steigerung der Potentialdifferenz im Petroleum ausschließt. Ebenfalls ist diese letztere ausgeschlossen, wenn der Funken f durch die Sekundärleitung eines Teslatransformators gespeist wird. Daher ist in diesem Falle ein Zuführungsfunken, auch wenn f in Petroleum überschlägt, ohne besonderen Vorteil (was ich ebenfalls bei meinen früheren Arbeiten schon erwähnt habe).

Da die Methode 3 also bei weitem die wirksamste zur Erzielung kleiner Dämpfungen ist, so habe ich sie bei meinen sämtlichen Versuchen angewendet.

Daß bei dieser Anordnung e) γ_1 besonders klein ausfällt (in Tabelle XII, p. 736 kommt z. B. $\gamma_1 = 0{,}05$ vor), liegt daher nicht an dem besonders kleinen Verhältnis $C_1 : L_1$, sondern an der langen Erregerleitung. Denn man kann die Zuleitung verhältnismäßig um so näher an den Potentialknoten, d. h. an den Erregerfunken f anlegen, je länger die Erreger-

1) Gegen diese Regel haben viele Experimentatoren bei ihren Arbeiten bisher verstoßen, auch wenn die Befolgung dieser Regel gar keine experimentellen Schwierigkeiten gemacht hätte. Ich habe schon früher den Nutzen dieser Schaltung hervorgehoben und stets die Anordnungen dementsprechend gezeichnet. Ebenso ist bei sämtlichen Zeichnungen von Hertz (erste Arbeit in Wied. Ann. **31**. p. 421. 1887) die Zuleitung stets dicht an der Funkenstrecke.

2) P. Drude, Wied. Ann. **58**. p. 5. 1896.

leitung ist. Wenn z. B. bei dieser 150 cm langen Leitung der Abstand der Zuleitungen von der Funkenmitte (Potentialknoten) 9 mm betrug, so ist das eine viel bessere Annäherung an den Potentialknoten, als wenn bei der Anordnung f) p. 737 bei der 22 cm langen Erregerleitung die Zuleitung, wie es der Fall war, 4 mm von der Mitte des Funkens f entfernt angelegt wurde.

Bei der Berechnung des Einflusses des Zuleitungsortes auf die Wellendämpfung darf man nicht etwa die Potentialdifferenz der beiden Zuleitungsstellen nach dem Ohmschen Gesetz aus dem zwischen ihnen liegenden Widerstand berechnen, denn der (der Funkenwiderstand) würde nahezu der ganze Widerstand des Erregerkreises sein, und daher würde nach dem Ohmschen Gesetze die Potentialdifferenz zwischen den beiden Zuleitungsstellen stets dieselbe sein, d. h. unabhängig vom Ort der Zuleitung gleich dem Funkenpotential F. Bei diesen schnellen Oszillationen kommt es vielmehr auf den Widerstand gar nicht an, sondern nur auf die Selbstinduktion der Leitung. Nennt man den Abstand der beiden Zuleitungsstellen voneinander a, und l die Länge der ganzen Erregerleitung, so würde daher die Potentialdifferenz der Zuleitungsstellen, *nachdem die Oszillationen begonnen haben*, $F.a/l$ sein, falls die Erregerleitung inklusive Funken f überall denselben Querschnitt besitzt.

5. Einfluß von Nebenumständen der Funkenstrecke auf ihr Dekrement.

a) *Stromrichtung.* Wenn man die Funken f zwischen gesäuberten Zinkelektroden einige Male oder längere Zeit hindurch bei bestimmter Richtung des Speisestromes des Induktors hat springen lassen, *und wenn man darauf die Richtung dieses Speisestromes kommutiert, so wird das Dekrement γ_1 viel größer, der Integraleffekt s_m viel kleiner*, wie folgende Versuche mit der Anordnung $C_1 = 150$ cm, $L_1 = 297$ cm, $C_2 = 64$ cm, $\gamma_2 = 0{,}012$ zeigen:

Ursprüngliche Stromrichtung . .	$\gamma_1 = 0{,}073$,	$s_m = 38{,}7$,
Speisestrom kommutiert	$\gamma_1 > 0{,}2$,	$s_m = 7{,}0$,
wieder ursprüngliche Stromrichtung	$\gamma_1 = 0{,}068$,	$s_m = 35{,}5$.

Wenn der Funken f nicht mit einem Induktor betrieben wird, sondern mit einem Wechselstromtransformator, könnte man vielleicht daher ein größeres γ_1 vermuten. Dies bestätigt sich indessen nicht, wie die unten unter 7. angeführten Versuche zeigen.

b) ***Funkenlöschung durch ein transversales Magnetfeld, durch Saugluft oder Preßluft.*** **Es wird öfter angegeben, daß eine magnetische Funkenlöschung die Aktivität der Funken erhöhte. Ich habe bei meinen Anordnungen *durchaus gar keinen Einfluß eines kräftigen, senkrecht gegen die Funken gerichteten Magnetfeldes beobachten können*, wobei ich allerdings dahingestellt sein lassen will, ob bei wesentlich längeren Funkenstrecken nicht ein transversales Magnetfeld günstig ist.**

Ebensowenig habe ich irgendwelche Verbesserung der Funkenaktivität durch Preßluft **(12 Atmosphären Druck) *oder Saugluft*** **(einer sehr schnell wirkenden Saugpumpe) *beobachten können.*** **Auch dieses kann bei längeren Funkenstrecken vielleicht anders sein, ich habe wenigstens schon früher bei längeren Funkenstrecken eine Erhöhung der Aktivität (ob γ_1 kleiner wird oder F größer, oder ob beides eintritt, habe ich nicht untersucht) der Funken durch *schnelle Rotation* der Funken erzielen können.** Eine Rotation von f muß ja ähnlich wie Preßluft oder Saugluft wirken.

c) *Belichtung der Funkenstrecke.* Wurde in etwa 1 m Entfernung von der Funkenstrecke eine elektrische Bogenlampe ohne Glasglocke angezündet, so wurden die Erregerfunken *sofort total inaktiv*, wie man auch schon an dem schwächeren Funkengeräusch hören konnte. Dieser Einfluß des ultravioletten Lichtes ist schon von Hertz beobachtet. Eine Abblendung des Tageslichtes von der Funkenstrecke ergab keinen merkbaren Unterschied in der Funkenaktivität.

d) *Reinheit der Elektroden.* Spuren von Fett oder Petroleum erhöhen das Dekrement. Wenn die Zinkelektroden frisch abgefeilt, abgeschmirgelt und in Alkohol gewaschen waren, so war zunächst bei Einleitung des Funkenspieles das Dekrement und überhaupt die Aktivität der Funken noch nicht so günstig, als nachdem die Funken etwa 5 Minuten lang bestanden hatten. Plötzlich (schon hörbar am lauteren Funkengeräusch) wurde nach wenigen Minuten seit Beginn des Funkenspieles das

Dekrement γ kleiner, die Aktivität der Funken größer. Dann verhielt sich dieselbe lange Zeit annähernd konstant, viele Tage hindurch, sowohl wenn Funken sprangen, als auch wenn sie längere Zeit (eventuell viele Stunden oder mehrere Tage lang) unterbrochen waren. Bei Einleitung des Funkenspieles [aber ohne Kommutierung der Speiseleitung, vgl. a)] stellte sich nahezu sofort der frühere geringe Wert des Dekrementes wieder her. *Man kann also Zinkelektroden tagelang ohne Reinigung zur Ergänzung gut aktiver Funken in Luft benutzen*, wenn auch durch frische Reinigung meist das Dekrement ein wenig verkleinert werden kann.

e) *Material der Elektroden.* Meine Versuche habe ich alle nur angestellt mit Zinkelektroden, nur wenige Versuche mit Messingelektroden. Letztere schienen mir, falls f in Petroleum springt, keinen Unterschied gegen Zinkelektroden zu zeigen; falls die Funken f in Luft springen, geben Messingelektroden entschieden weniger gute Funkenaktivität als Zinkelektroden. Da letztere, die durch Himstedt[1]) in die Praxis der elektrischen Schwingungen eingeführt sind, schon sehr gute Resultate gaben, so habe ich anderes Elektrodenmaterial nicht geprüft. Es würde aber wohl eine konsequente Durchforschung lohnend sein.

6. Einfluß des Dielektrikums, der Büschelentladung und des Baues der Erregerkapazität auf das Dekrement.

Wenn man die Resultate der oben p. 720 bis p. 724 angeführten Beispiele oder die p. 727 bis p. 741 angeführten Tabb. I bis XVII betrachtet, so fällt sofort auf, daß die Dekremente γ_1 bei den Petroleumkondensatoren viel kleiner sind (Minimum $\gamma_1 = 0{,}05$) als bei dem Glaskondensator (Leydener Flasche, Minimum $\gamma_1 = 0{,}13$).

Die ungünstige Wirkung eines Glaskondensators liegt nun an zwei Umständen:

---

1) F. Himstedt, Ber. d. Oberrh. Gesellsch. f. Nat. u. Heilk. zu Giessen **30**; Wied. Ann. **52**. p. 473. 1894. Diese Arbeit ist überhaupt grundlegend für die Einführung der Teslaversuche in die wissenschaftlichen Laboratorien gewesen, worauf bei historischen Darstellungen, z. B. in Lehrbüchern, meines Erachtens nicht genügend hingewiesen wird.

1. an dielektrischer Hysteresis (elektrische Absorption) des Glases;

2. an Büschelbildungen der Kanten der auf Glas liegenden Stanniolbelegung.

Man kann die eine von der anderen Ursache trennen, wenn man die Büschelentladungen verhütet. Dies gelingt entweder durch Eintauchen der Kapazität C_1 in ein Petroleumbad, oder durch Benutzung der Glasplattenkapazität in der Sekundärleitung, d. h. als Kondensator C_2, da in letzterem Falle die Erregung leicht so abgeschwächt werden kann, daß keine Büschelentladung mehr stattfindet. Ich habe beide Methoden benutzt.

Eine Glasplatte von 1,4 mm Dicke wurde mit 49 cm² großen Stanniolbelegungen versehen und diente als Erregerkapazität C_1. Mit der Selbstinduktion $L_1 = 297$ cm (vgl. z. B. 1. Beispiel, p. 719) ergab sich $\lambda_1 = 15{,}3$ m, woraus $C_1 = 200$ cm, ε (Dielektrizitätskonstante des Glases) = 7,2 folgt. Für $w_2 =$ 0,39 Ohm, $C_2 = 64$ cm, d. h. $\gamma_2 = 0{,}011$ ergab sich

bei Lagerung von C_1 in Luft	$\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}178$,	$\gamma_1 = 0{,}167$,
„ „ „ „ „ Petroleum	$\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}121$,	$\gamma_1 = 0{,}110$.

Die Büschelbildung hat also eine Vergrößerung des Dekrementes von $\gamma_1 = 0{,}110$ auf $\gamma_1 = 0{,}167$ bewirkt.

Am nächsten Tage war das Petroleum trübe geworden (durch Auflösung des Klebemittels des Stanniols). Dadurch war γ_1 von 0,110 (vom vorigen Tage) angewachsen auf $\gamma_1 = 0{,}150$.

Mit $C_1 = 250$ cm (Petroleumkondensator), $L_1 = 297$ cm $\lambda_1 = 17$ m ergab sich:

Mit Luftkondensator $C_2 = 64$ cm : $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}086$
„ Glaskondensator $C_2 = 85$ cm : $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}106$ } Mittel 0,080.
„ Luftkondensator $C_2 = 64$ cm : $\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}073$

Da $w_2 = 0{,}39$ Ohm war, so würde beim Luftkondensator $C_2 = 64$ cm sein $\gamma_2 = 0{,}010$, beim Glaskondensator $C_2 = 85$ cm, falls der Energieverlust nur im Widerstand w_2 des Thermoelementes läge, $\gamma_2 = 0{,}013$. Daher würde sich ergeben

$\gamma_1 = 0{,}070$ mit Lufkondensator,
$\gamma_1 = 0{,}093$ „ Glaskondensator.

Die Differenz 0,023 zwischen diesen beiden Werten von γ_1 muß durch Energieverlust im Glase (dielektrische Hysteresis) verursacht sein, Büschelbildung tritt hier bei der schwachen Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis nicht ein.

Vereinigt man dieses Resultat mit dem mit dem Erregerkondensator gewonnenen, so erhält man folgendes Bild:

Wenn ohne Hysteresis und Energieverlust durch Büschel $\gamma_1 = 0{,}080$ ist, so wird γ_1 *durch*:

dielektrische Hysteresis (ohne Büschel) im Glase vermehrt um

$$d\gamma = 0{,}023, \text{ d. h. es ist } \gamma_1 = 0{,}103,$$

durch Büschelbildung weiter vermehrt um $d\gamma = 0{,}057$,

$$\text{d. h. es ist } \gamma_1 = 0{,}160.$$

Eine größere Glasplatte von 1,4 mm Dicke wurde mit $24 \cdot 34 = 815$ cm² großen Stanniolbelegungen beklebt. Ihre Kapazität betrug (annähernd) $C_1 = 3350$ cm. Sie wurde mit der angeklemmten Selbstinduktion $L_1 = 297$ cm zu einem Erreger gestaltet, dessen $\lambda_1 = 63$ m betrug (gemessen durch Resonanz mit Sekundärmeßleitung). Um derartig lange Wellen mit der nur etwa $1^1/_2$ m langen Sekundärleitung messen zu können, bedurfte es einer großen Kapazität C_2, welche in folgender Weise konstruiert wurde:

Fünf quadratische, 1 mm dicke Aluminiumplatten P von 18 cm Seitenlänge waren durch vier 1 cm dicke Ebonitzylinder E, von denen zwei in Fig. 5 gezeichnet sind, in festem, relativem Abstand von 1 mm voneinander gehalten durch 1 mm dicke Ebonitplättchen p und Metallmuttern m.

Die Aluminiumplatten P griffen oben und unten wechselseitig über, wie dies aus Fig. 5 hervorgeht, so daß sie durch aufgesetzte (durch Reibung festgehaltene) Metallstücke $s\,s$ zu einem Kondensator der Kapazität

$$C_2 = 4 \cdot \frac{18^2}{4\pi \cdot 0{,}1} = 1030 \text{ cm}$$

verbunden waren. Die Verbindung mit der Sekundärleitung (vgl. Fig. 1 oben p. 713) geschah durch zwei an den Enden $e\,e$ verjüngte, 2 mm starke Kupferdrähte $d\,d$, welche an zwei 1 cm

breite Aluminiumlappen $L L_1$ befestigt waren, die eine Fortsetzung der zwei inneren Aluminiumplatten P bildeten. Der Lappen L steht daher in metallischer Verbindung mit dem oberen Metallstück s, der Lappen L' dagegen nicht (er steht mit dem unteren Metallstück s in leitender Verbindung). Die Kapazität eines solchen Kondensators kann man bequem variieren durch Fortnahme oder weitere Zufügung von Metallplatten P, oder auch durch Fortlassung der metallischen Verbindung einiger Platten P mit den Metallstücken s s. Durch besondere Versuche (Resonanz bei bekannter Selbstinduktion L_2) wurde festgestellt, daß C_2 der berechneten Größe entsprach, und daß es entsprechend der vorhandenen (oder durch die Metallbügel s s allein verbundenen) Plattenzahl P sich veränderte. Die Kapazität C_2 ändert sich kaum, wenn auf die Anordnung noch mehrere, *isolierte*, d. h. nicht mit s s verbundene Metallplatten P aufgesteckt werden. (Auf *genaue* Kenntnis der Kapazitäten C_2 oder C_1 kommt es bei diesen sämtlichen Versuchen nicht an.) Da $w_2 = 0{,}39$ Ohm war, so ergibt Formel (3) p. 709 $\gamma_2 = 0{,}042$.

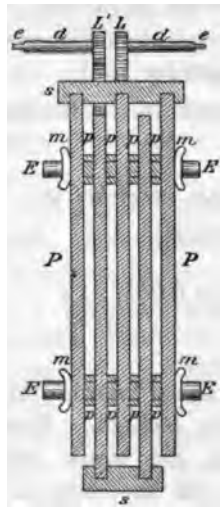


Fig. 5.

Es ergab also die Anordnung:

i) $C_1 : L_1 = 11{,}3$.

$C_1 = 3350$ *cm* (Glasplatte mit Stanniol beklebt).
$L_1 = 297$ *cm*, $\lambda_1 = 63$ *m*.
$C_2 = 1030$ *cm*, $w_2 = 0{,}39$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}042$, $a_m = 86$ cm.
$f = 1{,}5$ mm, Induktor Nr. III.

Tabelle XVIII.

Speisung	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
12 Volt, 1 Ohm Vorschalt	0,195	4,3	0,44
18 „ , „ „	0,172	11,9	0,66
24 „ , „ „	0,170	30,1	1,04

Bei dieser Anordnung waren lebhafte Büschelentladungen am Stanniol vorhanden. Ich versuchte dieselben zu vermeiden durch einen 1—2 mm dicken Schellack- bez. Paraffinüberzug der Stanniolränder. *Dadurch änderte sich aber γ_1 kaum merklich*, denn es ergab sich $\gamma_1 = 0{,}173$ bez. $\gamma_1 = 0{,}167$. Man konnte auch die Büschel unter dem Überzuge des Schellacks bez. Paraffins noch sehen. *Zur Vermeidung von Büschelentladungen an den auf Glas aufgeklebten Stanniolbelegungen ist also das Eintauchen in einen flüssigen Isolator notwendig.*

Dieselbe Anordnung mit Induktor Nr. II (mit Deprez-unterbrecher) mit 10 Volt ohne Vorschalt gespeist, ergab (f ist roh gemessen):

Tabelle XIX.

f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
0,3 mm	0,247	7,4	0,72
0,6	0,240	7,3	0,70
0,9	0,222	5,7	0,58
1,2	0,223	3,9	0,48
1,4	Funken setzen aus		

Dieser Induktor war also für die hier benutzte große Kapazität C_1 entschieden zu schwach, da die Dämpfungen γ_1 wesentlich größer ausfallen als mit Induktor Nr. III.

Weitere Versuche wurden angestellt mit einem Glasplattensatz von 6 mm dickem belgischen Isolierglas mit eingelegten Stanniolbelegungen von 162 cm² Flächengröße. .Es konnte die Kapazität stufenweise variiert werden durch Parallelschaltung mehrerer solcher aufeinandergelegten Platten. Durch Resonanzbestimmung ergab sich die Kapazität einer Platte (annähernd) zu 194 cm. Als Empfängerkapazität C_2 diente der in Fig. 5 beschriebene Aluminiumplattensatz.

Es ergab sich bei Speisung mit Induktor Nr. III (Büschelentladung vorhanden):

k) $C_1 : L_1 = 0{,}37$.

$C_1 = 581$ *cm* (8facher Glasplattensatz).
$L_1 = 1545$ *cm* [vgl. Anordnung e) p. 786].
$\lambda_1 = 59$ *m*.
$C_2 = 1030$ *cm*, $w_2 = 0{,}39$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}045$, $a_m = 73$ cm.

Tabelle XX.

Speisung	f	γ_1	s_m	F'
12 Volt, 1 Ohm Vorschalt	1,5 mm	0,18	21,9	0,65
„ , $^2/_3$ „ „	„	0,119	26,8	0,72
„ , 1 „ „	2,5	0,122	17,4	0,59

l) $C_1 : L_1 = 0{,}50$.

$C_1 = 775$ (4facher Glasplattensatz).
$L_1 = 1545$ cm, $\lambda_1 = 68{,}8$ m.
$C_2 = 1030$ cm, $w_2 = 0{,}39$ Ohm, $\gamma_2 = 0{,}039$, $a_m = 95$ cm.
Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt:
$f = 1{,}5$ mm, $\gamma_1 = 0{,}131$.

m) $C_1 : L_1 = 0{,}68$.

$C_1 = 970$ (5facher Glasplattensatz).
$L_1 = 1545$ cm, $\lambda_1 = 77$ m.
$C_2 = 1030$ cm, $w_2 = 0{,}39$ Ohm, $\gamma_2 = 0{,}034$, $a_m = 112$ cm.
Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt:
$f = 1{,}5$ mm, $\gamma_1 = 0{,}139$.

n) $C_1 : L_1 = 0{,}75$.

$C_1 = 1160$ (6facher Glasplattensatz).
$L_1 = 1545$ cm, $\lambda_1 = 84$ m.
$C_2 = 1030$ cm, $w_2 = 0{,}39$ Ohm, $\gamma_2 = 0{,}031$, $a_m = 129$ cm.
Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt:
$f = 1{,}5$ mm, $\gamma_1 = 0{,}137$.

Bei diesen Beobachtungen ist γ_1 durchschnittlich kleiner als bei dem oben p. 748 beschriebenen Glaskondensator ($\gamma_1 = 0{,}167$). Der Unterschied muß in geringeren Hysteresisverlusten des belgischen Glases liegen. Bei allen diesen Versuchen bestanden Büschelentladungen.

Bei l), m), n) variiert γ_1 nicht deutlich mit $C_1 : L_1$. Dagegen sind die hierbei erhaltenen Werte γ_1 durchschnittlich größer als bei Anordnung k) mit der kleineren Kapazität. Dies wird veranlaßt sein dadurch, daß bei den großen Kapazitäten von l), m), n) die Induktorspeisung zu schwach war, um die Minimalwerte von γ_1 zu erzielen.

Die Energieverluste durch Büschelentladung sind natürlich um so größer, je länger der Stanniolrand im Vergleich

zur Flächengröße der Belegung ist. Daher sind die bisher in diesem Paragraphen beschriebenen Anordnungen, bei denen Glasplatten mit Stanniolbelag als Kondensatoren C_1 verwendet sind, nicht so günstig als die gewöhnliche Form der Leydener Flaschen. Dies zeigt auch folgender, mit einer großen Leydener Flasche (Höhe des Stanniolbelags 31,5 cm, innerer Flaschendurchmesser 13 cm, Glasdicke 3,5 mm) angestellter Versuch:

o) $C_1 : L_1 = 7{,}77$, C_1 Leydener Flasche.

$C_1 = 2300$ *cm*, $L_1 = 297$ *cm*, $\lambda_1 = 52$ *m*.

$C_2 = 770$ *cm* [1]), $w_2 = 0{,}51$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}050$, $a_m = 73$ cm.

Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, ohne Vorschaltwiderstand.

$f = 1{,}7$ mm, $\gamma_1 = 0{,}106$ (mit Büschelbildung).

Wurde nun bei der Leydener Flasche, welche auch schon bei diesem vorigen Versuche in einem großen Glasgefäß stand, durch Füllung desselben mit Petroleum die Büschelentladung verhindert, so ergab sich

$f = 1{,}7$ mm: $\gamma_1 = 0{,}093$ (ohne Büschelbildung).

Durch die Büschelbildung ist also bei dieser großen Leydener Flasche γ_1 nur um 0,013 vermehrt (oben p. 748 haben bei der kleinen Glasplatte die Büschel γ_1 von 0,110 auf 0,167 gebracht). — Außerdem ergab sich, daß γ_1 denselben Wert hat, einerlei ob es sofort nach Einleitung des Funkenspieles oder nach $t = 10$ sec gemessen wurde. *Die oben p. 731 ff. beobachtete Verkleinerung von γ_1 mit der Zeit scheint also nur bei kleinen Erregerkapazitäten C_1 vorhanden zu sein. — Es ist sehr beachtenswert, daß sich mit einem Glaskondensator C_1 überhaupt so kleine Dämpfungen ($\gamma_1 = 0{,}09$) erzielen lassen. Bei dieser Glassorte kann also der Hysteresisverlust im Glase nur sehr gering gewesen sein.*

Im folgenden teile ich einige Beobachtungen mit dieser Anordnung o) mit, welche bei verschiedenen Funkenlängen f gemacht sind.

---

1) Es wurde der in Fig. 5 abgebildete Kondensator aber mit nur vier Platten P benutzt.

Tabelle XXI.

Anordnung o), Büschel durch Petroleumbad verhindert.

f	γ_1	s_m	$\sqrt{s_m \gamma_1 (\gamma_1 + \gamma_2)}$
0,8 mm	0,108	28,6	0,673
1,7	0,093	32,5	0,656
2,6	0,100	26,1	0,626
3,4	0,101	22,1	0,580
4,3	0,100	18,8	0,581

Die bisherigen Beobachtungen weisen darauf hin, daß die kleinsten Dekremente γ_1 erzielt werden, wenn C_1 ein Petroleum-(oder Öl-?)Kondensator ist, und daß eine große Kapazität C_1 günstig ist. Um letzteres noch weiter zu prüfen, habe ich 11 Zinkplatten von $26.19 = 495$ cm² Größe in je 1,8 mm Distanz zu einem Erregerkondensator in analoger Weise zusammengesetzt, wie in Fig. 5 der Empfängerkondensator C_2 abgebildet ist. Der hier verwendete Kondensator ist derselbe, der schon oben p. 738 bei der Anordnung g) benutzt ist, nur daß dort die Kapazität C_1 10 mal so klein war, weil dort nur zwei Zinkplatten verwendet wurden.

p) $C_1 : L_1 = 15{,}0$.

$C_1 = 4440$ *cm* (11 Zinkplatten von je 495 cm² Größe in $d = 1{,}8$ mm Abstand im Petroleumbad).

$L_1 = 297$ *cm*, $\lambda_1 = 72$ *m*.

$C_2 = 1030$ *cm*, $w_2 = 0{,}51$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}048$, $a_m = 96$ *cm*.

Tabelle XXII für das Dekrement γ_1.

f	Speisung mit Induktor Nr. III mit 1 Ohm Vorschaltwiderstand und der Spannung			Speisung mit Induktor Nr. I, ohne Vorschaltwiderstand
	10 Volt	12 Volt	14 Volt	$V = 8$ Volt
0,3 mm	—	0,139	—	0,127
0,5	0,146	0,135	0,114	—
0,7	—	—	0,127	—

Ein Vergleich dieser Tabelle mit der Tab. XIII, p. 738, Anordnung g) zeigt, daß das Erwartete nicht eingetreten ist,

d. h. durch die Vergrößerung der Kapazität C_1 ist γ_1 nicht kleiner, sondern größer geworden. Es ist allerdings zu bemerken, daß in Tab. XXII die günstigsten Verhältnisse für die Speisespannung V und die Funkenlänge f vielleicht noch nicht getroffen sind, daß vielmehr, wie die Verkleinerung von γ_1 für $f = 0{,}5$ mm bei wachsendem V zeigt, eine kräftigere Induktorspeisung bei Vergrößerung von f nach kleinem Dekremente γ_1 erzeugt haben würde. Indes war es nicht möglich, f weiter zu vergrößern, ohne daß das Petroleum durchschlagen wurde. Ich vermute, daß auch schon bei den mitgeteilten Versuchen gelegentlich dies eintrat, und daß vielleicht auch kleine Büschelentladungen an den die Kondensatorplatten zusammenhaltenden Ebonitschrauben eintraten.

Um Entladungen im Petroleum besser verhüten zu können, habe ich die Distanz der Zinkplatten von 1,8 mm auf 3,7 mm vergrößert. Folgendes sind die Resultate:

q) $C_1 : L_1 = 7{,}18$.

$C_1 = 2130$ *cm* (11 Zinkplatten von je 495 cm² Größe in $d = 3{,}7$ mm Abstand in Petroleumbad).

$L_1 = 297$ *cm*, $\lambda_1 = 50$ *m*.

$C_2 = 770$ *cm* (vgl. Anordnung o), $w_2 = 0{,}51$ *Ohm*, $\gamma_2 = 0{,}052$, $a_m = 79$ *cm*.

Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, 1 Ohm Vorschalt.

$\gamma_1 = 0{,}094$.

Nach 14 Tagen Ruhe ergab sich $\gamma_1 = 0{,}139$. — Als darauf durch Feile, Schmirgel und Alkohol die Zinkfunkenstrecke frisch gereinigt wurde, erhielt ich, bei Funkenspeisung mit Induktor Nr. III, der mit der Spannung V in Volt ausgedrückt, beim Vorschaltwiderstand w (in Ohm ausgedrückt), betrieben wurde.

Tabelle XXIII für das Dekrement γ_1:

$t = 0$.

f	$V = 12$				$V = 14$	$V = 16$
	$w = 1$	$w = 2/3$	$w = 1/3$	$w = 0$	$w = 0$	$w = 0$
0,9 mm	—	—	—	0,080	—	—
1,3	0,100	0,086	0,079	0,080	0,075	0,079
1,7	0,092	—	—	—	—	—

Eine geringe Verminderung von γ_1 mit wachsender Zeit t war zu konstatieren, denn es ergab sich, nachdem die Funkenstrecke frisch gereinigt war, bei $f = 1{,}7$ mm und Speisung mit Induktor Nr. III, 12 Volt, $w = 0$:

$t = 10$ sec	$\gamma_1 = 0{,}061$	
$t = 0$	$0{,}071$	Mittel $0{,}059$
$t = 10$	$0{,}057$	

Wiederum nach frischer Reinigung (abgefeilt und mit Alkohol gewaschen) zeigte die Funkenstrecke:

Nach $t = 0$ sec $\gamma_1 = 0{,}059$ Nach $t = 10$ sec $\gamma_1 = 0{,}056$.

Derselbe Kondensator C_1 ergab mit noch einer kleineren Selbstinduktion L_1 als Erreger folgendes:

r) $C_1 : L_1 = 16{,}9$.

$C_1 = 2130$ cm, $L_1 = 126$ cm[1]) (1 mm dicker, 1 cm breiter Kupferstreifenkreis von 6 cm Durchmesser), $\lambda_1 = 32{,}5$ m.

$C_2 = 239$ cm, $w_2 = 0{,}51$ Ohm, $\gamma_2 = 0{,}025$, $a_m = 92$ cm, $f = 1{,}8$ mm.

$t = 0$ sec	$\gamma_1 = 0{,}092$	
	$0{,}091$	Mittel $\gamma_1 = 0{,}092$ nach $t = 0$ sec
	$0{,}094$	
$t = 10$ sec	$\gamma_1 = 0{,}076$	
	$0{,}079$	Mittel $\gamma_1 = 0{,}077$ nach $t = 10$ sec
	$0{,}076$	

Wichtig für die Praxis der drahtlosen Telegraphie ist vor allem, daß man also selbst bei dem großen Verhältnis $C_1 : L_1 = 17$ noch ein so kleines Dekrement $\gamma_1 = 0{,}08$ realisieren kann. Es würde sich sogar sicher noch kleiner herstellen lassen, wenn bei demselben Verhältnis $C_1 : L_1$ der Erregerkreis L_1 größer gewählt wäre, weil man dann die Zuleitungen vom Induktor relativ näher an die Funkenstrecke anlegen kann, wodurch nach oben p. 744 das Dekrement γ_1 verkleinert wird.

Um zu versuchen, ob man nicht dadurch noch kleinere Dekremente erzielen kann, daß man jede direkte Verbindung der entgegengesetzt geladenen Kondensatorplatten durch einen festen Isolator vermeidet, weil an seiner Oberfläche vielleicht doch etwas Büschelentladungen stattfinden, auch wenn der ganze Kondensator im Petroleumbade steht, so habe ich einen Kondensator aus 17 Zinkplatten konstruiert (Größe jeder Platte

1) Gemessen durch Messung des λ.

$17 \cdot 26 = 442$ cm², Abstand der Platte je 5 mm), von denen 9 Platten, unter sich metallisch verbunden, in dem Glasgefäß des Petroleumbades auf drei kleinen Metallfüßen standen, während 8 Platten, ebenfalls unter sich metallisch verbunden, mittels zweier Ebonitarme frei in den Zwischenräumen zwischen den 9 stehenden Kondensatorplatten aufgehängt waren. Eine Büschelentladung zwischen entgegengesetzt geladenen Kondensatorplatten längs einer festen Verbindung zwischen ihnen hätte also den langen Weg längs der inneren und äußeren Oberfläche des Glasgefäßes des Petroleumbades, längs des Tisches, längs der Stative, an denen die hängenden Platten befestigt waren, und längs ihrer Ebonitarme machen müssen. Daher ist wohl wahrscheinlich, daß bei dieser Anordnung Büschelentladungen gänzlich vermieden sind. *In der Tat ergab sich nun ein noch kleineres Dekrement,* als vorhin bei q) und r), nämlich ich erhielt[1]):

s) $C_1 : L_1 = 6{,}6.$

$C_1 = 2500$ cm[2]) (17 Zinkplatten, teils hängend im Petroleumbad).
$L_1 = 380$ cm[2]), $\lambda_1 = 61{,}3$ m.
$C_2 = 1024$ cm, $w_2 = 0{,}6$ Ohm, $\gamma_2 = 0{,}066$, $a_m = 77$ cm.
$f = 1{,}1$ mm, Speisung mit Induktor Nr. III, $t = 4$ sec.

$\gamma_1 = 0{,}068.$

Dieses Resultat für γ_1 war merklich unabhängig von der Speisung des Induktors (mit 8 oder 10 oder 12 Volt ohne Vorschaltwiderstand) und nahezu unabhängig von der Schließungszeit t der Meßleitung. Für $t = 0$ war γ_1 etwa nur um 0,02 größer, als für $t = 4$ sec oder $t = 10$ sec.

Die Dämpfung wurde auch mit mehreren Thermoelementen von verschiedenem Widerstand w_2 gemessen. Es ergab sich:

w_2	γ_2	γ_1	Bemerkungen
0,60 Ohm	0,066	0,068	Sekundärleitung mit Röhren
0,51	0,056	0,081	
1,36	0,150	0,074	Sekundärleitung mit einfachem Bügel
0,86	0,039	0,103	

1) Das oben p. 723 angeführte 2. Beispiel bezieht sich auf diese Anordnung s).

2) Aus λ-Messung abgeleitet.

3) Aus Dimensionen des Schließungskreises (Kreis aus 2 mm dickem Draht von 13 cm Durchmesser) berechnet.

Wie die Tabelle zeigt, ist mit dem Thermoelement von kleinstem Widerstand (0,36 Ohm) γ_1 größer gefunden, als mit den anderen Thermoelementen, aber in diesem Falle wurde die Länge der Sekundärleitung durch Verschiebung eines Bügels variiert (ohne Röhrenkonstruktion) und daher ist der Kontakt nicht so sicher, als bei der Röhrenkonstruktion (vgl. oben p. 713), γ_2 daher wahrscheinlich etwas größer anzunehmen als 0,039.

Auch in allen den früheren, schon oben angeführten Fällen bei denen ein Aluminiumkondensator in Petroleumbad angewendet ist, und bei denen sehr kleine Dekremente ($\gamma_1 = 0{,}05$ bis 0,08) gefunden sind, fehlt eine direkte feste Verbindung zwischen den entgegengesetzt geladenen Platten, indem die Platten an ihren *Außen*seiten an langen Ebonit- bez. Metallarmen befestigt sind, die zur Befestigung des ganzen Kondensators (Stativ) führen.

***Die direkte Verbindung der Kondensatorplatten mit festen Isoliermassen ist also am besten zu vermeiden*, auch wenn sie nur an wenig Stellen und in geringer Ausdehnung angebracht ist.**

7. Versuche mit einem großen Glaskondensator.

Die bisher verwendeten Kapazitäten waren noch nicht sehr groß. Um näher die bei sehr kräftigen Stationen der drahtlosen Telegraphie oder bei großen Teslatransformatoren vorliegenden Verhältnisse zu treffen, habe ich Versuche angestellt mit einem aus 25 Glasplatten (belgisches Isolierglas) aufgebauten Kondensator. Die Platten waren (durchschnittlich) 6,6 mm dick und Quadrate von 60 cm Seitenlänge. Auf beiden Seiten waren (mit Eiweiß, weil sich dies nicht in Petroleum[1]) löst) von dickerem Stanniol Quadrate von 40 cm Seitenlänge aufgeklebt, von denen zwei, in 10 cm Abstand voneinander geführte, je 2 cm breite Lappen metallisch verbunden waren (durch Druckplättchen und Schraubenmutter) mit zwei 6 mm dicken, 18 cm langen Messingdrähten, in die der Erregerkreis aus 3 mm

1) Bei diesen Versuchen wurde kein Petroleumbad angewandt. Ich wollte dasselbe zur Verhütung von Büschelentladungen benutzen. Die Herstellung einer genügend großen Petroleumwanne aus Glas oder Ton erfordert aber so viel Zeit, daß ich diesen Versuch noch nicht anstellen konnte.

dickem Kupferdraht mit Zinkfunkenstrecke eingesetzt wurde. Derselbe hatte eine Länge von 152 cm und etwa 50 cm Durchmesser. Die Kapazität eines solchen Glasplattenkondensators berechnet sich (aus Resonanzversuchen mit einer Meßsekundärleitung[1]) zu durchschnittlich $C_1 = 1465$ *cm* (die Dielektrizitätskonstante des Glases ergibt sich daraus zu etwa 7,5). Durch Aufeinanderlegen der Glasplattenkondensatoren, von denen jeder an korrespondierend gleichen Stellen zwei mit den Messingdrähten zu verbindende Stanniollappen trug, konnte die Primärkapazität C_1 vermehrt werden[2]) bis zum 25fachen Betrage, d. h. bis zu $C_1 = 36\,600$ cm.

Zunächst ergaben Versuche mit einer Platte folgendes:

t) $C_1 : L_1 = 0{,}795$.

$C_1 = 1465$ *cm* (eine Glasplatte).

$L_1 = 1840$ *cm*[3]), $\lambda_1 = 103$ *m*.

$C_2 = 1800$ *cm* (die 17 Zinkplatten, welche bei Anordnung s) den Primärkondensator gebildet haben, aber nur teilweise in Petroleum getaucht).

$w_2 = 0{,}325\ \Omega$, $\gamma_2 = 0{,}037$[4]), $a_m = 125$ cm.

Speisung mit Induktor Nr. III, ohne Vorschaltwiderstand, mit V Volt.

Tabelle XXIV für γ_1:

f	$V = 10$	$V = 12$	$V = 14$
1 mm	0,182	—	—
1,5	0,142	0,141	—
2	0,144	0,138	0,137
3	—	0,143	—
5	—	0,141	—
9	—	0,165	—

1) Dabei war die Selbstinduktion L_1 ein einfacher Kreis ohne angesetzte Messingdrähte oder Stanniollappen, so daß L_1 genau berechnet werden konnte.

2) Durch besondere Versuche mit Resonanzmeßleitung wurde festgestellt, daß die Kapazität proportional der aufeinandergelegten Plattenzahl zunahm.

3) Berechnet aus C_1, C_2 und L_2.

4) Eine Berechnung von γ_2 nach Formel (2) ist statthaft, da Petroleum keine merkliche elektrische Absorption besitzt.

Für die Speisung $V = 12$ Volt ist also $f = 2$ mm etwa die günstigste Funkenlänge. $f = 9$ mm gibt entschieden größeres Dekrement γ_1.

Das Verfahren bei diesen Versuchen war das frühere, daß die Länge a der Sekundärleitung (Fig. 1) zur Aufnahme der Resonanzkurve verändert wurde, d. h. daß die Selbstinduktion L_2 variiert wurde.

Bei sehr großen λ (für die weiteren Versuche u) mit 25 Glasplatten) ist es nun aber bequemer, L_2 konstant zu lassen, und C_2 zu verändern, was hier einfach durch variabele Petroleumhöhe in dem Bade, in welchem der Kondensator C_2 hing, bewirkt werden konnte. Da zwischen den Zinkplatten des Kondensators C_2 nur Petroleum oder Luft als Dielektrikum lag (kein festes Dielektrikum in Gestalt von Schrauben oder Stützen), so konnte sowohl rechnerisch festgestellt werden, um wieviel sich C_2 prozentisch änderte, wenn die Petroleumhöhe um 1 cm verändert wurde, als auch experimentell dadurch, daß bei veränderter Petroleumhöhe wieder die betreffende Länge a_m der Sekundärleitung bestimmt wurde, bei der sie wieder mit dem Erreger in Resonanz stand. Beide Wege stimmten innerhalb 4 Proz. überein. Ich hätte wohl noch genauere Übereinstimmung beider Zahlen erreichen können, für den vorliegenden Zweck genügt sie aber. Es ergab sich bei $V = 12$ Volt, $f = 2$ mm:

Bei Variation von L_2	$\gamma_1 + \gamma_2 = 0{,}169$	$\gamma_1 = 0{,}132$
„ „ „ C_2	0,159	0,122
Dann wieder bei Variation von L_2	0,169	0,132

Beide Verfahren führen also zu leidlich guter Übereinstimmung. (Es wurden die Messungen zur Steigerung der Genauigkeit nicht gehäuft, da sie für den vorliegenden Zweck ausreichten). Die Dämpfung war also noch etwas kleiner geworden als in Tab. XXIV.

Nun wurden 25 Glasplatten aufeinander gelegt. Die frühere Sekundärleitung wurde fortgenommen und es wurde als Selbstinduktion L_2 eine Rolle aus 1,5 mm dickem Kupferdraht von 11 Windungen, 20 cm Durchmesser, 3,7 cm Höhe benutzt, an deren Enden zwei 80 cm lange parallele Drähte in 3 cm relativem Abstand d zum Petroleumkondensator C_2 (17 Zink-

platten, vgl. Anordnung t)) führten. Genau in der Mitte der Rolle war ein kleines (6 mm langes) Thermoelement aus 0,05 mm dicken Konstantan–Eisendrähten (vgl. Fig. 2) angebracht. Sein Widerstand war 0,42 Ohm. Nach der von mir mitgeteilten Formel [1]) berechnet sich die Selbstinduktion der Rolle zu 37 700 cm, die der Paralleldrähte nach der Formel $L = 2\,l \ln(d/\varrho)$ ($l = 160$ cm, $d = 3$ cm, $\varrho = 1$ mm (Drahtradius)) zu 1310 cm, daher ist $L_2 = 39000$ cm. Das Thermoelement zeigte maximale Erwärmung bei der Petroleumhöhe $h = 9{,}5$ cm über dem unteren Rand der Zinkplatten. Da die Kapazität derselben ohne Petroleumfüllung 1200 cm betrug, und 1 cm Petroleumhöhe die Kapazität um 46,2 cm vermehrte, so war im Resonanzfall $C_2 = 1639$ cm. Es wurden nun Beobachtungen angestellt, indem die Petroleumhöhe um 2 cm zu beiden Seiten der Resonanzhöhe variiert wurde. Dadurch ging der Ausschlag des an das Thermoelement angelegten Galvanometers ungefähr auf die Hälfte des Betrages im Resonanzfall zurück. $\gamma_1 + \gamma_2$ berechnet sich nach Formel (7) p. 716, indem für η das Verhältnis $\frac{1}{2}\,\delta C_2/C_2$ einzusetzen ist, wobei C_2 die Kapazität des Sekundärkondensators im Resonanzfall bedeutet (Petroleumhöhe 9,5 cm), δC_2 die Änderung von C_2 durch Veränderung der Petroleumhöhe (auf 7,5 cm bez. 11,5 cm). γ_2 berechnet sich nach Formel (3); für λ ergibt sich aus C_1 und L_1:

$$\lambda = 2\pi\sqrt{C_1 L_1} = 515 \text{ m},$$

aus C_2 und L_2:

$$\lambda = 2\pi\sqrt{C_2 L_2} = 502 \text{ m},$$

also eine Übereinstimmung, die zur Berechnung von γ_2 mehr wie ausreichend ist. Die Petroleumhöhen wurden mit einem Kathetometer genau gemessen, sie konnten durch einen mit Hahn versehenen Heber bequem verändert werden.

Folgende Resultate habe ich bei *Speisung der Funkenstrecke mit dem Induktor Nr. III*, bez. dem noch kräftigeren Induktor Nr. IV [2]) erhalten:

---

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **9**. p. 604, Formel (35). 1902.

2) Er wurde mit demselben Quecksilber-Turbinenunterbrecher betrieben wie Induktor Nr. III. Die Koppelung k^2 zwischen Primär- und Sekundärkreis war bei Speisung mit beiden Induktoren genau die gleiche geblieben.

u) $C_1 : L_1 = 19{,}9$.

$C_1 = 36600$ *cm* (25 Glasplatten).

$L_1 = 1840$ *cm*, $\lambda_1 = 508$ *m*.

$C_2 = 1639$ *cm*, $w_2 = 0{,}42\ \Omega$, $\gamma_2 = 0{,}009$.

Tabelle XXV.

f	Induktor III		Induktor IV					
	$V = 24$ Volt[1])		$V = 24$ Volt[1])		$V = 20$ Volt[1])			
					A		*B*	
	γ_1	s_m	γ_1	s_m	γ_1	s_m	γ_1	s_m
1,0 mm	0,216	8,2	0,177	10,2	0,144	11,2	0,175	8,9
1,5	0,156[2])	15,7	0,149	14,2	—	—	—	—
2,0	0,135	18,5	0,134	15,2	—	—	—	—

Aus der Tabelle scheint hervorzugehen, daß vielleicht die günstigste Funkenlänge zur Erzielung möglichst kleiner Dämpfung γ_1 noch über 2,0 mm liegt. Hier lag aber bei Speisung mit $V = 24$ Volt nahezu die Grenze der Durchschlagskraft der Induktoren. Noch höhere Spannung wollte ich der Akkumulatorenbatterie nicht zumuten, da sie schon bei 24 Volt mit 30 Amp. belastet war. Wesentlich kleiner würde allerdings γ_1 nicht zu erwarten gewesen sein.

Die beiden mit *A* und *B* überschriebenen Kolumnen unterscheiden sich dadurch, daß bei *B* die Stromrichtung im Induktor kommutiert wurde, während sie sonst immer die gleiche geblieben war. *Dadurch ist das Dekrement vergrößert worden, der Maximalintegraleffekt s_m merklich kleiner geworden,* in Übereinstimmung mit oben p. 745.

Bei Speisung von f mit einem *Wechselstromtransformator* (derselbe lieferte etwa 35000 Volt bei 120 Volt Spannung des Primärwechselstromes) ergab sich folgendes (die Koppelung zwischen Primär- und Sekundärkreis war dieselbe, wie in voriger Tabelle, die Funkenstrecke wurde nicht berührt, d. h. nicht frisch gereinigt):

1) Stets ohne Vorschaltwiderstand.

2) Tags zuvor ergab sich $\gamma_1 = 0{,}153$. — Die in der Tabelle angeführten Zahlen sind alle am gleichen Tage erhalten, dicht hintereinander.

Tabelle XXVI.

Funkenspeisung mit Wechselstromtransformator.
V Spannung des primären Wechselstromes in Volt.
Ω Vorschaltwiderstand im Primärstrom in Ohm.

f	$V=80$, $\Omega=1$		$V=80$, $\Omega=0$		$V=120$, $\Omega=0$	
	γ_1	s_m	γ_1	s_m	γ_1	s_m
1,0 mm	—	—	0,204	12,7	—	—
1,5	—	—	0,159	19,4	—	—
2,0	0,155	26,1	0,154[1])	23,8[1])	0,160	26,6
2,5	—	—	0,141	34,3	—	—
3,0	Funken setzen aus		0,134	30,4	0,145	41,6
4,0			Funken setzen aus		0,135	53,7
4,5					0,139	57,3
5,0					Funken setzen öfter aus	

Nach frischer Reinigung der Funkenstrecke ergab sich bei $f=3$ mm, $V=100$ Volt, $\Omega=0$ Ohm: $\gamma_1=0{,}125$, $s_m=52{,}2$. *Es ist also durch Reinigung der Funkenstrecke γ_1 verkleinert, s_m gewachsen.*

Diese bei Funkenspeisung mit dem Hochspannungstransformator gewonnenen Resultate schließen sich den bei Funkenspeisung mit Induktoren gewonnenen an, indem das Dekrement γ_1 für Funkenlängen f etwas unterhalb der Funkengrenze kleinste, der Integraleffekt s_m größte Werte erreicht. *Die oben p. 746 befürchtete Schädlichkeit des Wechsels der Anfangsstromrichtung in der Funkenstrecke f macht sich nicht geltend,* man kann also auch bei Funkenspeisung mit Wechselstromtransformatoren sehr geringe Dekremente erzielen, *z. B. selbst bei dem großen Verhältnis $C_1 : L_1 = 20$, $C_1 = 36600$ cm, trotz Anwendung von Glaskondensatoren, bei denen Büschelentladung an den Stanniolrändern nicht durch ein Petroleumbad vermieden war*[2]), *den Wert $\gamma_1 = 0{,}125$ bei frisch gereinigter Funkenstrecke.*

1) Mittel aus den zu verschiedenen Zeiten innerhalb der Versuchsreihe gewonnenen Zahlen:

γ_1	s_m
0,150	26,5
0,148	25,9
0,163	19,0

2) Durch ein solches hätte sich wahrscheinlich $\gamma_1 = 0{,}10$ mindestens erzielen lassen. Ich denke darüber später zu berichten.

Daß die Integraleffekte s_m bei Anwendung des Hochspannungstransformators wesentlich größer sind als bei Funkenspeisung durch Induktoren, ist durch die größere Funkenhäufigkeit (Wechselzahl der speisenden Wechselstrommaschine *und* wahrscheinlich größere Anzahl von Partialentladungen) herbeigeführt. Abgesehen hiervon *bietet die Funkenspeisung mit einem Hochspannungstransformator keinen Vorteil vor einem mit Quecksilber-Turbinenunterbrecher betriebenen Induktor, die einzelnen Ausschläge s des Integraleffektes zeigten bei beiden Anordnungen ungefähr dieselben prozentischen Unregelmäßigkeiten* (bis etwa zu 10 Proz.).

8. Der Widerstand der Funkenstrecke.

Wie schon eingangs bemerkt wurde, ist der Widerstand der Funkenstrecke keine dem Funken individuelle Größe, da sie sehr stark von Kapazität und Selbstinduktion abhängt. Zur Illustration dieses Satzes will ich aus dem beobachteten Dekrement γ_1 nach Formel (1) einige Funkenwiderstände berechnen, wobei ich aber nur die Beobachtungen mit Petroleumkondensatoren verwenden will, weil bei Anwendung von Glaskondensatoren Hysteresis im Glase und Büschelentladungen an den Rändern der Stanniolbelegungen wesentlich Einfluß außer dem Funkenwiderstande auf das Dekrement γ_1 ausüben.

Im allgemeinen wächst der Funkenwiderstand w mit Abnahme der Kapazität C_1. Wie dieser Satz sich umkehren kann durch stark verschiedene Selbstinduktion L_1, zeigt

Anordnung b) $\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 161 \text{ cm}, \quad L_1 = 297 \text{ cm}, \quad f = 1{,}5 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0{,}073, \quad w = 0{,}94 \text{ Ohm} \end{array} \right.$

und

Anordnung e) $\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 196 \text{ cm}, \quad L_1 = 1545 \text{ cm}, \quad f = 1{,}5 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0{,}050, \quad w = 1{,}34 \text{ Ohm} \end{array} \right.$

Ferner zeigt die starke Beeinflussung des w durch L_1:

Anordnung q) $\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 2130 \text{ cm}, \quad L_1 = 297 \text{ cm}, \quad f = 1{,}3 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0{,}075, \quad w = 0{,}27 \text{ Ohm} \end{array} \right.$

und

Anordnung r) $\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 2130 \text{ cm}, \quad L_1 = 126 \text{ cm}, \quad f = 1{,}8 \text{ mm}, \\ \gamma_1 = 0{,}092, \quad w = 0{,}21 \text{ Ohm} \end{array} \right.$

Obwohl also bei r) die Funkengröße f größer war als bei q), so ist doch w kleiner als bei q).[1])

1) Dabei habe ich sogar für q) die Verhältnisse zugrunde gelegt, die den kleinsten Widerstand w ergeben haben.

Sehr kleine Funkenwiderstände zeigen diese Anordnungen q) und r) nach $t = 10$ sec. So ergibt z. B. r) bei

$$f = 1{,}8 \text{ mm}: \quad w = 0{,}18 \text{ Ohm}.$$

Verhältnismäßig große Funkenwiderstände ergeben sich natürlich bei kleinen Kapazitäten C_1. So ergibt Anordnung d) bei $C_1 = 44$ cm, $L_1 = 297$ cm und $f = 1{,}4$ mm, für welches w sogar noch das Minimum zeigt, $\gamma_1 = 0{,}084$, $w = 2{,}1$ Ohm.

Bei allen Beobachtungen[1]) *schwankt der Funkenwiderstand w zwischen diesen Grenzen $w = 2$ Ohm und $w = 0{,}2$ Ohm, dabei ist die Funkenlänge annähernd immer dieselbe $f = 1{,}5$ mm.* Die Schwankung wird dabei nur durch die Verschiedenheit von C_1 und L_1 herbeigeführt, d. h. es hat keine Hysteresis oder Büschelentladung Einfluß auf die berechneten Funkenwiderstände.

9. Zusammenfassung der Hauptresultate.

1. Für jeden Kondensatorkreis mit Funkenstrecke gibt es einen gewissen Bereich von Funkenlängen f (die etwas vom Speiseinduktor abhängen können[2]), welcher minimale Dämpfung ergibt. Innerhalb dieses Bereiches der Funkenlängen hängt das Dekrement γ_1 kaum merklich von der Funkenlänge ab und kann *bei allen Schwingungskreisen* (mit sehr verschiedener Kapazität C_1 und Selbstinduktion L_1) annähernd auf *denselben* Wert gebracht werden, wenn die Funken durch einen Induktor nicht zu schwach oder zu kräftig[3]) gespeist werden, und wenn der Kondensator keine Hysteresis oder Büschelentladungen zeigt.

2. Dieser annähernd konstante Minimumwert des logarithmischen Dekrementes γ_1 liegt bei Zinkelektroden und kleinen Funkenlängen f (f etwa 1—2 mm[4])) zwischen $\gamma_1 = 0{,}05$ *bis* $\gamma_1 = 0{,}08$. *Dabei konnte sogar das Verhältnis $C_1 : L_1$ den großen Wert 17 besitzen.* Wesentlich zur Erzielung so kleiner Dekremente ist vor allem, die Funkenspeiseleitung möglichst

---

1) Ich ziehe nur die Verhältnisse heran, bei denen γ_1 ein Minimum zeigt.

2) Bei kräftiger Funkenspeisung sind sie größer als bei schwacher.

3) Große Kapazitäten C_1 erfordern kräftige, kleine C_1 schwächere Funkenspeisung.

4) Bei sehr großem C_1 und sehr kräftiger Funkenspeisung liegt f höher, z. B. bei $f = 4$ mm, vgl. Tab. XXVI, p. 763.

nahe am Funken anzulegen. — Zuführungsfunkenstrecken (Righispeisung) sind (bei Funken in Luft) zu vermeiden.

3. Als Erregerkondensator C_1, der keine Hysteresis oder Büschelentladungen besitzt, dienen am besten Metallplatten in Petroleum (oder geeignetem Öl), bei denen eine direkte Verbindung der entgegengesetzt geladenen Metallplatten durch feste Isolatoren vermieden sind. (Eine derartige Konstruktion ist im Text angegeben, sie läßt sich leicht durch ähnliche, praktisch noch leichter aufzubauende ersetzen.)

4. Zinkelektroden zeigen die geringen Dämpfungsdekremente auch noch nach längerem Gebrauch ohne Reinigung. Frische Reinigung erhöht (nach kurzer Zeit) etwas die Aktivität der Funken, d. h. macht das Dekrement γ_1 kleiner, den Integraleffekt in einem Resonanzkreis größer. Bei kleinen Kapazitäten C_1 macht sich eine Verminderung des γ_1 während des Funkenspiels bemerklich. Bei Funkenspeisung mit Induktorien erhöht ein Wechsel der Stromrichtung das Dekrement γ_1. Funkenspeisung mit Wechselstromtransformatoren wirkt ebenso günstig (aber nicht besser) als Speisung mit Induktorien. Teslaspeisung der Funkenstrecke empfiehlt sich nur bei sehr kleinen Erregerkapazitäten C_1. Die Funken lasse man dann unter Petroleum (oder Öl?) überschlagen.

5. Der Integraleffekt des Erregerkreises in einem Resonanzkreis nimmt mit wachsender Funkenlänge f' zunächst zu, dann ab. Der Integraleffekt wird durch die Kräftigkeit der Funkenspeisung wesentlich erhöht (durch erhöhte Anzahl der Partialentladungen). Die Funkenlänge f', welche den größten Integraleffekt ergibt, liegt bei kräftiger Funkenspeisung meist bei etwas kleineren Werten f, als sie den kleinsten Dekrementen γ_1 entspricht, bei schwächerer Funkenspeisung ungefähr bei denselben Werten von f', die auch das kleinste Dekrement γ_1 ergeben. Der Integraleffekt hängt viel mehr von der Funkenlänge ab als das Dekrement γ_1.

6. Um größte Integraleffekte zu erzielen, muß man sehr kleine Funkenlängen f' benutzen.[1]) (Selbst bei der Kapazität

1) Die besten Werte von f bei verschiedenen Funkenspeisungen und verschiedenen C_1 und L_1 ergeben sich aus den mitgeteilten Beobachtungen. Daß bei der drahtlosen Telegraphie bisher mit viel größeren Funkenlängen gearbeitet wird, wird sich dadurch erklären, daß der bisher

$C_1 = 36600$ und sehr kräftiger Speisung, etwa $f = 5$ mm, bei kleineren C_1 viel kleinere f, etwa $f = 1{,}5$ mm, vgl. die Tabellen.)

7. Der aus dem Dekrement γ_1 berechnete Funkenwiderstand w hängt sehr wenig von der Funkenlänge f ab[1]), aber sehr stark von der angelegten Kapazität C_1 und von der Selbstinduktion L_1 des Schließungskreises; w wird mit wachsendem C_1 und abnehmendem L_1 kleiner. Für großes C_1 und kleines L_1 konnte z. B. bei $f = 1{,}8$ mm $w = 0{,}18$ Ohm erzielt werden, für kleines C_1 und größeres L_1 ergab sich $w = 2{,}1$ Ohm bei $f = 1{,}4$ mm. Auch bei konstanter Funkenspeisung, konstanter Kapazität C_1 und Funkenlänge f hängt der Widerstand w der Funkenstrecke sehr stark von der Selbstinduktion L_1 des Schließungskreises ab.

---

fast ausschließlich angewandte Kohärer nicht auf den Integraleffekt reagiert, sondern auf die Maximalamplitude.

1) Innerhalb eines gewissen Bereiches von Funkenlängen, innerhalb dessen γ_1 nahezu konstant ist.

(Eingegangen 2. Oktober 1904.)

4. *Strahlung von Spulen;* *von Eugen Nesper.*

(Auszug aus der Rostocker Dissertation.)

1. Diese Arbeit, welche auf Veranlassung von Hrn. Prof. Dr. Wachsmuth unternommen wurde, bezweckt die Ausstrahlung von Spulen unter verschiedensten Bedingungen experimentell festzustellen. Ein solches Vorgehen ist deshalb gerechtfertigt, weil zurzeit einige Phänomene, die sich bei der drahtlosen Telegraphie in ihrer technischen Anwendung gezeigt haben, noch nicht genügend geklärt sind. Gewisse Eigenschaften, welche Hr. Uller[1]) aus theoretischen Erwägungen gefolgert hat, wurden im folgenden experimentell nachgewiesen. Das ist einmal das Verschwinden oder Wiederkehren der Ausstrahlung in die Ferne bei gleichsinnig oder ungleichsinnig gewickelten Spulen. Außerdem war die Periodizität der Windungszahl von der Theorie vorausgesagt und konnte ebenfalls experimentell festgestellt werden. Daneben traten noch andere Erscheinungen auf, welche nicht ohne Bedeutung zu sein schienen.

Den Ausgangspunkt der Versuche bildet ein Vergleich der Ausstrahlung eines geradlinig ausgespannten Drahtes mit derjenigen desselben Drahtes in Spulenform. Weiter wurden die Eigenschaften von gleichsinnig oder ungleichsinnig gewickelten Spulen untersucht, welche oben angegeben sind. Hierauf wurden die Ausstrahlungen bei Veränderung der Windungszahl und bei der auf den Erregerkreis abgestimmten Spule festgestellt. Diesen Ermittelungen folgt die Angabe einer neuen Methode, die Eigenwellenlänge einer Spule mit Hilfe eines Spiegels experimentell zu bestimmen. Zum Schluß ist das Dielektrikum in und außerhalb der Spulen verändert und die dabei auftretenden Strahlungen gemessen.

1) K. Uller, Inaug.-Diss. Rostock 1903.

Die Versuchsanordnung ist aus Fig. 1 ersichtlich. Die gestrichelt gezeichneten Leitungen gelten für den Abstimmungsversuch.

Besondere Sorgfalt wurde dem Tropföloszillator zugewandt, so daß dieser geringe Abnutzung und schwache Eigenstrahlung besaß. An die Enden der aus Rundkupfer hergestellten, an der Funkenübergangsstelle verstählten Oszillatorspitzen wurden die Antennen bez. Spulen angelötet. Für regelmäßig zu- und abfließendes Petrol war durch Anbringung von zwei Glas-

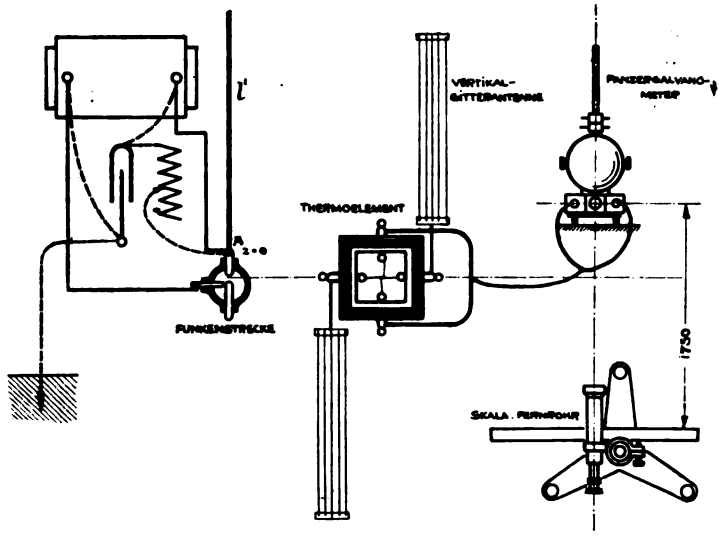


Fig. 1.

hähnen gesorgt. Die Beeinflussung und Wirkungsweise des Oszillators ist für verschiedene Füllungen in Fig. 2 dargestellt.

Die hohe innere Dämpfung von Spulen erfordert zur Messung der ausgestrahlten Energie einen sehr empfindlichen Detektor. Als solcher bewährte sich die Klemenčičsche Anordnung des Thermoelementes in einer etwas modifizierten Form: die Ebenen der Drähte wurden senkrecht aufeinander gestellt, eine konstante Punktberührung war dadurch gesichert. Thermoelement und Gitterantennen waren auf einem leichtbeweglichen Stativ befestigt.

Von vornherein konnte die Beobachtung gemacht werden,

daß das Panzergalvanometer (Empfindlichkeit von 10^{-13}) im Empfängerkeis bei Anwendung von Kapazität im Erregerkreis einen geringeren Ausschlag registrierte als ohne denselben. Die Vermutung, daß das Thermoelement auf quadratische Mittelwerte des Stromes reagiert, wird durch folgende Betrachtung herbeigeführt: in den Flaschen wird die Energie lange angesammelt, die Elektrizitätsmenge wächst, bis schließlich in der Funkenstrecke das Dielektrikum durchbrochen wird, ein Wellenzug (Antenne) mit anfangs großer, mit dem logarithmischen Dekrement abnehmender Amplitude ausgesandt wird. Dieser Wellenzug schreitet durch den Raum zum Thermoelement vor und ruft hier einen Strom hervor, der aber, kaum hervorgerufen, sofort durch Abkühlung wieder abklingt, da

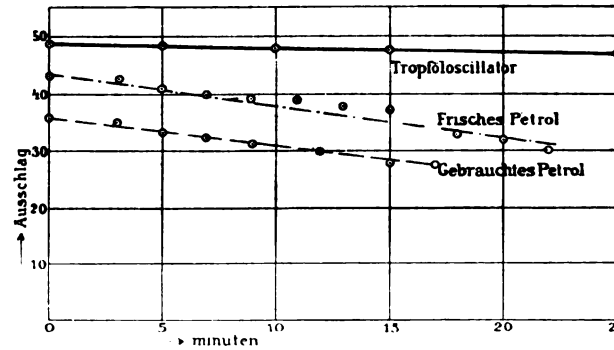


Fig. 2.

lange Zeit verstreicht, bis die Flaschen wieder so weit aufgeladen sind, daß ein neuer Funkenübergang stattfindet. Wenn hingegen keine Kapazität (von der Kapazität der Drähte, Funkenstrecke kann hier abgesehen werden) im Erregerkreis vorhanden ist, findet ein viel rascherer Funkenwechsel statt, die Energieausstrahlungen sind bedeutend geringer wie beim Flaschenkreise, folgen sich aber dafür zeitlich um so schneller, der Wärmestrom im Element ist kontinuierlicher, die Drähte haben nach jedem Wellenzuge nicht mehr genügend Zeit, sich abzukühlen. In der praktischen Telegraphie kommt es zur Überbrückung der großen Entfernungen vor allem darauf an, spontan große Energiequanta in den Raum zu strahlen. Auf diese Energien, in der Spannungsform, spricht der Kohärer

an. In diesem Unterschiede zwischen Thermoelement und Kohärer liegt die Begründung der zuerst frappierenden Tatsache, daß der Flaschenkreis weniger gute Resultate beim Thermoelement liefert, wie er umgekehrt beim Kohärer eine derartige Empfindlichkeit ermöglicht, daß dieser auf 5000 km Entfernung und mehr anspricht.

2. In Theorie und Praxis ist in letzter Zeit vielfach darauf hingewiesen worden, daß man mit Vertikalantennen bedeutend günstiger arbeite wie mit horizontal ausgespannten Drähten. Dieses gilt in erster Linie für den Geber, ist aber auch für den Empfänger von Bedeutung, wie das die letzthin auf dem „*Carlo Alberto*“ [1]) angestellten Versuche gezeigt haben. Die günstigere Wirkung wird von der Theorie so erklärt, daß die horizontal polarisierten Wellen (magnetischer Kraft), die mit Vertikalantennen hervorgebracht werden, durch die Erd- und Wassermassen, die parallel zu ihnen verlaufen, eine gewisse Verdichtung erfahren, während andererseits aus demselben Grunde die vertikal polarisierten Wellen, die mit horizontal ausgespannten Drähten hervorgerufen werden, einer Schwächung ihrer Intensität unterworfen sind. Es schien nicht uninteressant zu sein, diese Tatsachen, die sich oft praktisch ergeben haben, auch durch einen Versuch in dem beschränkten Raum eines Laboratoriums quantitativ nachzuweisen, wobei allerdings ein derartig empfindlicher Empfangsindikator, wie er hier vorhanden war, die Voraussetzung bildet.

Zwei gerade *blanke Kupferdrähte* von 1,48 mm Durchmesser und je 50 cm Länge wurden seitlich vertikal und darauf horizontal an die Funkenstrecke angelötet. Als Empfänger dienten genau gleich lange und gleich dicke Drähte, welche vertikal und horizontal am Thermoelement befestigt wurden. Die Entfernung zwischen Geber und Empfänger wurde verändert und die hierbei erhaltenen Ausschläge in Fig. 3 aufgetragen. So erhielt man eine Kurve für Vertikalantennen und eine solche für Horizontalantennen. Letztere zeigt kleinere Werte, und zwar ist die Übertragung bei der vertikalen Anordnung im Mittel 5 Proz. günstiger als die bei der horizontalen Antennenrichtung. Da namentlich bei der letzteren An-

1) Righi-Dessau, p. 472.

ordnung die Isolatoren (Befestigung der Funkenstrecke, diese selbst sowie alle benachbarten Körper) nach den Untersuchungen von Hertz einen gewissen Einfluß auf die Energieausstrahlung ausüben, wäre dieser Einfluß eigentlich exakt in Rechnung zu ziehen. Man kann aber hiervon absehen, wenn man bedenkt, daß die Anordnung stets wieder in der alten Weise hergestellt wurde. Die Werte für die Eigenstrahlung der Funkenstrecke sind aus der punktierten, untersten Kurve zu ersehen. Es sind immer die Mittelwerte aus je vier Messungen gebildet.

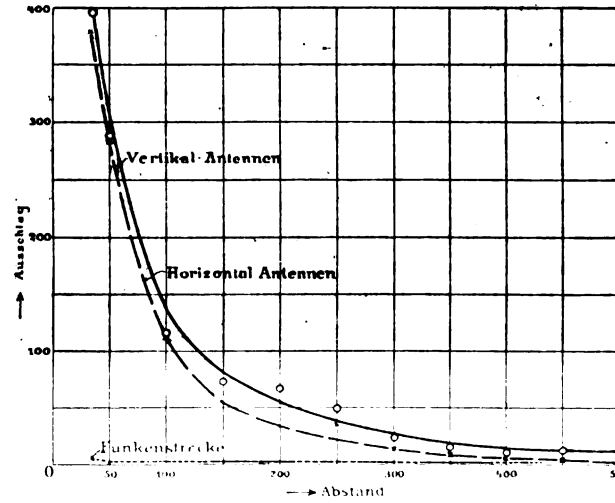


Fig. 3.

Das polarisierte Feld, welches von einer *Spule* in der x-Richtung (vgl. Fig. 5) ausgestrahlt wird, stellt zur Bedingung, daß bei horizontaler Spulenanordnung die Empfangsantennen vertikal aufgestellt werden, um eine Messung der ausgestrahlten und übermittelten Energie vornehmen zu können. Da der zur Spule aufgewickelte Draht vermöge seiner Elastizität sich selbst zu tragen vermag, ohne Verbiegungen in sich zu erleiden, konnten die Spulenantennen freitragend an die Funkenstrecke angelötet werden. Dieses ist deshalb günstig, weil durch benachbarte Körper (Kapazitätsvermehrung) die Resultate sehr verschleiert werden.

Untersucht wurde ein blanker, geradlinig vertikal ausge-

spannter Kupferdraht von 1,48 mm Durchmesser und je nach oben und unten 100 cm Länge. Die Entfernung zwischen Geber und Empfänger wurde variiert, und die so erhaltenen Werte unter *A* eingetragen. [Im folgenden bedeuten: *A* = geradlinig ausgespannter Draht, *B*, B, *b* = ungleichsinnig gewickelte (negative) Strahlungsspulen, *C* = gleichsinnig gewickelte (positive) strahlungslose Spulen, *F* = Funkenstrecke (ohne Antennen).] Darauf wurden dieselben Drähte zu negativen Spulen aufgewickelt, mit einem inneren Durchmesser von 14 mm. Beide Spulen wurden horizontal an die Funkenstrecke angelötet und bei Variation der Entfernung die Wirkung des Gebers für jede Stellung mit und ohne Spulen festgestellt. Die so gefundenen Werte sind mit *B* bezeichnet. Sodann wurde derselbe Draht auf einen Durchmesser von 8 mm gewickelt, und bei gleichem Vorgehen die Ausstrahlung gemessen und unter B vermerkt. Schließlich wurde der Draht auf 30 mm Durchmesser gewickelt, und hierbei die entsprechenden Werte aufgesucht und unter *b* notiert. Es lag jedesmal genau Windung an Windung, so daß die theoretische Forderung einer unendlich kleinen Steigung nahezu erfüllt war. Damit keine direkten Funkenübergänge zwischen den Windungen stattfinden konnten, wurden die Spulen über einem Bunsenbrenner erwärmt, dann in Schellacklösung getaucht und so genügend isoliert. Im Dunklen konnten bei den auf diese Weise isolierten Spulen zwischen den einzelnen Windungen keine Funkenübergänge wahrgenommen werden, während bei den nicht isolierten Spulen, namentlich nach den Enden zu starke Funkenübergänge zu bemerken waren.

Diskussion: Die Strahlung des geradlinig ausgespannten Drahtes war so groß, daß bei einem Abstande von 100 cm zwischen Geber und Empfänger das Galvanometer einen Ausschlag von fast 900 Skt. aufwies. Dieser Ausschlag ist ein Kennzeichen der Empfindlichkeit des Thermoelementes in der neuen Schaltung und des Panzergalvanometers. Der günstigste Ausschlag, der mit Spulen in dieser Entfernung erhalten wurde, betrug indessen nur 8,25 Skt. (wobei schon 2,5 Teilstriche der Fehlerquelle abgezogen sind), also noch weniger wie den hundertsten Teil. Das Resultat ist also folgendes: Der geradlinig ausgespannte Draht sendet bei sonst gleichen Verhält-

nissen etwa hundertmal mehr Energie aus, als er zur Spulenform aufgewickelt ausstrahlt.

Fig. 4 zeigt ferner, daß die Strahlung sich um so günstiger gestaltet, je kleiner der Durchmesser der Spule, also je größer die Spulenlänge und Windungszahl (bei konstanter Spulendrahtlänge) ist. Man bemerkt außerdem, daß anfangs der absolute Ausstrahlungswert der Spule geringer ist, wie derjenige der

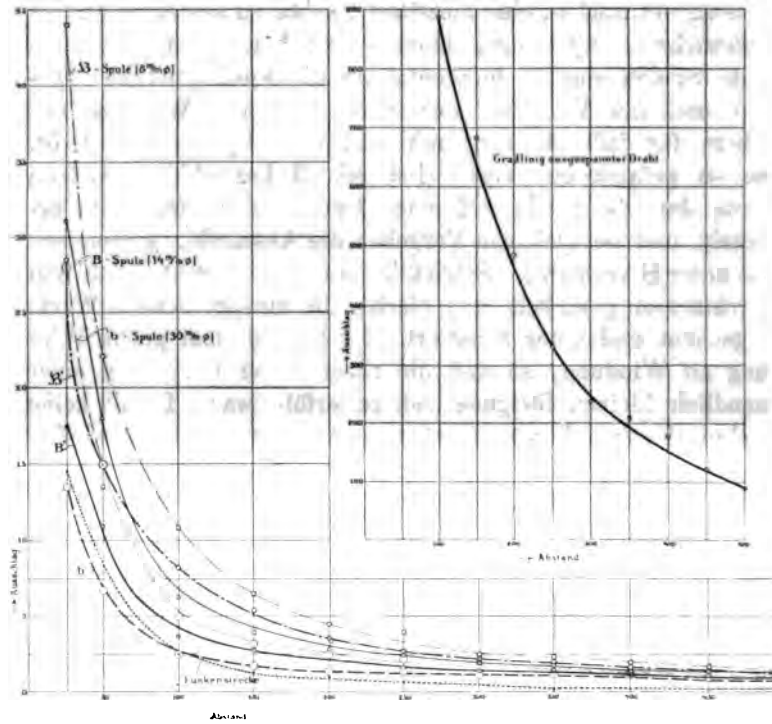


Fig. 4.

Funkenstrecke an sich. Nachdem etwa 30 aufgenommene Kurven nach dem bekannten Polytropenverfahren analysiert waren, konnte folgendes festgestellt werden: In unmittelbarer Nähe der Antenne (im vorliegenden Falle bis etwa zu 12 cm Entfernung) nimmt die Strahlung proportional der Entfernung ab. Im weiteren Verlauf der Kurve gelangt man in ein Gebiet, in welchem der Exponent k in der Polytropengleichung $m \cdot n^k = \text{konst.}$ von 1 anfangend immer größere Werte annimmt,

bis schließlich von etwa 100 cm $\sim$ $^1/_4$ Wellenlänge an k sich immer mehr der 2 nähert, so daß man annehmen kann, daß das Newtonsche Gesetz, daß die Wirkung umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ist, auch für diesen Teil des Spektrums, in welchem die langen Wellen elektrischer Störung vor sich gehen, seine Gültigkeit behält.

Für Spulen war der kleinste Wert, den ich erhielt, $k = 1{,}09$. Der Charakter der Spulenstrahlung (Figg. 4, 6, 10, 11, 13) ist dem der geradlinigen Antenne sehr ähnlich, nur nehmen die Ausstrahlungswerte bei der Spule viel schneller ab, wie diejenigen beim geradlinig ausgespannten Draht.

3. Die Fernwirkung zweier gleichsinnig (positiv) gewickelter, beiderseits an die Funkenstrecke angeschlossener Spulen ist gleich Null, da die Grundschwingung eines derartigen Spulensystems keine Fernwirkung auszuüben vermag, weil beide Feldvektoren Γ_z und Γ_y Null werden. Anders hingegen verhält sich ein ungleichsinnig (negativ) gewundenes Spulenpaar. Hierbei wird, wenn die Emission in Richtung der x-Achse stattfindet, nur der Vektor $\Gamma_y = 0$, während der Vektor Γ_z einen positiven Wert annimmt. Nach Uller[1]) ist $\Gamma_z = 2\,C_b \,.\, R \,.\, 2\,n \,.\, \sin(2\,n)$. Die Grundschwingung einer so gewickelten Spule erzeugt in der Ferne ein Feld, welches mit demjenigen eines geradlinig ausgespannten Drahtes merklich übereinstimmt. Der Nachweis dieser Behauptung ist oben erbracht worden. Aus den dort wiedergegebenen Versuchen erkennt man aber auch, daß diese Wirkung nicht erst in einem Abstande zur Geltung kommt, der ein Vielfaches der Spulenwellenlänge ist (dann könnten die Versuche nur in sehr ausgedehnten Räumen vorgenommen werden), sondern daß vielmehr die Wirkung schon viel früher eintritt, bei den im vorliegenden benutzten Anordnungen bereits von etwa 50 cm an.

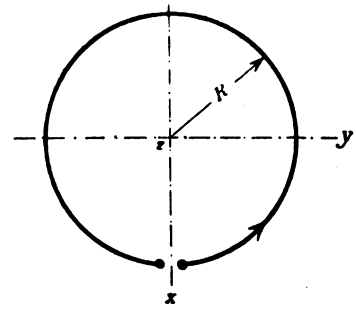


Fig. 5.

1) Vgl. K. Uller, l. c., sowie meine Dissertation p. 11.

Bei den Versuchen, die nun folgen, sind die Unterschiede hinsichtlich der Ausstrahlung subtilerer Natur, hierzu kommt noch eine Reihe von Fehlern, welche anfangs das Resultat sehr verschleierten, einen Einblick in quantitative Unterschiede kaum ermöglichten. Nur das eine konnte gleich bei der ersten oberflächlichen Messung festgestellt werden, daß nämlich qualitativ die Spule bei der negativen Wicklungsart mehr Energie ausstrahlte, wie bei der positiven Wicklung.

Die in Frage kommenden Fehler rühren her: von der Eigenstrahlung der Funkenstrecke, von den langen Wellen elektrischer oder magnetischer Art der Zuleitungsdrähte, der Sekundärinduktorspule, des Induktoreisens. Diese Strahlungen beeinflussen teils den Empfänger, teils sogar die Meßinstrumente. Diese Nebenstrahlungen ganz zu beseitigen ist nicht gelungen. Es wäre hierzu erforderlich, daß das Induktorium außerhalb des Versuchsraumes aufgestellt würde und daß die Wand, durch welche senkrecht die Zuleitungen zur Funkenstrecke gehen, mit einem Eisenblech bedeckt wäre, so daß letzteres schirmend wirkt. Der Sender könnte dann im Versuchsraum so angeordnet werden, daß die Bildung stehender Wellen ausgeschlossen ist.

Viel prägnanter als bei den im vorigen Kapitel beschriebenen Versuchen tritt hier der Unterschied des Abstandes zwischen Geber und Empfänger in Wirkung. Theoretisch ist zu erwarten, daß von der Entfernung $2\pi(\omega/v)$ an, also etwa von einer Wellenlänge an die Strahlung der positiv gewickelten Spule verschwindet, die der negativ gewickelten einen gewissen Betrag hat. Die Wellenlängen der beiden untersuchten Spulen ergeben sich nach der Drudeschen Formel für *freie* Spulen mit Stromknoten am Ende: $\frac{1}{2}\lambda = l \cdot f(h/2r, g/\delta, \varepsilon)$ zu 230 cm und 496 cm. Von diesen Entfernungen an müßte also eine Verschiedenheit bez. ein Verschwinden der Strahlung eintreten. Der Versuch (vgl. Fig. 6) zeigte aber, daß in beiden Fällen ein derartiger Unterschied bei 300 cm eintrat. Man könnte vermuten, daß hier stehende Wellen den Grund zu dieser Erscheinung bilden; indessen änderte ein Ortswechsel des Gebers an dem Vorgange nichts.

Spulendimensionen der B'- und C'-Spulen: Mit Baumwolle

umsponnener Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm); Windungszahl = 39; Spulendurchmesser = 14 mm.

Spulendimensionen der $\underline{B}'$- und $\underline{C}'$-Spulen: Derselbe Draht; Windungszahl = 76; Spulendurchmesser = 8 mm.

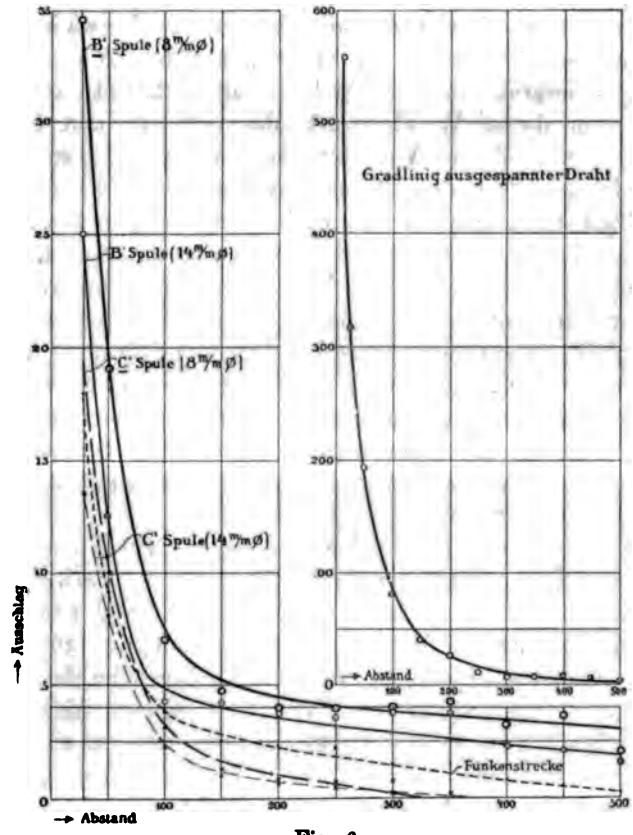


Fig. 6.

Auch aus diesen Kurven geht hervor, daß die Spule mit dem kleineren Durchmesser mehr Energie ausstrahlt, wie diejenige mit dem größeren Durchmesser.

Zur Ausführung der Versuche selbst ist noch zu bemerken, daß es mit Rücksicht auf die Fehlerquellen erforderlich war, für jeden Abstand je drei Messungen vorzunehmen. Zunächst wurde die Strahlung der Strahlungsspule B gemessen, dann

diese Spulen von der Funkenstrecke abgelötet und an ihre Stelle die strahlungslosen Spulen gesetzt. Bei derselben Geber- und Empfängerentfernung wurde für diese der Ausschlag bestimmt (C), und schließlich in derselben Weise, nach Ablötung der strahlungslosen Spulen die Eigenstrahlung der Funkenstrecke festgestellt (F). Subtrahiert man F von B, so erhält man die wahre Ausstrahlung der B-Spule, in der Fig. 6 mit B' bez. $\underline{B'}$ bezeichnet. Dieselbe Operation für die C-Spulen ausgeführt, gibt die wahren Strahlungen dieser Wicklungsart, die unter C' und $\underline{C'}$ eingetragen sind. Dieses Verfahren ist umständlich, es gelang aber nicht, auf andere Weise exakte Werte zu erhalten. Schließlich ist gleichsam als Eichkurve der geradlinig ausgespannte Draht bei Geber und Empfänger untersucht.

Wenn man die von der Theorie vorausgesagten, durch den Versuch zum Teil bestätigten Ergebnisse nochmals zusammenfaßt, so kann man diese in folgendem Satz aussprechen: Die Grundschwingung eines gleichsinnig (positiv) gewundenen Spulensystems vermag keine Fernwirkung auszuüben; hingegen ist das von einem ungleichsinnig gewickelten Spulensystem ausgestrahlte Feld merklich in Übereinstimmung mit dem eines geradlinig ausgespannten Drahtes.

War so durch quantitative Messung der Strahlungsunterschied zwischen positiven und negativen Spulen nachgewiesen worden, so lag der Gedanke nahe, diese Verschiedenheiten noch auf eine andere Weise, womöglich objektiv, zu zeigen. Am geeignetsten hierfür ist wohl die photographische Platte. Wenn es gelang, durch die Platte Unterschiede hinsichtlich der Konfiguration der Strahlungen nachzuweisen, so war damit ein charakteristisches Merkmal beider Wicklungsarten gegeben. Der Versuch, die Ausstrahlungen direkt mit dem photographischen Apparat aufzunehmen, mißlang, da die feinen, sich hierbei ergebenden Unterschiede zu unsicher und unbestimmt waren, um als Beweis dienen zu können. Es wurden daher die Spulen direkt auf die Trockenplatte gelegt und von oben durch eine Glasscheibe leicht angedrückt, um ein sicheres Aufliegen sämtlicher Windungen zu bewirken. Platte und Spule wurden von einem Pappkasten eingeschlossen, durch dessen eine von einem Glasrohr durchbohrte Wand der Spulendraht hindurchging. Der Kasten schützte die Emulsion vor einer

Bestrahlung durch die Funkenstrecke oder den Unterbrecherfunken des Induktoriums. Die Spulen selbst bestanden aus 1 mm starkem, nacktem Kupferdraht, der zu 21 Windungen von 12 mm Durchmesser aufgewickelt war. Die Spulen waren mit Schellack in der früher beschriebenen Weise isoliert, um Funkenübergänge zwischen den Windungen auszuschließen.

Fig. 7 a. Strahlungsspule *B*.

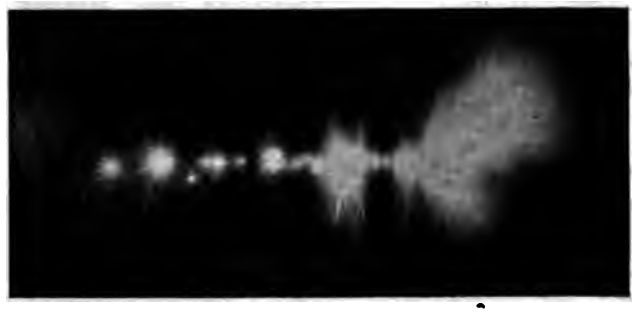


Fig. 7 b. Strahlungslose Spule *C*.

Die Einwirkung der Strahlung auf die Emulsion dauerte in jedem Fall 40 Sek. Nach der Entwickelung zeigten sich die in Figg. 7 a u. 7 b wiedergegebenen Phänomene: Die Strahlungsspule *B* mit einem kontinuierlichen, nach außen zu wachsendem Bart, die strahlungslose Spule *C* mit einzelnen scharf abgegrenzten, gleichständigen Verzweigungen. Das Anwachsen der Spannung nach den Enden zu ist in beiden Fällen deutlich erkennbar.

4. Die Spule als Sender zeigt eine dreifache Periodizität der Ausstrahlung bei Variation der Windungszahl. Zunächst treten Maxima und Minima an bestimmten Punkten jeder einzelnen Windung auf. Anfangs lag die Vermutung nahe, daß diete Maxima und Minima der Ausstrahlung eine Folge von Nebenumständen seien, indessen ließ bald die Regelmäßigkeit ihres Auftretens und Verschwindens die Gesetzmäßigkeit erkennen. Wenn man in der in Fig. 8 gezeichneten Anordnung eine B-Spule an die Funkenstrecke anschließt und den Empfangsapparat 50 ... 100 cm vom Geber entfernt aufstellt, erhält man besonders deutliche Unterschiede: In den Punkten C und D ist die Ausstrahlung ein Maximum, in E und F ein Minimum. Betrachtet man jede Spulenwindung als selbständigen Kreis, so entspricht die Verteilung der Maxima und Minima den Erscheinungen der dritten Hauptlage (III) eines Hertzschen Resonators. Um diese Periodizität, die bei einem Versuche über 200 mal mit durchgehender Regelmäßigkeit wiederkehrte, in ihrem Auf- und Abschwellen genauer verfolgen zu können, wurde umsponnener Kupferdraht (3,7 mm und 2,5 mm) in zwei Windungen von 82 mm Durchmesser bei Anwendung der Tropfölfunkenstrecke untersucht, indem immer $^1/_{16}$ Windung nach $^1/_{16}$ Windung mit einer Zange abgenommen wurde. Maxima zeigten sich bei $1\,^{12}/_{16}$, $1\,^4/_{16}$, $^{12}/_{16}$ ($^4/_{16}$) Windungen, Minima bei 2, $1\,^8/_{16}$, 1, $^8/_{16}$, 0 Windungen (Fig. 9). Von einer halben Windung an abwärts hört die Gesetzmäßigkeit auf; wahrscheinlich ist dann die Energieaufnahme zu gering, um eine Fernwirkung auszuüben, die nennenswert größer ist als die der Funkenstrecke selbst. Die Strahlung der Funkenstrecke ist im Diagramm durch die strichpunktierte Linie gekennzeichnet, die durch Verbindung des Anfangswertes (gemessen) mit dem Endwerte (gemessen) entstanden ist.

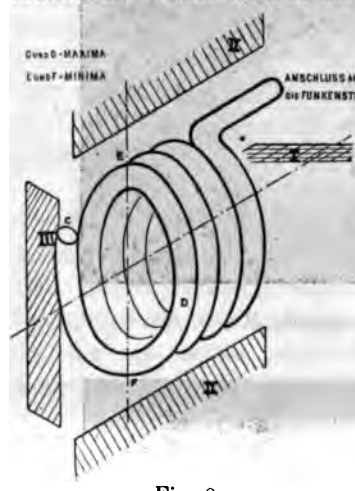


Fig. 8.

Die Strahlung der Funkenstrecke allein betrug 5,75 Skt. Aus der Kurve ersieht man, daß man aus der Ausstrahlung umgekehrt auf die Energieaufnahme der Spule schließen kann.

Die zweite Periodizität, welche, wie von der Theorie vorausgesagt, im Sinusverhältnis zur Schwingungszahl stehen soll, kam deutlich zum Ausdruck. Allerdings gelang es trotz viermaliger Wiederholung nicht, die Gesetzmäßigkeit in der geforderten Form nachzuweisen. Es sollte (p. 775) die Ausstrahlung eine Funktion der Windungszahl $2n$ sein; setzt man für $2n$ die verschiedenen Werte 0, $\pi/2$, π etc. ein, so erhält man eine Kurve, die in Fig. 10 rechts unten eingezeichnet ist. Die konstante Amplitude dieser Kurve ist willkürlich gewählt und steht in keinem Verhältnis zu den links eingetragenen Ausschlagskalenteilen. Eine gewisse Ähnlichkeit zwischen der so konstruierten Kurve und der darüber eingetragenen Kurve, welche ein Versuch ergab, ist erkennbar; nur sind für gleiche Abstände bei der konstruierten Kurve mehr Maxima und Minima vorhanden wie für das experi-

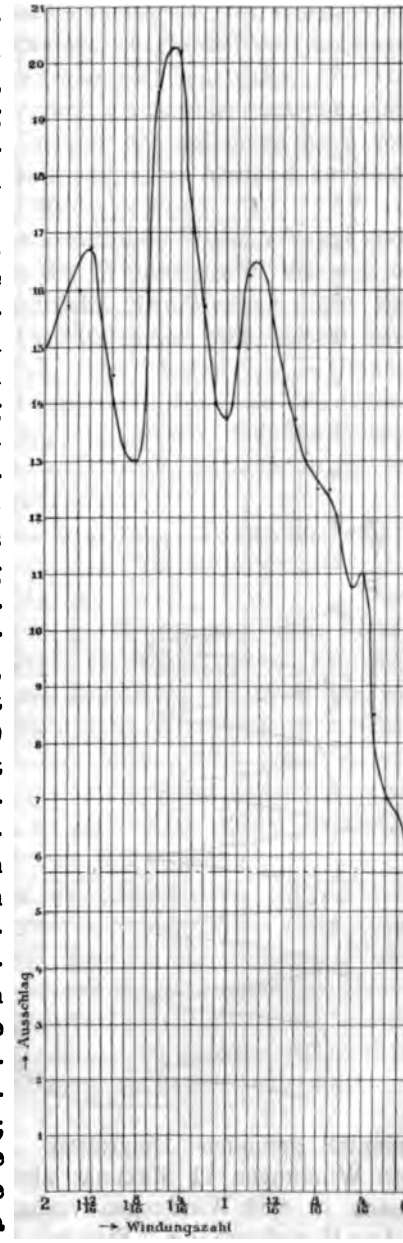


Fig. 9.

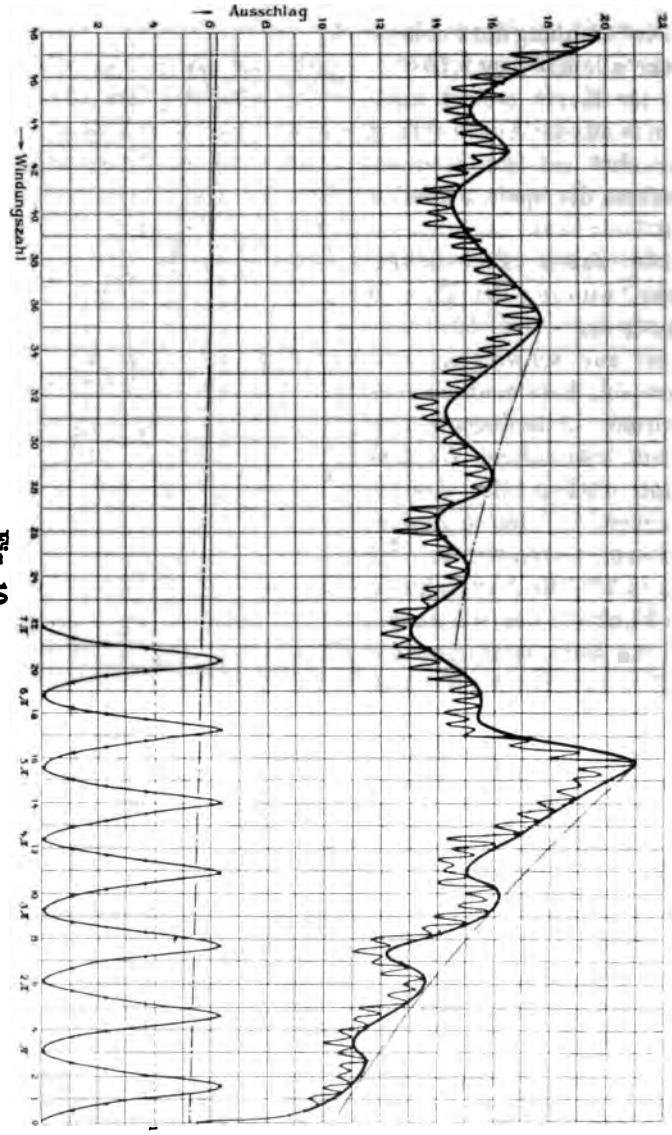


Fig. 10.

mentell gefundene Diagramm. Es kommen bei letzterem auf 48 Windungen 11 Maxima; also ist im Mittel ein Maximum nach je 4,36 Windungen vorhanden. Der Versuch, welcher ohne Unterbrechung 7 Stunden dauerte (jeder Wert ist doppelt ermittelt), ist in Fig. 10 wiedergegeben.

Die Strahlung der Funkenstrecke ist aus der strich-punktierten Linie zu ersehen. Gemessen ist hierbei der Anfangswert = 6,25 Skt. und der Endwert = 5,25 Teilstriche. Die Abmessungen der Spule waren: mit Baumwolle umsponnener Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm), der auf einen Kern von 14 mm Durchmesser aufgewickelt war. Der Abstand zwischen Geber und Empfänger betrug 55 cm = konst.

Aus der Aufzeichnung der ermittelten Werte erkennt man deutlich die dritte Periodizität der Windungszahl, die sich in absteigenden Schwebungen ausdrückt. Die Maxima dieser Erscheinung liegen bei 35 und 16 Windungen. Die hierbei ausgestrahlten Wellenlängen sind $^1/_2 \lambda_{35} = 296$ cm und $^1/_2 \lambda_{16} = 105$ cm. Diese zuletzt angeführte Zahl gibt fast genau die Länge der Empfängerantennen (100 cm) an; d. h. Geber und Empfänger sind in Resonanz. Die dritte auftretende Periodizität ist an den Wert von $5{,}0 \ldots 5{,}5\,\pi$ gebunden.

Eine Zusammenfassung der Resultate läßt drei im wesentlichen gesetzmäßige Perioden erkennen: die erste, welche regelmäßig wiederkehrt, erreicht Maxima bei $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4 \ldots$ Windungen, Minima bei 0, $^1/_2$, 1 ... Windungen. Die zweite Periodizität, welche eine Funktion der Windungszahl sein soll, gehorcht diesem Gesetz nur unvollkommen; im Mittel ergeben sich Maxima nach je 4,36 Windungen, statt nach je π-Windungen. Schließlich ist noch eine dritte Periodizität zu erkennen, die alle $5{,}3\,\pi$-Windungen auftritt und dabei maximale Amplituden aufzuweisen hat, sie ist mithin eine Teilfunktion der Resonanz zwischen Geber und Empfänger.

5. Die Kenntlichmachung der Abstimmung des offenen Kreises (Antenne) auf den geschlossenen Kreis (Kapazität, Funkenstrecke, Selbstinduktion) kann in verschiedener Weise bewirkt werden. Mit Rücksicht auf Syntonie zwischen Geber und Empfänger mußte die Spulenwellenlänge ungefähr gleich der des Empfängers sein (ein Vielfaches der Wellenlänge kommt deshalb hier nicht in Betracht, weil dann die Ausstrahlungen der Spule zu gering werden), d. h. etwa gleich 400 cm. Die Spule wird also, selbst wenn man einen sehr kleinen Durchmesser wählt, sehr kurz, ihre Windungszahl sehr klein. Daraus resultiert nun sofort der zweite Nachteil dieser Anordnung, nämlich die verhältnismäßig geringe Energieaufnahme der

Spule aus dem Erregerkreis. Die Folge der geringen Windungszahl und kleinen Energieaufnahme ist die, daß Spannungs- und Strombauch bei so kleinen Spulen schwer nachzuweisen sind. Darum wurde wie bei der Seibt-Oudinschen Spule abgestimmt.

Die Kontrolle dieser Methode und die Kenntnis des Größenverhältnisses der Schwingungsdauer des offenen und geschlossenen Stromkreises kann durch die Rechnung erbracht werden.

Die Kapazität des angewendeten Plattenkondensators wurde mit 2,4 cm berechnet. Die Selbstinduktion der Zuführungsdrähte und Selbstinduktionsspule konnte nach der Stefanschen Formel zu 1230 cm berechnet werden. Die Spulenwellenlänge war somit nach der Thomsonschen Formel = 342 cm.

Aus der Drudeschen Formel berechnet sie sich zu $\lambda = 4{,}84$ cm = 336 cm. Die Größenordnung beider Wellenlängen ist also dieselbe; die Längen der Wellen beider Systeme weichen nur etwa 1,7 Proz. nach dieser überschlägigen Rechnung voneinander ab. In Wirklichkeit wird allerdings das Resultat etwas ungünstiger, die Wellenlänge des geschlossenen Systems etwas größer, da noch die Kapazität der Zuführungsdrähte als Zusatzfaktor in die Rechnung eingeht.

6. Für die Einwirkung des Spiegels auf die Strahlung und auf die Strahlungsintensität kommt es im wesentlichen darauf an, experimentell nachzuweisen, erstens, daß der Spiegel, der auf einen geringeren Betrag wie $^1/_4$ Wellenlänge dem Oszillator genähert ist, eine Schwächung des Strahlungseffektes durch Absorption und Deformation der Strahlungslinien bewirkt, wenn die Ausstrahlung senkrecht zur Spiegelebene erfolgt, und daß zweitens die Ausstrahlung sehr verringert wird, wenn hinter den Oszillator, unter einem Winkel geneigt, gegen die Ausstrahlungsebene ein Spiegel gesetzt wird in einem Abstande unter $^1/_4$ Wellenlänge oder dem ungeraden Vielfachen eines derartigen Betrages. Als Spiegel wurde eine 100×70 cm große Papptafel, welche mit einer kontinuierlichen Stanniolschicht beklebt war, verwendet. Man kann ebensogut Blech oder Holz als reflektierende Fläche benutzen.

Für die hier besonders interessierende Spule gelang es, einwandsfrei die erste der aufgestellten Behauptungen zu beweisen (Fig. 11). Die Strahlungsspulen *B*, aus mit Baumwolle

umsponnenem Kupferdraht gewickelt, wurden horizontal an die Petrolfunkenstrecke angelötet. Die horizontal polarisierten Wellen magnetischer Kraft wurden mittels der oben beschriebenen Gitterantennen aufgefangen und im Thermoelement in die elektrische Form der Energie umgesetzt. Es wurden nun die Spulen erregt und bei jedem Abstande die Strahlung der Spulen ohne Spiegel, dann die Modifikation der Ausstrahlung bei parallel zur Spulenebene aufgestelltem Spiegel (also Reflexion senkrecht zur Spiegelebene = ↕), und schließlich die Emission bei Drehung des Spiegels um 45° um die Senkrechte zur Erdoberfläche (⊿) ermittelt. Die so erhaltenen Werte sind in Fig. 11 unten eingetragen. Die nach der Drudeschen Formel rechnerisch und nach dem neuen weiter unten angegebenen Verfahren experimentell festgestellte Wellenlänge beträgt rund 137 cm. Man erkennt aus Fig. 11 deutlich, daß bis zu $^1/_4$ Wellenlänge (137 cm) die Strahlung ohne Spiegel erheblich größer ist wie mit demselben, und daß letztere wiederum die des schräggestellten Spiegels übertrifft. Von $^1/_4$ Wellenlänge an ist die Strahlung mit Spiegel größer, wie ohne diesen.

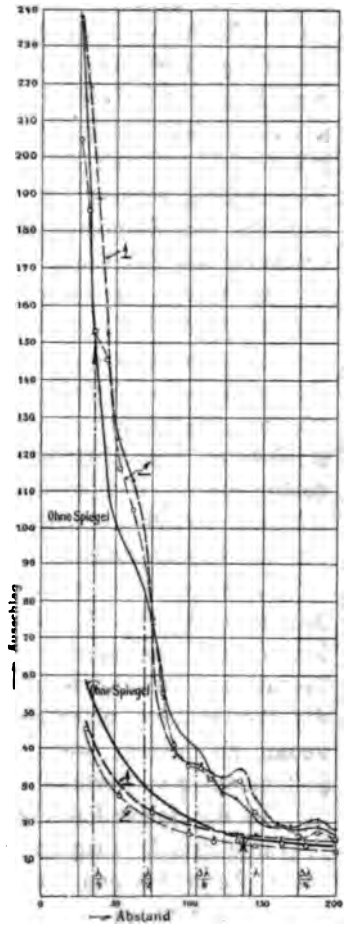


Fig. 11.

Spulendimensionen: Mit Baumwolle umsponnener Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm); Windungszahl = 39; Spulendurchmesser = 16 mm; Wellenlänge $\lambda = 4{,}137$ cm.

Die Abstände zwischen Spulenmitte und Spiegel, sowie zwischen Spulenmitte und Mitte Thermoelement waren einander gleich. — Empfänger: Gitterantennen.

Dieselbe Untersuchung wurde für geradlinig ausgespannte Drähte angestellt (1,48 mm Durchmesser, Drahtlänge = 35 cm). Auch hierbei traten in derselben Weise ausgeprägte Maxima und Minima der Spiegelwirkung auf (Fig. 11, p. 785). Die oben erwähnte Periode von $p/4\lambda$, wo p eine ungerade Zahl ist, ist für größere Werte der Strahlung mit Spiegel gegenüber solchen ohne Spiegel mit guter Genauigkeit innegehalten. Allerdings bemerkt man, daß hier unter $^1/_4$ Wellenlänge die Strahlung mit Spiegel derjenigen ohne Spiegel nicht nur gleichkommt, sondern sogar überlegen ist. Eine einwandsfreie Erklärung dieser sich bei etwa zwölf Versuchen wiederholenden Erscheinung vermag ich nicht zu geben, denn den Vorgang lediglich der Reflexion der kurzen Righiwellen zuzuschreiben, erscheint als Erklärung unvollständig.

Es wurde theoretisch und experimentell festgestellt, daß der in $^1/_4$ Wellenlänge hinter dem Geber aufgestellte Spiegel ein Strahlungsmaximum, als ein deutliches Kennzeichen gibt.[1]) Es muß also die Möglichkeit vorhanden sein, derartige Strahlungsmaxima (und damit auch Minima) zu erhalten, wenn man beispielsweise den Abstand zwischen Geber und Empfänger ungefähr auf $^1/_4$ Wellenlänge des Senders einstellt und nun den Abstand zwischen Oszillator und Spiegel so lange verändert, bis das Thermoelement ein Maximum ($^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4 \ldots {}^m/_4$ Wellenlänge, wo m eine ganze, ungerade Zahl bedeutet) oder ein Minimum ($^1/_2$, $^2/_2$, $^3/_2 \ldots$ Wellenlänge) anzeigt. Die Richtigkeit dieser Anschauung wird durch den Versuch vollkommen bestätigt. Auf ihr beruht die Methode, in wenigen Minuten die Wellenlänge einer Spule oder eines geradlinigen Leiters genau zu finden, wenn ein hinreichend empfindliches Meßinstrument zur Verfügung steht.

In der folgenden Fig. 12 ist vor den übrigen Kurven die M-Linie (stark ausgezogen) besonders bemerkenswert. Die schon beim vorigen Versuch benutzten Kupferdrähte von je 35 cm Länge waren zu dieser Messung senkrecht an die Funkenstrecke gelötet. Die durch diese ausgestrahlte Energie wurde durch genau gleich dimensionierte Empfängerdrähte aufgefangen. Maxima traten fast genau bei 35 cm, 105 cm,

1) H. Hertz, Abhandlungen 2. p. 144. 187. 1895.

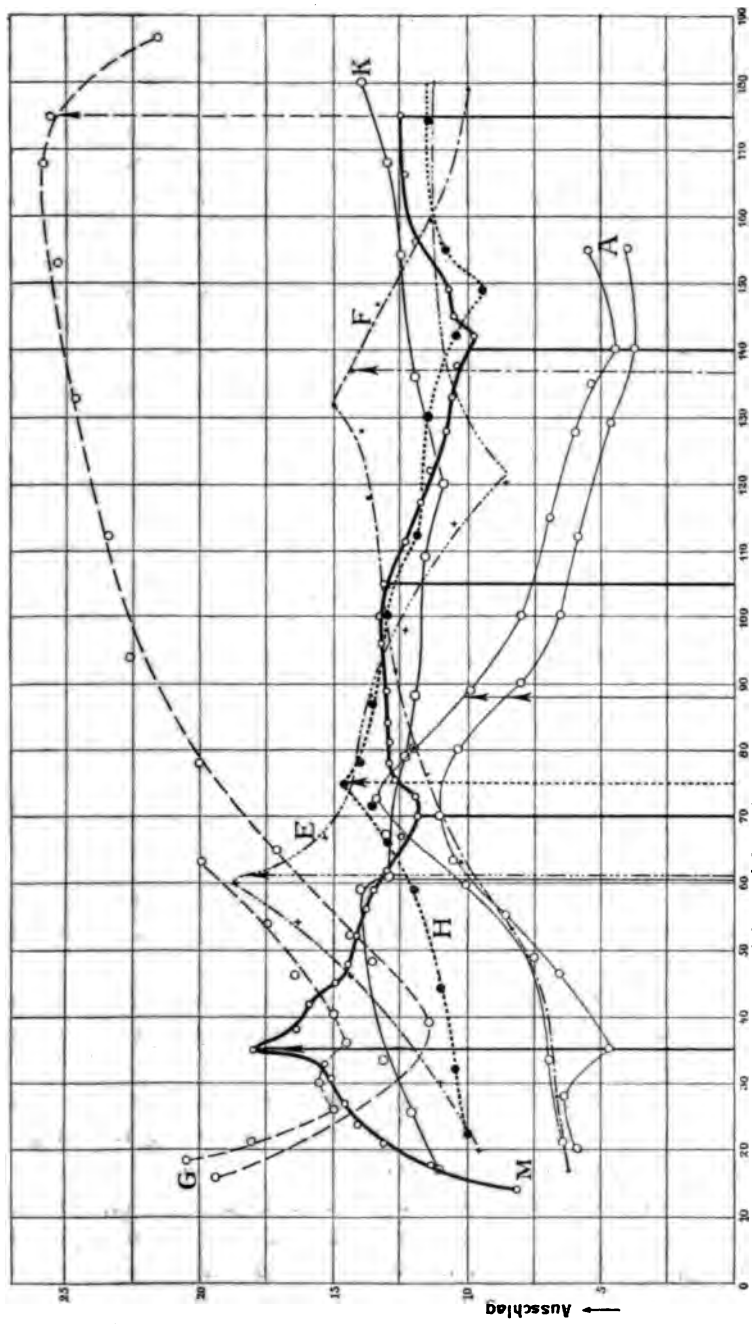

K
F
A
E
H
G
M
Ausschlag
Abstand zwischen Oscillator und Spiegel

Fig. 12.

175 cm auf, desgleichen Minima bei 70 cm, 140 cm. Die Eigenwellenlänge des Drahtes würde also durch 4,35 cm gegeben sein, was dem rechnerischen Werte genau entspricht.

Schon der erste Versuch, die Wellenlänge einer Spule nach der oben angegebenen Methode zu ermitteln, gelang vollkommen. Die Abweichung betrug nur 2 Proz. von dem mit Hilfe der Drudeschen Formel berechneten Werte. Die weiterhin ermittelten Wellenlängen zeigen mit den berechneten Wellenlängen meist nur Abweichungen, die unter 2 Proz. liegen. Eine so geringe Ungenauigkeit darf auf die früher erwähnten Fehlerquellen geschoben werden; die Methode darf als richtig und zuverlässig gelten. Nur bei einer Messung, der *A*-Kurve, ist eine Verschiedenheit von 18 Proz. zwischen gemessener und berechneter Wellenlänge zu bemerken. Eine wiederholte Messung ergab das Maximum an der früheren mit der Rechnung nicht übereinstimmenden Stelle.

Die für die verschiedenen Spulen gefundenen Wellenlängen sind in Fig. 12 eingezeichnet; an der Stelle, an welcher nach der Rechnung die Wellenlänge zu suchen wäre, ist jedesmal eine Vertikale mit einem Pfeil gegen die Kurve gerichtet eingetragen.

A: Mit Baumwolle umsponnener Kupferdraht (2,15 mm und 1,74 mm); kernlos gewickelt auf 16 mm Durchmesser; Windungszahl = 21; l_2 = 100 cm = konst. (Es bedeutet l_2 immer den Abstand von dem Thermoelement.) $^1/_2\,\lambda$ berechnet = 88 cm.

E: Derselbe Kupferdraht; kernlos gewickelt auf 10 mm Durchmesser; Windungszahl = 30; l_2 = 60 cm; $^1/_2\,\lambda$ berechnet = 61 cm.

F: Derselbe Kupferdraht; kernlos gewickelt auf 16 mm Durchmesser; Windungszahl = 39; l_2 = 120 cm; $^1/_2\,\lambda$ berechnet = 137 cm.

G: Mit Seide umsponnener Kupferdraht (1,86 mm und 1,3 mm); kernlos gewickelt auf 16 mm Durchmesser; Windungszahl = 50; l_2 = 80 cm, $^1/_2\,\lambda$ berechnet = 175 cm.

H: Nackter, mit Schellack isolierter Kupferdraht (1,48 mm); kernlos gewickelt auf 34 mm Durchmesser; Windungszahl = $9^1/_4$; l_2 = 80 cm; $^1/_2\,\lambda$ berechnet = 75,5 cm.

K: Nackter, mit Schellack isolierter Kupferdraht (1,48 mm); kernlos gewickelt auf 9 mm Durchmesser; Windungszahl = 30; $l_2 = 80$ cm; $^1/_2 \lambda$ berechnet = 60,8 cm.

7. Die von Drude aufgestellten Tabellen zur Berechnung der Wellenlängen zeigen, daß es für die Länge der von der Spule ausgestrahlten Welle von einem gewissen Einfluß ist, ob die Spule kernlos, auf Glas oder Hartgummi oder sonst ein homogenes Dielektrikum aufgewickelt ist. Der Zusammenhang zwischen der Dielektrizitätskonstanten und der Leitfähigkeit eines isotropen Mediums ist für hohe Schwingungszahlen noch so undefiniert, daß man nicht a priori genau angeben kann, innerhalb welcher Grenzen die Ausstrahlung einer Spule verändert wird, wenn man die Spule in ein Medium bringt, dessen Dielektrizitätskonstante von derjenigen der Luft verschieden ist. Zunächst schien es nicht uninteressant zu sein, den Einfluß von Eisen in der Spule auf die Strahlung festzustellen; zu einem derartigen Versuch wurde massives Quadrateisen (Vierkanteisen) von 7,7 mm Seitenlänge, welches vorher gut ausgeglüht war und keine nennenswerte Spur von Magnetismus mehr zeigte, in die Spule gebracht. Um das Eisen nicht direkt auf den isolierten Spulenwindungen aufliegen zu lassen, wurden an den Enden des Eisenstabes Siegellackringe aufgeklebt. Auf gleiche Weise wurden Bündel aus Eisendrähten von verschiedener Stärke hergestellt und in die Spulen eingelegt. Die Drahtstärken der Bündel betrugen 1,4 mm Durchmesser und 0,4 mm Durchmesser. Schließlich wurden noch Bündel aus 0,15 mm starken Kupferdrähten in die Spulen gebracht, und dabei die Strahlung gemessen.

Nach der Tabelle (Diss. p. 54) gaben als größte Werte: 45,5 die kernlose Spule, 36 die mit quadratischem Eisen (7,7 mm Seitenlänge) gefüllte Spule, 35,5 die mit Eisendraht von 1,4 mm Durchmesser gefüllte Spule, 32 die mit Eisendraht von 0,4 mm Durchmesser gefüllte Spule, 45,5 die mit Kupferdraht von 0,15 mm Durchmesser gefüllte Spule.

Aus den wiedergegebenen Werten ist zu ersehen, daß innerhalb des Meßbereiches die Ausfüllung der Spulen mit Kupferdraht so gut wie keinen Einfluß ausübt. Ferner bemerkt man, daß im allgemeinen das Quadrateisen etwas günstigere Werte gibt, wie der 1,4 mm starke Eisendraht. Der feine

Eisendraht läßt bedeutend geringere Ausstrahlungen zu, wie die kernlose Spule.

Das Resultat dieser Untersuchung ist also folgendes: Das Eisen in der Spule wirkt auf die Strahlung um so mehr abdrosselnd, je feiner es verteilt ist.

Die Veränderung des Dielektrikums in- und außerhalb der Spule sollte erst so erfolgen, daß die Funkenstrecke mit angelöteten Spulen in einen Glaskasten gesetzt wurde, welcher mit einer Flüssigkeit gefüllt war, deren Dielektrizitätskonstante höher wie die der Luft ist. Es war aber die Leitfähigkeit der untersuchten Substanzen so groß, daß ein Funkenübergang in der Funkenstrecke selbst nicht zu ermöglichen war, vielmehr fand die ganze Entladung durch die Spulen statt.

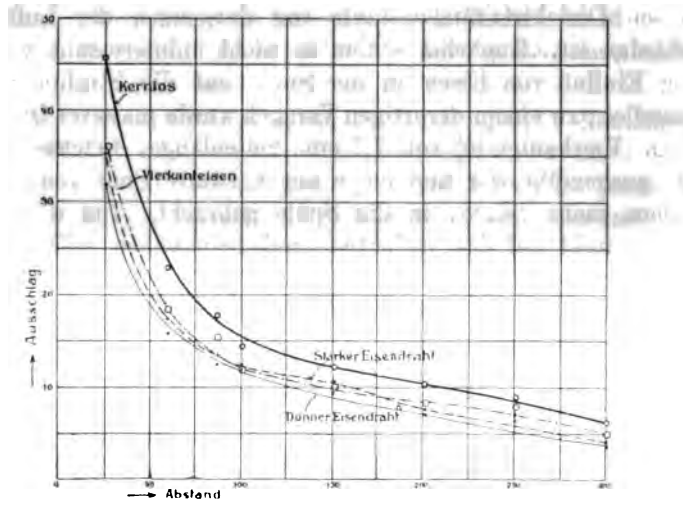


Fig. 13.

Um die Leitfähigkeit zu eliminieren, wurde wie folgt vorgegangen: Zwei Glaszylinder aus gewöhnlichem Hartglas wurden an den Enden durch 6 mm starke Korkpfropfen verschlossen, die mit einer Mischung von Kolophonium und Wachs getränkt waren. Durch die Mitte des einen Korkes an jedem Zylinder konnte die Spule glatt durchgeführt werden, während am entgegengesetzten Zylinderende ein durch den Kork eingebrachtes, knieförmig umgebogenes Glasrohr ein Anfüllen des Zylinders mit Flüssigkeit ermöglichte. Die beiden Glaszylinder wurden

auf je zwei T-förmig zusammengesetzte Glasstative gelagert, um so einen Abfluß elektrischer Massen zu verhindern. Zur Vermeidung von Innenreflexion an den Zylinderwandungen waren die Spulen exzentrisch angeordnet. Wenn nun die Ausstrahlung der Spulen festgestellt wurde, welche diese ohne und mit Zylinder besaßen, so konnte deutlich bemerkt werden, daß die Glaswandungen einen beträchtlichen Teil ausgestrahlter Energie absorbierten.

Nach der Überlegung müßten sich die Ausstrahlungen proportional den Dielektrizitätskonstanten verhalten, in welche die Spulen eingeführt sind. Es konnte jedoch ein derartiges Verhältnis weder für Spulen noch für geradlinige Drähte festgestellt werden; vielmehr änderte sich die Ausstrahlung bei jeder Messung sprungweise und so diskontinuierlich, daß eine Mitteilung der gefundenen Tabellen nicht von Wert erscheint. Zum Beispiel wurden bei einem Abstand von 30 cm zwischen Geber und Empfänger für Luft 40,5, für Äthylalkohol (99,8 Proz.) 66, für Brennöl 50, für Petrol 46, für destilliertes Wasser 102,5 Skalenteile gefunden. Auch die Mittelwerte aus je neun Messungen ließen einen proportionalen Zusammenhang der einzelnen Dielektrizitätskonstanten und der bei diesen ausgestrahlten Energiemengen nicht erkennen. Außer durch die Dielektrizitätskonstante wird die Ausstrahlung durch die Leitfähigkeit des Mediums in zu großem Maße modifiziert. Die den Antennen aufgedrückte Energie wird nicht mehr längs der Metalloberfläche geleitet, sondern sucht ihren Weg durch die Flüssigkeit.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Die Ausstrahlung und Aufnahme von horizontal polarisierten Wellen (magnetischer Kraft) ist derjenigen von vertikal polarisierten Wellen beträchtlich überlegen.

2. Der Ausstrahlungscharakter eines zur Spule aufgewickelten Drahtes ist nahezu in Übereinstimmung mit dem eines geradlinig ausgespannten Drahtes. Die Strahlung einer Spule, und damit ihr Wirkungsgrad wird um so günstiger, wenn bei sonst gleichen Verhältnissen der Durchmesser verkleinert wird.

3. Die Energieemission eines gleichsinnig (positiv) gewundenen

Spulenpaares ist von etwa $^1/_2$ Wellenlänge an verschwindend klein. Eine Verschiedenheit hinsichtlich der Ausstrahlung bei positiv und negativ gewundenen Spulen konnte quantitativ und qualitativ (mit der photographischen Platte) nachgewiesen werden.

4. Die Strahlung der Spule hängt von der Windungszahl in dreifacher Weise ab. Von $^1/_4$ zu $^1/_4$ Windung folgen kleinere Maxima auf Minima: größere Maxima und Minima treten nach $\sim$ 4,4 Windungen auf. Schließlich kann man noch Schwebungen mit der Periode $5^1/_4\,\pi$ bemerken.

5. Das Thermoelement ist zur Registrierung großer, zeitlich langsam aufeinander folgender Energiequanta (wie solche mit mehreren Flaschen erzeugt werden) wenig geeignet, da seine Wirkungsweise derjenigen eines Hitzdrahtinstrumentes vergleichbar ist.

6. Ein hinter den Strahlungsträger gebrachter Spiegel läßt deutliche Maxima und Minima der Energieübertragung als Funktion des Abstandes zwischen Oszillator und Spiegel erkennen. Maxima treten auf bei $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$ ... Wellenlänge, Minima bei $^1/_2$, $^2/_2$, $^4/_2$ ... Wellenlänge. Auf dieser Tatsache beruht die Möglichkeit, die Wellenlänge von Spulen und Antennen einfach zu bestimmen.

7. Eisen, welches in die Spulen gebracht wird, wirkt um so mehr strahlungs-abdrosselnd, je feiner es verteilt ist.

8. Die Einbettung der Spulen in Flüssigkeiten verschiedener Dielektrizitätskonstanten bewirkt zwar beträchtliche Unterschiede in der Größe der Strahlung, es ließ sich aber wegen der Leitfähigkeit der Medien ein gesetzmäßiger Zusammenhang nicht aufstellen.

(Eingegangen 29. September 1904.)

5. *Akustische Untersuchungen;* *von H. Sieveking und A. Behm.*

1. Mit der hochentwickelten Fähigkeit des menschlichen Ohres, Schallschwingungen zu perzipieren, geht das Vermögen, letztere ihrer Stärke nach zu unterscheiden, nicht Hand in Hand. Die Versuche von Vierordt (1882), die Abnahme des Schalles mit der Entfernung zu messen durch Beobachtung des Abstandes, in welchem die Schallstärke den Schwellenwert erreicht, führten zu dem auffälligen Resultat, daß ein 2-, 3-, 4 facher Schall die 2-, 3-, 4 fache Tragweite besitze, ein Ergebnis, das dem Fundamentalsatz von der Abnahme mit dem Quadrat der Entfernung widerspricht.

Ebenso fand Lord Rayleigh (1882) ein starkes Mißverhältnis zwischen zwei dem Ohre gleich stark scheinenden Tönen bei Anwendung eines Schallempfängers, dessen Hauptelement ein leicht beweglicher Spiegel bildete.

Es gibt eine Reihe von Apparaten zur Vergleichung und Messung von Schallstärken (Phonometer); dieselben benutzen die dynamischn Wirkung der in Schwingungen versetzten Luft auf einen leicht beweglichen Körper (Spiegel, Flügelrad, empfindliche Flamme, Membranen, die einen Spiegel tragen[1]) oder einen durch die Druckwirkung veränderten Widerstand (Mikrophonprinzip). In letzter Zeit hat Hr. Altberg[2]) eine Vorrichtung beschrieben, die die Druckkräfte der Schallwellen in analoger Weise mißt, wie dies Hr. Lebedew für Lichtwellen ausgeführt hat.

Die elektrischen Methoden besitzen mancherlei Nachteile. Membranen mit Mikrophonkontakten sprechen an auf Töne jeglicher Art und gestatten nur einen geringen Grad der Abstimmung. Außerdem sind sie außerordentlich empfindlich gegen Störungen durch Erschütterungen; den gleichen Nachteil

1) Z. B. M. Wien, Wied. Ann. **36.** p. 834. 1889; F. Sharpe, Science **9.** p. 808—811. 1899.

2) J. Altberg, Ann. d. Phys. **11.** p. 405 ff. 1903.

unvollkommener Resonanz besitzen die direkt messenden Membranen.

Bei vielen akustischen Untersuchungen genügt es, dieselben für einen bestimmten Ton auszuführen. Die gewonnenen Resultate lassen ohne weiteres eine Ausdehnung zu. Das hat gleichzeitig den Vorteil, daß bei Bevorzugung eines bestimmten Tones, auf den der Schallempfänger anspricht, eine Störung durch nie ganz zu vermeidende Töne oder Geräusche unwirksam gemacht wird. Es erschien dabei von Wert einen Empfänger zu konstruieren, der bei geringer Empfindlichkeit gegen äußere Störungen und gegen fremde Töne eine große Empfindlichkeit für den zu untersuchenden Ton zeigt, mithin die bestmögliche Resonanz besitzt. Als solcher wurde eine Stimmgabel gewählt, deren Amplituden direkt gemessen wurden. Während die Konstruktion eines Empfängers von konstanter Empfindlichkeit keine großen Schwierigkeiten macht — den größten Schwankungen sind wohl die Mikrophonkontakte ausgesetzt — ist die Forderung einer konstanten Tonquelle sehr schwer zu erfüllen. Am geeignetsten erschien uns eine Stimmgabel mit Resonanzkasten. Der Vorzug derselben als Tonquelle beruht in erster Linie auf der Reinheit des Tones, auf dem Fehlen von Obertönen und auf der relativ guten Konstanz der bei elektromagnetisch erfolgenden Antriebe erzielten Tonstärke.

Das Prinzip der im folgenden beschriebenen Versuche ist: das lediglich durch Resonauz erfolgende Mitschwingen einer Stimmgabel, die sich im Schwingungsbereich einer elektromagnetisch angetriebenen Stimmgabel von gleicher Tonhöhe befindet, mit dem Mikroskop zu messen.

Außer den oben hervorgehobenen Vorzügen besitzt die Methode eine recht gute Empfindlichkeit.

2. Die Tonquelle.

Die gebräuchliche Form der elektromagnetisch betriebenen Stimmgabel (Stimmgabelunterbrecher) entspricht in ihrer Konstruktion dem Wagnerschen Hammer oder der elektrischen Glocke. Die Magnetspule kann sich zwischen beiden Gabelzinken oder oberhalb eines derselben befinden. Den Kontakt vermittelt eine aufgesetzte Stahlfeder mit Platinkontakt.

Betätigt man einen solchen Stimmgabelunterbrecher, so

erhält man einen lauten, reinen und scheinbar konstanten Ton. Allein trotz sorgfältigster Ausführung sind Tonstärke und Tonhöhe Schwankungen unterworfen. Der Grund hierfür ist folgender: Stimmen zwei Stimmgabeln bei mechanischem Antrieb (Stoß, Schlag) vollkommen überein, so ändert sich dies, sobald die eine elektromagnetisch angetrieben wird; dieselbe vertieft sich, da der magnetische Impuls nicht immer rechtzeitig einsetzt. Zwischen der Gabelzinke und der den Kontakt tragenden Feder besteht bei gleicher Frequenz eine Phasendifferenz und diese läßt sich, zumal bei längerem Gang, niemals ganz konstant erhalten; der neue Impuls setzt alsdann nicht zur richtigen Zeit ein, wirkt der bereits vorhandenen Bewegung entgegen und verursacht eine Vertiefung des Tones.

Es empfiehlt sich daher, die magnetische Anziehung wohl als Antriebskraft zu benutzen, dieselbe aber auszuschalten, sobald die Stimmgabel in Schwingung versetzt ist. Dies geschieht folgendermaßen:

Die Unterbrechungsvorrichtung ist getrennt von der Stimmgabel. Sie besteht aus einem gehärteten federnden Stahlstift, der einseitig eingeklemmt ist und einen Platinstift trägt, dieser taucht in ein Gefäß mit Quecksilber, das mittels einer Schraube vertikal verstellbar ist wie bei den gewöhnlichen Typen der Quecksilberunterbrecher. Der gespannte Stahlstab wird durch eine Sperrvorrichtung gehalten und elektromagnetisch ausgelöst. Der federnde Stab hat die gleiche Schwingungsdauer wie die Gabel. Die Abstimmung erfolgt durch Veränderung der Länge; die Unterbrechung dauert noch nicht ganz eine Sekunde. Man kann daher beträchtliche Stromstärken (10—20 Amp. anwenden ohne lästige Erwärmung der Spule, die, da sie sich zwischen den Zinken der Gabel befindet, nur kleine Dimensionen gestattet. In der Ruhelage ist der Stromkreis unterbrochen. Wird die gespannte Feder ausgelöst, so gerät sie in Schwingungen und der Quecksilberkontakt wird $^1/_2$ bis 1 Sek. lang bestätigt. Während der Dauer dieser Unterbrechung erfährt die Stimmgabel eine große Anzahl von Impulsen. So lassen sich so starke Schwingungen erzielen, daß die Zinken der Gabel gegeneinander schlagen, was sich weder durch Anschlagen der Gabel mit einem Hammer noch durch automatische Gabelunterbrechung in so kurzer Zeit bewerkstelligen läßt.

Der Hauptvorzug dieser Unterbrechung der anderen Methode der Selbstunterbrechung gegenüber beruht darauf, daß die magnetische Erregung nur sehr kurze Zeit einwirkt und daher die oben erwähnten störenden Einflüsse derselben wegfallen. Zwar nimmt die Stärke des Tones rasch ab, die Anfangsintensität dagegen ist konstant, ebenso die Schwingungszahl, da die Stimmgabel, sobald der Magnetismus erlischt, nicht mehr gezwungen, sondern frei schwingt. An dieser Stelle erscheint es uns angebracht, einiges zu sagen über die Verwendung von Quecksilberkontakten bei *dauernder* Unterbrechung. Wir fanden, daß dieselben noch bedeutend unregelmäßiger arbeiten als Platinkontakte. Das Quecksilber gerät in stehende Schwingungen und wird außerdem sehr bald in feine Kügelchen verwandelt. Wir suchten diesem Übelstande durch Verwendung sehr großer Gefäße abzuhelfen. Gegen Verunreinigungen der Oberfläche wurde mit geringem Erfolg eine Spülung mit fließendem Wasser angewandt. Da die Wasserspülung eine beträchtliche Menge fein verteilten Quecksilbers mit fortreißt, empfiehlt es sich, das Gefäß mit einem weiteren kommunizieren zu lassen.[1]) Eine Stimmgabel mit Quecksilberunterbrechung gibt einen volleren Ton als sich derselbe mit Platinunterbrecher erzielen läßt, aber die Tonstärke zeigt so große Schwankungen, daß wir für dauernde Unterbrechung ganz auf die Verwendung des Quecksilbers verzichteten und auf den auch besser transportablen Platinunterbrecher zurückkamen.

Die als Tonquelle benutzte Stimmgabel wurde von Edelmann bezogen ($c' = 264$ Schwingungen/Sekunde); die Dimensionen des Resonanzkastens sind $31{,}5 \times 4{,}5 \times 11$ cm.

Ebenso wurde der auf dauernden Gang beanspruchte und für qualitative Versuche (Schallverteilung im Raume) benutzte Stimmgabelunterbrecher von dort bezogen.

3. Der Tonempfänger

ist eine Stimmgabel, deren Amplitude mikroskopisch gemessen wird. In Tonhöhe, Dimensionen und Resonanzkasten stimmen

1) Hr. Hartmann-Kaempf hat in seiner Elektro-Akustik einen Unterbrecher von derselben Art beschrieben, der uns aber damals noch nicht bekannt sein konnte.

Tonquelle und Empfänger überein. Die Stellung der Gabel zum Mikroskop wird durch zwei in horizontaler bez. vertikaler Richtung verschiebbare Schrauben reguliert. Eine direkte mikroskopische Messung der Amplitude einer Stimmgabel begegnet großen Schwierigkeiten. Wir versuchten anfangs einen Lichtstrahl durch eine punktförmige Blende, die mit der Gabel fest verbunden war, treten zu lassen und die Verbreiterung zu messen. Eine große Blende (0,1 mm) gibt zwar ein lichtstarkes Bild, doch kann man damit keine kleinen Verschiebungen messen. Eine kleinere Blende ist schwieriger herzustellen, gibt ferner ein zu lichtschwaches Bild, außerdem wird das Bild leicht durch Beugung unscharf.

Man braucht einen Lichtpunkt von außerordentlicher Kleinheit bei möglichst großer Intensität. Wir erreichen dies durch Anwendung eines Glaskügelchens von ca. 0,1 mm Durchmesser, das am Ende der Stimmgabel befestigt wird, das Glaskügelchen vertritt eine Linse, die ein außerordentlich kleines und doch lichtstarkes Bild der benutzten Lichtquelle entwirft. Als letztere dient eine kleine Glühlampe. Das bei ruhender Gabel punktförmige Bild wird durch die Schwingung zu einem Strich auseinandergezogen, durch ein Mikroskop von 30- bis 500facher Vergrößerung betrachtet und mittels Okularmikrometers gemessen. Das Bild erscheint hell auf hellem Grunde. Kontrastreicher und schärfer ist das Bild bei schiefer Beleuchtung; es erscheint alsdann hell auf dunklem Grunde. Der dazu verwandte Mikroskopspiegel beeinflußt nicht nur die Helligkeit des Bildes, sondern auch die Größe; darum ist der Planspiegel dem Konkavspiegel vorzuziehen.

Der Meßbereich umfaßt Amplituden vom Maximum der überhaupt erzielten Mitschwingung (1—2 mm) bis herunter zu etwa 0,03 mm.

Wird die Amplitude kleiner, so hat es keinen Zweck, auf Kosten der Lichtstärke die Vergrößerung zu steigern.

Wir verwenden dann einen sehr dünnen Glasfaden ($d = 0{,}05$ mm), an dessen Ende eine Kugel wie oben angeschmolzen wird. Der Glasfaden mit der Kugel hat die gleiche Schwingungsdauer wie die Stimmgabel. Selbst bei sehr kleiner Eigenamplitude besitzt die schwingende Stimmgabel noch eine beträchtliche Energie, die bei guter Abstimmung ausreichend

benutzt werden, dessen Umsetzungsverhältnis in gleicher Weise bestimmt wird. Es wurde bereits auf die relativ große Empfindlichkeit unseres Tonempfängers hingewiesen bei großem Abstand von der Tonquelle. Ist der Abstand klein, so bewirkt eine Änderung der Entfernung von nur 0,5 cm eine Abnahme des gemessenen Ausschlages von beispielsweise 10 Proz.

Ein weiterer Vorteil, auf den wir noch kurz hinweisen möchten, besteht darin, daß die subjektive Ablesung sich ohne Schwierigkeit durch die Photographie ersetzen läßt; die dazu erforderliche experimentelle Anordnung wird später ausführlich beschrieben.

Wir haben uns in erster Linie die Aufgabe gestellt, über die Intensität des Schalles messende Versuche anzustellen. Bekanntlich ist die Intensität eines schwingenden Systems direkt proportional dem Quadrat der Schwingungsamplitude. Unser System besteht aus drei gesonderten Teilen, dem Glasfaden, der Stimmgabel und der im Resonanzkasten eingeschlossenen Luftsäule. Da, wie gezeigt, die beiden ersten in einem konstanten Amplitudenverhältnis stehen, bedarf es bloß noch der Annahme, daß die nicht zu umgehende Übertragung durch die Resonanzkasten ebenfalls einen konstanten Übersetzungswert besitzt. Wenngleich sich dies nicht ohne weiteres durch Versuche ermitteln läßt, so spricht doch dafür der Umstand, daß auch zwischen dem Ton der Stimmgabel und dem Eigenton des zur Verwendung kommenden Holzkastens möglichste Übereinstimmung herrschen muß. Man braucht also nur noch denselben Schluß auf das Holz und die eingeschlossene Luftsäule zu machen. Die durch die Luft im Resonanzkasten aufgenommene Schallwirkung findet demnach ein Intensitätsmaß in dem Quadrat der Amplitude des Glasfadens, allerdings kein absolutes Maß.

Die Methode gestattet unter obigen Annahmen ohne weiteres zwei Schallstärken miteinander zu verglichen.

4. Schallverteilung im geschlossenen Raum.

Trifft eine Schallwelle senkrecht auf eine Wand, so wird sie reflektiert und es bildet sich ein System von stehenden Wellen. Zum Nachweis derselben stellten wir die Tonquelle

an einer Wand des Zimmers auf; die Öffnung des Resonanzkastens war von der Wand abgekehrt. Der Tonempfänger stand auf einem kleinen Wagen, der auf 4 m langen Schienen lief. Der Abstand zwischen beiden wurde jeweils um 20 cm geändert bei einer Messungsreihe.

In den Tabb. 1 und 2 sind einige Beobachtungsreihen wiedergegeben. Der Abstand ist von der Schallquelle zum Schallempfänger gemessen, die dazu gehörigen Intensitäten sind die Quadrate der im Okularmikrometer gemessenen Gabelamplituden.

Tabelle 1.

d	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
A	1225	1089	529	110	484	729	400	100	16	16

d	240	260	280	300	320	340	360	380	400
A	1	16	16	9	9	81	100	169	–

Tabelle 2.

d	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260
A	1441	961	729	144	729	1225	841	225	49	25	4	25

d	280	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480	500
A	49	16	16	64	196	289	9	16	16	36	25	25

d	520	540	560	580	600	620	640	660	680	700
A	9	9	36	25	4	16	25	9	9	9

d ist in Zentimetern gemessen.

Ein ähnliches Bild geben die beiden folgenden nach einem anderen Verfahren gewonnenen Tabellen 3 und 4 auf p. 802.

In denselben bedeutet d den Abstand Tonquelle-Empfänger in Zentimetern, i die Stromstärke in Milliampère, die ein durch einen Kohlekontakt hindurch passierender Strom annimmt, wenn der Kontakt durch Schall in Schwingungen versetzt wird (Mikrophon).

Tabelle 3.

d	15	20	25	30	35	40	45	50	55
i	17	11	10	9	7,5	7	5	5	5
d	60	65	70	80	90	100	110	120	130
i	4,5	4,5	4	2,5	1,8	1	1,8	1,8	2
d	140	150	160	170	180	190	200	210	220
i	1,8	1,8	1,2	2	3	3	4	3	3

Tabelle 4.

d	20	40	60	80	100	120	140	160
i	16	8,5	6	6	3,8	2	2,4	3,2
d	180	200	220	240	260	280	300	320
i	2,4	2,0	3,3	2,7	3	2,8	2	1,2

d ist der Abstand in Millimetern. *i* die Stromstärke in Milliampère.

Aus einem passenden Resonanzkasten ist auf der oberen Seite ein kreisrundes Stück von 12 cm Durchmesser herausgeschnitten und die Öffnung durch eine Glimmerplatte, die in der Mitte ein Kohleplättchen trägt, verschlossen. Mittels einer Schraube wird von oben ein Kohlestift leicht gegen das Plättchen gedrückt und die Einstellung so justiert, daß ein durch diese Brücke geleiteter elektrischer Strom gerade die Stärke von 20 Milliamp. besitzt.

Wird nun die Glimmerplatte durch einen Ton in Schwingungen versetzt, so geht kein konstanter Strom durch das Milliampèremeter, da der Kontakt bei jeder Schwingung der Platte in seiner Innigkeit wechselt.

Das Instrument zeigt eine geringere Stromstärke an. Bei dieser Art der Einstellung entspricht einem Ausschlag von 20 Milliamp. die Schallstärke Null. Diese Methode der vergleichenden Schallmessung, die wohl zuerst von Hrn. Oberbeck[1]) angewandt wurde, ist sehr handlich, liefert aber auch nur relative Werte; auch ist sie sehr empfindlich gegen Störungen durch fremde Töne und Erschütterungen.

1) A. Oberbeck, Wied. Ann. 13. p. 222. 1881.

Die sämtlichen Messungen, die in den Tabb. 1—4 wiedergegeben sind, beziehen sich auf einen Raum von den Dimensionen $5 \times 5 \times 10$ m.

Variiert wurden die Tonstärke, der Abstand zwischen Tonquelle und Empfänger und die Stellung beider zu den Zimmerwänden. Die Verschiebung des Schallempfängers geschah stets in der Längsrichtung des Zimmers.

Alle Tabellen zeigen deutlich ausgeprägte Schallmaxima und Minima. Wie zu erwarten, erhält man nach allen drei Dimensionen des Raumes solche Maxima und Minima. Der Abstand zweier Maxima stimmt nicht überein mit der halben Wellenlänge des verwendeten Tones, da unter dem Einfluß der sechs reflektierenden Wände des Zimmers die Regelmäßigkeit gestört wird. Im allgemeinen werden die stehenden Wellen in der Nähe der Wände kürzer; da dieselben hier im wesentlichen nur durch den hingehenden und einen reflektierten Wellenzug zustande kommen, so nähert sich der Abstand zweier Knotenpunkte hier der berechneten halben Wellenlänge.

Die Intensität eines Schallmaximums ist aus demselben Grunde in der Nähe einer Wand am stärksten ausgeprägt. Folgende Tab. 5 gibt die Abstände der Minima durch drei ineinander gehende Zimmer wieder.

Tabelle 5.

170	310	500	800	920	1160 cm
1335	1510	1680	1820	2000	—

Die berechnete Wellenlänge des Tones betrug 132 cm.

Wir haben in einem größeren Raum die Verteilung der Maxima und Minima der Schallstärke festgestellt. Trägt man dieselben in Koordinatenpapier ein, so erhält man ein anschauliches Bild von der Schallverteilung. Es würde sich dies Verfahren empfehlen, um Aufschluß zu erhalten über die sogenannte Akustik eines Gebäudes oder Saales. Auf die Wiedergabe der speziellen Resultate darf wohl verzichtet werden. Speziell für technische Zwecke würde sich hier ein objektives, selbst registrierendes Verfahren empfehlen, das darin besteht, die Schallverteilung photographisch zu fixieren. Wir hatten

darauf schon weiter oben hingewiesen und lassen nunmehr jetzt die Beschreibung des Apparates folgen.

Der Apparat besteht aus dem genannten Schallempfänger, dessen Stimmgabel jetzt senkrecht zur Horizontalebene schwingt, an Stelle des Mikroskopes tritt ein Projektionsobjektiv. Der Apparat war fahrbar auf 4 m langen Schienen aufgestellt; durch letztere erfolgte auch die Zuleitung zur Lichtquelle (Bogenlampe).

Mit dem Projektionsobjektiv war eine photographische Kassette durch eine Röhre aus schwarzem Tuch verbunden. Die Einrichtung der Kassette ist folgende: Vor einem rechteckigen Ausschnitt befindet sich hinter einer mit Millimeterteilung versehenen Glasskala eine Rolle äußerst empfindlichen Bromsilberpapiers, die in der Art der Films nach jeder Belichtung um die doppelte Spaltbreite verschoben wird. Um eine scharfe Einstellung zu erzielen, ist zu Anfang in das Papier ein Loch gestanzt in der Form des Ausschnittes; das Bild des Glasfadens wird auf einer Mattglasscheibe entworfen und von hinten durch ein rotes Fenster betrachtet.

Die erhaltenen Photographien zeigen die vergrößerte Amplitude des Glasfadens als schwarzen Strich auf kaum geschwärztem Hintergrund. Die Millimeterteilung bleibt weiß, so daß die Auswertung außerordentlich bequem ist. Jede Aufnahme erforderte eine Exposition von 8 Sekunden. Zwischen zwei Aufnahmen liegt eine Pause von etwa einer Minute; es dauert immer eine gewisse Zeit, bis die Gabel eine konstante, ihrem jeweiligen Abstande von der Tonquelle entsprechende Amplitude angenommen hat.

Wir lassen eine nach einer solchen Photographie erhaltene Abbildung folgen. Das Ergebnis der Ausmessung ist in der Tab. 6 zusammengestellt.

Tabelle 6.

22,5	22,1	20,8	19,0	13,0	6,4	3,0	6,0	8,0
8,5	7,0	4,2	1,2	2,0	4,0	6,5	7,0	

Die Maxima und Minima treten in der Fig. 2 deutlich hervor.

Ganz ähnliche Zahlen erhält man auch, wenn man statt des Empfangsapparates die Tonquelle verschiebt. Gesetz-

mäßigkeiten erhält man auch in diesem Fall aus den oben genannten Gründen nicht.

Will man sich oberflächlich über die Verteilung der Maxima und Minima orientieren, so genügt bei einiger Übung schon das bloße Ohr, eine annähernd konstante Tonquelle

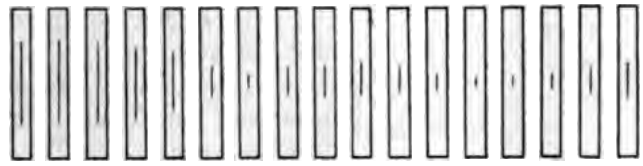


Fig. 2.

vorausgesetzt. Besser geeignet hierfür ist der schon erwähnte Resonanzkasten mit Glimmermembran; man erhält bei passender Einstellung der Kontaktschraube an den Maximis einen laut schnarrenden Ton, da die Glimmerscheibe gegen den Kohlekontakt anschlägt.

Trägt man den Kasten an einem Stiel im Zimmer umher, so lassen sich die Maxima schnell finden und scharf abgrenzen, auch auf größere Entfernung demonstrieren.

Ein weiteres Verfahren, das zu gleicher Zeit über die relative Größe der Maxima aufklärt, besteht darin, daß man eine passende Stimmgabel mit Resonanzkasten versieht und die Amplitude derselben an verschiedenen Orten auf einer berußten rotierenden Glasscheibe sich aufzeichnen läßt.

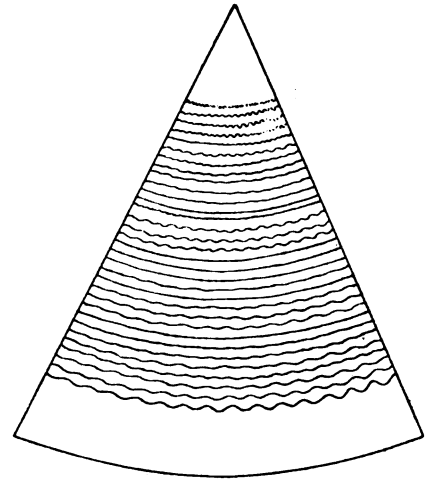


Fig. 3.

Fig. 3 zeigt eine solche Kurve mit drei Maxima; die Rußkurve läßt sich sehr gut auf photographisches Papier übertragen, wenn man die Platte auf die Schichtseite mit der Rußfläche auflegt und durch dieselbe kopiert.

5. Reflexion.

In gleicher Weise wie die durch stehende Wellen erzeugten Knoten und Bäuche läßt sich auch die Reflexion einer Schallwelle mit unserem Apparat bequem verfolgen und objektiv demonstrieren.

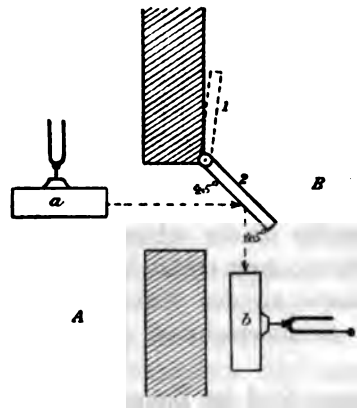


Fig. 4.

Fig. 4 zeigt die Anordnung des Versuches:

A und *B* sind zwei durch eine ca. 1 m breite Tür getrennte Zimmer. Die Tür dient als reflektierende Wand.

Man überzeugt sich leicht, daß die Amplitude der Empfängergabel ein Maximum erreicht, wenn beide Apparate so gestellt sind, daß die Hauptrichtungen des Schalles mit der Tür gleiche Winkel bilden.

War dieser Winkel = 45°, so ergab Stellung 2 eine Amplitude von 70 Skalenteilen, während Stellung 1 nur 10 Skalenteile ergab; die Intensität ist also fast 50 mal so groß.

6. Abnahme des Schalles mit der Entfernung.

Da die Schallwellen sich im Raume kugelförmig ausbreiten unter der Annahme eines punktförmigen Schallzentrums, so müssen die auf die Flächeneinheit auffallenden Energiemengen mit dem Quadrat der Entfernung abnehmen.

Aus den vorstehenden Untersuchungen geht hervor, daß der experimentelle Nachweis dieses Gesetzes, worauf bereits M. Wien[1]) aufmerksam machte, nur in großen freien Räumen gelingen kann. Aber selbst wenn diese zur Verfügung stehen, bleibt immer noch der störende Einfluß der reflektierenden Bodenfläche. Zu Versuchen über die Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung stand uns der neben dem Areal

1) M. Wien, Wied. Ann. **36.** p. 834. 1889.

der Technischen Hochschule gelegene Kasernenhof[1]) der alten Dragonerkaserne zur Verfügung. Die freie Fläche, die auf zwei Seiten von den niedrigen Stallgebäuden, auf der dritten von dem Hauptgebäude, auf der letzten von einer Häuserreihe eingeschlossen war, hat eine Grundfläche von ca. 10 000 qm.

Die Schallquelle stand bei diesen Versuchen an den Wänden der Gebäude, zuweilen auch in der Mitte des freien Platzes.

Die Messungen erstreckten sich über den ganzen Kasernenhof und erfolgten in verschiedenen Höhen über dem Boden, sowie nach den verschiedensten Richtungen hin.

Indes zeigte keine der zahlreichen Beobachtungsreihen die erwartete regelmäßige Abnahme mit dem Quadrat der Entfernung. Dagegen ließen sich wieder überall auf dem Platze Maxima und Minima nach allen drei Dimensionen konstatieren. Dieselben waren etwas regelmäßiger gruppiert als im Zimmer und lagen näher aneinander. Auch aus der Größe der Maxima und Minima und ihrem jeweiligen Abstande von der Schallquelle ließen sich keine Schlüsse ziehen auf eine gesetzmäßige Abnahme, da die Maxima ebenso wie bei den Versuchen im geschlossenen Raume ab- und zunahmen. Die Versuche zeigen deutlich, daß der benutzte Raum immer noch nicht groß genug war, um die Knoten und Bäuche verschwinden zu lassen. Ein Versuch, die Abnahme mit dem Quadrat der Entfernung nachzuweisen, bleibt immer mit dieser Schwierigkeit behaftet. Inwieweit derselbe auf ganz freier Fläche unter Berücksichtigung der Reflexion an der Erdoberfläche möglich ist, ließe sich mit unserem Apparat erst nach wesentlich gesteigerter Empfindlichkeit ausführen.

Verständlich werden indes die abweichenden Resultate, die von verschiedenen Autoren gefunden wurden. So fand Vierordt (1882) die Abnahme der Schallstärke der ersten Potenz der Entfernung proportional, während Allard (1882) fand, daß der Schall noch stärker als im quadratischen Verhältnis der Entfernung abnehmen sollte. Eine experimentelle Bestätigung des Grundgesetzes gelang M. Wien[2]) bei Benutzung einer großen freien Fläche.

1) Für die bereitwilligst erteilte Genehmigung sagen wir der Stadtkommandantur an dieser Stelle unseren verbindlichsten Dank.

2) M. Wien, l. c.

7. Durchgang des Schalles durch feste und poröse Körper.[1])

Es lag nahe, mit Hilfe der beschriebenen Vorrichtung die Schalldurchlässigkeit verschiedener Substanzen zu untersuchen. Dazu schlossen wir die Schallquelle in einen Kasten ein. Durch eine Blende gelangte der Schall in den Empfangsapparat, der in ca. 70 cm Entfernung von der Schallquelle vor der Blende auf einem Tische stand. Der Kasten war würfelförmig und hatte eine Kantenlänge von 1 m. Er bestand aus einer Holzbekleidung von 2 cm; darauf folgte eine Sandschicht von 10 cm; dann eine Korkwand von 12 cm Dicke aus gewöhnlichem Korkstein. Es blieb somit innen ein würfelförmiger Raum von 50 cm Kantenlänge, der mit Flanell bekleidet war. Die Hinterwand des Kastens ließ sich herausnehmen, um die Apparate einzuführen. Der Verschluß geschah durch sechs Mutterschrauben und Filzdichtung. Im Innern befand sich außer der aufgehängten Schallquelle noch ein elektromagnetisch betätigter Dämpfer, der die Stimmgabel rasch zur Ruhe zu bringen gestattete, um die Zeit zwischen zwei Versuchen abzukürzen.

An der Vorderwand befand sich eine Blende von 25 × 25 cm, um dieselbe war ringsherum eine Gummidichtung von 10 cm Dicke befestigt.

Die zu untersuchenden Objekte wurden als Platten von 35 × 35 cm geschnitten, vor die Öffnung gebracht und durch einen Holzrahmen mit vier Flügelschrauben gleichmäßig an die Dichtung gepreßt. Die Schallquelle wurde vom Tisch des Beobachters aus elektrisch in Gang gesetzt. Der Unterbrecher stand in einiger Entfernung in einem Wandschrank, so daß ein Einfluß derselben auf den Empfangsapparat nicht in Betracht kam.

Wir begannen die Untersuchung mit Stoffproben, da solche sehr häufig als Schallisolatoren verwendet werden. Es ergab sich auffallenderweise, daß dieselben nur einen ganz unvollkommenen Abschluß gegen den Schall gewähren. Ihre Durch-

1) Dieser Teil der Untersuchungen wurde im Laboratorium der Korksteinfabrik Grünzweig & Hartmann in Ludwigshafen am Rhein ausgeführt. Wir möchten uns nicht der angenehmen Pflicht entziehen, auch an dieser Stelle Hrn. Kommerzienrat Dr. Grünzweig für die Beschaffung der Apparate und Materialien sowie für das uns bewiesene Interesse und Entgegenkommen unseren verbindlichsten Dank zu sagen.

lässigkeit betrug in vielen Fällen über 90 Proz. (bezogen auf die Schallstärke bei offenem Kasten). In dem Glauben, daß es sich bei dieser Art der Schallübertragung mehr um den erschwerten Durchgang der Luftwellen durch die Stoffporen als um eine Schwächung durch den Wechsel des Mediums handle, versuchten wir die Stoffe mit Wasser zu tränken. Wir erzielten damit eine Abnahme der Durchlässigkeit auf ca. 60—70 Proz. Doch ließ sich dies nur erreichen, wenn man vielfach zusammengelegte Stoffe nahm. Wie groß die Durchlässigkeit solcher Stoffe im allgemeinen ist, zeigt sehr gut der Filz, der sich mit Unrecht großer Beliebtheit als Schallisolator erfreut. In einer Schichtstärke von 3 cm verminderte derselbe die Schallintensität von 400 auf 324, also auf 81 Proz.

Nach einer einmaligen Pressung der Filzplatte zeigte sich eine Durchlässigkeit von 42 Proz. Die gute Durchlässigkeit der porösen Substanzen beruht also in erster Linie auf dem direkten Luftdurchgang; beseitigt man die Luft in den Körpern durch Flüssigkeit oder starke Pressung, so stellt sich auch ein relativ gutes Isoliervermögen ein. Wir untersuchten dann weiter eine große Anzahl von Korksteinplatten. Es sei vorher bemerkt, daß dieselben aus grob gemahlenem Kork hergestellt werden unter Anwendung eines Bindemittels. Dieselben standen in zwei Ausführungen zu unserer Verfügung. *Porös* als gewöhnlicher Korkstein und *weniger* porös als imprägnierter Korkstein. Die letztere Plattensorte wird hergestellt, indem die gewöhnlichen Platten mit einer pechartigen Masse imprägniert werden. Da der Korkstein in seiner Struktur einem Gewebe insofern ähnlich ist, als er sehr viele Poren enthält, so waren für denselben ähnliche Resultate zu erwarten wie für den Filz. Die folgende Tab. 7 bestätigt diese Annahme:

Tabelle 7.

Name	Dicke	Ausschlag
Gew. Korkstein	1	185
„ „	2,5	154
„ „	3,5	72
„ „ mit Pechüberzug	6	64
„ „ „ Gipsüberzug	6,5	62
„ „ „ Papierüberzug	3	12
„ „ „ Zementbelag	3	5

Tabelle 7 (Fortsetzung).

Name	Dicke	Ausschlag
Gew. Korkstein mit Gipsplatte	8	5
Imprägn. Korkstein	2	19
„ „ mit 4 mm Linoleumbelag . .	2	14
„ „ fein	2	15
„ „ mit Papier	2	6
Doppelrahmen aus Korkstein, leer	1,5	148
„ mit Sand gefüllt, lose	1,5	56
„ „ „ „ fest	1,5	86
„ „ Korkschrot gefüllt, lose . . .	1,5	80
„ „ „ „ fest . . .	1,5	20

Die Dicke ist in Zentimetern gerechnet. Der Ausschlag bei offenem Kasten beträgt stets 200.

Allgemein ergibt sich, daß die Durchlässigkeit in der **Regel im umgekehrten Verhältnis** zu der Dichte des Körpers **steht. Dies scheint mit manchen** praktischen Erfahrungen im **Widerspruch zu stehen, erklärt** sich daher dadurch, daß es **sich in den meisten Fällen nicht** um die direkt von der Schall**quelle ausgehende Luftwelle handelt**, sondern fast immer um die Schwingungen fester Körper, die selbständig wieder Schallwellen in der benachbarten Luft erzeugen.

Die Durchlässigkeit einiger dünner Platten (Membranen) ergab sich wie folgt.

Tabelle 8.

Name	Dicke	Ausschlag	Name	Dicke	Ausschlag
Strohpappe	1 Stück	155	Linoleum	0,4	30
„	2 „	130	Glasplatte	0,2	74
„	3 „	110	Tannenholz	0,5	38
„	4 „	85	Eisenblech	0,1	12
Bei offenem Kasten Ausschlag = 288.			Bei offenem Kasten Ausschlag = 200.		

Es wurde weiter untersucht, ob sich die Durchlässigkeit von Platten bei verschiedener Tonstärke verschieden zeigt.

Tabelle 9.

	stark	Proz.	schwach	Proz.
Kasten offen	95	100	60	100
Delmenhorster Kork	20	5	12	4
Korkstein von Grünzweig & Hartmann	30	11	20	11
Eisenblech	4	0,2	2	0,1

Die beiden angewandten Töne haben eine Intensität von 2,5 : 1; die Herabminderung durch die Platten ist in beiden Fällen fast genau die gleiche. Bei der Eisenplatte ist die beobachtete Amplitude so klein, daß die Messung für einen Vergleich kaum als genügend genau zu betrachten ist.

Es erübrigt noch, darauf hinzuweisen, daß eine Schallisolation praktisch nur durch komplizierte Anordnungen möglich ist, die erstens jeden Übergang der direkten Schallwelle und zweitens jede Schwingung der festen Körper als ganzes möglichst ausschließen (Schallübertragung durch feste Körper, Gehen, Klopfen, Stoßen). Trotzdem der Korkstein, wie aus den Tabellen ersichtlich, nicht die stärkste Herabminderung der durchgelassenen Tonintensität erzielt, gehört er doch zu den bewährtesten Isolatoren, da er in besonders hohem Grade die Fähigkeit besitzt, den Stoß zu absorbieren und somit die Übertragung der Schwingungen an feste Körper zu verhindern.

8. Abnahme der Schallübertragung in Gasen mit vermindertem Druck. Es ist bekannt, daß trübe, neblige und kalte Luft den Schall besser fortleitet als dünne, daß also im allgemeinen die Stärke der Schallübertragung mit der Dichte des Gases wächst. Der häufig gezeigte Demonstrationsversuch, bei dem eine elektrische Klingel unter dem Rezipienten einer Luftpumpe zum Tönen gebracht wird, während man evakuiert, zeigt deutlich die Abnahme der Schallabgabe mit wachsender Luftverdünnung. Meist hört man auch bei niedrigen Drucken noch deutlich das Anschlagen des Klöppels an die Glocke. Um den Gang der Schallabnahme mit vermindertem Druck ziffernmäßig zu verfolgen, bedienten wir uns folgender Vorrichtung.

Ein glockenförmiges Glasgefäß von etwa 60 Liter Inhalt diente als Rezipient. In demselben befanden sich nur die

Resonanzkästen der Tonquelle und des Empfängers; die Zuführung des Schalles von und zu den Stimmgabeln geschah durch 1 cm dicke Glasstäbe. Diese Anordnung hat hauptsächlich den Vorzug, daß man die Apparate gut kontrollieren kann, da sie sich außerhalb des Rezipienten befinden. Auch sind sie jeder Beeinflussung durch Druckänderungen entzogen. Zu befürchten bleibt nur, daß durch die Zuleitung zu viel Schallenergie verbraucht würde und ferner daß eine Übertragung auf den Empfänger durch Leitung vermittelst der Glaswandung auftreten könnte. Vor Beginn der Versuche im luftverdünnten Raum untersuchten wir daher, inwieweit die Schallübertragung einer schwingenden Gabel auf ihren Resonanzkasten durch Zwischenschalten einer 60 cm langen Glasstange von 1 cm Dicke beeinflußt wird, und fanden, daß mit dem Ohr kaum eine Änderung zu konstatieren war. Eine bedeutende Abnahme ergab sich aber, wenn die Glasstange rechtwinklig geknickt war.

Um die Schallquelle möglichst vom Glasgefäß zu isolieren, war sie an einer über eine Rolle geführten Schnur an der Zimmerdecke aufgehängt. Die Dichtung geschah ohne feste Verbindung in der Weise, daß über die Glasstange mit geringer Reibung ein Kork in den Tubus des Rezipienten geschoben wurde und auf denselben eine 3 cm hohe Schicht Luftpumpenfett gebracht war. Mit Hilfe des Schnurlaufes ließ sich der Abstand der Tonquelle von dem Empfängerkasten passend einstellen. Die Glasstange, die den Empfänger selbst mit dem zweiten Resonanzkasten verband, war durch einen Gummistopfen (seitlich) horizontal in einem seitlichen Tubus der Glasglocke befestigt. Die Resonanzkasten waren horizontal, parallel zueinander angeordnet, so, daß ihre Öffnungen derselben Wand zugekehrt waren. Den notwendigen starken Ton lieferte eine Betriebskraft von 10 Volt. Der Unterbrecher war sonst der gleiche wie der unter 2. beschriebene; der Rezipient wurde durch drei gleichzeitig arbeitende Wasserstrahlluftpumpen evakuiert.

Zu Beginn der Versuche wurden beide Resonanzkasten aus der Glocke entfernt und die Tonquelle erregt; es zeigte sich, daß der Empfänger trotz empfindlicher Einstellung in Ruhe blieb. Zu hören war nur der schwache Ton, den der

auf dem Tisch befestigte Unterbrecher beim Abschnellen erzeugte. Gegen die unmittelbare Einwirkung dieses Tones wurde der Empfänger erfolgreich durch untergelegte Tücher geschützt.

Wir lassen zwei Versuchsreihen hier folgen. d bedeutet den Druck in Millimetern Quecksilber, J die aus dem Ausschlag berechnete Schallstärke.

d	J	J'	d/J	d/J'
40	49	49	0,81	0,81
50	76	81	0,66	0,61
60	121	121	0,50	0,50
70	225		0,31	
100	348	400	0,28	0,25
120	645	576	0,18	0,20
150	784	784	0,19	0,19
200	1156	1089	0,17	0,18
250		1369		0,18
300	2025	1600	0,14	0,18
400	2500	1764	0,16	0,22
750	2600	1764	0,34	0,22

Eine wesentliche Abnahme erfolgt erst bei einem Druck von 300 mm abwärts. Die stärkste Verminderung tritt zwischen 300 und 100 mm Hg ein. Das Verhältnis Druck zu Intensität wird für einen Druck von ca. 300 mm ein Minimum. Eine Gesetzmäßigkeit läßt sich aus den Beobachtungen nicht ableiten.

9. Zum Schluß möchten wir noch kurz einige Worte sagen über die Resonanzkästen und eine an ihnen gemachte Beobachtung. Bei der Herstellung solcher Kästen ist vor allem darauf zu sehen, daß man gleichmäßiges, trockenes, altes Holz verwendet, das radial aus einem Stamm gespalten ist. Man findet bei ganz gleichen Dimensionen Exemplare von sehr verschiedener Güte. Wirklich gute Resonanzkästen scheinen ebenso selten wie gute Geigen.

Hat man den Kasten abgestimmt, zu welchem Zweck man ihn mit Watte ausfüllt und allmählich verkürzt und ein Maximum des Ansprechens desselben auf die Stimmgabel erreicht, so kann man häufig einen noch zwei- bis dreimal so starken Ton hervorbringen, wenn man den Kasten auf der Rückseite in der Mitte mit einem Loch versieht. Die Größe desselben

ist wesentlich von Einfluß; das Optimum muß durch einen Versuch ermittelt werden.

Die Wirkung besteht wohl darin, daß bei allzustarkem Mitschwingen des Holzes nicht die ganze Energie als Schall durch die Hauptöffnung des Kastens austreten kann, sondern ein beträchtlicher Teil als Wärme auftritt und so scheinbar verschwindet. Das Loch fungiert in diesem Falle als Ventil, analog dem Fenster in der Paukenhöhle des menschlichen Ohres. Die Kraft, mit der die Luft aus einem solchen Loch herausgeblasen wird, ist so groß, daß eine davor gehaltene Kerze erlischt.

10. Nach Fertigstellung der vorstehenden Arbeit wurden wir von ärztlicher Seite auf ein kürzlich erschienenes Werk aufmerksam gemacht, in welchem Hr. Prof. Dr. Ostmann[1]) die mikroskopische Messung von Stimmgabelamplituden als Grundlage für ein objektives Hörmaß einführt. Wir möchten hier ganz kurz darauf hinweisen, daß gerade zu diesem Zweck auch unsere Meßmethode vortrefflich geeignet scheinen dürfte. Bei annähernd gleicher Empfindlichkeit hat sie den Vorzug, daß nicht eine rasch abfallende Amplitude gemessen (bez. berechnet) wird, sondern eine langsam ansteigende oder Konstante.

Karlsruhe, Juli 1904, Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

1) P. Ostmann, Ein objektives Hörmaß und seine Anwendung. Verlag von J. F. Bergmann, Wiesbaden 1903.

(Eingegangen 26. August 1904.)

6. *Beobachtungen mit astatischen Torsionsmagnetometern; von F. Henning.*

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

An dem von Kohlrausch und Holborn[1]) zuerst beschriebenen fest aufgehängten störungsfreien Torsionsmagnetometer wurden Messungen über die Konstante des Instrumentes und seinen Temperaturkoeffizienten angestellt. Sodann sind mit dem in der zweiten Abhandlung[2]) beschriebenen tragbaren Instrument Messungen ausgeführt worden, die sich besonders auf die Empfindlichkeit und die Astasierung des Magnetsystems beziehen. Mit diesem zweiten Instrument wurden auch einige Beobachtungen außerhalb der Reichsanstalt angestellt. Bei dieser Gelegenheit wird näher auf das Wachstum eingegangen, das die magnetischen Störungen in der Reichsanstalt seit Einführung und Verbreitung des elektrischen Straßenbahnbetriebes mit Erdleitung gezeigt haben.

I. Beobachtungen an dem an der Decke aufgehängten Magnetometer.

Die Magnete befanden sich in der Nordsüdrichtung, die Stromspule in erster Hauptlage zum unteren Magnet.

1. Die Empfindlichkeit.

Formel und Konstanten. Bezeichnet man die Konstante des Instrumentes, seine reziproke Empfindlichkeit, mit C, so gilt unter Beibehaltung der Bezeichnungen in der erwähnten Arbeit (l. c. 10. p. 299) die Formel

$$C = \frac{2SJ}{a^3}\left[1 + \frac{1}{a^2}\left(\tfrac{1}{2}L^2 - \tfrac{3}{4}l^2 - \tfrac{9}{10}\frac{R_1^5 - R_0^5}{R_1^3 - R_0^3}\right) + \psi\left(\frac{a}{h}\right)\right]\frac{1}{\alpha + \frac{1}{2}a^3}.$$

1) F. Kohlrausch u. L. Holborn, Ann. d. Phys. 10. p. 287. 1903.
2) F. Kohlrausch u. L. Holborn, l. c. 18. p. 1054. 1904.

Dabei ist

$$\psi\left(\frac{a}{h}\right) = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{h}\right)^5 - \left(\frac{a}{h}\right)^5}{\left[1 + \left(\frac{a}{h}\right)^2\right]^{5/2}}.$$

Es ist h der senkrechte Abstand beider Magnete, l ihre Poldistanz, S die Windungsfläche, L die Länge, R_0 und R_1 der innere und äußere Halbmesser der Spule, J die Stärke des durch die Spule geschickten Stromes, a der Abstand der Spulenmitte vom unteren Magnet, α der durch Spiegel und Skale gemessene Ablenkungswinkel.

Für das Magnetometer gelten die Werte: $h = 192{,}3$ cm, $l = 5$ cm. Die Stromstärke, die etwa 1 Amp. betrug, wurde mit einem Westonstromzeiger auf 0,001 bis 0,002 gemessen. Damit ist gleichzeitig die Genauigkeitsgrenze für die hier vorliegende Bestimmung der Konstanten gegeben.

Für die beiden Spulen A und B aus Aluminiumdraht gelten die von Hrn. Kahle[1]) gelegentlich seiner Arbeit über das Helmholtzsche Elektrodynamometer bestimmten Werte:

	R_0 cm	R_1 cm	L cm	S cm²
A	2,23	2,66	4,96	7075,7
B	2,23	2,76	5,03	11101

Die in Abhängigkeit von der Strombelastung (l. c.) angegebenen Werte der Windungsfläche S sind für die mittlere hier angewandte Stromstärke von etwa 1 Amp. berechnet.

Größe der Korrektionsglieder. In der Formel für die Konstante des Instrumentes treten Korrektionen auf: 1. wegen der Nadellänge des Magnetometers und der Dimensionen der Spule, ebenso wie bei dem gewöhnlichen Magnetometer, 2. wegen des Einflusses der Spule auf den (oberen) Nebenmagnet.

Man findet für die meist gebrauchte Spule B

$$\tfrac{1}{2}L^2 - \tfrac{3}{4}l^2 - \tfrac{9}{10}\,\frac{R_1^5 - R_0^5}{R_1^3 - R_0^3} = -15{,}76.$$

Die Werte von $\psi(a/h)$ kann man aus der Tabelle l. c. **10.** p. 297 entnehmen. Es ergibt sich folgende Zusammenstellung für einige häufig verwendete Werte des Abstandes a.

1) K. Kahle, Wied. Ann. **59.** p. 532. 1896.

a cm	$\frac{a}{h}$	Korrektion wegen Nadellänge und Spule	Korrektion wegen des oberen Magnets	Ganze Korrektion
45	0,234	−0,00778	+0,00500	−0,00278
55	0,286	−0,00521	+0,00804	+0,00283
65	0,338	−0,00373	+0,01136	+0,00763
75	0,390	−0,00280	+0,01449	+0,01169
85	0,442	−0,00218	+0,01684	+0,01466
95	0,494	−0,00175	+0,01786	+0,01611
105	0,546	−0,00143	+0,01711	+0,01568

Die Korrektionen für Spule *A* sind von derselben Größenordnung.

Beobachtungsbeispiel. Zu jedem Abstande gehören Ablenkungen von Osten und von Westen in beiden um 180° verschiedenen Lagen der Spule und mit kommutiertem Strom. Der Strom wurde längere Zeit vor der Messung geschlossen, damit die Spule ihre Temperatur nicht mehr änderte und der Meßstrom konstant blieb. Die Ablesungen am Westonzeiger, dessen Temperaturkoeffizient zu −0,0004 bestimmt wurde, sind auf 15° reduziert.

Das folgende Beispiel einer Messung vom 6. Januar 1903 bezieht sich auf 45 cm mittleren Abstand. Unter p stehen die Skaleneinstellungen bei beiden Stromrichtungen. $2e$ ist die doppelte Ablenkung. Die Ruhelage war bei 472,0, die Stromstärke hielt sich konstant auf $0{,}996_5$ Amp.

Erste Richtung der Spule.		Zweite Richtung (um 180° gedreht).	
	a) Spule westlich.		
p	$2e$	p	$2e$
135,9		803,0	
	666,5		668,3
802,4		134,7	
	666,4		668,3
136,0		803,0	
	b) Spule östlich.		
802,0		135,0	
	665,7		668,1
136,3		803,1	
	665,7		668,1
802,0		135,0	

Mittelwert $2e = 667{,}14$.

Die Unsymmetrien von etwa ± 1 Proz. gegen die Nullage bei Stromwechsel und ± 0,3 Proz. in den beiden Rich-

tungen der Spule erreichen den bei magnetischen Beobachtungen auch sonst wohl vorkommenden Betrag.

Von der Entfernung $a = 45$ cm ging man von 10 zu 10 cm fortschreitend (e_1) bis zu 95 cm und dann zurück (e_2) bis $a = 45$ cm. — Der Skalenabstand A betrug 2000 mm.

Die Resultate vom 6. Januar 1903 sind alle für $J = 0{,}0996_6$ CGS. gültig. Die Temperatur betrug 18,9°.

a cm	e_1 mm	e_2 mm	e Mittel mm	$\frac{2SJ}{a^3}\frac{1}{a+\frac{1}{2}a^3}$	C	$10^5 \Delta$
45	333,57	333,54	333,55	0,29285	0,29204	+ 5
55	182,86	183,14	183,00	0,29119	0,29201	+ 2
65	111,28	111,18	111,23	0,28993	0,29214	+15
75	72,66	72,76	72,71	0,28863	0,29200	+ 1
85	50,07	50,13	50,10	0,28769	0,29190	− 9
95	35,92	35,96	35,94	0,28721	0,29188	−16
					0,29199	

Der mittlere Beobachtungsfehler beträgt $\pm 0{,}38\,‰$.

2. Zeitliche Konstanz der Größe C.

Beobachtungen mit Spule B.

1903	Zahl der Beob.	Temp. t	C_t	Mittlerer Fehler	C_{15}	$10^5 \Delta$
6. Jan.	12	18,9	0,29199	±0,38‰	0,29148	−41
1. Febr.	6	16,7	0,29229	±0,41	0,29206	+17
16. „	5	13,0	0,29169	±0,34	0,29195	+ 6
17. „	4	4,9	0,29041	±0,48	0,29173	−16
18. „	2	14,5	0,29177	[±0,05]	0,29184	− 5
21. „	5	16,3	0,29245	±0,55	0,29228	+39
					0,29189	

Die Reduktion auf 15° geschah mit dem Temperaturkoeffizienten 0,00045 für D/M (vgl. unten p. 820), dem Quotienten aus der Direktionskraft des Fadens und dem Moment der Magnete.

Beobachtungen mit Spule A.

1903	Zahl der Beob.	Temp. t	C_t	Mittlerer Fehler	C_{15}
28. Jan.	5	16,9	0,29226	0,58 ‰	0,29201
4. Febr.	5	17,4	0,29226	1,31	0,29195
					0,29198

Die Abweichung von dem mit Spule B gefundenen Mittel liegt innerhalb der Fehlergrenze, und die im ganzen für diesen

Zeitraum angenommene Konstante des Instrumentes $C = 0{,}2919$ bei 15° wird auf etwa 1 Promille zu verbürgen sein.

Die bei Kohlrausch und Holborn (10. p. 303) angegebenen Werte vom 23. April und 29. August 1902, welche für die Temperaturen 19,8 und 18,8° gelten, lauten auf 15° reduziert: 23. April $C_{15} = 0{,}2911$ und 29. August $C_{15} = 0{,}2924$. Ein Gang der Konstante läßt sich also in den zehn Monaten nicht nachweisen.

8. Temperatureinfluß.

Die Größe D/M, welche im wesentlichen die Konstante des Instrumentes darstellt, hängt in doppelter Beziehung von der Temperatur ab. Sowohl das Moment M der Magnete als auch die Torsionskraft D des Aufhängedrahtes nehmen mit wachsender Temperatur ab. Die beiden Temperaturkoeffizienten wurden einzeln bestimmt.

Temperaturkoeffizient α der Magnete. Dieser wurde an zwei anderen mit 2 und 4 bezeichneten gleichen Magneten aus demselben Stahl ermittelt, die identisch mit denen des Magnetometers behandelt waren. Ihre Momente unterschieden sich von den fast genau gleichen Magneten des Instrumentes um $+1{,}5$ bez. $-2{,}0$ Proz.

Die Bestimmung geschah nach der Weberschen Kompensationsmethode mittels des Torsionsmagnetometers selbst. Der zu untersuchende Magnet wurde in einem mit Wasser von wechselnder Temperatur gefüllten Messingkästchen dem Magnetometer von Westen auf 30 cm genähert. Die dadurch bewirkte Ablenkung kompensierte der andere auf der Ostseite befindliche Magnet, der auf Zimmertemperatur blieb.

Die unten mitgeteilte Beobachtungsreihe bezieht sich auf Magnet 2. Die Einstellungen des Magnetometers bedeuten Millimeter für den Skalenabstand 2000 mm. Sie hielten sich während mehrerer Minuten merklich ungeändert.

Ruhelage 500,0; Einstellung ohne Kompensation 136,5

Temperatur	18,0	11,1	35,3	18,6°
beob. Einstellung	499,7	498,2	503,7	499,8
ber. „	499,8	498,2	503,7	499,9

Einstellung ohne Kompensation 137,0.

Im Mittel betrug also die beobachtete Ablenkung ohne Kompensation 363,2 mm oder auf $\alpha/\cos\alpha$ des Ablenkungswinkels α reduziert 360,7. Die bei dem Temperaturwechsel sich ergebenden Ablenkungen sind direkt den Änderungen des Momentes proportional zu setzen. Die berechneten Werte ergeben sich dadurch, daß man die Änderung der Einstellung pro Grad zu 0,227 mm annimmt. Daraus folgt als Temperaturkoeffizient $-\frac{0{,}227}{361} = -0{,}00062_9$.

Die Messung mit vertauschten Polen lieferte die Verschiebung pro Grad = 0,231 mm und die dem ganzen Moment proportionale Größe = 372,8. Daraus folgt als Temperaturkoeffizient $-0{,}00061_9$; als Mittel für Magnet 2 also $-0{,}00062_4$.

Für Magnet 4 wurden entsprechend die Werte $-0{,}00067_3$ und $-0{,}00065_9$, also im Mittel $-0{,}00066_6$ gefunden. Das Gesamtmittel $a = -0{,}00065$ wird für den Temperaturkoeffizienten der Magnete des Instrumentes angenommen.

Temperaturkoeffizient b *des Aufhängedrahtes.* Dieser wurde an einem 30 cm langen Stück aus dem Material des Aufhängedrahtes bestimmt, das ebenso wie dieser ausgeglüht war. Der Draht wurde durch ein Messinggewicht von 500 g belastet und dessen Schwingungsdauer bei Zimmertemperatur mit der bei 100° verglichen. Die Heizung geschah in einem doppelwandigen Siedeapparat von 50 cm Höhe. Dem Draht parallel im Abstand von 5 mm lief ein 0,1 mm dicker Platindraht, aus dessen Widerstand die Temperatur des Heizraumes bestimmt wurde.

Die Beobachtungen wurden nach der von F. Kohlrausch und Loomis[1]) beschriebenen Weise angestellt. Die Amplitude der Schwingungen begann mit etwa 14°. Im Mittel aus mehreren Beobachtungen ergab sich bei 15,5° die Schwingungsdauer zu 32,8034 sek und bei 99,3° zu 33,0766 sek. Daraus folgt, lineare Beziehung angenommen, 0,0000994 gleich dem Temperaturkoeffizienten der Schwingungsdauer, also $b = -0{,}00020$ für den Temperaturkoeffizienten des Torsionsmoduls oder der Direktionskraft D, ein im Vergleich mit den meisten Metallen kleiner Betrag.

Wir setzen den Temperaturkoeffizienten c von D/M hiernach gleich $0{,}00065 - 0{,}00020 = +0{,}00045$.

1) F. Kohlrausch u. F. E. Loomis, Pogg. Ann. **141**. p. 481. 1870.

II. Einfluß des Azimuts und der Astasierung auf das Magnetsystem.

Es möge ein drehbar aufgehängtes System von zwei senkrecht untereinander starr verbundenen Magneten entgegengesetzter Richtung betrachtet werden. Der eine Magnet (Hauptmagnet) habe das Moment M, der andere das wenig davon verschiedene Moment $M(1 + m)$. Beide Magnete mögen den kleinen Azimutalwinkel λ einschließen.

Das System wird gerichtet durch einen Aufhängefaden von der Direktionskraft D und, soweit es nicht völlig astatisch ist, durch das Erdfeld $\mathfrak{H}$. Ablenkend wirkt eine in der Schwingungsebene des Hauptmagnets befindliche stromdurchflossene Spule (oder ein Magnet), die am Ort des Hauptmagnets das Feld F_1, am Ort des zweiten Magnets das Feld F_2 erzeugt. Da man für alle praktisch verwendbaren Fälle $F_2 < 0{,}02\, F_1$ machen wird, so kann man, ohne einen in Frage kommenden Fehler zu begehen, hierbei λ und m vernachlässigen und die Werte von F_1 und F_2 aus der Arbeit von Kohlrausch und Holborn (l. c. 10. p. 295) entnehmen, wo der vereinfachte Fall $m = 0$, $\lambda = 0$ behandelt ist.

Das von der Spule auf das System ausgeübte Drehmoment ist bei einer Ablenkung um den Winkel α aus der Ruhelage $M(F_1 + F_2)\cos\alpha = MF'\cos\alpha$, wo F_2 positiv zu setzen ist, wenn es entgegengesetzte Richtung hat wie F_1. $F(\cos\alpha)/\alpha$ ist die reziproke Empfindlichkeit oder die Konstante C des Instrumentes. C ist andererseits gleich der durch M dividierten Richtkraft des Systems, also abgesehen vom Erdfeld gleich D/M. Die Wirkung des Erdfeldes ist gleichwertig mit der Wirkung auf einen „Restmagnet“ vom Moment

$$M' = M\sqrt{1 + (1 + m)^2 - 2(1 + m)\cos\lambda} = M.f(m, \lambda).$$

Bezeichnet man mit $\varkappa$ den Winkel zwischen Restmagnet und Hauptmagnet, wobei $\varkappa$ ebenso wie λ vom Hauptmagnet aus im Sinne des Uhrzeigers positiv gezählt wird, so ist

$$\sin\varkappa = -\sin\lambda\,\frac{1 + m}{f(m, \lambda)} \quad \text{und} \quad \cos\varkappa = \frac{1 - (1 + m)\cos\lambda}{f(m, \lambda)}.$$

Hat der Hauptmagnet das Azimut φ ($\varphi = 0$, wenn sein Nordpol nach Nordpol weist), so beträgt die Änderung des Dreh-

momentes, die das System im Erdfelde $\mathfrak{H}$ bei Änderung des Winkels φ um $d\alpha = d\varphi$ erleidet, $\mathfrak{H} M' \cos(\varphi + \varkappa) d\alpha$. Es ist also in diesem Falle die Richtkraft des Erdfeldes

$$\mathfrak{H} M' \cos(\varphi + \varkappa) = \mathfrak{H} M\{\cos\varphi\,[1 - (1 + m)\cos\lambda] + (1 + m)\sin\varphi \,.\, \sin\lambda\}.^{1})$$

Berücksichtigt man noch die Induktion des Erdfeldes, deren Koeffizient μ sei, so ist, solange $\lambda\mu$ gegen 1 zu vernachlässigen ist, die Konstante des Instrumentes

$$(1)\quad \begin{cases} C = \frac{D}{M}(1 - \mu\cos\varphi) + \mathfrak{H}\{\cos\varphi\,[1 - (1 + m - 2\mu\cos\varphi)\cos\lambda] \\ \qquad + \sin\varphi\,(1 + m - 2\mu\cos\varphi)\sin\lambda\}. \end{cases}$$

Daraus folgt für die Nordsüdlage ($\varphi = 0$ oder 180^0)

$$(2)\qquad C = \frac{D}{M}(1 \mp \mu) \pm \mathfrak{H}[1 - (1 + m \mp 2\mu)\cos\lambda]$$

und für die Ostwestlage ($\varphi = 90$ oder 270^0)

$$(3)\qquad C = \frac{D}{M} \pm \mathfrak{H}(1 + m)\sin\lambda.$$

Subtrahiert man C für $\varphi = 270^0$ von C für $\varphi = 90^0$ [vgl. (3)], so erhält man $2\mathfrak{H}(1 + m)\sin\lambda$. Da m klein ist gegen 1, so ist damit eine einfache Methode zur Bestimmung von λ und somit zur Astasierung des Systems gegeben.

Zur Astasierung wird man also folgendermaßen verfahren: man stellt das System in die Ostwestlage, derart, daß der obere Magnet mit dem Nordpol nach Osten weist. Beobachtet wird $C_1 = F(\cos\alpha_1)/\alpha_1$. Dann wird das System um 180^0 gedreht und $C_2 = F(\cos\alpha_2)/\alpha_2$ beobachtet. Man setzt $C_1 - C_2 = 2\mathfrak{H}\sin\lambda$ und dreht den Nebenmagnet gegen den Hauptmagnet um den berechneten Winkel λ. — Ist C_1 und C_2 bekannt, so findet man

$$\frac{D}{M} = \tfrac{1}{2}(C_1 + C_2).$$

III. Beobachtungen mit dem tragbaren Instrument.

Die durch die Formeln gegebenen Beziehungen wurden an dem tragbaren Instrument geprüft. Um die Ergebnisse

1) Die so berechnete Richtkraft gilt streng genommen nur für unendlich kleine Ablenkungswinkel, doch trifft sie auch noch für mäßig kleine Winkel zu, wenn man die unter sonst gleichen Umständen nach entgegengesetzten Seiten erfolgenden Ausschläge mittelt.

klar hervortreten zu lassen, wurden für λ Winkel bis 20° angewendet. Die Beobachtungen ergeben, daß für diese Werte die Formeln ausreichende Gültigkeit behalten.

1. Die Konstante *C*.

Um den Faktor m zu ermitteln, wurde in der Ostwestlage die Änderung von C infolge Vertauschung beider Magnete bestimmt. Der Induktionskoeffizient μ ergibt sich aus dem Unterschied der Konstante C in beiden um 180° verschiedenen Nordsüdlagen. Die Messung lieferte die Werte $m = 0{,}003$; $\mu = 0{,}003$.

Die Abhängigkeit der Konstanten C vom Astasierungswinkel λ wurde in der Nordsüd- und Ostwestlage bestimmt. Nach Justierung des Instrumentes wurde bei Änderungen des Winkels λ das ganze System mittels des Torsionskopfes so lange gedreht, bis sich der obere (Haupt-)Magnet wieder in seiner ursprünglichen Ruhelage befand. Die Änderung des Astasierungswinkels wird an dem von 9 zu 9° geteilten Kreise zwischen beiden Magneten abgelesen. Für $\lambda = 0$ sei die Einstellung des Kreises $p = p_0$. Die Resultate der Messungen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. Die C sind Mittelwerte aus je zwei Beobachtungen bei verschiedener Entfernung zwischen Spule und Magnetsystem. Die berechneten Werte sind dadurch gewonnen, daß $D/M = 0{,}1859$ und $p_0 = 179{,}7°$ gesetzt wurde. Für m und μ sind die oben mitgeteilten Werte verwendet. $\mathfrak{H}$ ist zu 0,19 angenommen.

Die Temperatur des ganzen Systems betrug während dieser Messungen 6,2°. Der Temperaturunterschied beider Magnete war zu vernachlässigen.

Nordsüdrichtung der Magnete.

$$C = \frac{D}{M}(1 \mp \mu) \pm \mathfrak{H}\{1 - (1 + m \mp 2\mu)\cos\lambda\}.$$

		Hauptmagnet					
		a) Nordpol nach Norden			b) Nordpol nach Süden		
p	$\lambda = p - 179{,}7°$	C beob.	C ber.	$10^4\,\Delta$	C beob.	C ber.	$10^4\,\Delta$
164,2°	−15,5°	0,1933	0,1928	−5	0,1808	0,1812	+4
182,2	+ 2,5	0,1862	0,1861	−1	0,1879	0,1880	+1
200,2	+20,5	0,1878	0,1879	+1	0,1761	0,1760	−1

Ostwestrichtung der Magnete.

$$C = \frac{D}{M} \pm \mathfrak{H}(1+m)\sin\lambda .$$

		Hauptmagnet					
		a) Nordpol nach Osten			b) Nordpol nach Westen		
p	$\lambda = p - 179{,}7^0$	C beob.	C ber.	$10^4\,\Delta$	C beob.	C ber.	$10^4\,\Delta$
164,2°	−15,5°	0,1350	0,1350	± 0	0,2367	0,2368	+ 1
182,2	+ 2,5	0,1942	0,1942	± 0	0,1766	0,1776	+10
200,2	+20,5	0,2553	0,2526	−27	0,1183	0,1192	+ 9

Ein Fehler von 0,9° in p und λ, dem etwa die Einstellungs- und Ablesungsgrenze entspricht, verursacht im gegebenen Beispiel bei der Ostwestrichtung in C einen Fehler von 0,0030 oder etwa 1,5 Proz. Für die Nordsüdlage hat eine solche Ungenauigkeit in der Nähe von $\lambda = 0$ keinen merklichen Einfluß; in der Nähe von $\lambda = 20^0$ erreicht sie den Betrag 0,0010 oder etwa 0,5 Proz.

Die Beobachtungen lassen sich somit durch die gegebenen Formeln mit ausreichender Genauigkeit darstellen.

2. Die Astasierung.

Bezeichnet man mit C_a und C_b Werte der Konstante in der Ostwestrichtung, je nachdem der Hauptmagnet den Nordpol nach Osten oder Westen richtet, und gehören C_a und C_b zu denselben Werten von p oder λ, so erfordert die Theorie, daß $C_a - C_b = 2\,\mathfrak{H}(1+m)\sin\lambda$ und $\frac{1}{2}(C_a + C_b) = D/M$ ist. Im Falle unseres Beispiels ergibt sich folgendes:

p beob.	$C_a - C_b$	λ ber.	$p_0 = p - \lambda$	$\frac{1}{2}(C_a + C_b)$
164,2°	−0,1017	−15,5°	179,7°	0,1859
182,2	+0,0176	+ 2,6	179,6	0,1854
200,2	+0,1370	+21,1	179,1	0,1868

Die für p_0 und $D/M = \frac{1}{2}(C_a + C_b)$ berechneten Zahlen kommen den oben verwendeten nahe.

Identisch mit ihnen sind die zu $p = 164{,}2^0$ gehörenden Werte. Die in dieser Zeile mitgeteilte Beobachtung ist für die Genauigkeit am günstigsten, insofern hier der Übergang von einem Azimut zu dem um 180° verschiedenen durch

direktes Umlegen der Magnete erfolgt ist, während sonst inzwischen zu anderen Werten von λ übergegangen wurde.

Wenn man wieder die Genauigkeitsgrenze der Ablesung in Betracht zieht, so sieht man, daß sich bereits durch *eine* Beobachtung von C_a und C_b die Einstellung p_0 (für $\lambda = 0$) befriedigend ergibt und daß dadurch eine genaue Astasierung ermöglicht ist.

Durch die Astasierung kann man erreichen, daß die Empfindlichkeit des Systems, abgesehen von der Induktion des Erdfeldes, in allen Azimuten dieselbe ist. — Um zu höheren Empfindlichkeiten zu gelangen, wurde ein leichteres System konstruiert. Doch haben die damit vorgenommenen Beobachtungen noch nicht zum Ziel geführt, da es nicht gelungen ist, die mechanischen Erschütterungen so weit zu beseitigen, daß die Ruhelage ebenso stabil wurde wie bei dem schwereren System.

IV. Die Störungen des magnetischen Feldes.

1. *In der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.* Die ersten Spuren von Störungen durch die Erdströme der Straßenbahn hatten sich in der Reichsanstalt schon bei der Eröffnung des Oberleitungsbetriebes in 4 km Entfernung gezeigt. Bald nachher wurde mit einer regelmäßigen Aufzeichnung der Störungen begonnen, deren Resultate aus $3^1/_2$ Jahren bei dieser Gelegenheit mitgeteilt werden mögen.

Die Störungen wurden an einem leichten Magnetspiegel im Meridian beobachtet, der durch einen senkrecht unter ihm befindlichen größeren Magnet auf nahe die doppelte Empfindlichkeit astasiert war. Die Schwingungsdauer betrug dann etwa 2 Sek., das Dämpfungsverhältnis etwa 4. Bei dem Skalenabstand von 160 cm entspricht einem Skalenteil nahe $^1/_2$ Bogenminute eines nicht astasierten Instrumentes. Es wurden bei jeder Beobachtung 3—4 Min. lang die während einer Minute auftretenden größten Differenzen in der Einstellung des Spiegels bestimmt und gemittelt. Einer Frost- bez. einer Regenperiode entsprachen im allgemeinen kleinere bez. größere Störungen. Besonders deutlich kam dies in den Wintern 1900/1901 und 1902/1903 zum Ausdruck. In den Sommermonaten zeigten sich nur zuweilen Andeutungen eines Zusammenhanges zwischen den Störungen und der Feuchtigkeit des Bodens.

Ende 1900 betrugen die Störungen, in der oben beschriebenen Weise bestimmt, im Mittel etwa 1′, welcher Betrag auch im Herbst 1901 noch nicht erheblich überschritten wurde. Von diesem Zeitpunkt wuchsen sie mit der Vermehrung des Oberleitungsbetriebes deutlich, erreichten im Frühjahr 1902 fast 2,0′ und im Frühjahr 1903 etwa 2,6′. Seitdem änderten sich die Störungen im Mittel nicht merklich. Ausnahmsweise kamen in letzter Zeit allerdings Beträge bis zu 4′ vor.

Bis September 1902 war ein Kreis von etwa einem Kilometer Radius um die Reichsanstalt von dem Oberleitungsbetrieb ausgeschlossen. Trotzdem hatten die Störungen allmählich wachsend 2,2′ erreicht. Seitdem ist die Reichsanstalt von dem Netze des Oberleitungsbetriebes nur 300 m entfernt. Innerhalb dieser Entfernung geschieht der Betrieb mit doppelter isolierter Oberleitung, die keine wahrnehmbare Wirkung ausübt.

Im Juni 1903 wurde etwa 14 Tage lang an zwei Lokalvariometern von Kohlrausch gleichzeitig in der Nordsüd- und Ostwestrichtung beobachtet. Es ergaben sich die Störungen im Meridian zu 2,8′ und in der Ostwestrichtung auf gleiche Direktionskraft der Nadel reduziert zu 1,8′.

Im eisenfreien magnetischen Haus der Reichsanstalt zeigten die Störungen merklich denselben Betrag wie im Observatorium. Ein Anwachsen mit Annäherung an den Erdboden konnte nicht festgestellt werden.

2. *Beobachtungen an anderen Orten.* Im November und

Beobachtungsort	Entfernung der nächsten Oberleitung m	Störungen in Bogenminuten	
		Nordsüd	Ostwest
Reichsanstalt	1000	2,1	1,8
Ecke Goethe u. Grolmanstraße	300	4,2	4,9
Bendlerstraße	50*	28	36
Hofmannhaus	300	2,4	7
Universität	150	8	11
Königl. Militär-Versuchsanstalt	2500	1,0	0,7
Helmholtzstraße	400	1,6	3,5
Werftstraße	250	4,2	6
Invalidenhaus	300	2,5	2,8
Reichsjustizamt	250	2,1	4,9

* 50 m von einer Zentrale entfernt, die Strom für die Straßenbahn liefert.

Dezember 1901 wurden an verschiedenen Stellen in und bei Berlin von den Herren Diesselhorst, v. Steinwehr und dem Verfasser mit den vorher erwähnten Lokalvariometern die Störungen im und senkrecht zum Meridian gleichzeitig abgelesen. In der vorstehenden Tabelle finden sich die Resultate.

V. Beobachtung des transportablen Magnetometers außerhalb der Reichsanstalt.

Bei den Beobachtungen außerhalb der Reichsanstalt wurden die Magnete um kleine Winkel gegeneinander gedreht, bis die günstigste Stellung gefunden war.

Beobachtungen im physikalischen Institut in Berlin. Im Juli 1903 wurde das tragbare Instrument hier in einem zu ebener Erde gelegenen Raum aufgestellt. In Entfernungen von 50 und 60 m fahren westlich und südlich vom Beobachtungsort elektrische Bahnen mit Oberleitung vorüber. Etwa 100 m entfernt, durch die Spree getrennt, befindet sich außerdem eine Zentrale der Berliner Elektrizitätswerke.

Zunächst wurden die Störungen mit einem einfachen Magnetspiegel (Lokalvariometer) gemessen. Sie waren beträchtlich größer als in der Reichsanstalt und beliefen sich im Meridian auf 7 bis 8, in ostwestlicher Richtung bei gleicher Direktionskraft auf 21—22′. Dieses starke Störungsfeld zeigte sich nun auch stark inhomogen, denn am gleichen Orte aufgestellt erlitt das Torsionsmagnetometer mit 126 cm Magnetabstand Störungen im bez. senkrecht zum Meridian von 4′ bez. 7′. Heben des ganzen Instrumentes um 60 cm auf einen Steinpfeiler änderte diese Zahlen auf 2,6′ bez. 8,4′. Darauf wurden die Magnete einander auf 53 cm genähert, es blieben aber immer noch 1,2′ bez. 5,2′ übrig. Bei einer Entfernung der Magnete von 5,5 cm stand das System in beiden Richtungen ganz ruhig. Hieraus folgt, daß unter diesen ungünstigen Verhältnissen das Instrument versagte. Vielleicht wirken die zahlreichen, in Gestalt von Wasser-, Gas- und elektrischen Leitungen des Laboratoriums, den elektrischen Strömen gebotenen Wege bei diesem Ergebnis mit.

Beobachtungen im Reichstagsgebäude. Hier ergab sich umgekehrt ein nach den vorigen Erfahrungen überraschend günstiges Resultat, durch welches bestätigt wird, daß die

Wirkungen vagabundierender Ströme sich von vornherein kaum übersehen lassen. Das Reichstagsgebäude ist nur 350 m vom physikalischen Institut entfernt und liegt ebenfalls neben einem dichten Netze elektrischer Bahnen, welche, teilweise unmittelbar am Gebäude vorüberfahrend, hier doppelt isoliert mit Unterleitung betrieben werden, aber auch mit nicht isolierter Oberleitung bis auf etwa 100 m an das Gebäude heranrücken.

Es wurde beobachtet in einem Raum des Hauptgeschosses (Postzimmer), der etwa 75 m von der nächsten Straßenbahnlinie entfernt ist. Die mit dem Lokalvariometer beobachteten Störungen betrugen in der Nordsüdrichtung 4—5′, in der Ostwestrichtung 5—6′. Die Schwankungen des astatischen Systems erreichten aber auch bei 126 cm Magnetabstand nur etwa 0,1′, waren also von derselben Größe wie in der Reichsanstalt, und sind wahrscheinlich auf mechanische Erschütterungen zurückzuführen.

(Eingegangen 16. Oktober 1904.)

7. *Über den maximalen Wirkungsgrad umkehrbarer Kreisprozesse; von S. Valentiner.*

Es ist ein bekannter Satz der Thermodynamik, daß eine Maschine, welche Arbeit leistet, indem sie einen beliebigen, umkehrbaren Kreisprozeß ausführt, einen Wirkungsgrad besitzt, welcher höchstens dem beim Carnotschen Kreisprozeß sich ergebenden gleich ist. Für die Ableitung des Satzes ist im allgemeinen neben der Kenntnis des ersten Hauptsatzes auch die des zweiten Hauptsatzes der Wärmelehre erforderlich, nämlich dann, wenn man über die Substanz der arbeitleistenden Maschine keine Voraussetzung machen will. Wohl aber gelingt der Beweis bei Benutzung eines idealen Gases als arbeitende Substanz, wie man weiß, mit alleiniger Zuhilfenahme des ersten Hauptsatzes, da die Zustandsgleichung bekannt ist. Zwei Formen der Deduktion dieses Satzes für ideale Gase nur mit Benutzung des ersten Hauptsatzes sind mir bekannt: die eine, die analytische, entbehrt der Übersichtlichkeit und Kürze; wesentlich einfacher ist die zweite, die synthetische, deren Grundgedanke der ist, den beliebig vorgelegten, umkehrbaren Kreisprozeß in eine endliche oder unendliche Anzahl Carnotscher Kreisprozesse zu zerlegen, die sich sicher nicht mehr alle zwischen den extremen Temperaturen bewegen werden, falls der vorgelegte eben kein Carnotscher Prozeß ist. Gegen beide Formen ist aber einzuwenden, daß aus denselben nicht hervorgeht, daß es eine ganz bestimmte, gut definierbare Gruppe von umkehrbaren Kreisprozessen gibt, die dasselbe leisten wie der Carnotsche, — mit anderen Worten: daß die Ableitungen nicht das eigentliche Charakteristikum für den maximalen Wirkungsgrad eines Kreisprozesses erkennen lassen.

In einfacher und durchsichtiger Weise leistet dies der im

folgenden ebenfalls ohne Bezugnahme auf den zweiten Hauptsatz gegebene Beweis des Satzes über den maximalen Wirkungsgrad eines mit einem idealen Gas durchgeführten, umkehrbaren Kreisprozesses.

Dieser Beweis schließt sich an die graphische Darstellung von Systemzustandsänderungen in der ϑ, s-Ebene an, wenn ϑ die absolute Temperatur, und $s = Q/\vartheta$ den Quotient aus der bei der Temperatur ϑ dem System zugeführten Wärmemenge Q dividiert durch die Temperatur ϑ bedeutet, also abgesehen von einer Konstante, die Entropie des Systems. Ein Carnotscher Kreisprozeß wird in dieser Darstellung durch ein Rechteck wiedergegeben mit zu den Koordinatenachsen (ϑ, s) parallelen Seiten. Ein Flächenstreifen $ABCD$ (Fig. 1), der begrenzt wird durch zwei zur Ordinatenachse parallele Gerade, durch die Abszissenachse und durch ein Kurvenelement der die Zustandsänderung darstellenden Kurve $a\,b$, entspricht der auf dem Wegelement AB dem System von dem Reservoir der Temperatur ϑ zugeführten Wärmemenge dQ. Wegen der möglicherweise (und wie wir wissen tatsächlich) vorhandenen Abhängigkeit des Nutzwertes der Wärmemenge von der Temperatur, auf der sie sich befindet, darf man nicht allgemein zwei Flächenstücke von gleichem Flächeninhalt, die also die gleiche Wärmemenge repräsentieren, als gleichwertig und vertauschbar ansehen, wohl aber solche Flächenelemente vom Inhalt dQ und der Höhe ϑ; man kann also Verschiebungen endlicher Flächenstücke parallel zur Abszissenachse vornehmen, ohne an dem Wert der durch sie dargestellten Wärmemenge Q etwas zu ändern.

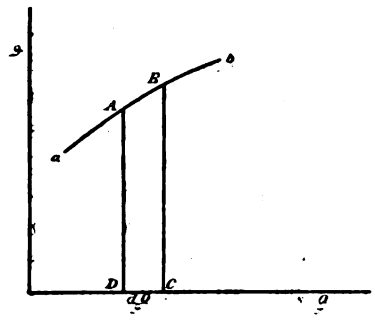


Fig. 1.

Ich lege nun einen ganz beliebigen, mit einem idealen Gase ausgeführten, umkehrbaren Kreisprozeß vor; er mag dargestellt sein durch die geschlossene Kurve $ABCD$ (Fig. 2). Derselbe spiele sich ab zwischen den Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 und sei so beschaffen, daß die ihn darstellende Kurve

$ABCD$ eine nach dem freien Raum zu überall konvexe Form besitze; zum Schluß können wir uns von dieser Einschränkung leicht freimachen. Um den Wirkungsgrad der zufolge dieses Kreisprozesses arbeitenden Maschine anzugeben, schließe ich in der graphischen Darstellung das den Kreisprozeß charakterisierende Flächenstück durch die berührenden Adiabaten (Parallelen zur Ordinatenachse) ein; A und C seien die Berührungspunkte. Dann wird auf dem Wege ABC die durch die Fläche $ABCEF$ dargestellte Wärmemenge Q_1 zugeführt, auf dem Wege CDA die durch $ADCEF$ dargestellte Wärmemenge Q_2 abgeleitet. Die der Fläche $ABCD$ entsprechende Wärmemenge $Q_1 - Q_2$ ist bei dem Prozeß in Arbeit verwandelt worden. Der Wirkungsgrad der Maschine ist also (vorausgesetzt, daß man auf dem ersten Wege nichts von der auf dem zweiten Wege abgegebenen Wärme mittels eines Regenerators [vgl. unten] verwendet) gegeben durch den Quotienten:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

In der graphischen Darstellung nehme ich nun folgende Flächendeformation vor. Ich denke mir die Ebene von unendlich vielen, unendlich benachbarten Isothermen (Parallelen zur Abszissenachse) durchzogen. Durch die Fläche $ABCD$ wird von jeder der Isothermen, welche zu Temperaturen zwischen ϑ_1 und ϑ_2 gehören, ein gewisses Stück abgeschnitten; dieses Stück trage ich auf der gleichen Isotherme vom Schnittpunkte derselben mit der willkürlich gewählten Adiabate $F'B'$ nach bei allen Isothermen gleicher Richtung ab. Dadurch wird die Fläche $ABCD$ übergeführt in das vollständig gleichgroße und der Bedeutung nach gleichwertige Flächenstück $A'B'C'D'$; d. h. die neue Fläche $A'B'C'D'$ repräsentiert einen Kreisprozeß zwischen gleichen Temperaturgrenzen, welcher die gleiche Arbeitsgröße $Q'_1 - Q'_2 = Q_1 - Q_2$ liefert, wie der ursprünglich vorgelegte. Die bei diesem neuen Prozeß zugeführte Wärmemenge Q'_1 wird dargestellt durch das Flächenstück $A'B'C'E'F'$ und ist im allgemeinen kleiner als Q_1. Die Bedeutung dieser Verkleinerung von Q_1 in Q'_1, die gleichbedeutend ist mit einer Verbesserung des Wirkungsgrades des neuen Prozesses im Vergleich zum ursprünglichen, ist die folgende.

Greifen wir einen beliebigen zwischen zwei benachbarten Isothermen gelegenen Flächenstreifen der Fläche *ABCD* heraus. Dem durch die Isothermen begrenzten Wegelement *a* entspricht die Wärmezufuhr dQ_a von außen bei der mittleren Temperatur, $\vartheta + (d\vartheta/2)$, der beiden Isothermen. Dem Element *b* entspricht die Wärmemenge dQ_b, die dem System entzogen werden muß bei der gleichen Temperatur $\vartheta + (d\vartheta/2)$. Bei dem ursprünglich vorgelegten Kreisprozeß wird die entzogene Wärmemenge dQ_b nicht dazu verwandt, die auf dem Wegelement *a* von außen zugeführte Wärmemenge dQ_a teilweise oder ganz zu kompensieren, indem dQ_a, wie aus der Figur ersichtlich, bei Angabe des Gesamtaufwandes Q_1 ganz

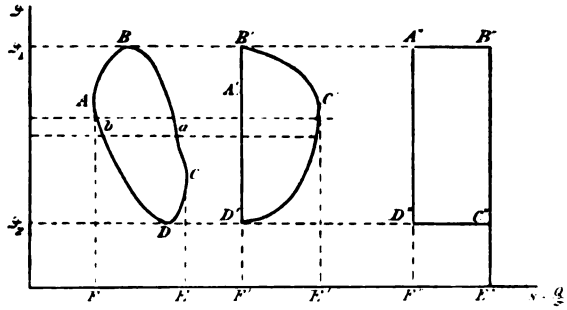


Fig. 2.

mit in Rechnung gezogen ist. Bei Zugrundelegung des neu gebildeten Prozesses wird dagegen offenbar in die Wärmemenge Q_1' nur der Überschuß von dQ_a über dQ_b mit hineingerechnet; es wird also angenommen, daß durch eine Regeneration die auf dem Element *b* abgegebene Wärmemenge für die auf dem Element *a* zuzuführende mitverwandt werden kann, wodurch der Wirkungsgrad der Maschine natürlich verbessert wird. Die erste graphische Darstellung gibt also ein Bild der Wirkungsweise der Maschine ohne Regenerationsverfahren, die zweite mit Regenerationsverfahren.

Ich nehme an, die Maschine besitze einen Regenerator, ich benutze also weiterhin die zweite Darstellung. Der Wirkungsgrad ist:

$$\frac{Q_1' - Q_2'}{Q_1'}.$$

Ich vergleiche nun den Wirkungsgrad dieses Prozesses mit

dem des Carnotschen Prozesses, der zwischen den gleichen extremen Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 arbeitet. Zu dem Zwecke will ich annehmen, bei dem letzteren sei die gleiche Wärmemenge Q_1' zugeführt worden; dann wird derselbe graphisch dargestellt durch ein Rechteck $A''B'C''D''$, gebildet aus zwei Isothermen (ϑ_1 und ϑ_2) und zwei Adiabaten s, die im allgemeinen näher zusammenliegen als die den vorgelegten Prozeß einschließenden, da nach Voraussetzung $A''B''E''F''$ flächengleich mit $A'B'C'E'F'$ sein soll, indem diese Flächen die gleiche Wärmemenge Q_1' darstellen. Nur wenn $A'B'C'E'F'$, wie in Fig. 3, selbst ein Rechteck darstellt, fallen die beiden Adiabaten des Carnotschen Kreisprozesses mit den den vorgelegten Kreisprozeß einschließenden Adiabaten zusammen. Sofort ersieht man nun aber aus den Figuren, daß die abgeleitete Wärmemenge Q_2' des vorgelegten Kreisprozesses stets größer sein wird, als die beim Carnotschen Prozeß abgeleitete Q_2'', falls nicht das Abbild des vorgelegten Prozesses sich überhaupt vollkommen mit dem des Carnotschen deckt. Der Wirkungsgrad eines beliebig vorgelegten Prozesses wird also, abgesehen von dem genannten Ausnahmefall, kleiner sein als der des Carnotschen, zwischen gleichen Temperaturen wirksamen Kreisprozesses.

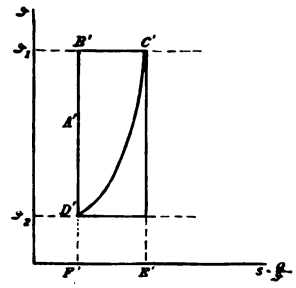


Fig. 3.

Liegt der Ausnahmefall vor, daß $A'B'C'D'$ ein aus Isothermen und Adiabaten gebildetes Rechteck darstellt, so ist der Wirkungsgrad des vorgelegten Prozesses gleich dem des Carnotschen. Dieser Ausnahmefall tritt, wie aus der Konstruktion der Fläche $A'B'C'D'$ hervorgeht, dann ein, wenn der ursprüngliche Prozeß $ABCD$ aus Stücken der zu den Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 gehörigen Isothermen besteht, und aus zwei diese Isothermen verbindenden Kurvenstücken, welche durch parallele Verschiebung sich zur Deckung bringen lassen, vorausgesetzt, daß ein Regenerationsverfahren angewandt werden kann. Alle solche Kreisprozesse besitzen mit dem Carnotschen einen maximalen Wirkungsgrad, alle anderen Prozesse leisten weniger.

Die analytische Definition dieser hervorgehobenen Kreisprozesse ergibt sich folgendermaßen. Es bezeichne $s_1(\vartheta)$ den Wert der Größe s im Schnittpunkte der Isotherme ϑ mit der ersten Verbindungslinie, $s_2(\vartheta)$ den entsprechenden Wert auf der zweiten Verbindungslinie der beiden Isothermen ϑ_1 und ϑ_2; $s_1(\vartheta)$ und $s_2(\vartheta)$ sind Funktionen von ϑ. Die genannten Kreisprozesse sind charakterisiert durch die Bedingung:

$$s_1(\vartheta) - s_2(\vartheta) = \text{konst.},$$

d. h. unabhängig von der Temperatur ϑ der Isotherme. Führen wir an Stelle der Variabeln ϑ und s die unabhängigen Variabeln ϑ und v, wo v das spezifische Volumen bedeutet, in die Bedingung ein, so ergibt sich, wegen

$$s = \frac{Q}{\vartheta} = c_v . \log \vartheta + R \log v + \text{konst.},$$

wo c_v und R die bekannten Konstanten sind, als Charakteristikum der genannten Prozesse:

$$s_1(\vartheta) - s_2(\vartheta) = R \log \frac{v_1(\vartheta)}{v_2(\vartheta)} = \text{konst.}$$

oder:

$$\frac{v_1(\vartheta)}{v_2(\vartheta)} \text{ unabhängig von der Temperatur } \vartheta.$$

Anfangs hatten wir die Einschränkung gemacht, daß die den Prozeß darstellende Kurve in allen ihren Punkten konvex nach außen sein solle; der abgeleitete Satz läßt sich aber in der Weise sofort auf alle beliebigen umkehrbaren Kreisprozesse ausdehnen, indem man einen jeden durch Hinzufügung geeigneter, hin und her durchlaufener, isothermer Zustandsänderungen in Kreisprozesse von der zugrunde gelegten Form zerlegen kann. Erfüllt ein einziger dieser Teilprozesse nicht die obige Bedingung, so muß auch der Wirkungsgrad des ganzen Prozesses kleiner sein, als der des betreffenden Carnotschen.

Mit Benutzung des zweiten Hauptsatzes läßt sich der Satz sofort auf alle Substanzen ausdehnen, indem der zweite Hauptsatz aussagt, daß der Wirkungsgrad einer Maschine, die einen umkehrbaren Kreisprozeß durchläuft, unabhängig ist von der arbeitleistenden Substanz, und man kann den Satz folgendermaßen aussprechen:

Umkehrbare, arbeitleistende Kreisprozesse besitzen einen maximalen Wirkungsgrad, wenn sie bestehen aus zwei isothermen Zustandsänderungen und zwei diese isothermen verbindenden Zustandsänderungen von der Art, daß

$$s_1(\vartheta) - s_2(\vartheta) = \text{konst.},$$

d. h. unabhängig von der Temperatur ϑ der Isotherme ist, auf die sich die Entropiewerte $s_1(\vartheta)$ bez. $s_2(\vartheta)$ der genannten verbindenden Zustandsänderungen beziehen; alle anderen Prozesse leisten weniger.

Halle, 3. August 1904.

(Eingegangen 5. August 1904.)

8. *Über die Verwendung des elektrolytischen Detektors in der Brückenkombination; von W. Nernst und F. von Lerch.*[1])

Im folgenden sind einige Messungen beschrieben, bei denen in einer von sehr schnellen Schwingungen gespeisten Brückenkombination als Nullinstrument ein leicht zu improvisierender einfacher Apparat diente, der zugleich die so überaus bequeme Verwendung des Telephons gestattete.[2])

In ein Becherglas mit verdünnter H_2SO_4 oder KOH tauchen zwei Platinelektroden, die mit ca. 2 Volt polarisiert werden. Die Anode ist möglichst klein und besteht aus einem in Glas eingeschmolzenen 0,02 mm dicken Platindraht, der ganz nahe am Glasrohr abgeschnitten ist. (Ist die Platinspitze Kathode, so ist die Wirkung schwächer.) Wird nun über diese Zelle ein schneller Wechselstrom übergelagert, so beobachtet man einen Anstieg des Stromes im polarisierenden Kreis, den man leicht mit dem Telephon oder Galvanometer beobachten kann. Der Detektor stellt sich momentan wieder auf die Nulllage ein, so daß man für jeden überspringenden Funken ein Knacken und so direkt den Gang des Unterbrechers im Telephon hört.

Als die weiter unten beschriebenen Versuche schon im Gange waren, erschien eine Arbeit von Hrn. Schloemilch[3]), in der er einen Wellenindikator beschreibt, der auf genau gleichem Prinzip beruht und sich schon in der Praxis bewährt

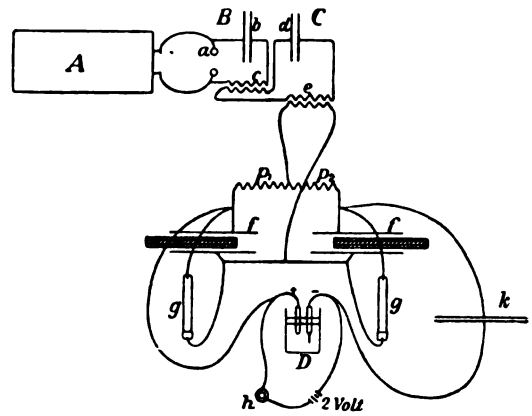
1) Aus den Göttinger Nachrichten 1904. Heft 2.

2) In einer früheren Arbeit (Wied. Ann. 60. p. 600. 1897) konnte ich zeigen, daß man mit sehr schnellen Schwingungen relativ genaue Messungen ausführen kann, wenn man in der Brückenkombination eine mikrometrisch verstellbare Funkenstrecke oder eine kleine Vakuumröhre verwendet. Frühere Versuche, einen gewöhnlichen Kohärer dafür zu verwenden, verliefen resultatlos, weil die Empfindlichkeit dieses Apparates für Meßzwecke zu veränderlich ist; schließlich scheint sich in dem elektrolytischen Kohärer ein Nullindikator für schnelle Schwingungen gefunden zu haben, der allen Anforderungen genügt. W. N.

3) W. Schloemilch, Elektrotechn. Zeitschr 1903. Heft 47.

haben soll. Da die Versuche des Hrn. Schloemilch schon einige Zeit zurückdatieren, so gebührt ihm unstreitig die Priorität. Der neue Detektor wird überall da mit bestem Erfolg angewendet werden, wo es sich um den Nachweis schwacher schneller Schwingungen handelt. Er besitzt nämlich den großen nicht zu unterschätzenden Vorteil, daß er mit abnehmender Stärke der darüber gelagerten Schwingungen ganz allmählich schwächer anspricht, also keine Reizschwelle besitzt, wie z. B. der gewöhnliche Kohärer, der entweder voll anspricht oder versagt. Zum Aufsuchen eines Minimums ist diese Eigenschaft besonders günstig.

Seine Wirkungsweise beruht wahrscheinlich auf einem Durchschlagen von dünnen Übergangsschichten, die sich bei



Polarisation bilden. Anläßlich von Messungen von Zersetzungsspannungen hat Bose[1]) ein Umbiegen der Kurven vor dem eigentlichen Zersetzungspunkt beobachtet, in einer Oxalsäurelösung bei anodischer Polarisation sogar ein rapides Sinken der Stromstärke nach Passieren des Zersetzungspunktes. Garrard[2]) hat dann direkt in einigen Fällen ein Wachsen des Widerstandes auf den 100 bis 200 fachen Wert nachweisen können.

Nach dem Durchschlagen stellt sich der feine Überzug

1) E. Bose, Zeitschr. f. Elektrochem. 5. p. 153. 1898.
2) C. C. Garrard, Zeitschr. f. Elektrochem. 6. p. 214. 1899.

elektrolytisch momentan wieder her. Die Handlichkeit und das leichte Improvisieren des kleinen Apparates wird es ermöglichen, daß man mit schnellen Schwingungen ebenso bequem wird arbeiten können, wie mit den gewöhnlichen Induktionsströmen. In der Figur ist die Versuchsanordnung gezeichnet.

A ein Induktorium, das zuerst mit einem Deprezunterbrecher, später mit einem Simonschen elektrolytischen Lochunterbrecher betrieben wurde.

B System aus Selbstinduktion und Kapazität, das sich durch die Funkenstrecke *a* entlädt. Kapazität *b* besteht aus 2 Leydener Flaschen (ca. 0,005 Mikrof.), die Selbstinduktion *c* aus 6 Windungen auf einem Becherglas, zwischen die wieder 6 Windungen gewickelt sind, durch die das System *C* erregt wird.

Kapazität *d* (Leydener Flaschen) ca. 0,0038 Mikrof. *e* Selbstinduktion wie bei *c*, speist die eigentliche Brücke.

$p_1 = p_2$ ca. 15200 cm, 16 Windungen auf einem Glas von 7,5 cm Durchmesser.

ff Meßkondensator mit dicken Glasplatten (Turner[1]).

gg Kompensationsgefäße.

D elektrolytischer Detektor.

h Telephon oder Galvanometer.

k Kondensator, ca. 4 Mikrof.

Es hatte sich gezeigt, daß es von Vorteil für das Minimum war, die Schwingungen durch das zwischengeschaltete System zu filtrieren. Störende Nebengeräusche blieben dann aus.

B und *C* standen nahe in Resonanz:

Schwingungszahl n_B ca. $1{,}7 \cdot 10^6$,

n_C ca. $1{,}4 \cdot 10^6$.

Relativ große Kapazität und kleine Selbstinduktion für die schwingenden Kreise wurden genommen, weil dann das Minimum schärfer war. Weitere Details sind aus der Zeichnung ersichtlich, im übrigen sei auf die eingangs zitierte Arbeit verwiesen.

Die Güte des Minimums bei dieser Anordnung steht dem gewöhnlichen Telephonminimum kaum nach.

1) D. A. Turner, Zeitschr. f. physik. Chem. 35. p. 385. 1900.

Das Arbeiten mit dem Apparat geschieht in genau der gleichen Weise, wie früher beschrieben; die Dielektrizitätskonstanten sind nach der Formel

$$D_x = (D_0 - 1)\frac{c_x - c}{c_0 - c} - 1$$

berechnet.

Benzol als Aichflüssigkeit mit 2,288 genommen ergab folgende Werte, die mehr als vorläufige zu betrachten sind und nur die Brauchbarkeit der Methode zeigen sollen.

Für gewöhnliches destilliertes Wasser mußte Widerstandskompensation genommen werden; die Einstellung war dann ebenso scharf wie für die anderen Substanzen ($t = 18$).

	Verfasser	Drude[1])	Turner[2])
Chloroform	5,1	4,95	5,2
Äthyläther	4,37	4,36	4,37
Äthylalkohol	25,9	—	26,8
Wasser	81,7	81,7	81,1

Um die Brauchbarkeit des Apparates für Widerstandsmessungen zu prüfen, wurde auf folgende Weise verfahren. An Stelle der Kompensationsgefäße trat eine mit Magnaninischer Lösung gefüllte zylindrische Röhre von ca. 1,5 cm Lumen, die mit einer mittels Mikrometerschraube verstellbaren Elektrode versehen war, und ein Widerstandsgefäß mit kreisrunden blanken Pt-Elektroden von 0,8 cm Durchmesser, ungefähr 2 cm entfernt, in das der zu untersuchende Elektrolyt gebracht wurde. Blankes Pt konnte genommen werden, weil für die hohen Wechselzahlen die Polarisationskapazität genügend groß ist.[3]) Für Widerstandsmessungen von Substanzen, die durch platiniertes Platin katalytisch zersetzt werden, wird diese Methode mit Erfolg angewandt werden können, da sich jedes Metall als Elektrodenmaterial wird benutzen lassen. War das Widerstandsgefäß mit Magnanini-Lösung eingestellt, bis das Telephon schwieg, so wurde sein Widerstand W_1 nach Kohlrausch gemessen. W_2 bedeutet den Widerstand der betreffenden Lösung, gemessen in einem gewöhnlichen Widerstandsgefäß nach Kohlrauschs Methode; C die ungefähre Konzentration in Grammäquivalenten.

1) P. Drude, Zeitschr. f. physik. Chem. **23**. p. 267. 1897.
2) D. A. Turner, Zeitschr. f. physik. Chem. **35**. p. 385. 1900.
3) W. Nernst, l. c. p. 613.

Lösung	C	W_1	W_2	$\frac{W_1}{W_2}$
KOH . . .	0,0719	87,40	3,819	22,89
KCl	0,0992	122,0	5,315	22,95
H_2SO_4 . . .	0,00846	495,0	21,83	22,68
				22,84

Die prozentuellen Fehler gegen den Mittelwert betragen:

0,22 0,47 0,7 Proz.

Lösung	C	W_1	W_2	$\frac{W_1}{W_2}$
KCl	0,0464	256,9	11,00	23,35
H_2SO_4 . . .	0,0146	318,1	13,47	23,25
KOH . . .	0,0116	518,7	22,33	23,23
				23,28

Die Fehler gegen den Mittelwert betragen:

0,3 0,18 0,21 Proz.

Die Einstellungsgenauigkeit wurde auch noch auf folgende Weise geprüft. Zwei Gefäße mit Magnanini-Lösung wurden aufeinander eingestellt, bis das Telephon schwieg, dann konnten sie durch Umlegen eines Schlüssels nach Kohlrausch miteinander verglichen werden. Hätte man immer auf das absolut gleiche Verhältnis eingestellt, so hätte sich immer die gleiche Stellung der Walzenbrücke ergeben. Da wegen der ungefähren Gleichheit von p_1 und p_2 die Einstellung in der Nähe von 500 der Walze lag, entspricht einer Abweichung um 2,5 Teilstriche 1 Proz.

Widerstand ca. 120 Ω	Stellung der Walzenbrücke
1. Einstellung mit schnellen Schwingungen	496,0
2. „ „ „ „	496,5
3. „ „ „ „	496,5
4. „ „ „ „	497,0
5. „ „ „ „	497,5
6. „ „ „ „	496,5
7. „ „ „ „	496,7
8. „ „ „ „	497,0
9. „ „ „ „	496,0
10. „ „ „ „	496,3

Mittlerer Fehler der einzelnen Messung 0,35, ca. 0,14 Proz.

Widerstand ca. 520 Ω	Stellung der Walzenbrücke
1. Einstellung mit schnellen Schwingungen	4985
2. „ „ „ „	4970
3. „ „ „ „	4983
4. „ „ „ „	4971
5. „ „ „ „	4976

Mittlerer Fehler der einzelnen Messung 0,686, ca. 0,27 Proz.

Widerstände von ca. 40—1100 Ω lassen sich also bis auf einige Promille bestimmen.

Die Widerstände erwärmen sich etwas während der Messung, daher ist schnelles Arbeiten und eine genaue Temperaturablesung nötig, da sonst leicht bei nicht besonders sorgfältigem Arbeiten Fehler von ca. 2 Proz. auftreten können.

Die Einführung des elektrolytischen Detektors in die Brücke hat also die Wiederverwendung des Telephons (das eventuell durch ein Galvanometer ersetzt werden kann) als Nullinstrument gestattet. Für viele Messungen mit schnellen Schwingungen scheint der kleine, äußerst zuverlässige Apparat (er hatte während obiger Untersuchungen kein einziges Mal versagt) eine große Bequemlichkeit zu besitzen.[1])

Göttingen, Phys.-chem. Institut, März 1904.

1) Bei Benutzung des Wechselstromerzeugers nach Dolezalek (Zeitschr. f. Instrumentenk. 23. p. 240. 1903) sprach der gleiche Detektor bei Frequenzen von ca. 6000 auf wenige hunderttausendstel Ampère an, so daß er auch bei Verwendung derartiger (nahe sinusförmiger) Ströme als Nullinstrument brauchbar sein dürfte.

(Eingegangen 28. September 1904.)

9. *Einfluß der Polarisatorstellung auf die Stromleistung der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung;* *von Heinrich Wommelsdorf.*

§ 1.

Dem Umstande, zuerst in Besitze einer größeren Kondensatormaschine [1]) mit in entgegengesetzter Richtung rotierenden Scheiben zu sein, verdanke ich die Erkenntnis einer Reihe bisher unbekannter, die Influenzmaschinen mit doppelter Rotationsrichtung [2]) charakterisierender physikalischer Eigenschaften, die für die Weiterentwickelung der Theorie und die noch so wenig geklärte Kenntnis der inneren Vorgänge der Elektrizitätsentwickelung auf den Scheiben bez. den Sektoren etc. neue Anhaltspunkte liefern.

Dieselben dürften um so mehr von Interesse sein, als man seit den letzten zehn Jahren dieses System zu großer Vollkommenheit gebracht hat und demselben in der Praxis vor den Influenzmaschinen nach Holtz erster Art und ihren Modifikationen nach Poggendorff, Töpler, Voss etc. wegen ihrer weit größeren Unabhängigkeit von atmosphärischen Einflüssen immer mehr den Vorzug gegeben hat. Und zwar ist es die von Musaeus [3]) herrührende, in Fig. 1 (Diagramm) [4]) wiedergegebene Konduktoren- und Querkonduktorenschaltung, welche diese zuerst ebenfalls von Holtz mitgeteilten Influenzmaschinen zweiter Art oder — wie ich sie präziser bezeichnen will — „Influenzmaschinen mit Doppeldrehung“ zu dem Erfolge ver-

1) H. Wommelsdorf, Ann. d. Phys. **4.** p. 651 u. 657. 1902.

2) W. Holtz, Pogg. Ann. **130.** p. 128. 1867; vgl. außerdem darüber J. C. Poggendorff, Berl. Monatsber. 1872. p. 817; Pogg. Ann. **150.** p. 1. 1873; auch P. T. Riess, Pogg. Ann. **131.** p. 215; Abhandl. **4.** p. 233.

3) W. Musaeus, Pogg. Ann. **143.** p. 285; auch W. Holtz, Centralbl. f. Elektrotechnik p. 683. 1883; zur Zeit fast allgemein, jedoch mit Unrecht nach Wimshurst benannt.

4) Vgl. John Gray, Les machines electriques à influence, traduit par G. Pellissier, p. 133. Fig. 73; p. 206. Fig. 116.

holfen hat; ganz besonders auf diese Schaltung in Fig. 1 beziehen sich auch die im folgenden mitgeteilten Untersuchungen und deren Ergebnisse über den Einfluß der Polarisatorstellung auf die Stromleistung, sowie über die günstigte Stellung der Querkonduktoren oder Polarisatoren.

Bisher war bekannt, daß analog wie bei den Influenzmaschinen nach Holtz erster Art etc. die Funkenlänge bez. die Spannung mit dem Winkel α (Fig. 1) wächst, den die Konduktoren mit dem Polarisator bilden,[1]) weshalb man diesen unter einem möglichst großen Winkel α einstellte, soweit dies eben die vorhandenen Lager und Treibriemen zuließen; über den Einfluß auf die erzeugte Stromleistung war dagegen nichts bekannt.

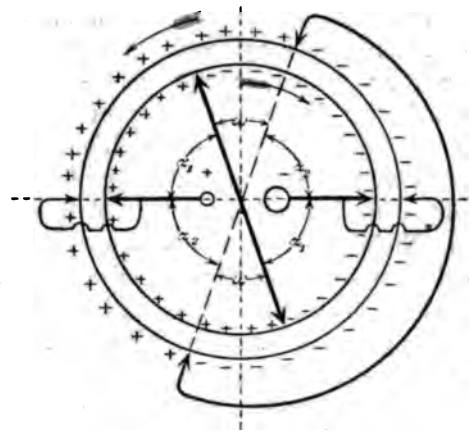


Fig. 1.

Nunmehr konnte ich beim erstmaligen Andrehen der ersten Kondensatormaschine mit Doppeldrehung, deren Polarisatoren und Konduktoren analog wie bei den einfachen Influenzmaschinen nach obigem Schema geschaltet waren, infolge der ca. 15mal größeren Strommenge gegenüber einer einfachen Influenzmaschine bereits ohne die Anwendung von Meßinstrumenten direkt aus der Intensität des Funkenstromes erkennen, daß im Gegensatz zu dem Wachsen des Potentiales mit dem Winkel die Stromleistung der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung innerhalb gewisser Grenzen mit dem Wachsen dieses Winkels abnimmt, daß also — wenigstens innerhalb gewisser Grenzen — den verschiedenen zwischen den Eektroden einstellbaren Funkenstrecken und damit den verschiedenen Span-

1) Vgl. G. Wiedemann, Elektrizität III. Aufl. 4. p. 208.

nungen ebenso viele voneinander verschiedene, aber ganz bestimmte, Stellungen der Polarisatoren entsprechen, bei denen die Maschine die größte Stromleistung liefert und mit dem größten Wirkungsgrad arbeitet.

Eingehende Messungen verschafften mir alsbald die im folgenden mitgeteilte Abhängigkeit der Polarisatorstellung von der Stromleistung, der aufgewandten und erzeugten Energie bez. dem Wirkungsgrade der Maschinen mit Doppeldrehung.

Die vorliegenden Messungen an den bisherigen Influenzmaschinen dieses Systems von zwei und mehr Scheiben ausführen zu wollen, dürfte wohl gänzlich ausgeschlossen sein; denn da bei denselben immer nur eine oder je zwei Scheiben für sich gelagert und durch Riemen angetrieben werden, so ist die Gesamtreibung derartig groß, daß in der schwankenden Größe derselben alle gesuchten Meßresultate spurlos verschwinden. Nicht so bei der Kondensatormaschine mit Doppeldrehung; da bei dieser sämtliche Scheiben von nur zwei Riemen vermittelst gemeinsamer Lagerung in der einen und anderen Richtung angetrieben werden, bildet die gesamte Reibungsarbeit nur einen verhältnismäßig geringen Bruchteil der Gesamtarbeit, und ist es dadurch möglich geworden, sich in einfacher Weise über die Wirkungsweise der Polarisatoren genauen Aufschluß zu verschaffen.

§ 2. Ausführungsform der Polarisatoren.

Wie später gezeigt wird, liegen die günstigsten Polarisatorstellungen hinsichtlich der Erzeugung großmöglichster Stromstärken für die größeren Entladespannungen (Schlagweiten) unter sehr großen Winkeln, die zum Teil so groß sind, daß der Polarisator in der erforderlichen Lage in den Raum zwischen Scheiben (bez. bei Kondensatormaschinen zwischen Kollektor) und Treibriemen bez. Lagerböcken zu fassen hat (vgl. dazu beispielsweise die Fig. 76 in dem bereits zitierten Werke von J. Gray, l. c.).

Sowohl allgemein zur Erhöhung der maximalen Leistung dieser Maschinengattung, wie im besonderen für die Ausführung dieser Versuche, um alle Polarisatorstellungen von $\alpha = 0 - 90^0$ und darüber hinaus einnehmen zu können, gab ich dem nach unten gerichteten Arm der Polarisatoren eine derartige Form

(D.R.P. a. vom 1./XII. 1903, veröffentlicht im Reichsanzeiger am 5./IX. 1904), daß derselbe zunächst die Riemscheibe umfaßt, sodann in einer zur Maschinenachse senkrechten zwischen den Treibriemen und den Scheiben liegenden Ebene weiterlaufend, in einer Bürste endigt, die, wie bei den bekannten Querkonduktoren, in einer durch die Bürste des anderen Armes und seine Drehachse gelegten Ebene angebracht ist. — —

Ferner ist mit dem Querkonduktor ein Zeiger starr verbunden, der bei der Drehung des Polarisators um seine Achse über eine Skala läuft, die an dem Lagerbock der Maschine fest angebracht ist. Zur Kennzeichnung der Zeigerstellung ist sie mit einer Winkeleinteilung von 0—90° versehen, an deren Stelle für die praktische Anwendung auch eine nach Spannungen in Kilovolt oder nach Funkenstrecken geeichte Einteilung angebracht werden kann. Letztere Eichung wird dann dadurch erhalten, daß bei einer gewissen eingestellten Funkenstrecke diejenige Stellung der Querkonduktoren durch Versuche ermittelt und auf der Skala gekennzeichnet wird, bei der die Maschine am günstigsten arbeitet.

§ 3. Kurze Beschreibung der Versuchsmaschine und des Meßverfahrens.

Zu den Versuchen wurde eine Kondensatormaschine mit Doppeldrehung von acht doppeltwirkenden und den an den beiden Außenseiten befindlichen notwendigen zwei einfach wirkenden Scheiben benutzt, deren Durchmesser zur einen Hälfte 44 cm, zur anderen 47 cm betrugen; diese Maschine wurde durch einen Hauptschlußelektromotor von $^1/_5$ PS. normaler Leistung angetrieben.

Die während der je ca. $^1/_2$—1 Min. dauernden Versuche dem Lichtleitungsnetz einer Zentrale von 120 Volt Betriebsspannung entnommene Stromstärke, sowie die dabei auftretenden Klemmenspannungen wurden mittels geeigneter Präzisionsampère- und Voltmeter vor, während und kurz nach jedem Versuche festgestellt. Aus diesen gemessenen Werten J_m und E_m wurde die der Kondensatormaschine zugeführte Energie E_z berechnet nach der Bilanzgleichung des betreffenden Elektromotors:

$$E_z = J_m E_m - J_m^2 (W_a + W_f) + L_{\text{Hyst}} + L_{\text{Wirb}} + L_{\text{Reib}}.$$

Auf diese Weise wurde zunächst die Leerlaufsarbeit der Kondensatormaschine pro eine Umdrehung der Scheiben in der Sekunde $= E_L$ für verschiedene sekundliche Tourenzahlen von 1 bis 15 bestimmt und zu einer Kurve aufgetragen. Alsdann wurde die zur Überwindung des Widerstandes der elektrischen Kräfte pro eine Scheibenumdrehung in der Sekunde aufgewandte Energie E_e aus der ebenfalls für eine sekundliche Umdrehung umgerechneten gesamten zugeführten Energie $E_t = (E_z \cdot 60/n)$ berechnet nach der Formel

$$E_e = \frac{60 \cdot E_z}{n} - E_{L \text{ pro } \frac{n}{60}} = E_t - E_L.$$

Im Hochspannungskreise wurde die nutzbare Stromleistung bei einer Umdrehung der Scheiben in der Sekunde J_n aus der Zahl der während des Versuches erfolgten Entladungen z einer oder mehrerer in den Entladungskreis eingeschalteten Leydener Flaschen von passend gewählten Kapazitäten $C =$ ca. 300 bis 2500 cm unter Berücksichtigung eines Flaschenrückstandes von $^2/_{13}$ der erhaltenen Werte nach der folgenden Gleichung ohne Rücksicht auf Flaschenverluste berechnet:

$$J_n = C \cdot V \frac{11}{13} \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} \cdot \frac{z}{t_{\text{Sek.}}} \cdot \frac{60}{n},$$

$$J_n = 5{,}63 \cdot C \cdot V \cdot \frac{z}{t_{\text{Sek.}} \cdot n} \cdot 10^{-11}.$$

Dabei wurde das Anfangspotential der Entladung als Funktion aus der Schlagweite f zwischen zwei gleich großen Kugelelektroden vom Durchmesser d mit annähernd entgegengesetzt gleichem Potential nach den Angaben von M. Töpler[1] bestimmt durch die Gleichung:

$$A = A_{f=\infty} \cdot \psi(f:d),$$

worin

$$A_{f=\infty} = 2 \cdot 300\, d \left[96 + \frac{61}{\sqrt{d}}\right] \text{ Volt}$$

ist, und die Werte von $\psi(f:d)$ nach von A. Heydweiller aus der Schlagweite zwischen großen Kugelelektroden berechneten Tabellen eingeführt wurden.

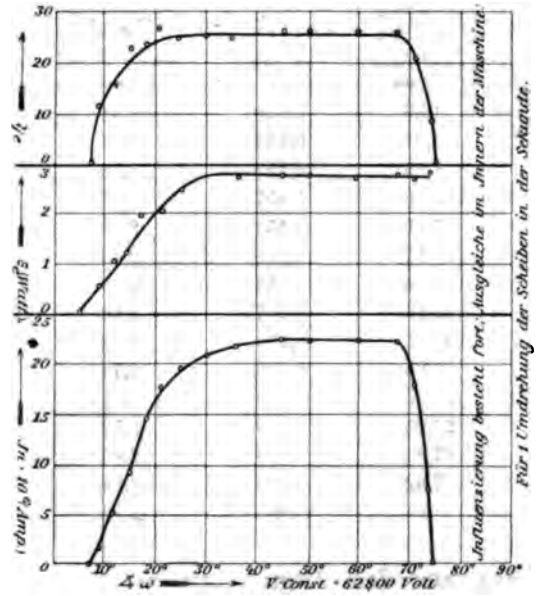
Sämtliche in Betracht kommenden Werte sind unter den

1) M. Töpler, Ann. d. Phys. **10.** p. 730. 1903.

genannten Bezeichnungen in den Tabellen zusammengestellt worden; außerdem finden sich darin Werte für die mittels Flaschen gemessene „Hochspannungsnutzleitung" mit $E_n = J_n \cdot \frac{V}{2}$ und Werte für den „elektrischen Wirkungsgrad" mit $\eta_e = \frac{E_n}{E_e}$ bezeichnet.

§ 4. Messungen.

Die Ergebnisse der ersten in Figg. 2—4 und Tab. I wiedergegebenen Versuche wurden in der Weise erhalten, daß beide Polarisatoren zunächst senkrecht — d. h. in Richtung der Achsenmittelvertikalen der Maschine — unter dem gegenseitigen Winkel $\omega = 0^0$ eingestellt wurden. Der Winkel ω, den ich weiterhin zum Unterschiede von dem bereits eingangs



Figg. 2—4.

bezeichneten (vgl. Fig. 1) Winkel α zwischen Elektroden und Polarisatoren kurz „Polarisatorwinkel" nennen werde, wurde dann von Versuch zu Versuch in der Weise verändert, daß, während der eine Polarisator konstant auf 0^0 verblieb, der andere, und zwar der zu den großen Scheiben gehörige Polari-

sator der Rückseite nacheinander die in dem Koordinatensystem der Figg. 2—4 als Abszissen aufgetragenen Winkelstellungen von $\omega = 0$ bis 90° einnahm. Als Ordinaten wurden alsdann in Fig. 4 die nutzbaren Stromwerte J_n in Mikroamp., in Fig. 3 die Energiewerte E_e in Watt und endlich in Fig. 2 die Größe des jeweiligen Wirkungsgrades η_e in Prozenten von E_e und zwar — wie oben angegeben — bezogen auf eine Umdrehung der Scheiben in der Sekunde aufgetragen.

Tabelle I.

$V = 62800$ Volt; $C = 1255$ cm; $t = 60$ Sek.; $J = 74{,}5\frac{n}{n} \cdot 10^{-6}$ Amp.

Polarisatorwinkel ω	Nutzbare Stromstärke pro $n = 1$ in der Sek. $J_n \cdot 10^6$ Amp.	Nutzbare Energie $E_n = J_n \cdot \frac{V}{2}$ in Watt	Aufgewendete Energie E_e in Watt	Wirkungsgrad η_e in Proz.
9°	1,85	0,0582	0,48	12,1
12	5,21	0,1639	1,07	15,3
15	9,45	0,297	1,30	22,85
18	14,58	0,4574	1,97	23,23
21	17,59	0,5525	2,07	26,7
25	19,37	0,608	2,46	24,7
30	20,64	0,672	2,69	25,0
36	21,56	0,677	2,68	25,28
45	22,25	0,699	2,72	25,7
50	22,25	0,699	2,72	25,7
60	22,25	0,699	2,71	25,8
68	22,25	0,699	2,72	25,7
71	17,81	0,559	2,69	20,8
74	7,62	0,239	2,85	8,4
75	0	0	2,73	0

Wie man aus dem Beginn und weiteren Verlauf der Kurven ersieht, setzt die zur Überwindung des Widerstandes der sich anziehenden auf der Scheibe influenzierten elektrischen Kräfte erforderliche Energie bei einem Polarisatorwinkel $\omega = 5^0$ ein; bei 7° wurde der Anfang der Stromabgabe J_n von seiten der Maschine und damit der Beginn des Wirkungsgrades gemessen.

Als besonders wichtig für die Berechnung von vielpoligen

Polarisationssystemen ist hervorzuheben, daß bei dem vorliegenden gemessenen Modell die maximale Stromleistung — einerlei bei welcher Spannung — unter einem Polarisatorwinkel von 45° erreicht wird, daß der Nutzstrom J_n jedoch bereits bei 40° nahezu den Größtwert besitzt, und daß er bei dem Größtwert des Wirkungsgrades unter 25° noch einen verhältnismäßig sehr hohen Wert hat, die Maschine also bei einem Polarisatorwinkel von 25° bei einer Stromleistung von 87 Proz. des erreichbaren Höchstwertes noch mit dem besten Wirkungsgrad arbeitet.

Von 45° bis 68° behalten sämtliche Größen von J_n, E_e und η_e ihren Größtwert. Von 68° ab tritt bei der betreffenden Spannung von 62 800 Volt infolgedessen, daß die Entladungen direkt im Innern übergehen, ein schneller Abfall der Kurven von J_n und η_e von ihrem Höchstwert bis auf Null ein.

Dieser letztere Abschnitt des Kurvenverlaufes tritt noch charakteristischer bei dem folgenden in Fig. 5, vgl. auch Tab. II,

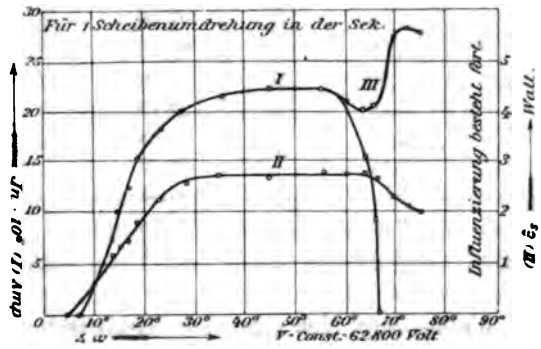


Fig. 5.

wiedergegebenen „Polarisatorwinkeldiagramm“ hervor, daß ähnlich wie das in Figg. 2—4 abgebildete dadurch erhalten wurde, daß diesmal der hintere Polarisator konstant unter 0° gehalten, dagegen der vordere, zu den kleineren Scheiben gehörige Polarisator von 0—90° verstellt wurde. Während die Stromkurve J_n (I) und die der zugeführten Energie E_e (II) von 0—55° wie bei den ersten Versuchen, Figg. 3 und 4, verläuft, tritt der Stromabfall J_n — und zwar bei derselben Spannung von 62800 Volt —

infolge der bei den kleineren Scheiben naturgemäß weit ungünstigeren Isolationsverhältnisse hier viel früher, bereits bei 55° ein, um bei 67° bereits auf Null herabzusinken.

Tabelle II.

$V = 62800$ Volt; $C = 1255$ cm; $t = 60$ Sek.; $J = 74{,}5 \frac{\alpha}{n} . 10^{-6}$ Amp.

Polarisatorwinkel ω (P_2)	Nutzbare Stromstärke pro $n = 1$ in der Sek. $J_n . 10^6$ Amp. (I)	frei gew. Stromstärke pro $n = 1$ in der Sek. $J_i . 10^6$ Amp. (III)	Aufgewendete Energie E_n in Watt (II)
10°	**2,98**	**2,98**	**0,56**
14	**7,62**	**7,62**	**1,16**
15	**10,02**	**10,02**	**1,32**
17	**12,48**	**12,48**	**1,46**
19	**15,31**	**15,31**	**1,82**
23	**18,61**	**18,61**	**2,27**
28	**20,21**	**20,21**	**2,61**
35	**21,69**	**21,69**	**2,73**
45	**22,35**	**22,35**	**2,69**
55	22,20	22,20	2,38
60	20,49	21,15	2,25
64	15,38	20,23	2,25
66	9,17	20,60	2,16
70	0	27,55	2,27
72,5	0	28,35	2,11
75	0	27,22	2,02

Von ca. 55° an zeigt sich sehr charakteristisch die Periode, wo allmählich, zuerst zum Teil, sodann gänzlich die Entladungen im Innern der Maschine zwischen den von den Polarisator- und Elektrodenbürsten berührten Sektoren auftreten, deren Stromwerte addiert zu den Nutzstromwerten J_n den Kurvenmast III bilden. Von ca. 67° ab beginnen alsdann diese Stromwerte entsprechend dem nunmehr kleiner werdenden Abstand der berührten Sektoren und damit auch entsprechend dem kleiner werdenden Potential der inneren Entladungen rasch bis auf den erreichbaren Höchstwert von 28,5 Mikroamp., den die vorliegende Maschine bei ca. 30000 Volt besitzt, zu steigen,

während gleichzeitig und aus demselben Grunde die aufzuwendende Energie E_e stetig abnimmt etc.

Während bis zu einer gewissen Grenze für alle Spannungen der Höchstwert des Nutzstromes bei einem Polarisatorwinkel von 45° erreicht wird, ist der Beginn des Stromabfalles nach den Konduktoren hin natürlich von der Elektrodenspannung abhängig. Um die Abhängigkeit der Polarisatorkurven von den verschiedenen Spannungen zu zeigen, habe ich in der Fig. 6 für verschiedene in der Figur angegebene Spannungen den Stromverlauf eingezeichnet.

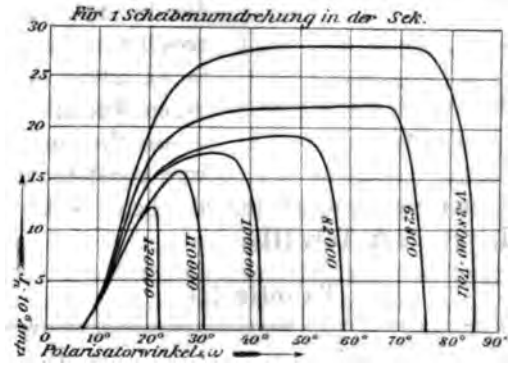


Fig. 6.

Bei den höheren Spannungen, und zwar im vorliegenden Falle von ca. 90000 Volt an aufwärts, tritt der Stromabfall bereits früher ein, bevor der erreichbare Höchstwert durch die erforderliche Stellung von $\omega = 45°$ erreicht werden konnte. In diesem Bereiche besitzen daher die Kurven ein scharf markiertes Maximum der Stromleistung, und entsprechen hier daher einer jeden Elektrodenspannung — wie eingangs bereits angegeben — ganz bestimmte, aber voneinander verschiedene Polarisatorenwinkel, bei denen die Maschine die größte sekundliche Elektrizitätsmenge liefert. Bei dem vorderen, zu den kleineren Scheiben gehörigen Polarisator ist dieser Bereich, da er bereits bei 80000 Volt anfängt, noch ausgedehnter.

Bei einer kleineren Kondensatormaschine gar, die zu Versuchszwecken von mir gebaut war, und sechs Scheiben von nur 22,5 cm Durchmesser besitzt, erstreckt sich der Bereich

dieser Maximumkurven beinahe über die ganze Winkelskala, so daß selbst bei den kleineren Schlagweiten genau ein Polarisatorwinkel bestimmt werden konnte, bei dem die Maschine die größte Zahl von Funken in der Zeiteinheit lieferte.

Trägt man zwecks graphischer Darstellung dieser Abhängigkeit die zwischen den Elektroden eingestellten Funkenstrecken f als Abszissen, und die dem Maximum der Leistung entsprechenden Elektrodenwinkel α als Ordinaten auf, so erhält man die in der Fig. 7 wiedergegebenen Kurven I und II, je nachdem man den vorderen Polarisator allein (I) — die Stellung des anderen war konstant gleich 73° — oder beide symmetrisch unter dem gleichen Elektrodenwinkel α verstellt (II, vgl. auch Tab. III).

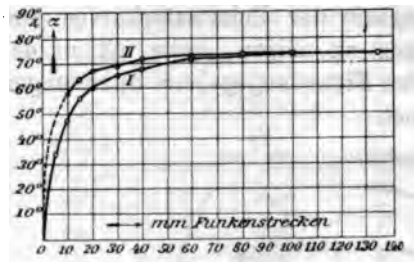


Fig. 7.

Tabelle III.

f cm	I. α_1 ($\alpha_2 = 73°$ const.)	II. α_1 und α_2 (symmetrische)
0,5	33° (unsicher)	unsicher (ca. 45°)
1,0	48	58° (unsicher)
1,5	56	63
2,0	60	66
3,0	65	69
4,0	67	71
6,0	71	72
10,0	73 (unsicher)	73 (unsicher)
13,5 (Maximum)	unsicher (73°)	unsicher (73°)

§ 5. Zusammenfassung der Resultate.

Als Ergänzung der bereits allgemein bekannten Eigenschaft der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung, daß die Spannung derselben mit dem Winkel wächst, den die Polari-

satoren mit den Konduktoren bilden, daß sie also mit dem Wachsen des Polarisatorwinkels, d. h. des Winkels, den die Polarisatoren untereinander bilden, abnimmt, fasse ich die neuen Resultate der vorstehenden Untersuchungen wie folgt zusammen:

1. Die auf den Scheiben bei gleichbleibender Tourenzahl erzeugte sekundliche Elektrizitätsmenge (Stromstärke) wächst allgemein bei den Influenzmaschinen mit Doppeldrehung mit dem bis zu einer für jede Maschine bestimmten Winkelgröße wachsenden Polarisatorwinkel, und zwar unabhängig von dem Vorhandensein (Holtz und Musaeus) oder von dem Nichtvorhandensein (Holtzschaltung), oder von der außerhalb des Polarisatorwinkels gewählten Lage der Konduktorkämme bez. Bürsten.

2. Die von den Konduktoren (Schaltung in Fig. 1) bei gleichbleibender Tourenzahl gelieferte nutzbare Stromstärke sowie auch der Wirkungsgrad der Maschine wächst bei verhältnismäßig kleinem (und gleichbleibendem) Entladepotential zunächst mit dem Polarisatorwinkel, behält sodann von einer bestimmten für alle Entladespannungen nur wenig verschiedenen Winkelgröße an bei weiterer Vergrößerung derselben ihren maximalen Wert und fällt endlich bei noch weiterer Vergrößerung des Winkels infolge innerer Entladungen der Konduktoren über die Scheiben oder auch direkt nach den Polarisatoren hin rasch auf Null herab, sobald sich die letzteren über eine von der betreffenden Entladespannung (Leitendwerden der umgebenden Luft) abhängige Grenze hinaus den Elektroden nähern.

3. Bei den größeren und größten Entladepotentialen wächst dagegen die von den Elektroden (Schaltung in Fig. 1) bei gleichbleibender Tourenzahl gelieferte Stromstärke, sowie der Wirkungsgrad der Maschine zwar ebenfalls zunächst mit dem Polarisatorwinkel, sinkt jedoch sofort nach der Erreichung einer bestimmten Winkelgröße, die von der Entladespannung abhängig ist, und um so kleiner ist, je größer diese Spannung ist, rasch auf Null herab, so daß also in diesem Falle — mit anderen Worten — den verschiedenen zwischen den Elektroden einstellbaren Funkenstrecken oder besser allgemein den verschiedenen Entladespannungen ebenso viele voneinander ver-

schiedene, aber ganz bestimmte Stellungen der Polarisatoren entsprechen, bei denen die Maschine die größte Stromleistung liefert und mit dem größten Wirkungsgrad arbeitet.

4. Die zur Überwindung des Widerstandes der elektrischen Kräfte aufzuwendende Energie steigt allgemein bei den Influenzmaschinen mit Doppeldrehung mit dem bis zu einer bestimmten Winkelgröße wachsenden Polarisatorwinkel auf einen Höchstwert, der bei weiterer Vergrößerung des Polarisatorwinkels innerhalb gewisser Grenzen unverändert bleibt und um so größer ist, je größer das Entladepotential der Konduktoren gewählt wird.

5. Das Wachsen der Spannung mit dem Winkel zwischen Polarisatoren und Elektroden (Schaltung in Fig. 1) hört bei den größten Winkelstellungen, die nur wenig von 90° entfernt liegen, mehr oder weniger früh auf, da die erzeugte Stromstärke und infolgedessen der Polarisatorwinkel genügend groß sein muß, um die Konduktoren bez. die mit ihnen verbundenen Leiter von verschiedener Kapazität bis zu den betreffenden Potentialen zu laden, bez. die ebenfalls stets verschiedenen von dem Zustand der Leiter und der umgebenden Luft etc. abhängigen Ausstrahlungsverluste zu ersetzen.

Zum Schlusse sei mir gestattet, Hrn. Prof. Dr. Wedding, Hrn. Prof. Dr. Rubens und Hrn. A. Nairz, ganz besonders aber Hrn. Geheimrat Prof. Dr. Slaby, in dessen Laboratorium mir auch die Möglichkeit zur Durchführung dieser Versuche gegeben war, meinen herzlichsten Dank auszusprechen für das freundliche Interesse, das sie meinen Arbeiten stets entgegengebracht haben.

(Eingegangen 15. September 1904.)

10. *Über den Villarischen kritischen Punkt beim Nickel;* *von K. Honda und S. Shimizu.*

In der „Physikalischen Zeitschrift“ Nr. 9. 1904, hat Hr. Heydweiller unser Experiment[1]) über den Villarischen kritischen Punkt beim Nickel kritisiert. Er hält es für notwendig, dasselbe Experiment mit Nickeldrähten zu wiederholen. Wir haben deshalb ein neues Experiment angestellt mit den von Hrn. Heydweiller benutzten ähnlichen Einrichtungen.

Das Magnetometer bestand in einem kleinen Glockenmagnet, der, an einem Quarzfaden aufgehangen, sich in einem dicken kupfernen Gehäuse befand. Nahe dem Magnetometer und östlich davon wurde eine Magnetisierungsspule vertikal festgelegt, deren $4\pi n = 257{,}2$, Länge = 42 cm, und innerer Durchmesser = 1,5 cm war. Eine Kompensationsspule für den Erdmagnetismus wurde innerhalb der Magnetisierungsspule koaxial angebracht, während diejenige für die direkte Wirkung dieser letzteren westlich vom Magnetometer aufgestellt wurde. Die Kompensation des Erdmagnetismus wurde mit einem Strom von einem Daniellschen Element bewirkt. Der Nickeldraht hatte an beiden Enden Kupferdrähte von ungefähr derselben Dicke angelötet und wurde längs der Axiallinie der Magnetisierungsspule gespannt. Das untere Ende des zusammengesetzten Drahtes wurde an ein festes Gestell befestigt und das obere Ende mittels eines über eine Rolle führenden und durch ein Gewicht gespannten Fadens nach oben gezogen. Das Gestell und das Magnetometer, die keinen direkten mechanischen Zusammenhang miteinander hatten, lagen auf einem großen steinernen Pfeiler. Die Horizontalentfernung zwischen

1) K. Honda u. S. Shimizu, Ann. d. Phys. 14. p. 791. 1904.

den Mittelpunkten des Magnetometers und der Magnetisierungsspule war entweder 7,5 oder 2,9 cm. Die Lage des Nickeldrahtes wurde derart reguliert, daß die Ablenkung des Magnetometers am größten war, das untere Ende des Nickeldrahtes war dabei 1 cm höher als dasjenige der Spule. Zwei Exemplare Nickeldraht wurden untersucht: das eine, 1,02 mm dick, 34,5 cm lang, welches vom elektrolytischen, fast chemisch reinen Nickel gezogen wurde, und das andere, 1,05 mm dick und 34,5 cm lang, aus reinem Nickel des Handels. Alle beide wurden sorgfältig ausgeglüht.

Zwei Serien Experimente wurden vorgenommen: die erste mit dem Kompensationsstrom für den Erdmagnetismus und die zweite ohne denselben. In der ersten Serie wurde zuerst ein konstanter Strom willkürlicher Stärke in die Erdmagnetismus kompensierende Spule hineingeschickt, dann die Kompensation der Magnetisierungsspule ausgeführt. Dann wurde der Draht in seine zugehörige Lage hineingebracht und sorgfältig durch Umkehrungen des magnetisierenden Stromes entmagnetisiert. Wenn nun der willkürlich genommene Strom gerade den Erdmagnetismus kompensiert hätte, so würde nach der Entmagnetisierung keine Ablenkung des Magnetometers durch das Vorhandensein des Nickeldrahtes zu beobachten sein. Man kann also aus der etwa vorhandenen Ablenkung schließen, ob der Strom stärker oder schwächer sein muß, um vollständige Kompensierung des Erdmagnetismus zustande zu bringen. Man fuhr mit dem Regulieren des Stromes fort, bis nach dem Entmagnetisierungsverfahren kein Einfluß des Nickeldrahtes mehr bemerkbar war. Das war allerdings sehr schwer bei der kleineren Magnetometerentfernung von 2,9 cm, aber nicht so umständlich bei der größeren Entfernung 7,5 cm. Für die Entmagnetisierung durch Umkehrungen mußte man mit einer Stromstärke anfangen, ca. 20 mal größer als diejenige für die Kompensation des Erdmagnetismus.

Nachdem die Kompensierung durchgeführt wurde, wurde der Draht am unteren Ende festgeklemmt, ein Magnetisierungsfeld erregt, und die dadurch hervorgebrachte Ablenkung des Magnetometers abgelesen. Dann wurde an dem Draht eine zuerst allmählich zunehmende, dann allmählich abnehmende Spannung angelegt, indem man bei jeder Stufe der Spannung

› Ablenkung ablas. Zwei Beispiele geben wir unten wieder
l. Figg. 1 und 2).

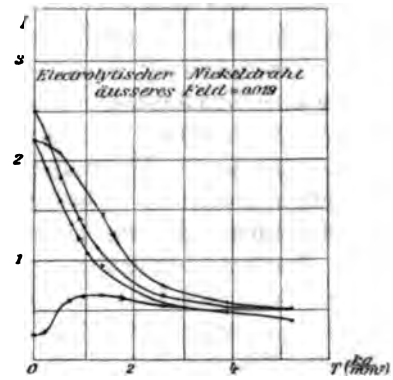


Fig. 1.

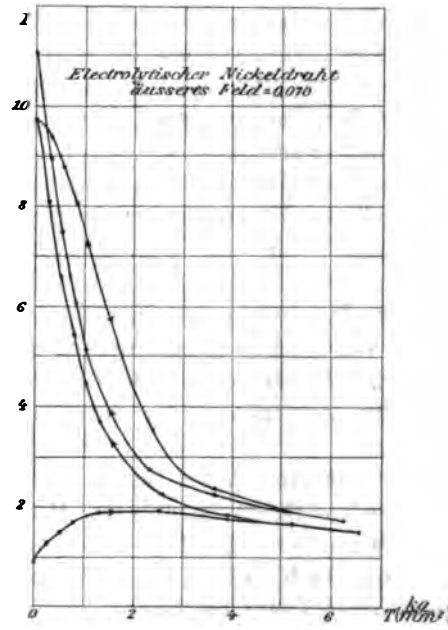


Fig. 2.

Man sieht durch Vergleichung dieser Figuren mit denen ierer früheren mit Nickelstäben ausgeführten Untersuchung.

daß die Wirkung der Spannung in der Hauptsache dieselbe bleibt, ob der Nickel in Form eines Drahtes oder eines Stabes angewandt wird. Abgesehen vom Verhalten bei der allerersten Anwendung der Spannung in einem schwächeren Felde bewirkt das Anlegen der Spannung immer eine Abnahme, das Wegnehmen immer eine Zunahme der Magnetisierung. Diese Magnetisierungsänderungen gelten ganz gleich, ob die Magnetisierung in dem einen oder in dem anderen Sinne stattfindet, d. h. die Kurve läuft symmetrisch in bezug auf die Spannungsachse in den beiden Fällen. Mit dem anderen Exemplar haben wir auch ähnliche Resultate bekommen.

In der zweiten Serie der Untersuchungen waren die Bedingungen dieselben wie bei Hrn. Heydweiller. Die Kompensierungsspule für den Erdmagnetismus blieb stromlos. Experimente mit der Magnetisierungsmethode von Hrn. Heydweiller zeigten, daß ein so behandelter Draht sich nie im magnetisch neutralen Zustand befand, so daß der Verlauf der Magnetisierungskurve für variierte Spannung für einen Magnetisierungssinn nicht symmetrisch mit demjenigen für den entgegengesetzten Magnetisierungssinn war. Wenn man ein Magnetisierungsfeld in demselben Sinne wie schon im Draht wirklich (Remanentmagnetismus berücksichtigt) vorhandene Magnetisierung wirken ließ, so wurde Magnetisierungszunahme durch Spannung beobachtet wie bei Hrn. Heydweillers Experimenten; wenn man dagegen das Magnetisierungsfeld der schon vorhandenen Magnetisierung im entgegengesetzten Sinne wirken ließ, so wurde die Magnetisierung durch Spannung immer verringert. Dabei kommt natürlich das Verhalten bei der allerersten Anwendung der Spannung nicht in Betracht.

Wenn man einen vorher im Sinne des Erdmagnetismus mäßig magnetisierten Draht nach dem Heydweillerschen Prozeß behandelte, so wurde die Magnetisierungszunahme durch Spannung noch erheblich erhöht, während mit einem entgegengesetzt magnetisierten Draht die Magnetisierung mit Spannung schnell abnahm.

Aus diesen beiden Serien von Experimenten dürfen wir schließen, daß die Magnetisierungszunahme durch Spannung allein, wie sie von Hrn. Heydweiller beobachtet wurde, durch

den Anfangsmagnetisierungszustand des Drahtes bedingt wird, und daß bei einem vom neutralen Zustand aus magnetisierten Drahte die Spannung, abgesehen von ihrer Anfangswirkung, die Magnetisierungszunahme nicht bewirkt. Ferner kann man behaupten, in Bestätigung unseres früheren Resultates, das Nichtvorhandensein des Villarischen kritischen Punktes beim Nickel.

Tôkyô, Juli 1904.

(Eingegangen 22. Oktober 1904).

11. *Über den Dampfdruck des Wassers bei hohen Temperaturen; von C. Dieterici.*

Es ist bekannt, daß der einzige Weg, einen theoretisch begründeten Ausdruck für die Abhängigkeit des Sättigungsdruckes von der Temperatur aufzustellen, durch die Gleichung der mechanischen Wärmetheorie für die Verdampfungswärme r

$$r = \vartheta \cdot \frac{dp_s}{d\vartheta}(v_2 - v_1)$$

gegeben ist, daß es aber nicht möglich ist, weder r noch $(v_2 - v_1)$ als Funktion der Temperatur allein darzustellen und daher es auch nicht gelingt, p_s als Funktion von ϑ allein zu entwickeln. Der tiefere Grund für diesen Mangel liegt darin, daß das Problem der Zustandsgleichung noch der Lösung harrt.

Andererseits ist es ein gemeinsames Merkmal aller empirischen Formeln für den Dampfdruck — so aller Formeln von Regnault, Dupré, Rankine, von van der Waals und anderer —, daß sie nicht den Druck selbst, sondern den Logarithmus des Druckes als Temperaturfunktion darstellen und damit auch eine Aussage über

$$\frac{d}{d\vartheta} \ln p_s = \frac{1}{p_s} \frac{dp_s}{d\vartheta}$$

machen.

Man kann sich die Frage vorlegen, ob ein innerer Grund dafür angegeben werden kann, daß es gelingt, eine empirische Abhängigkeit der logarithmischen Zunahme des Dampfdruckes von der Temperatur zu finden, und diese Frage läßt sich in gewissem Sinne begründen. Denn multipliziert man die vorstehende Gleichung mit ϑ und erweitert den Bruch durch Multiplikation mit $(v_2 - v_1)$ der Volumendifferenz zwischen gesättigtem Dampf und der Flüssigkeit, so erhält man

$$\frac{\vartheta \cdot \frac{dp}{d\vartheta} \cdot (v_2 - v_1)}{p_s (v_2 - v_1)} = \frac{r}{A},$$

das Verhältnis zwischen der totalen Verdampfungswärme r und der äußeren Arbeit A.

Den reziproken Wert dieses Quotienten kann man als den Nutzeffekt des isothermen Verdampfungsprozesses bezeichnen, indem man die von Maxwell für eine Maschine gegebene Definition des Nutzeffektes (efficiency) E als das Verhältnis der geleisteten Arbeit zum gesamten Wärmeverbrauch auf den Vorgang der isothermen Verdampfung anwendet; also

$$E_\vartheta = \frac{A}{r} = \frac{p_s}{\vartheta \cdot \frac{d p_s}{d \vartheta}}$$

definiert.

Dieser Nutzeffekt isothermer Verdampfung scheint in besonders einfacher Beziehung zur Temperatur zu stehen. Das tritt in besonders auffallender Weise beim Wasser bei höheren Temperaturen — zwischen 150° C. und der kritischen 365° C. — hervor. Denn stellt man sich die vorliegenden Beobachtungen[1]) von Regnault bis 230° C., von Ramsay und Young bis 270° C., von Batelli und Cailletet und Colardeau bis zur kritischen Temperatur zusammen, so findet sich, daß man den Mittelwerten der Beobachtungen vollkommen durch

$$\frac{1}{E_\vartheta} = \frac{\vartheta}{p_s} \cdot \frac{d p_s}{d \vartheta} = \frac{4720° \text{ C.}}{\vartheta}$$

genügt, worin 4720° C. eine empirische aus den Beobachtungen berechnete Konstante ist. Dies gilt aber nur zwischen 150° und 365°, bei niederen Temperaturen nicht mehr.

Nun hat S. Young aus seinen vielen Beobachtungen des kritischen Zustandes verschiedener Substanzen die Regel abgeleitet, das für alle „normalen" Substanzen

$$\frac{R \vartheta_\varkappa}{p_\varkappa v_\varkappa} = 3{,}7$$

ist, worin R die Gaskonstante bedeutet; und ich selbst[2]) habe aus seinen Beobachtungen die zweite Regel abgeleitet, daß im kritischen Zustand der Spannungskoeffizient gerade doppelt so groß ist, als er nach den idealen Gasgesetzen sein müßte, also

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_\varkappa = \frac{R}{\frac{1}{2} v_\varkappa}.$$

1) Vgl. A. Winkelmann, Handbuch 2. p. 768. 1896.
2) C. Dieterici, Ann. d. Phys. 12. p. 144—158. 1903.

Faßt man beide aus den Beobachtungen abgeleiteten Regeln zusammen und beachtet, daß im kritischen Zustande

$$\left(\frac{d p_r}{d \vartheta}\right)_\varkappa = \left(\frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right)_\varkappa$$

ist, so kann man die beiden Regeln in die eine zusammenfassen:

$$\frac{1}{E_\varkappa} = \frac{\vartheta_\varkappa \left(\frac{\partial p_0}{\partial \vartheta}\right)_\varkappa}{p_\varkappa} = 7{,}4\,,$$

oder der Nutzeffekt einer — unendlich kleinen — isothermen Volumenänderung im kritischen Zustand ist für alle normalen Substanzen $\frac{1}{7{,}4}$.

Es sei hier bemerkt, daß schon van der Waals[1]) hervorhebt, daß wenn auch im kritischen Zustand die Verdampfungswärme r und die äußere Arbeit A jede für sich gleich Null werden, weil die Volumendifferenz Null wird, doch das Verhältnis beider, also in der hier angewendeten Bezeichnung der Nutzeffekt, einen ganz bestimmten Wert hat.

Die aus den Dampfdruckbeobachtungen für Wasser empirisch berechnete Konstante 4720° C. ist aber auf eine Einheit genau gleich $7{,}4 \,.\, \vartheta_\varkappa = 7{,}4 \,.\, 638$, so daß man also für Wasser die Sätze aussprechen kann:

Die Nutzeffekte isothermer Verdampfung bei verschiedenen Temperaturen verhalten sich wie die absoluten Temperaturen:

$$E_\vartheta : E_{\vartheta_\varkappa} = \vartheta : \vartheta_\varkappa \,.$$

Der Nutzeffekt im kritischen Zustand ist der normale

$$E_\varkappa = \frac{1}{7{,}4}$$

und daraus folgt:

$$\frac{1}{E_\vartheta} = \frac{\vartheta}{p} \cdot \frac{d p}{d \vartheta} = \frac{7{,}4 \,.\, \vartheta_\varkappa}{\vartheta}$$

und somit

$$p_\vartheta = p_\varkappa e^{7{,}4 \left(1 - \frac{\vartheta_\varkappa}{\vartheta}\right)} \,.$$

Diese Formel für den Dampfdruck ist dieselbe, welche van der Waals[2]) aus der Theorie der korrespondierenden

1) J. D. van der Waals, Kontinuität, 1. Aufl. p. 148. 1881.
2) J. D. van der Waals, l. c.

Zustände hergeleitet hat, und ebenfalls dieselbe, wie die auf zwei Glieder abgekürzte Dupré-Rankinesche Formel, welche ja auch unter Voraussetzung gewisser Vereinfachungen sich theoretisch begründen läßt.[1]) Man gelangt also auf verschiedenen Wegen zum gleichen Endergebnis.

Daß diese Gleichung so genau die Beobachtungen wiedergibt, daß die Berechnung innerhalb der Beobachtungsfehler liegt, zeigt die folgende Tabelle, in der die äußersten Beobachtungen mit dem kenntlich gemachten Beobachter neben dem „berechneten" Dampfdruck aufgeführt sind.

Bei der Berechnung ist $p_\varkappa = 200{,}5$ Atm., nach Cailletet und Colardeau gesetzt $\vartheta_\varkappa = 638^0$ C., und die obige Formel demgemäß in der zur Berechnung in mm Hg geeigneten Form

$$\log p_s = 8{,}3966 - \frac{2050}{\vartheta}$$

geschrieben.

t	p_s berechnet	p_s beobachtet
	mm Hg	
150	3550	3532 R. — 3578 B.
160	4596	4580 R. — 4652 R. u. Y.
170	5875	5842 R. — 5937 R. u. Y.
180	7435	7366 R. — 7494 B.
190	9315	9204 R. — 9403 R. u. Y.
200	11550	11360 R. — 11625 R. u. Y.
210	14210	13895 R. — 14275 R. u. Y.
220	17315	16823 R. — 17979 B.
230	20945	20160 R. — 20936 B.
240	25153	25019 R. u. Y. — 25167 B.
250	29985	29951 B. — 30020 C. u. C.
260	35520	35059 R. u. Y. — 35761 B.
270	41810	41101 R. u. Y. — 43368 B.
300	65900	65511 C. u. C. — 67620 B.
350	127660	126923 B. — 127150 C. u. C.
365	152380	

Da die Berechnung der Dampfdrucke fast durchgängig zwischen den Beobachtungen liegen, dürfen wir dem Satze,

1) Vgl. hierzu P. Juliusburger, Ann. d. Phys. 3. p. 618—695. 1900.

auf welchem die Berechnung beruht, daß Wasser eine „normale" Substanz im Sinne von S. Young ist, vertrauen und daher auch aus

$$\frac{R\vartheta_\varkappa}{p_\varkappa v_\varkappa} = 3{,}7$$

das kritische Volumen des Wassers berechnen. Mit den in der Dampfdruckformel angenommenen Konstanten $\vartheta_\varkappa = 638$, $p_\varkappa = 200{,}5$ Atm. $= 152380$ mm Hg folgt dann

$$v_\varkappa = 4{,}025 \text{ ccm pro Gramm Substanz.}$$

Batelli[1]) gibt als beobachteten Druck $p_\varkappa = 194{,}61$ Atm. und als beobachtetes Volumen $v_\varkappa = 4{,}812$ ccm an. Nadejdine[2]) findet $v_\varkappa = 2{,}33$ ccm.

Die Berechnung spricht mehr für den Batellischen Wert. Daß die gleiche Formel, welche hier für Wasser als genau gültig nachgewiesen ist, auch für alle anderen normalen Substanzen zutrifft, verlangt die Theorie der korrespondierenden Zustände von van der Waals. Berechnungen an anderen Stoffen, wie CO_2, SO_2 u. a. zeigen, eine annähernde Gültigkeit. Leider liegen für andere Stoffe nicht immer mehrere Beobachtungsreihen vor, so daß die Bestimmung der Konstanten nicht so zuverlässig ausgeführt werden kann, wie bei Wasser. Auch in der von van der Waals für Wasser gegebenen Formel waren die Konstanten nur angenähert bestimmt und konnten es auch nur sein, da erst das spätere Beobachtungsmaterial die Mittel zu ihrer genauen Bestimmung gegeben hat.

Bemerkenswert ist, daß das Wasser, welches bei niederen Temperaturen so auffallende Anomalien zeigt, bei hohen Temperaturen sich vollkommen „normal" verhält.

Hannover, Kgl. Techn. Hochschule, September 1904.

1) A. Battelli, Mem. dell. Ac. di Torino 2. p. 41. 1890; Phys. Rev. 2. p. 1—32. 1892.

2) Vgl. Landolt-Börnsteinsche Tabellen.

(Eingegangen 20. Oktober 1904.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Verlag von FERDINAND ENKE in Stuttgart.

Soeben erschien:

Kühling, Prof. Dr. O.. Lehrbuch der Massanalyse. Zum Gebrauch in Unterrichts-Laboratorien und zum Selbststudium. **Zweite Auflage.** Mit 23 Abbildungen. 8°. geh. M. 3.20; in Leinw. geb. M. 4.—.

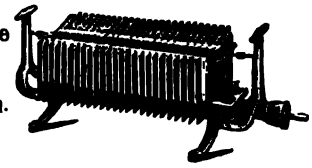
Gülcher's Thermosäulen mit Gasheizung.

Vorteilhafter Ersatz für galvanische Elemente.

Konstante elektromotorische Kraft.

Geringer Gasverbrauch.

Hoher Nutzeffekt.



Keine Dämpfe kein Geruch.

Keine Polarisation, daher keine Erschöpfung.

Betriebsstörungen ausgeschlossen.

Alleiniger Fabrikant: Julius Pintsch, Berlin O.. Andreasstr. 72/73.

Saiten-Galvanometer

nach **Prof. Einthoven.**

Physikalisch-mechanisches Institut

von

Prof. Dr. M. Th. Edelmann, München.

Illustrierte Preisliste über physikal. Präzisionsinstrumente gratis und franko

Universal-Projektions-Apparat

Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Eingerichtet für die Projektion von Glasdiapositiven, Experimenten (horizontal und vertikal), undurchsichtigen Gegenständen (episkopische Projektion), mikroskopische Projektion, ferner für Versuche mit parallelem Lichtstrahlenbündel.

Der Übergang von der einen Projektionsweise zur anderen wird bewirkt durch ***Drehung eines Spiegels.***

Unser

Universal-Projektions-Apparat

ermöglicht es, horizontal und vertikal angeordnete **Experimente**, Abbildungen aus Büchern, Glasdiapositive, **undurchsichtige** Gegenstände in beliebiger Reihenfolge zu projizieren, **ohne Pause zwischen den einzelnen Darstellungen.**

Näheres finden Sie in Liste Nr. 86.

ED. LIESEGANG,
Düsseldorf a. Rh.,
Vollmerswertherstrasse.

Werkstätten für Projektions-Apparate.
Gegründet 1854.

Leppin & Masche

Berlin SO. **Engelufer 17.**

Fabrik wissenschaftlicher Instrumente.

Neu!

Säure- und alkalibeständiges Imprägnieren von Experimentiertischen, Praktikantentischen usw.

Große Projektionsanlage, Näheres siehe „Berichte" III. No. 3 und 4.

Athen 1904: Höchste Auszeichnung „Goldene Medaille".

Weltausstellung St. Louis 1904: Höchste Auszeichnung „Grand Prix".

RICHARD MÜLLER-URI, Braunschweig,

neben der Techn. Hochschule.

Neueste glastechnische Constructionen. Quecksilber-Bogenlampen. Quecksilberlicht-Röhren. Lichtelektrische Apparate. Thermometer für flüssige Luft. Elektroskope. Braun'sche Röhren. Stromdemonstrationsapparat D. R. G. M. Wärmeleitungsapparat D. R. G. M. Original-Vacuumscala etc. etc.

Genauigkeit der Kreisteilungen: 0,3—0,4" Sek. (mittlerer Teilungsfehler).

Gegründet 1876. **J. Wanschaff Sohn** Gegründet 1876.

Wissenschaftliche Instrumente.

Berlin S.O, Elisabeth-Ufer I.

Insbesondere: **Sämtliche Instrumente, welche genauester Kreis- und Längenteilungen bedürfen.** als:

Refraktoren (Schweden). **Meridian-Kreise** (Eidgen. Sternwarte, Zürich). **Passage-Instrumente, Univ.-Instrumente, Mikr. Theodolite** für Triangulationen etc. (Kgl. Preuß. Landesaufnahme, Reg. v. Dänemark, Niederland, Belgien, Rußland, Schweden, Amerika). **Spiegelprismen-Kreise, Exzentrizitätsfreie Sextanten** (Kaiserl. Deutsche, Kaiserl. Russ. Marine etc.). **Spektrometer** erster Ordnung (Phys.-Techn. Reichsanstalt, mehrere Priv.). **Goniometer, Photometer** Kgl. Geod. Institut Potsdam). **Zenithteleskope** (Kgl. Geod. Institut. Intern. Erdmessung, Potsdam. Sternwarten in: Italien, Japan, Niederland, Rußland, Amerika). **Magnetische Theodolite** u. **Registrier-Apparate** jeder Art Magnet. Observat. Potsdam. viele Bergwerks-Observat.). **Längenteilmaschinen** u. a. m.

Ausrüstungen für Expeditionen.

Illustrierte Kataloge in Deutsch, Englisch, Französisch gratis und franko.

Neukonstruktionen jeder Art. | Paris 1900: Grosser Preis. Goldene Medaille: Melbourne, Chicago.

Instrumente für die Tropen ohne Stativ.

Ehrhardt & Metzger Nachf. (Inhaber: K. Friedrichs.)

Darmstadt.

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate. Brutschränke. Resistenzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und Böhmische Glaswaren.

Spezialapparate für Elektrochemie und Physik.

Mechanische Werkstätten. Tischlerei.

Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen.

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Messinstrumente.

Berlin W., Carlsbad 15.

Spezialität seit 1890:

Präcisions-Widerstände a. Manganin

nach der Methode der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

(Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde, Juli 1889, Januar 1890, Nov.-Dezember 1895.)

Normal-Widerstände von 0,0001—100000 Ohm. — Abzweig-Widerstände von 1—0,00001 Ohm mit Petroleum- oder Luftkühlung, für Strommessung bis 5000 Amp. — Rheostaten, Wheatstone'sche Brücken, Thomson'sche Doppelbrücken für alle Messbereiche, mit Stöpsel- oder Kurbelschaltung, in jeder gewünschten Ausführung. — Kompensations-Apparate für genaue Spannungsmessung in 5 Modellen. — Normal-Elemente, beglaubigt von der Physik.-Techn. Reichsanstalt. — Sämtliche Widerstände auf Wunsch als Präcisionswiderstände beglaubigt. — Verkaufslager von Manganin-Draht und -Blech von der Isabellenhütte in Dillenburg.

— Illustrierte Preisliste. —

W. APEL, Universitäts-Mechaniker, Inh. Dr. M. APEL.

Geschäftsgründung 1808. **Göttingen.** Geschäftsgründung 1896.

Chemische und physikalische **Apparate.**

Specialität:

Rauchgasapparate, Calorimeter zur Bestimmung des **Brennwertes** der **verschiedenen Brennstoffe** und von **Gasen, nach Ferd. Fischer.**

Thermometer nach **Ferd. Fischer.** (**Taschenbuch** für Feuerungstechniker.)

Apparat z. Bestimmung d. Dielektricitätsconstanten nach **Nernst.** (Zeitschr. f. physik. **Chemie. XIV, 4.**)

Totalreflectometer nach **Kohlrausch.**

Demonstrationsapparate n. **Behrendsen** und **Grimsehl.**

Krystallmodelle aus **Holz** und **Glastafeln** nach **Klein, Naumann** und **Rose.**

Milchprüfungsbestecke nach **Tollens.**

Dr. Steeg & Reuter,

Optisches Institut,

Homburg v. d. Höhe.

Specialität:

Apparate und Präparate
zur Polarisation, Interferenz, Beugung, Fluorescenz, Phosphorescenz des Lichts.

Orientirte Schliffe
von Mineralien und künstl. Krystallen.

Präparate
aus Kalkspath, Quarz, Steinsalz, Gyps und Glimmer.

Spectral-Apparate, Glasprismen und Linsen aller Art. — Röntgenschirme.

Fabrik-Marke.

Emil Gundelach,

Gehlberg in Thüringen.

Glasgeräte und Apparate
für
wissenschaftl. u. technischen Gebrauch.

Glasröhren.

Elektrische Vakuum-Röhren
nach
Geißler, Crookes, Puluj, Tesla, Moore etc. etc.

Röntgen-Röhren

(Bis jetzt über 42000 Röntgenröhren geliefert.)

Die Firma besteht seit 1882.

Leipziger Glasinstrumentenfabrik F. O. R. GOETZE,

Leipzig, Härtelstr. 4.

Spektralröhren
mit allen Gasen, speziell Argon und Helium. D.R.G.M. No. 138761.

Spezialitäten:

Apparate nach Beckmann zur Bestimmung des Molekulargewichtes. **Elektrische Vakuum-Röhren** nach *Geissler, Puluj, Crookes, Goldstein* usw. **Normal-Thermometer** aller Arten nach Bestellung. **Glastechnische Apparate** nach Skizze und Angabe.

Man verlange Listen!

PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämmtlichen beschickten Ausstellungen.

Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.

Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Specialität:

Physikalische und analytische Waagen

in garantirt vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

Schnellstschwingende

Waagen für Chemiker.

Preislisten kostenfrei.

Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Ampèremeter und Voltmeter nach Deprez-d'Arsonval, D. R.-P.,

Funkeninduktoren, Kondensatoren, Spiegelgalvanometer,

Thermosäulen nach Angabe des Hrn. Prof. Dr. Rubens,

Pyrometer zum Messen von Temperaturen bis 1600° C.,

Galvanometer zu Linde'schen Kältemessungen,

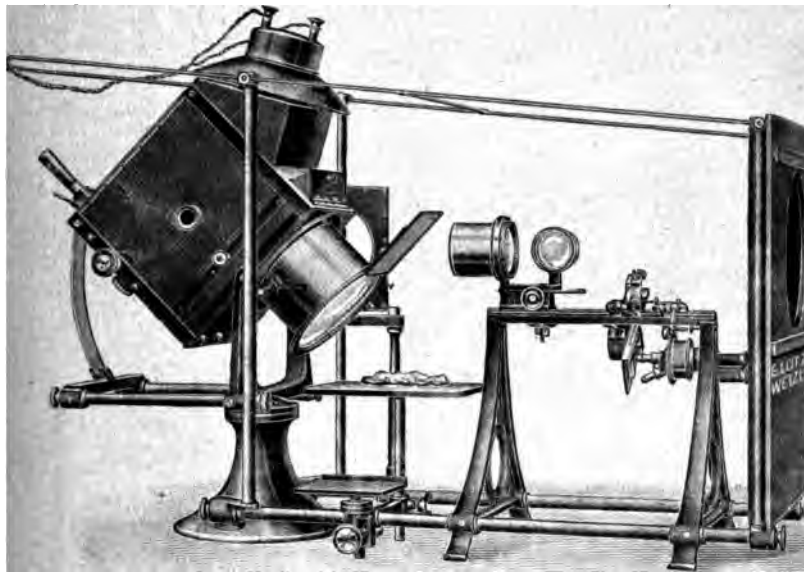
Trockenelemente.

Preisverzeichnisse **kostenfrei.**

E. LEITZ

Optische Werkstätte

Wetzlar.



Mikroskope

Über 75000 Leitz-Mikroskope im Gebrauch.

Mikrotome, Mikrophotogr.
und Projektions-Apparate.

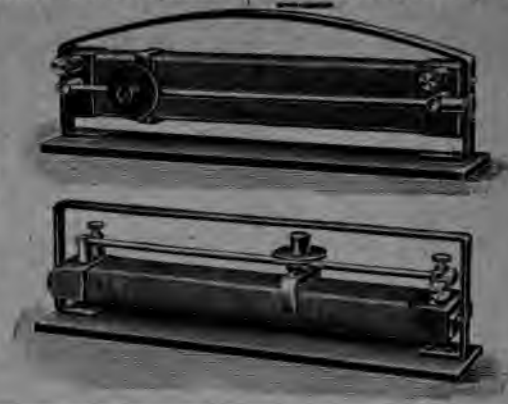
Zweiggeschäfte:

Berlin NW., Luisenstr. 45. **Frankfurt a. M.,** Kaiserstr. 64.
St. Petersburg, Woskressenski 11.
New York, 30 East 18th Str. **Chicago,** 32—38 Clark Str.

Vertretung für München: Dr. A. Schwalm, Sonnenstr. 10.

Elektrizitäts-Gesellschaft Gebr. Ruhstrat, Göttingen,

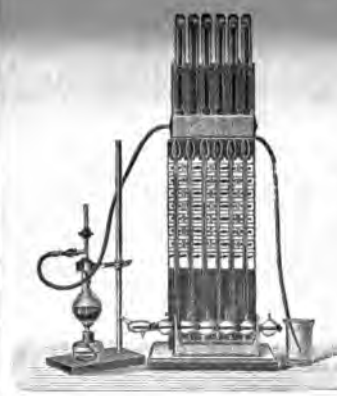
liefert als Spezialität:
Laboratoriumwiderstände und Meßapparate.



Man verlange Preisliste. —
Experimentierschalttafeln, Projektionslampenwiderstände.

Physikalische Apparate.

Projektionsapparate. Modelle jeder Art.
Röntgen-Apparate.



Neu!

Differential- und Doppel-Thermoskop und **sechsfaches Manometer** nach Kolbe.

Spinthariskop nach Crookes. Prospekt zu Diensten.

Apparat für elektrische Drahtwellen nach Coolidge-Blondlot.

Universal-Instrumentarium nach Seibt-Ernecke für Resonanz elektr. Schwingungen, elektr. Wellen in Spulen, Tesla-Versuche, Abstimmung in der Marconi-Telegraphie.

Neue Preisliste, über
4000 Nummern und 1600 Abbildungen enthaltend, erschienen.

Ferdinand Ernecke,

Hoflieferant Seiner Majestät des Kaisers.

Königgrätzerstr. 112, Berlin S.W., Königgrätzerstr. 112

Begründet 1859.

Dr. Schleussner's Trockenplatten

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen Beliebtheit.

Specialitäten: Momentplatten für Astronomische und **Röntgenaufnahmen**, für Aufnahmen fliegender Geschosse, **Microphotographie** und Spectralphotographie. — **Orthochromatische** Platten, **Abziehplatten** für Lichtdruck, Celluloidfolien. — **Rollfilms** für Tageslichtcameras.

Trockenplattenfabrik a. Actien

Dr. C. Schleussner, Aktiengesellschaft in **Frankfurt a. M.**

Reiniger, Gebbert & Schall

Elektrotechnische Fabrik

Erlangen.

Filialen: **Berlin N,** Friedrichstr. 131c. **München,** Sonnenstr. 18. **Wien IX/3,** Universitätsstr. 12.

Hamburg, Bäckerstrasse 12. **Budapest,** Altgasse 42.

Specialitäten:

Röntgen-Apparate neuester Konstruktionen,

Finsen- und Funkenlichttheil-Apparate,

Influenzmaschinen (D. R. P.), verbessertes System, Töpler-Holtz, von **hervorragender Leistungsfähigkeit,**

Volt- und Ampèremeter, Kleinmotore,

Schalttableaux für Schulen, Ventilatoren etc.

Prospecte etc. gratis.

Doppelwandige Glasgefäße
Pentanthermometer bis — 200° C. } zur flüssigen Luft,

einfache und automatische **Quecksilberluftpumpen, Röntgenröhren** mit und ohne **Vakuumregulierung, ff. Glasschliffe** und **-Hähne, Marconiröhren** etc. empfiehlt

R. BURGER & CO., Berlin N. 4, Chausseestr. 2 E.

Präcisions-Uhr- und Laufwerke,

sowie Räder, Triebe, Zeigerwellen, schräge Triebe und Zahnstangen

fertigt als Specialität

OTTO LINDIG, Glashütte, Sa.

Günther & Tegetmeyer, Braunschweig.

Werkstatt für wissenschaftliche und technische Präzisions-Instrumente.

Transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektrizität nach **Exner**. Elektroskope mit innerer Isolation aus Bernstein, Natriumtrocknung und Einrichtung zum parallaxenfreien Ablesen (D.R.G.M.). Apparate zur Messung der Elektrizitätszerstreuung in der Luft. Zambonische Säulen. Hochspannungs-Trockensäulen (D.R.G.M.). Instrumentarien zur Bestimmung der Radioaktivität von Luft- und Bodenproben. Quadrantenelektrometer. Aktinometer (Neukonstruktion). Wasserstrahlduplikatoren nach **Elster** und **Geitel**. Hochspannungselektroskope (**Braun**sches Prinzip) mit innerer Isolation und Natriumtrocknung nach **Elster** und **Geitel**. Transportable Elektronen-Aspirationsapparate nach **Ebert** nebst Zusatzkondensatoren zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeiten und des elektrischen Leitvermögens der Luft nach der Methode **Mache**. Kondensatoren nach **Harms** zur Bestimmung der Kapazitäten von Elektrometern.

Die neuen Gase

NEON — KRYPTON — XENON.

Wir sind in der Lage, eine beschränkte Anzahl Spektralröhren genannter Gase zu folgendem Preise zu offerieren:

Neon, Krypton oder **Xenon** per Stück 66 ℳ.

Die Gase in diesen Röhren sind garantiert rein.

ADAM HILGER LTD, 75 A. Camden Rd., **London N.W.**,

oder bei unserm alleinigen Vertreter für Deutschland

C. E. Müller, Coburg i. Thür, Callenberger Str. 18.

Alt, Eberhardt & Jäger,

Ilmenau in Thür.

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläsereien, Glasschleiferei, Holzwarenfabrik, mechanische Werkstatt, Schriftmalerei und Emaillieranstalt.

Reparaturen prompt u. billigst.

Fabrizieren:

Glasapparate, -Instrumente und -Utensilien für wissenschaftl. Gebrauch in jeder Ausführung.

Einrichtungen von Laboratorien für Lehranstalten, Universitäten und Fabriken.

Elektrolytische Apparate für Demonstration und praktischen Gebrauch.

Elektrische Röhren jeder Art und allen Autoren und nach besonderen Angaben.

Standgefäfse für Museen.

Dewargefäfse.

Apparate für Pflanzenphysiologie.

Chem. tief- und hochgradige Thermometer von — 200° oder bis + 550° C., prima fein geköhlt, aus widerstandsfähigem, weifsbelegten Glase, gut ablesbar.

Glasgefäfse aus Spiegelglas für mikroskopischen, spektralanalytischen und speziellen Gebrauch, widerstandsfähig gegen Wasser, Alkohol und Säuren.

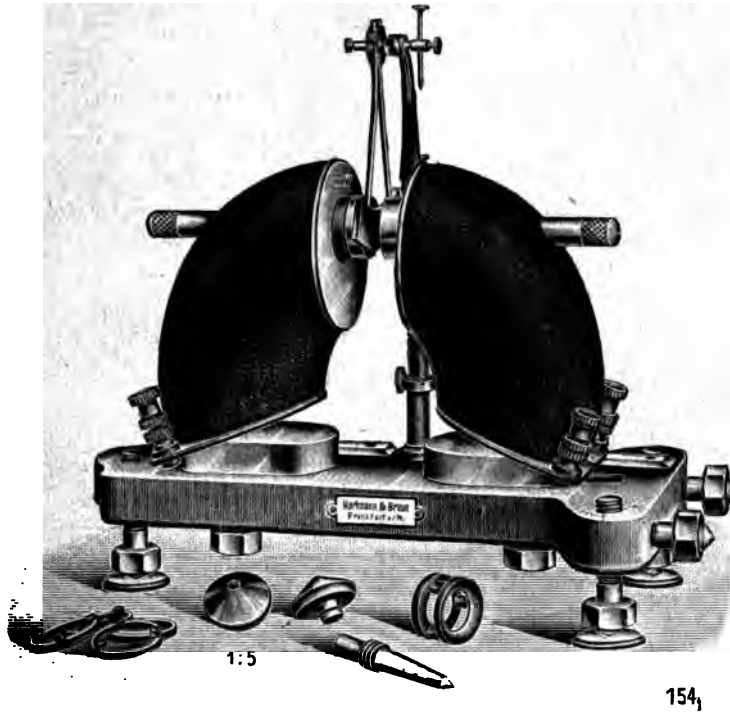
400 Arbeiter.

Gewissenhafte Anfertigung. ✻ ✻ ✻ Nachprüfung im eigenen Laboratorium.

Hartmann & Braun, A.-G., Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Messinstrumente und Hilfsapparate.

Königl. Preussische Goldene Staatsmedaille.



1:5

154$_1$

Halbring-Elektromagnet nach **H. du Bois. mit Waltenhofen'schem Pendel.**

Kataloge auf Verlangen zur Verfügung.

Man verlange gratis und franco das

***Spezialpreisverzeichnis** über*

Selen-Zellen und Apparate, System Ruhmer.

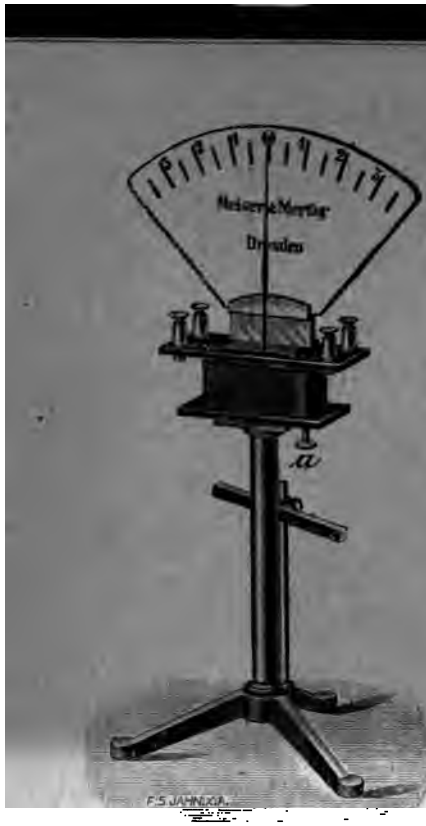
von

Ruhmer's Physikalischem Laboratorium. Berlin S.W. 48.

D.R.P. 136091, 142871, 146262, 147113, 149853.
D.R.G.M. 161034, 169259, 195160, 201140.

Für die Leistungsfähigkeit der Selen-Zellen, System Ruhmer, ist wohl der Umstand am auszeichnendsten, dafs es mit Hilfe derselben gelang, eine gesprochene Unterhaltung auf eine Entfernung von *15 km* hörbar zu übertragen, ein Resultat, das mit anderen Selenzellen und nach anderen Systemen auch nicht nur annähernd erreicht worden ist.

Ein neuer Erfolg! Herr [illegible] A. Koepsel [illegible] für eine [illegible] optisch-telephonische Versuche über *800 km*, unter Verwendung [illegible] Selenzellen System Ruhmer, [illegible]



MEISER & MERTIG,

Dresden-N. e.

Werkstätten
für Präzisionsmechanik.

Physikalische Apparate
jeder Art
in praktischer, solider und eleganter Ausführung.

Funkeninduktoren.
Hochspannungsapparate.
Apparate für drahtlose Telegraphie.
Röntgenapparate.
Chemische Geräte.

Viele Empfehlungen und Anerkennungen.

Neue Preisliste kostenlos.

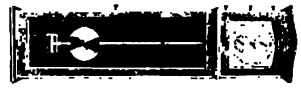
STRASSER & ROHDE,

Glashütte i. S.

Werkstätten f. Präzisionsuhrmacherei und Feinmechanik. Gegründet 1875.

Weltausstellung Paris 1900 Goldene Medaille.
Deutsche Städteausstellung Dresden 1903 I. Preis.

Spezialität: **Präzisionspendeluhren.**



Ausführung von **Uhrwerken u. Apparaten** für wissenschaftliche und technische Zwecke. Mikrometertaster $^1/_{100}$—$^1/_{500}$ mm direkt. Ables.

Max Stuhl, Berlin.

Glastechnische Werkstätte

jetzt

130 Friedrichstrasse 130

(früher Philippstr. 22).

PARIS 1900
GRAND PRIX

Illustrirte Preislisten gratis.

Präcisions-
Reisszeuge
Astronomische Uhren,
Compensationspendel.

Clemens Riefler
Fabrik mathemat. Instrumente
Nesselwang u. München.
Gegründet 1841.

SIEMENS & HALSKE A.-G.

Berliner Werk

Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.

Präzisions-Wattmeter, -Voltmeter und -Amperemeter für Wechselstrom. Meßeinrichtungen zur Bestimmung der Induktionskonstanten und des Energieverlustes von Wechselstromapparaten. Präzisionsnormale der Selbstinduktion. Zeiger-, Spiegel- und Panzergalvanometer. Meßbrücken, Kompensationsapparate, Zweigwiderstände, Dekadenwiderstände, Kondensatoren.

F. Sartorius, Göttingen.

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

Waagen und Gewichte

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

Specialität:

Analysenwaagen

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nachahmungen in den Handel gebracht werden.

Sartorius' neuer Wärmekasten

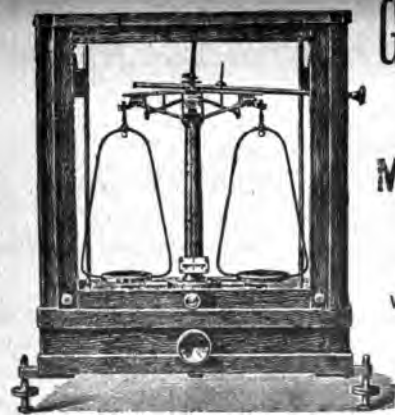
zum Brüten von Bacillen und zum Einbetten mikroskopischer Präparate in Paraffin für beliebiges Heizmaterial, unabhängig von Gasleitung, mit vielfach prämiirter Wärmeregulirung.

Patentirt in Deutschland, England, Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen beschickten Ausstellungen prämiirt, zuletzt Weltausstellung Brüssel, Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für beste Construction in Feinwaagen.

Kataloge in 3 Sprachen gratis und franco.

Vertreter in allen Ländern.



GEORG WESTPHAL,

Celle (Hannover).

Mechanisches Institut

(gegründet 1860).

Wagen und Gewichte für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke

in vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

C. M. J. Bodien, Hamburg IV. 200.

fertigt als Specialität alle Arten Electrischer Glühlichtlampen

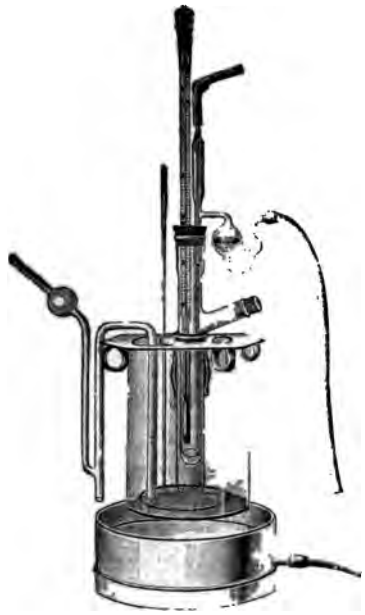
nach Muster oder Zeichnung.

ferner: Geissler-Röhren, Crookes-Apparate &

Glasinstrumente für wissenschaftlichen und technischen Gebrauch.

A. Haak, Jena.

Glastechnische Werkstätten.



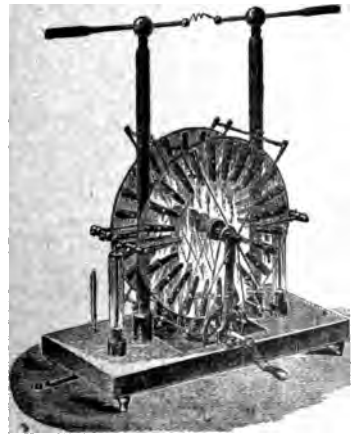
Thermometer
für
Wissenschaft und Technik,
von —200 bis +575°.

Barometer
mit constantem Nullpunkt,
eigene Construction.

Elektrische Apparate u. Röhren
nach
Geissler, Crookes, Hittorff, Röntgen,
Puluj, Hertz, Lenard.

Volumetrische Messinstrumente.

Illustrirte Preislisten zu Diensten.



J. Robert Voss,
Mechaniker,
Berlin N.O. 18, Pallisadenstr. 20.

Specialität:
Influenz-Elektrisir-Maschinen
aller Systeme
(auch die dazu gehörigen Nebenapparate)
und
Metall-Spiral-Hygrometer
in allen Ausführungen

Induktorien

mit Präcisions-Spiralstaffelwicklung Pat. Klingelfuss von bisher unerreichter Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit.

Auf wissenschaftlicher Basis construirt.

Für physikalische Arbeiten, Röntgenapparate, Herz'sche Schwingungen, drahtlose Telegraphie, Teslaströme und zum Laden von Condensatoren

auch bei Dauerbetrieb

gleich hervorragend. Reich illustrirte Preisliste zu Diensten.

Fabrikanten: Fr. Klingelfuss & Co. Basel (Schweiz).

HANS BOAS BERLIN O.

Elektrotechnische Fabrik — Krautstraße 52

Doppelgleitwiderstände mit Einrichtung

zur Reihen- und Parallelschaltung der Widerstandsplatten eigener Konstruktion, großes Modell für 500 Watt Belastung mit Widerständen von 300 bis 2 Ohm.

Preis ℳ 55.—.

E. DUCRETET

PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.

Grands-Prix Expositions Universelles { Paris 1889 — Anvers 1894 / Bruxelles 1897 — Paris 1900

Cabinets de physique complets.

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff-Ducretet **garantie pour** les grandes distances. **Téléphone haut-parleur R. Gaillard**, type 1903, R. G. et E. D. **Matériels complets** Rayons X Röntgen, et courants de **haute fréquence.**

Photothéodolites de M. le Colonel Laussedat.

Pile primaire du Dr. A. Vincent.

Unger & Hoffmann, Aktien-Gesellschaft.

Gegründet 1878 DRESDEN-A. 16 Gegründet 1878

Projektionsapparate

für wissenschaftliche Zwecke, für Schulen, Lehranstalten, öffentl. Vorträge.

Sämtl. Gebrauchsartikel für Projektion.

Alle Lichtquellen. Laterndiapositive in reichster Auswahl.

Preislisten und technische Auskunft jederzeit zu Diensten.

Reserviert

für die Firma

Paul Gebhardt Söhne

Berlin NW.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Die nachstehend angezeigten zwei Vorträge wurden in den Allgemeinen Sitzungen der Naturforscher-Versammlung (Sept. 1904) in Breslau gehalten und haben weit über den Rahmen der Versammlung hinaus Beachtung gefunden:

Die deutsche Südpolarexpedition, ihre Aufgaben, Arbeiten und Erfolge. Von Dr. med. Gazert, Arzt der Expedition (Berlin). [31 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Berliner klinische Wochenschrift: Herr Gazert gab einen kurzen Reisebericht mit Andeutungen der wichtigsten geographischen und biologischen Ergebnisse . . . der Vortrag wurde dem Wunsche gerecht, nicht bloß die theoretische Seite der Naturerkenntnis, sondern auch die praktische Verwertung unseres Wissens und Könnens an wichtigen Beispielen zu erläutern.

Zellenmechanik und Zellenleben. Von Dr. L. Rhumbler, Prof. an der Universität Göttingen. [43 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Dr. H. Geissler Nachf. Franz Müller,
Bonn a. Rhein.
Wissenschaftliche Glasapparate und Präcisionsinstrumente.
Specialität:
Elektrische Röhren nach *Geissler, Crookes, Puluj, Hittorff, Arons, Lecher etc.* — **Spectralröhren** (Argon- u. Helium-Röhren).
Röntgen-Röhren. — Braun'sche Kathodenstrahlröhren.
Tesla-Röhren. — **Luftpumpen** nach *Geissler* und *Töpler-Hagen.*
Rowland's Diffractionsgitter und Photogramme.
Feine Thermometer.
Kataloge auf Verlangen.

Technische Waagen verschiedener Construction. Preislisten in drei Sprachen. Weltausstellung Paris 1900 Gold. Medaille.

Kursarmige Analysen Probir Waagen eigener patentirter Construction.

Verlag von **Joh. Ambr. Barth** in **Leipzig.**

Soeben erschien:

Die Radioaktivität

vom Standpunkt der Desaggregationstheorie elementar dargestellt

von **Frederick Soddy,** M. A.,
Dozent der physikalischen Chemie und Radioaktivität an der Universität Glasgow.

Unter Mitwirkung von
Dr. L. F. Guttmann in London
übersetzt von Prof. **G. Siebert.**

XII, 216 Seiten. Mit 38 Figuren.

M. 5.60, geb. M. 6.40.

Gegründet 1859

Wilh. Lambrecht

Germany **Göttingen** Allemagne

Inhaber des Ordens für Kunst und Wissenschaft,
der großen goldenen und verschiedener anderer
Staatsmedaillen.

Fabrik für meteorologische Instrumente
und solcher für Hygiene und Technik

Einzigartige Spezialität:

Instrumente zur Wettervoraussage
auf streng wissenschaftlicher Basis,
dem Laien verständlich.

Man verlange ausdrücklich Preisliste 1905

ARTHUR PFEIFFER,

Wetzlar O.

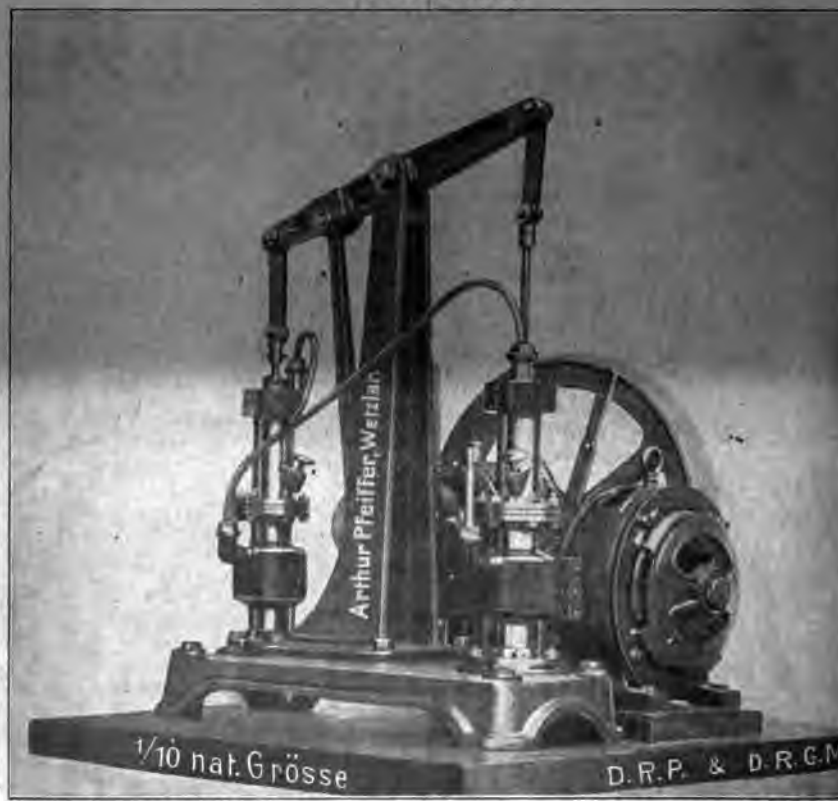
Werkstätten für Präzisionsmechanik und -Optik.

Gegründet 1890.

Alleinvertrieb und Alleinberechtigung zur Fabrikation der

Patent-Geryk-Öl-Luftpumpen

in Deutschland.



Komplette Pumpeinrichtung für Hand- und Motorbetrieb (1/8 P.S.).

Durch Patente und Gebrauchsmuster geschützt.

Jederzeit, ohne Vorbereitung, zum Gebrauch fertig.

Sämtliche Apparate zu Untersuchungen im hohen Vakuum, darunter Originalkonstruktionen:

Rezipient mit Flüssigkeitsdichtung D.R.G.M.
Umschalt- und Vielweghähne D.R.P. a. und D.R.G.M.
Durchgangshähne D.R.G.M.
Trockenröhre mit auswechselbarem Einsatz für P_2O_5. D.R.G.M.

MAX KOHL, Werkstätte für Präzisionsmechanik, Chemnitz i. S.

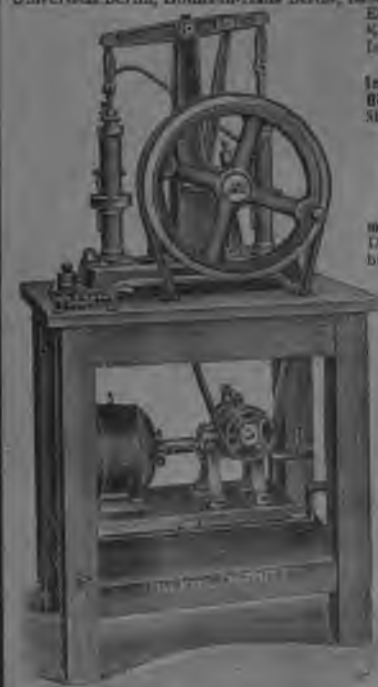
liefert als langjährige Spezialität:

Physikalische und chemische Einrichtungsgegenstände für Schulen, wie z. B. **Experimentiertische** nach Prof. Dr. Weinhold und Prof. Arendt, **Fensterverdunkelungen, Oberlichtverdunkelungen** für **Elektromotor-** und **Handbetrieb, Abzugnischen** mit Gas- und Wasserleitungsanlage, **Wandtafelgestelle, Projektionsrollschirm** mit oder ohne Elektromotorbetrieb.

Experimentiertisch nach Prof. Dr. Weinhold.

Vollständige Einrichtungen von physikalischen und chem. Auditorien in gediegener, zweckmäßiger Ausführung.

Derartige komplette Einrichtungen wurden jetzt u. a. für das I. Chemische Institut der Universität Berlin, Hofmann-Haus Berlin, Laborat. f. angew. Chemie d. Univ. Leipzig, Ecole d. Mines du Hainaut, Mons (Belg.), Kommerzschule Riga (Russl.), Technolog. Institut Tomsk (Sibirien), höhere Maschinenbauschule Stettin u. v. a. m. geliefert.



Im Auftrage der Reichs-Regierung habe ich den Hörsaal der deutschen Unterrichts-Ausstellung St. Louis für das Preuss. Kult.-Min. ausgestattet.

Physikalische und chemische Apparate und Gerätschaften.

Neu! **Luftpumpen** *Neu!*

mit Ölrichtung und Teleskopkolben, System Kahl, D.R.P. angemeldet. Die Pumpe verdichtet bis auf 0,0006 mm.

Ausführlicher Prospekt kostenfrei!

Notiz!

Ich baue diese Pumpen nach neuem eigenen, zum D.R.-Patent angemeldeten System, welches mit den Geryk-Ölluftpumpen, Patent Fleuss, nicht identisch ist und übernehme volle Garantie dafür, dass dem Käufer keinerlei Konflikte mit dem Patentgesetz entstehen.

Meine Pumpen werden in der gediegensten Weise ausgeführt und stehen dem vorerwähnten Fabrikat in der Leistungsfähigkeit nicht nach. *Sie haben im Gegenteil wesentliche Vorteile vor demselben.*

Neu! **Spinthariskope** *Neu!*

mit Fluorescenzschirm u. einer kleinen Menge Radiumbromid auf beweglichem Zeiger, um d. außerordentlichen radioaktiven Eigenschaften des Radiums zu zeigen. *Preis M. 12.— u. 28.—.*

Radiumbromid von überraschender Wirkung, chem. rein. Preis auf Anfrage.

Ehrendiplom der Ausstellung der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Düsseldorf 1898. Goldene Medaille Leipzig 1897, Weltausstellung Paris 1900, Aussig 1902, Athen 1904.

Listen mit ausführlichen Kostenanschlägen, Beschreibungen, Referenzen usw. gratis u. franko.

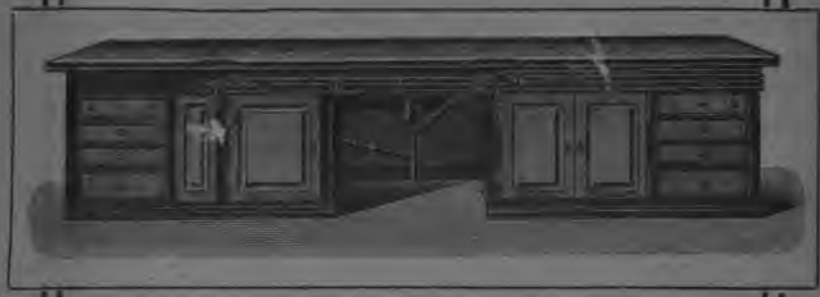
E. Leybold's Nachfolger

Cöln a. Rh.

Spezialfabrik für Einrichtung
wissenschaftlicher Institute

liefern

vollständige Einrichtungen von Hörsälen und Laboratorien mit Experimentiertischen, Verdunkelungsvorrichtungen, Arbeitstischen, Sammelschränken usw.



Elektrische Stromanlagen,
Schalttafeln, Umformer usw., **Projektionsapparate,**
physikalische Apparate
für Vorlesungen und Übungen im Praktikum.

Illustrierte Preislisten auf Verlangen.

Alleinige Inseratenannahme durch: **Max Gelsdorf, Leipzig-Gohlis, Bismarckstr. 9.**
Mit einer Beilage von **Siemens & Halske** in Berlin.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

1904. № 15.

ANNALEN DER PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. UND E. WIEDEMANN.

VIERTE FOLGE.

BAND 15. HEFT 5.

DER GANZEN REIHE 320. BANDES 5. HEFT.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND INS BESONDERE VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.

LEIPZIG, 1904.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.

ROSSPLATZ 17.

Bestellungen auf die Annalen der Physik, Beiblätter, Register, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung entgegengenommen. Preis für den Jahrgang von 15 Heften (= 3 Bände) ausgegebene Jahrgang 16 M.

(Ausgegeben am 23. December 1904.)

Inhalt.

Seite

1. John Koch. Einige Untersuchungen über den elektrischen Funken, besonders über die physikalischen Bedingungen für sein Erlöschen 865
2. Ernst Wagner. Metallmanometer als Hochdruckpräzisionsmesser, geprüft mit dem Amagatschen Manometer 906
3. John James. Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle und ihre Anwendung zur Bestimmung der Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren 954
4. Richard Heilbrun. Über den sogenannten Halleffekt in Elektrolyten 988
5. Eduard Riecke. Über Evakuation Geisslerscher Röhren durch den elektrischen Strom 1002
6. E. Take. Über etwaige Korrektionen an der von Richarz und Krigar-Menzel ausgeführten Gravitationsbestimmung . 1010
7. Heinrich Wommelsdorf. Über den Scheibenabstand der Influenzmaschinen (schädliche Ladungen, Ozongebläse) . . . 1019
8. Friedrich Wolfgang Adler. Über einen Kontrollapparat für Thermoelemente 1026
9. Friedrich Wolfgang Adler. Über einen Disjunktor für hohe Potentiale 1033
10. G. van der Mensbrugghe. Über Ausbreitung und Extensionskraft 1043
11. S. Scharbe. Über die Bestimmung der Kurve fest-heterogen binärer Gemische durch kalorimetrische Messungen 1046
12. F. Giesel. Bemerkung zu der Arbeit von K. A. Hofmann, L. Gonder und V. Wölfl: „Über induzierte Radioaktivität . 1048
13. Josef Pollak. Notiz einen Quecksilberdestillierapparat betreffend 1049

Namenregister zu Jahrgang 1904 1051
Namenregister zur Festschrift für Ludwig Boltzmann . . . 1059

Manuskripte sind an den Herausgeber, **Professor Dr. P. Drude, zu senden.** Seine Adresse ist **Giessen,** Nahrungsberg 8.

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Zitate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „**Fortschritten der Physik**" üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger **Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

1904. № 15.

ANNALEN DER PHYSIK.

VIERTE FOLGE. BAND 15.

1. *Einige Untersuchungen über den elektrischen Funken, besonders über die physikalischen Bedingungen für sein Erlöschen;* von *John Koch.*

Einleitung.

Entladet man einen Kondensator durch eine Funkenstrecke, so findet man, daß diese Entladung im allgemeinen nicht vollständig ist. Die Ursache hierfür ist teils die, daß die Polarisation des Dielektrikums zwischen den Kondensatorbelegungen während der Entladungszeit nicht zur Aufhebung gelangt, teils auch die, daß die Entladung aufhört, bevor die disponible Ladung im Kondensator völlig erschöpft ist. Die übrig gebliebene Ladung, die in der dielektrischen Polarisation ihren Grund hat, pflegt man residuelle Ladung oder wieder auftretenden Rückstand zu nennen; im folgenden nennen wir sie ganz kurz *Rückstand.* Die Ladung dagegen, die infolge des Erlöschens des Funkens im Kondensator übrig bleibt und die also einen Rest der ursprünglichen disponiblen Ladung ausmacht, können wir *Restladung*[1]) nennen. Sie ist es, die hier den Gegenstand näherer Untersuchung bilden soll.

Bereits 1787 von van Marum[2]) nachgewiesen, ist die Restladung zum Gegenstand von Untersuchungen gemacht worden von Riess[3]), Rijke[4]), Gaugain[5]), Feddersen[6]), v. Oettingen[7]),

1) Hier erscheint mir diese Benennung geeigneter als die bisweilen verwendete „Entladerückstand".

2) van Marum, Eerste Vervolg etc. Haarlem 1787. p. 9.

3) P. Riess, Reibungselektrizität II, 1853. §§ 576, 631, 636, 646.

4) P. Rijke, Pogg. Ann. 113. p. 327. 1861.

5) J. M. Gaugain, Ann. de Chim. et Phys. (4) 8. p. 103. 1866.

6) W. Feddersen, Pogg. Ann. 103. p. 80. 1858.

7) A. J. v. Oettingen, Pogg. Ann. 115. p. 513. 1862; Wied. Ann. 2. p. 305. 1877.

Busch[1]), Freyberg[2]), Heydweiller[3]). In vielen Fällen sind die quantitativen Messungen unsicher, weil auf den Rückstand nicht genügende Rücksicht genommen wurde. Folgendes dürfte jedoch als nachgewiesen anzusehen sein:

bei kontinuierlicher Entladung hat die Restladung dasselbe Vorzeichen wie die ursprüngliche, bei oszillatorischer kann sie aber auch das entgegengesetzte haben;

bei kontinuierlicher Entladung wächst die Restladung mit der Funkenlänge und mit dem Widerstande im Schließungsbogen.

Der erste Versuch, eine Beziehung zwischen diesen Größen aufzustellen, wurde von Heydweiller gemacht. Er untersuchte die Restladung bei Widerständen, die bedeutend größer waren als der Feddersensche Grenzwiderstand, so daß also oszillierende Entladungen ausgeschlossen waren. Ebenso vermied er durch geeignete Anordnung den Rückstand im Kondensator. Bezeichnen wir die Restladung mit q_1, den Widerstand im Schließungsbogen mit r, und schließlich die Kondensatorkapazität mit C, so wäre für eine bestimmte Funkenlänge und für Widerstände im Intervall 0,60—13 Megohm

$$\frac{q_1^2}{4\,C^2 r} = \text{konst.}$$

Außerdem fand er durch Messungen über die totale Energieentwickelung (f) im Funken und Berechnungen über die Entladungszeit (t_1), daß diese Konstante nahezu identisch wäre mit der Arbeit pro Zeiteinheit im Funken ($= f/t_1$).

Verschiedene Versuche liegen vor, die Entstehung der Restladung zu erklären. Man hat angenommen, daß nur während der Entladung eine Funkenstrecke für Elektrizität leitend ist. Wenn die Potentialdifferenz zwischen den Elektroden unter einen gewissen Wert gesunken ist, erlischt der Funke, und dieser Wert soll eben die Elektrodenspannung sein, die notwendig ist, um die durch die Entladung selbst präparierte Funkenstrecke zu durchschlagen. Nach einer anderen Annahme soll die Entladung aufhören, wenn die vom Strom erzeugte Energieentwickelung im Funken geringer wird als sein Wärmeverlust durch Leitung, Strahlung und Konvektion.

1) A. Busch, Wied. Ann. **59.** p. 595. 1896.
2) J. Freyberg, Wied. Ann. **38.** p. 231. 1889.
3) A. Heydweiller, Wied. Ann. **43.** p. 310. 1891.

Die Edlundsche Hypothese dagegen, nach welcherim Funken eine elektromotorische Gegenkraft, analog der Polarisation bei den Elektrolyten, vorhanden wäre, kann ja nicht erklären, weshalb die Restladung mit dem Leitungswiderstande wächst.

Es ist indessen die Frage aufgestellt worden, ob nicht möglicherweise das Erlöschen des elektrischen Funkens auf dieselbe Weise sich erklären läßt wie das des Lichtbogens, also rein elektrodynamisch. Es hat sich nämlich gezeigt, daß das Erlöschen des Lichtbogens *nicht nur* von den Verhältnissen in demselben abhängt, sondern zugleich von äußeren Umständen in der Leitung.. Kaufmann[1]) hat gezeigt, daß der Zustand in einer von einem elektrischen Strom J durchflossenen Gasstrecke *stabil* oder *labil* ist, je nachdem

$$W + \frac{\partial V}{\partial J} \gtrless 0,$$

wenn V die Elektrodenspannung und W den Widerstand in der äußeren Leitung bezeichnet; das unter der Annahme, daß die treibende elektromotorische Kraft (E) oder der Widerstand in der Leitung variiert, die übrigen Größen aber als konstant oder als eindeutige Funktionen der Stromstärke betrachtet werden. Auf den elektrischen Lichtbogen angewendet, bedeutet dies, daß der Bogen zu existieren aufhört[2]), sobald bei einer Variation der unabhängigen Stromvariablen (E oder W)

$$W + \frac{\partial V}{\partial J} = 0.$$

Granqvist[3]) hat die Bedingung für die Existenz des Lichtbogens bei variabler Bogenlänge und variabler elektromotorischer Kraft untersucht und eine Relation zwischen der Stromstärke (J), der elektromotorischen Kraft (E) und dem *scheinbaren* Widerstande ($R = V/J$) im Bogen aufgestellt. Er fand, daß der Zustand im Lichtbogen *stabil* oder *labil* war, je nachdem der Ausdruck $E + J^2(\partial R/\partial J)$ *positiv* oder *negativ* war. Also wenn

$$E + J^2 \frac{\partial R}{\partial J} = 0,$$

hört der Lichtbogen zu existieren auf.

1) W. Kaufmann, Ann. d. Phys. 2. p. 158. 1900.

2) Ist die äußere elektromotorische Kraft hinreichend groß, geht der Lichtbogen in einen Glimmstrom über.

3) G. Granqvist, Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsala Ser. III. 1903. p. 20

Obwohl nur für den Lichtbogen quantitativ verifiziert, müssen diese Formeln auch für den Glimmstrom (bei Atmosphärendruck) gelten, da ja die Beziehung zwischen Stromstärke und Elektrodenspannung bei konstanter Bogenlänge dort durch eine Kurve[1]) repräsentiert wird, die der bei dem gewöhnlichen Lichtbogen geltenden analog ist.

Da man nun in einem elektrischen Funken die eine oder beide der genannten stationären Entladungsformen wiederfindet, so besteht ja eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Erlöschen des Funkens auf dieselbe Weise erklärt werden kann wie das des Lichtbogens. Wir beschränken uns hier auf den Fall, wo der Zustand als quasistationär betrachtet werden kann. Das Restpotential (V_r) in einem Kondensator, das also die elektromotorische Kraft sein sollte, bei welcher unter den vorhandenen Umständen der Glimmstrom bez. der Lichtbogen erloschen ist, wäre also durch die Gleichung bestimmt

$$V_r = -J^2 \frac{\partial R}{\partial J} = V - J \frac{\partial V}{\partial J},$$

wobei für den Fall, daß Selbstinduktion (L) vorhanden ist, wir der rechten Seite $+ L(dJ/dt)$ hinzuzufügen haben, weil die äußere elektromotorische Kraft in solchem Fall nicht E, sondern $E - L(dJ/dt)$ ist. Man darf natürlich nicht a priori erwarten, daß bei einer so schnellen Variation der Stromvariabeln diese während der Entladung genau derselben Charakteristik folgen werden wie bei einer langsamen Änderung, d. h. daß $\partial V/\partial J$ bez. $\partial R/\partial J$ gleich sein werden für schnelle und langsame Änderungen unter sonst gleichen Verhältnissen.

Bei der Untersuchung oszillierender Entladungen zwischen Metallelektroden mit Hilfe der Braunschen Röhre fand Granqvist[2]) eine qualitative Bestätigung hierfür insofern, als die Stromkurve für den elektrischen Funken in diesem Fall wenigstens qualitativ dieselben Eigenschaften zeigte wie die Stromkurve beim Wechselstromlichtbogen.

Für quantitative Messungen scheinen sich die Verhält-

1) Eine solche Kurve pflegt man *Charakteristik* oder *V, J-Kurve* zu nennen.

2) G. Granqvist, l. c. p. 55.

nisse besonders einfach bei kontinuierlicher Entladung zu gestalten, besonders wenn wir geeignete (nicht zu große) Widerstände im Schließungsbogen so wählen, daß nur der Glimmstrom aufzutreten vermag. Im folgenden werden wir dadurch, daß wir bei verschiedenen Widerständen die Restpotentiale nach kontinuierlicher Entladung bestimmen, auch einen quantitativen Beweis für die Gültigkeit der Kaufmann-Granqvistschen Bedingung bei dem elektrischen Funken zu liefern versuchen.

I. Untersuchung des Restpotentiales.

Bei einer Untersuchung der Restladung in einem Kondensator kann man zwei verschiedene Methoden befolgen. Man kann eine bestimmte Funkenlänge wählen und dann mit Hilfe einer Elektrisiermaschine langsam die Spannung im Kondensator erhöhen, bis eine Entladung stattfindet, worauf man unmittelbar die Verbindung mit der Maschine unterbricht und das jetzt vorhandene Potential im Kondensator bestimmt. Oder auch kann man von einer bestimmten Spannung ausgehen, vorsichtig den Abstand zwischen den Elektroden der Funkenstelle verringern, bis Entladung eintritt, um dann wie vorher die Spannung im Kondensator zu messen. Ich habe durch orientierende Untersuchungen die beiden Methoden geprüft. Man sieht indessen sofort, daß beide an einseitig wirkenden Fehlerquellen leiden. Bei der ersteren Methode wird Elektrizität dem Kondensator zugeführt sowohl während der Funke andauert als auch während einer wenn auch unbedeutenden Zeit nach dem Aufhören der Entladung, und ist die Kapazität des Kondensators nicht relativ groß, so kann dies eine bedeutende Vermehrung des zu messenden Potentiales mit sich führen. Außerdem findet sich in der Maschine eine bedeutende Rückstandsbildung, und da immer eine kleine Zeit verstreicht, ehe die Maschine ausgeschaltet werden kann, kommt hierdurch noch eine weitere Vermehrung hinzu. Korrektionen hierfür anzubringen würde beschwerlich und höchst unsicher sein. Bei der anderen Methode wird wieder die zu messende Funkenlänge immer etwas zu klein. Sorgt man indessen für eine gute Isolierung des geladenen Systems, so braucht man nur *langsam* die Elektroden einander zu nähern und kann

daher in demselben Augenblick damit aufhören, wo der Funke einsetzt. Ich habe daher bei meiner Untersuchung diese letztere Methode befolgt.

1. Versuchsanordnung.

Ein schematisches Bild der Versuchsanordnung gibt Fig. 1. In derselben bedeutet C einen Luftkondensator, zusammengesetzt aus 21 Stück planen, verzinnten Eisenplatten (Länge: 71,5 cm, Breite: 51 cm, Dicke: 0,04 cm); der eine Pol desselben steht in metallischer Verbindung mit der festen Kugel im Funkenmikrometer G, der andere Pol ist durch die Leitung J_1 zur Erde abgeleitet. K ist ein Lord Kelvinsches Voltmeter mit vertikaler Nadel; die festen Sektoren sind mit der Kondensatorleitung verbunden, die Nadel und die Schutzhülle stehen mit der Erde in leitender Verbindung. H bedeutet

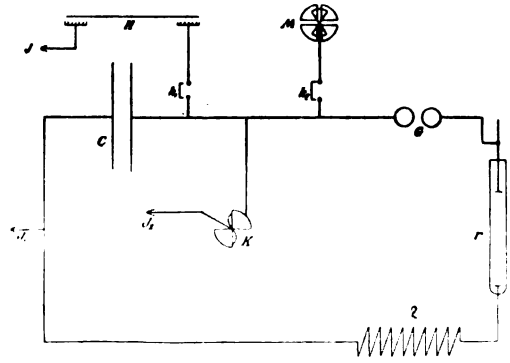


Fig. 1.

eine Holtzsche Influenzmaschine; ihr negativer Pol ist zur Erde abgeleitet, ihr positiver dagegen kann durch den Kontakt k_1 mit dem isolierten Pol des Kondensators in Verbindung gesetzt werden. M ist ein Mascartsches Quadrantelektrometer; das eine Quadrantenpaar und die Schutzhülle sind zur Erde abgeleitet, das andere Quadrantenpaar wird mittels eines Kalomelelements (elektromotorische Kraft = 1,085 Volt) geladen. Durch den Kontakt k_2 wird die Leitung zur Nadel geschlossen. Außerdem haben wir in der Kondensatorleitung einen variierbaren Flüssigkeitswiderstand r und eine Selbstinduktion L.

Die Kapazität des Kondensators wurde nach Siemens' Methode bestimmt und gleich $3{,}30 \cdot 10^{-9}$ Farad (inklusive der Kapazität des Voltmeters K) befunden.

Das Funkenmikrometer von Gambey-Paris war mit horizontaler Funkenstrecke versehen; durch Nonius und Lupe konnten die Einstellungen auf 0,01 mm abgelesen und auf 0,005 mm geschätzt werden.

Der Widerstand r, der aus einer verdünnten wässerigen Lösung von Jodkadmium[1]) mit Platinblechen als Elektroden bestand, wurde unmittelbar nach jeder Beobachtungsreihe auf gewöhnliche Weise in der Wheatstoneschen Brücke unter Beobachtung der nötigen Vorsichtsmaßregeln bestimmt.[2])

Die Selbstinduktion Ω, die aus einem auf Glasröhren aufgewickelten, gut isolierten Kupferdraht bestand, wurde durch Vergleich mit einem Max Wienschen Selbstinduktionselaton auf $1{,}05 \cdot 10^{-3}$ Henry bestimmt. Der Induktionskoeffizient für die Leitung wurde approximativ auf $0{,}015 \cdot 10^{-3}$ Henry berechnet.

Das Voltmeter K wurde bloß zu einer ungefähren Bestimmung des Funkenpotentiales angewendet, weshalb die Richtigkeit seiner Angaben nicht näher kontrolliert wurde. Bestimmungen des Restpotentiales geschahen mittels des Quadrantelektrometers. Dieses wurde daher sorgfältig mit Hilfe einer Hochspannungsbatterie und eines dynamischen Präzisionsvoltmeters (von der *Allg. Elektr.-Gesellschaft*-Berlin) kalibriert. Die Ausschläge wurden auf gewöhnliche Weise mittels Spiegel und Skala abgelesen. Die Genauigkeit der Angaben des Elektrometers dürfte bei den kleineren Ausschlägen (bis zu ca. 700 Volt Spannung an der Nadel) ungefähr 0,5 Proz. betragen; bei den höchsten vorkommenden Ausschlägen (900 bis 1000 Volt Spannung entsprechend) ist sie etwas geringer (ca. 1,5 Proz.), weil bei diesen großen Ausschlägen das Elektrometer nur eben noch brauchbar war.

---

1) In vielen Fällen wurde verdünnte Zinksulfatlösung mit gut amalgamierten Zinkelektroden angewendet.

2) Vgl. F. Kohlrausch u. L. Holborn, Leitvermögen d. Elektrolyte p. 59. 1898.

2. Beobachtungen.

a) Die Beobachtungsmethode ist bereits auf p. 869 angedeutet worden. Nachdem die Kugeln am Funkenmikrometer mit feinem Schmirgelpapier sorgfältig geputzt und justiert waren, so daß die Verbindungslinie zwischen ihren Zentren mit der Richtung zusammenfiel, in welcher die bewegliche Kugel durch die Mikrometerschraube verschoben wurde, wurde die Einstellung (δ_0) auf der Mikrometerskala bestimmt, bei welcher sich die Kugeln eben in Kontakt miteinander befanden. Das Eintreten oder Aufhören des Kontaktes wurde in der Weise beobachtet, daß die Kugeln zu dem Zweck in die Leitung eines galvanischen Elementes und eines Telephons eingeschaltet wurden. Nachdem die Kugeln dann hinreichend weit voneinander verschoben waren, wurde der Kondensator geladen, bis das Voltmeter K eine etwas höhere als die gewünschte Anfangsspannung zeigte, worauf die Verbindung mit der Elektrisiermaschine unterbrochen wurde. Die Kugeln wurden nun wieder äußerst langsam einander entgegengeschraubt, bis ein Funke zwischen ihnen überschlug. In demselben Augenblick wurde das Voltmeter K abgelesen (Ables. $= V_0$), worauf der Kontakt k_2 zur Nadel im Quadrantelektrometer geschlossen wurde. Da das Elektrometer ca. 40 Sek. brauchte, um in Ruhe zu kommen, so daß die Ablesung des konstanten Ausschlages geschehen konnte, so sinkt während dieser Zeit wegen mangelhafter Isolierung das Potential des Systems etwas. Ein für allemal eine Korrektion hierfür anzubringen, ist unmöglich, da der Isolationswiderstand in den verschiedenen Fällen verschieden ist. Das Quadrantelektrometer ist daher Ende der ersten und zweiten Minute nach Auftreten des Funkens abgelesen worden; wenn α_1 und α_2 die bez. Ausschläge bezeichnen, so würde, wenn die Isolierung vollständig, der Ausschlag gewesen sein

$$\alpha = \alpha_1 + (\alpha_1 - \alpha_2).$$

Diese approximative Berechnung setzt voraus, daß die Differenz $\alpha_1 - \alpha_2$ im Verhältnisse zu α_1 klein ist; im allgemeinen hat dieser Spannungsverlust nicht mehr als 2 Proz. pro Minute betragen. Der Kalibrierungskurve des Elektro-

meters ist dann die α Skalenteilen Ausschlag entsprechende Spannung (V_r') entnommen worden.

Zwischen jeder Bestimmung war die Elektrometernadel zur Erde abgeleitet.

Wird nun die Lage (δ) der beweglichen Kugel an der Mikrometerskala abgelesen, so ist offenbar die vorhandene Funkenlänge $\lambda = \delta - \delta_0$. Wie erwähnt, wird nach dieser Beobachtungsmethode λ immer mehr oder weniger zu klein; bei den definitiven Bestimmungen dürfte jedoch der genannte Fehler nicht 0,01 mm übersteigen. Bekanntlich tritt Funkenentladung, auch wenn die erforderliche Potentialdifferenz zwischen den Elektroden vorhanden ist, meist erst nach Verlauf einer Zeit ein, die von einem Bruchteil einer Sekunde bis zu mehreren Minuten variiert. Infolge dieser *Verzögerung* des Funkens müßten wir hier für dieselbe Funkenlänge verschiedene Anfangsspannungen erhalten. Aus mehreren Gesichtspunkten empfahl es sich, die Verzögerung aufzuheben, weshalb die Funkenstrecke, wo nicht anders ausdrücklich bemerkt, ständig mit Radiumstrahlen belichtet wurde.

b) Der Wert V_r', den wir nach der eben angegebenen Methode erhalten, stellt nicht exakt die gesuchte Restspannung im Kondensator dar, sondern muß teils für Kapazitätsänderungen bei dem geladenen System, teils auch für den Rückstand im Kondensator korrigiert werden.

Wir bemerken nämlich, daß der Zeiger in dem Kelvinschen Voltmeter verschiedene Lagen einnimmt, wenn die Entladung vor sich geht, und wenn das Restpotential gemessen werden soll; im letzteren Fall ist die Kapazität des Voltmeters geringer, was eine entsprechende Vermehrung des Potentiales mit sich führt. Die Korrektion ist ziemlich unbedeutend, weil die Kapazität des Voltmeters gering ist im Verhältnis zu der des Kondensators.

Nachdem die Entladung aufgehört, wurde die Verbindung mit dem Quadrantelektrometer hergestellt, um das Restpotential zu messen. Kann seine Kapazität im Verhältnis zu der des Kondensators nicht vernachlässigt werden, so wird die von dem Elektrometer angegebene Spannung zu klein. Bei mir betrug die Kapazität des Elektrometers etwa 4 Proz. von

der des ganzen Kondensators, weshalb eine Korrektion angebracht werden mußte.

Endlich war der Kondensator wegen der Isolierung der Platten nicht vollständig frei von Rückstand; derselbe betrug jedoch nur ungefähr 1 Proz. der ursprünglichen disponiblen Ladung. Bei der Bestimmung und Anbringung der Korrektion hierfür wurde sowohl auf die Art und Weise Rücksicht genommen, wie der Elektrizitätsverlust infolge mangelhafter Isolierung (p. 872) korrigiert worden war, als auch darauf, daß bei den eigentlichen Bestimmungen die disponible Ladung nicht vollständig verschwindet.[1])

c) Am geeignetsten wäre es gewesen, die Beobachtungen so zu ordnen, daß für eine gegebene Funkenlänge die Restpotentiale bei verschiedenen Widerständen im Schließungsbogen bestimmt worden wären. Bei der hier angewandten Beobachtungsmethode wäre dies aber mit großen Schwierigkeiten verbunden gewesen. Ich habe daher vorgezogen, für einen gegebenen Widerstand die Restpotentiale bei verschiedenen Schlagweiten zu bestimmen, ohne darauf zu sehen, daß diese innerhalb der verschiedenen Beobachtungsreihen dieselben bleiben, und dann durch Interpolation die Restpotentiale für einige ausgewählte Funkenlängen zu berechnen. Ferner sind die Beobachtungen in den meisten Fällen so geordnet worden, daß die Restpotentiale bei zunehmenden Schlagweiten bestimmt wurden mit einigen Kontrollbestimmungen für geringere Funkenlängen am Schlusse jeder Beobachtungsreihe.

Als ein Beispiel teile ich in Tab. 1 einen vollständigen Auszug aus dem Beobachtungsprotokoll mit. In der ersten Kolumne steht die Anfangsspannung V_0 in Volt (nominell), in der zweiten Kolumne der Nullpunkt beim Quadrantelektrometer, in der dritten und vierten Kolumne die Ablesungen am Elektrometer nach 1 bez. 2 Min., und in der siebenten Kolumne der korrigierte Wert für das Restpotential; im übrigen sind die Bezeichnungen dieselben wie sie oben gebraucht worden (p. 872—873).

1) Betreffs der Art, wie diese Korrektionen bestimmt und angebracht worden, muß ich auf die ausführlichere Darstellung in meiner Inaug.-Dissertation (Upsala 1904) verweisen.

Tabelle 1. Eisen (1).

$r = 15400$ Ohm, $C = 3{,}80 \cdot 10^{-9}$ Farad, $L = 1{,}07 \cdot 10^{-3}$ Henry.
Temp. = 17,2°, Barom. = 757 mm, $\delta_0 = 5{,}775$ mm.

V_0 Volt	Null-punkt	Abl. 1m	Abl. 2m	α Skt.	V_r' Volt	V_r Volt	δ mm	λ mm
(1250)	399,4	510,3	508,5	112,7	389	395	5,93	0,155
2000	399,7	528,5	526,7	130,6	448	448	6,075	0,30
3030	„	549,3	547,1	151,8	516	508	6,31	0,535
4030	„	573,4	571,2	175,9	590	575	6,57	0,795
5030	„	600,0	597,8	202,5	666	644	6,83	1,055
6020	„	617,2	614,9	219,8	714	683	7,12	1,345
6950	„	638,0	635,7	240,6	769	730	7,40	1,625
7900	„	659,7	657,1	262,6	822	775	7,68	1,905
7850	„	650,0	647,8	252,5	798	750	7,65	1,875
8000	399,5	666,3	663,7	269,4	837	790	7,70	1,925
3040	399,4	555,8	554,1	158,1	537	530	6,295	0,52
2000	399,3	529,6	528,0	131,9	452	453	6,075	0,30

Mit dieser Versuchsanordnung habe ich keine größeren Funkenlängen untersuchen können als solche von ca. 2 mm, die einer Anfangsspannung von 8000—9000 Volt entsprechen. Bei Spannungen von 10000 Volt und darüber wurden die Spitzentladungen außerordentlich stark, besonders in dem Voltmeter K, wodurch bei Ausschalten der Holtzschen Maschine das Potential schnell weit unter den für größere Funkenlängen erforderlichen Wert sank.

Das untersuchte Widerstandsintervall umfaßt 4000 bis 100000 Ohm (ungefähr). Größere Widerstände bieten kein nennenswertes Interesse, solange es sich nicht um einige Megohm handelt, und für dieses Gebiet stehen uns die Messungen Heydweillers zur Verfügung.

Um auch den Einfluß des Elektrodenmetalles auf das Restpotential zu studieren, wurden die Untersuchungen mit Kugeln (von 19,2 mm Durchmesser) aus *Messing*, *Eisen*, *Zink* und *Zinn* (eigentlich verzinnte Messingkugeln) ausgeführt.

Bei allen diesen Beobachtungen betrug die Kapazität des Kondensators $3{,}30 \cdot 10^{-9}$ Farad; ebenso war die Rolle Ω immer in die Leitung eingeschaltet, so daß die Selbstinduktion

1,07 . 10^{-8} Henry betrug. Außerdem wurden bei jeder Beobachtungsreihe Barometerstand und Zimmertemperatur abgelesen.

Was das Resultat aller dieser Messungen betrifft, so kann ich im folgenden dasselbe nur in seiner bearbeiteten Form mitteilen; die direkten Beobachtungen finden sich in meiner Inauguraldissertation.

3. Behandlung des Beobachtungsmateriales.

Die Kurve in Fig. 2 stelle die Charakteristik für einen Glimmstrom (oder Lichtbogen) von der Bogenlänge λ dar. Ist die elektromotorische Kraft E, der Widerstand in der Leitung r, die Stromstärke i, und die Spannung zwischen den Elektroden V, so ist ja

$$r = \frac{E - V}{i}.$$

Wird eine gerade Linie von dem Punkte E der Ordinatenachse durch den Punkt (V, i) der Charakteristik gezogen, so bildet sie einen bestimmten Winkel φ mit der Abszissenachse, und es ist klar, daß tg $\varphi = r$. Sobald die Charakteristik und die durch die Größen E und r bestimmte sogenannte Widerstandsgerade bekannt sind, ist auch der Punkt (V, i), der ja die Verhältnisse im Glimmstrom (Lichtbogen) repräsentiert, bestimmt.[1]) Wird die elektromotorische Kraft auf E' vermindert, so ist für denselben Widerstand die

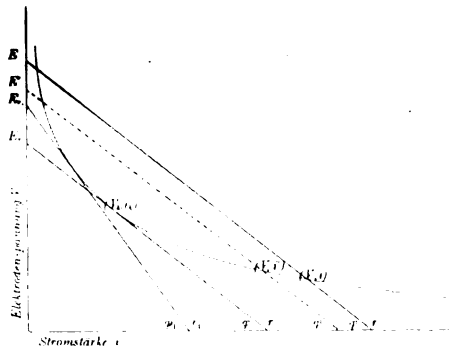


Fig. 2.

1) Da die Linie E, r die Charakteristik noch in einem anderen Punkte schneidet, könnten Zweifel darüber entstehen, welcher von diesen Strom und Spannung in dem Glimmstrom (Lichtbogen) wiedergibt. Man sieht indessen sofort, daß nur in dem einen Punkte stabiler Zustand möglich ist, in dem anderen ist ja

$$r + \frac{\partial V}{\partial i} < 0.$$

Stromstärke i'; die Linie E, r hat sich nur parallel mit sich selbst verschoben. In beiden Fällen ist $r + (\partial V/\partial i)$ positiv und der Zustand also stabil. Wird die elektromotorische Kraft noch weiter auf E_r vermindert, so daß die Linie E, r die V, i-Kurve tangiert, so wird ja, wie Kaufmann zuerst gezeigt hat,

$$-\frac{\partial V}{\partial i} = \operatorname{tg} \varphi = r,$$

und labiler Gleichgewichtszustand tritt ein. E_r ist also die elektromotorische Kraft, bei welcher unter den vorhandenen Umständen der Glimmstrom bez. der Lichtbogen erlischt.

Für einen anderen Widerstand r_1 gibt es einen entsprechenden Wert E_{r_1} etc.

Wenn wir dagegen die zusammengehörigen Wertepaare von E_r und r für eine bestimmte Bogenlänge λ, also die Linien E_r, r kennen, so ist damit auch die Charakteristik für die Bogenlänge λ bestimmt. Diese muß nämlich die Enveloppe zu den Linien E_r, r sein.

Den Fall, den wir hier behandelt haben, können wir uns stattfindend denken, wenn ein Kondensator durch eine Funkenstrecke entladen wird. Der Einfachheit wegen nehmen wir an, daß, wie es bei meinen Versuchen der Fall gewesen, die Selbstinduktion klein ist. In dem Augenblicke, wo der Funke sich entzündet, ist die Spannung zwischen den Elektroden V_0. Die Stromstärke wächst in sehr kurzer Zeit bis zu ihrem Maximum an, wobei die Elektrodenspannung auf den Wert V heruntergeht. Die äußere elektromotorische Kraft, die Spannung im Kondensator, ist dann E, etwas geringer als V_0; ist der Widerstand im Schließungsbogen r, so befinden wir uns also in dem Punkte (V, i) in Fig. 2. Durch die Entladung sinkt das Potential des Kondensators; Strom und Spannung im Funken nehmen nach einer bestimmten Kurve ab bez. zu, bis wir zu einem *kritischen Punkt* (V_k, i_k) kommen, wo labiler Gleichgewichtszustand eintritt und die Entladung aufhört. Die Spannung im Kondensator ist in diesem Augenblicke V_r, entsprechend E_r in Fig. 2.

Meine direkten Beobachtungen sind in 70 — der Tab. 1 analogen — Tabellen zusammengestellt und in sechs Gruppen geordnet: Messing (1), Zinn, Messing (2), Zink, Eisen (1) und

Eisen (2). In jeder Gruppe sind die Tabellen graphisch dargestellt; in Fig. 3 sind als Beispiel einige[1]) der Tabellengruppe Eisen (1) angehörige Kurven wiedergegeben. Als Abszissen sind die Funkenlängen in Millimetern aufgetragen und als Ordinaten die Restpotentiale in Volt; jede Kurve repräsentiert

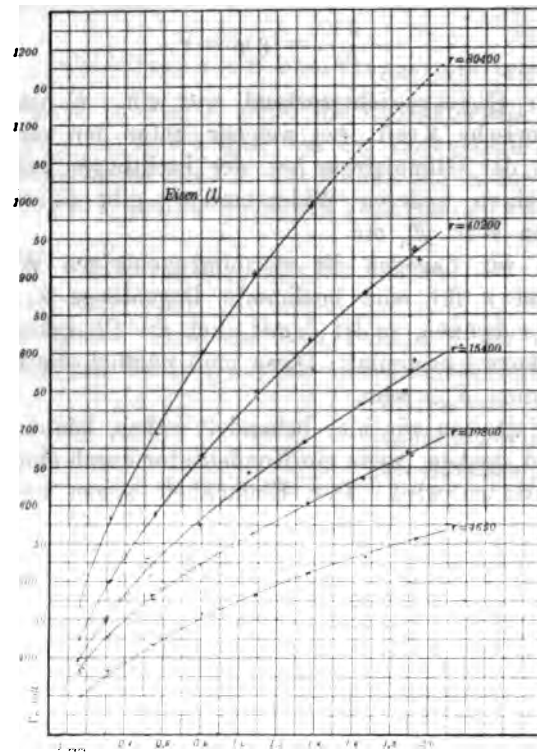


Fig. 3.

also die Variation des Restpotentials mit der Funkenlänge für einen bestimmten konstanten Widerstand in der Leitung.

Wird dieses Kurvensystem mit einer geraden Linie, die parallel mit der Ordinatenachse durch den Punkt λ_1 der Abszissenachse geht, durchschnitten, so geben uns die Schnittpunkte dieser Linie mit den Kurven die Restpotentiale für

1) Um nicht die Figur undeutlich zu machen, sind nur fünf von den acht zur Gruppe gehörigen Kurven aufgenommen worden.

die Widerstände r_1, r_2 etc. für die konstante Funkenlänge λ_1, also die zusammengehörigen Wertepaare, die die Linien V_r, r in Fig. 2 bestimmen, deren Enveloppe eben die Charakteristik für die Funkenlänge λ_1 sein würde. In Tab. 2 habe ich diese Wertepaare V_r und r, zu Eisen (1) gehörig, für einige λ-Werte zusammengestellt: 0,20, 0,40, 0,60, 1,00, 1,40 und 2,00 mm.

Tabelle 2.

λ mm	Restpotential V_r (Volt)							
	$r_1 =$ 4650	$r_2 =$ 10800	$r_3 =$ 15400	$r_4 =$ 20800	$r_5 =$ 30500	$r_6 =$ 40200	$r_7 =$ 57600	$r_8 =$ 80400
0,20	356	398	415	421	436	448	476	503
0,40	393	450	483	501	519	533	582	621
0,60	424	489	537	562	585	602	664	712
1,00	475	552	622	661	691	721	812	872
1,40	514	605	693	740	777	821	932	1000
2,00	560	679	788	840	882	946	(1080)	(1160)

Bevor diese Werte, V_r und r, für eine bequeme Konstruktion der Enveloppe verwendet werden können, müssen wir sie noch einer Ausgleichung unterziehen. Wir bilden ein

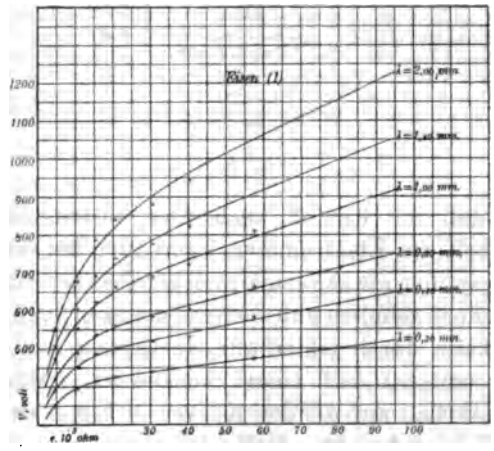


Fig. 4.

neues Diagramm (Fig. 4); die Restpotentiale (in Volt) werden wieder als Ordinaten aufgetragen, als Abszissen aber die Widerstände r in der Leitung (ausgedrückt in Tausenden von Ohm).

Eine Kurve in Fig. 4 repräsentiert also die Beziehung zwischen Widerstand und Restpotential für eine bestimmte, konstante Funkenlänge. Die sechs Kurven beziehen sich auf Funkenlängen von 0,20 bez. 0,40, 0,60, 1,00, 1,40 und 2,00 mm.

Die Unregelmäßigkeiten bei den einpunktierten Werten in Fig. 4 können nicht ausschließlich auf zufälligen Beobachtungsfehlern beruhen, sie gehen, wie wir sehen, im allgemeinen in derselben Richtung für ganze Beobachtungsreihen. Die Beschaffenheit der Luft, ihr Druck, ihre Temperatur und Zusammensetzung ist natürlich in den verschiedenen Fällen verschieden gewesen, und da diese Umstände auf das Aussehen der Charakteristik bei dem Glimmstrom Einfluß haben, ist es wohl wahr-

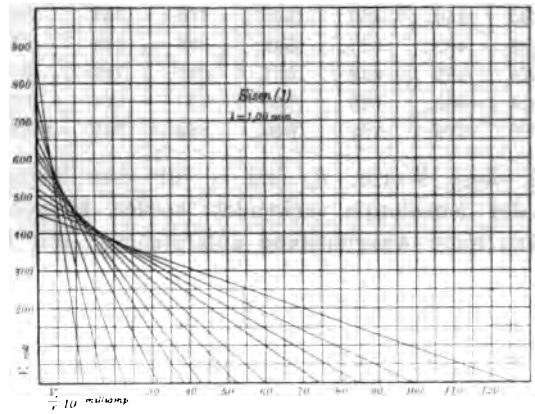


Fig. 5.

scheinlich, daß ihr Einfluß auch hier vorhanden ist. Die Empfindlichkeit des Elektrometers kann auch bei verschiedenen Beobachtungsreihen etwas verschieden gewesen sein; die Schwankungen sind jedoch ziemlich unbedeutend gewesen (0,2 bis 0,5 Proz.). Schließlich kann durch fehlerhafte Justierung der Kugeln am Funkenmikrometer λ mit einem konstanten Fehler behaftet sein, was natürlich auf die den Kurven in Fig. 3 entnommenen Werte für V_r zurückwirkt; ein Fehler von 0,01 mm bei λ führt einen Fehler von 0,5 bis 1,5 Proz. bei V_r mit sich, je nach dem Widerstand in der Leitung.

Entnehmen wir dem Diagramm in Fig. 4 hinreichend viele Wertepaare V_r, r, so werden die Schnittpunkte zwischen

den aufeinander folgenden Linien einander sehr nahe liegen, wodurch es äußerst einfach wird, die Enveloppe zu zeichnen. Dies ist in Fig. 5 für $\lambda = 1{,}00$ mm (Eisen 1) ausgeführt. Als Abszissen sind die Größen $(V_r/r) \cdot 10^3$ aufgetragen, diese haben also die Dimension *Milliampère*; die Ordinaten sind in Volt gerechnet. Die Koordinaten der Charakteristik (= Enveloppe) sind also in Volt und Milliampère ausgedrückt.

Auf dieselbe Weise, wie ich hier ausführlich beschrieben, habe ich das übrige Beobachtungsmaterial behandelt und als Resultat Enveloppen erhalten, die der in Fig. 5 ähnlich sind. Von diesen Kurven, die also die berechneten Charakteristiken für die Funkenlängen 0,20 ... 2,00 mm repräsentieren, gebe ich hier bloß einen Auszug in Tab. 3—8 (unter der Rubrik Funke); die verschiedenen Tabellen beziehen sich auf verschiedene Funkenlängen.

Tabelle 3. $\lambda = 0{,}20$ mm.

Stromstärke in Milliampère	Elektrodenspannung (Volt)									
	Messing			Eisen			Zink		Zinn	Kupfer (Kaufmann)
	Funke		Glimmstrom	Funke		Glimmstrom	Funke	Glimmstrom	Funke	Glimmstrom
	Ser. 1	Ser. 2		Ser. 1	Ser. 2					
1	395	405	—	—	—	—	413	—	404	406
1,5	383	383	—	393	389	—	398	—	388	391
2	374	370	—	383	375	—	387	—	377	380
2,5	365	361	—	373	365	—	379	—	370	372
3	357	353	(360)	367	357	—	372	—	363	365
4	344	342	(350)	354	344	—	360	(360)	353	356
5	333	335	343	343	334	—	351	(354)	345	350
6	325	331	338	335	328	350	344	348	340	346
8	315	328	330	322	318	342	(332)	341	331	340
10	310	326	326	309	312	337	(322)	337	326	336
12	(307)	(325)	322	300	308	334	(314)	334	323	333
16	(303)	(323)	319	(287)	(303)	(331)	—	331	(321)	330
20	(300)	—	(317)	—	(300)	—	—	330	—	328
Temp.	18,4	14,1	17,5	17,3	14,3	18,4	16,4	16,0	19,6°	—
Barom. mm	747	749	754	752	746	754	755	757	756	—

Tabelle 4. $\lambda = 0{,}40$ mm.

Stromstärke in Milliamp.	Messing			Elektrodenspannung (Volt)					
				Eisen		Zink		Zinn	Kupfer (Kaufmann)
	Funke		Glimmstrom	Funke		Funke	Glimmstrom	Funke	Glimmstrom
	Serie 1	Serie 2		Serie 1	Serie 2				
2,5	432	430	—	448	448	447	—	441	436
3	422	417	—	437	433	435	—	432	425
3,5	411	406	—	428	421	426	—	424	416
4	403	398	—	419	411	419	—	417	409
5	388	384	390	403	395	406	387	405	398
6	375	373	380	391	383	396	380	395	390
7	365	365	374	380	373	387	375	387	382
8	358	358	368	369	365	380	371	380	377
9	351	353	364	360	358	374	367	373	372
10	347	349	360	352	351	368	364	367	368
12	340	344	356	339	341	(358)	360	357	363
14	335	341	353	329	333	(349)	357	350	360
16	(332)	(340)	351	320	326	—	355	344	358
20	(328)	(338)	348	305	317	—	352	335	354
Temp.	18,4	14,1	17,5	17,3	14,8	16,4	17,4	19,6°	—
Barom. mm	747	749	754	752	746	755	760	756	—

Tabelle 5. $\lambda = 0{,}60$ mm.

Stromstärke in Milliamp.	Elektrodenspannung (Volt)									
	Messing			Eisen			Zink		Zinn	Kupfer (Kaufmann)
	Funke		Glimmstrom	Funke		Glimmstrom	Funke	Glimmstrom	Funke	Glimmstrom
	Serie 1	Serie 2		Serie 1	Serie 2					
2,5	493	490	—	512	523	—	515	—	501	496
3	479	476	—	497	500	—	496	—	489	478
3,5	467	462	—	484	482	—	481	—	479	464
4	456	451	—	474	468	—	471	—	470	454
5	437	432	427	455	445	434	455	438	455	438
6	421	417	417	439	429	422	443	426	443	426
7	408	404	409	425	415	414	433	417	434	418
8	397	394	403	412	408	407	425	410	425	411
9	388	385	397	401	398	401	417	404	416	406
10	380	378	393	392	384	397	410	400	409	401
12	368	368	386	375	371	389	(398)	394	395	393
14	360	360	381	361	361	383	(388)	389	384	387
16	(354)	354	378	351	352	379	—	386	375	383
20	(345)	347	374	332	338	(374)	—	(381)	360	378
Temp.	18,4	14,1	17,2	17,3	14,3	19,0	16,4	18,0	19,6°	—
Barom. mm	747	749	754	752	746	754	755	760	756	—

Tabelle 6. $\lambda = 1{,}00$ mm.

Stromstärke in Milliamp.	Elektrodenspannung (Volt)													
	Messing				Eisen				Zink			Zinn	Kupfer (Kaufmann)	Platin (Stark)
	Funke		Glimmstrom		Funke		Glimmstrom		Funke	Glimmstrom		Funke	Glimmstrom	Glimmstrom
	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2		Serie 1	Serie 2			
3	581	573	—	—	—	622	—	—	615	—	—	598	580	—
3,5	565	556	—	—	595	595	—	—	595	—	—	580	561	—
4	550	541	—	—	576	572	—	—	577	—	—	567	548	—
5	525	517	501	511	548	536	524	526	549	519	(529)	547	527	—
6	503	498	482	491	527	509	502	502	527	496	506	530	511	—
7	485	482	470	477	508	490	488	487	508	482	491	515	496	449
8	469	468	460	467	490	475	478	476	493	472	480	503	485	433
9	455	455	452	459	476	462	469	468	480	464	472	491	475	423
10	443	444	446	452	462	451	462	461	468	458	465	480	466	414
12	422	425	435	441	440	431	450	450	(448)	449	455	462	453	402
14	405	410	427	433	422	415	441	441	(432)	442	448	446	444	394
16	392	398	421	426	407	402	433	435	(418)	438	442	432	436	387
20	371	378	412	416	384	379	422	426	(398)	432	434	410	425	381
Temp.	18,4	14,1	18,4	16,0	17,3	14,3	19,0	12,4	16,4	16,0	18,2	19,6°	—	—
Barom. mm	747	749	748	753	752	746	754	766	755	753	760	756	—	748

Tabelle 7. $\lambda = 1{,}40$ mm.

Stromstärke in Milliamp.	Elektrodenspannung (Volt)										
	Messing			Eisen			Zink		Zinn	Kupfer (Kaufmann)	Platin (Stark)
	Funke		Glimmstrom	Funke		Glimmstrom	Funke	Glimmstrom	Funke	Glimmstrom	Glimmstrom
	Serie 1	Serie 2		Serie 1	Serie 2						
3,5	650	644	—	—	700	—	697	—	(673)	665	—
4	630	625	—	680	666	—	676	—	650	647	—
5	597	593	—	639	622	(585)	639	(595)	624	615	—
6	570	568	562	607	586	564	608	575	608	589	—
7	548	547	538	580	557	549	585	562	584	569	499
8	529	529	522	560	536	536	565	551	567	553	485
9	514	514	512	541	519	525	548	542	553	540	473
10	500	500	502	525	506	515	534	534	540	530	464
12	477	478	489	497	481	498	513	521	517	514	450
14	459	460	478	475	462	486	496	510	498	502	439
16	443	445	470	456	446	475	481	501	482	492	431
20	418	419	457	428	420	459	(456)	(486)	455	476	419
25	396	396	(448)	400	395	(445)	(430)	—	428	(462)	—
Temp.	18,4	14,1	18,0	17,3	14,3	19,4	16,4	18,7	19,6°	—	—
Barom. mm	747	749	757	752	746	754	755	754	756	—	748

Tabelle 6. $\lambda = 1{,}00$ mm.

Stromstärke in Milliamp.	Messing				Eisen				Zink			Zinn	Kupfer (Kaufmann)	Platin (Stark)
	Elektrodenspannung (Volt)													
	Funke		Glimmstrom		Funke		Glimmstrom		Funke	Glimmstrom		Funke	Glimmstrom	Glimmstrom
	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2	Serie 1	Serie 2		Serie 1	Serie 2			
3	581	573	—	—	—	622	—	—	615	—	—	598	580	—
3,5	565	556	—	—	595	595	—	—	595	—	—	580	561	—
4	550	541	—	—	576	572	—	—	577	—	—	567	548	—
5	525	517	501	511	548	536	524	526	549	519	(529)	547	527	—
6	503	498	482	491	527	569	502	502	527	496	506	530	511	—
7	485	482	470	477	508	490	488	487	508	482	491	515	496	449
8	469	468	460	467	490	475	478	476	493	472	480	503	485	433
9	455	455	452	459	476	462	469	468	480	464	472	491	475	423
10	443	444	446	452	462	451	462	461	468	458	465	480	466	414
12	422	425	435	441	440	431	450	450	(448)	449	455	462	453	402
14	405	410	427	433	422	415	441	441	(432)	442	448	446	444	394
16	392	398	421	426	407	402	433	435	(418)	438	442	432	436	387
20	371	378	412	416	384	379	422	426	(398)	432	434	410	425	381
Temp.	18,4	14,1	18,4	16,0	17,3	14,3	19,0	12,4	16,4	16,0	18,2	19,6°	—	—
Barom. mm	747	749	748	753	752	746	754	766	755	753	760	756	—	748

Tabelle 7. $\lambda = 1{,}40$ mm.

Stromstärke in Milliamp.	Elektrodenspannung (Volt)										
	Messing			Eisen			Zink		Zinn	Kupfer (Kaufmann)	Platin (Stark)
	Funke		Glimmstrom	Funke		Glimmstrom	Funke	Glimmstrom	Funke	Glimmstrom	Glimmstrom
	Serie 1	Serie 2		Serie 1	Serie 2						
3,5	650	644	—	—	700	—	697	—	(673)	665	—
4	630	625	—	680	666	—	676	—	650	647	—
5	597	593	—	639	622	(585)	639	(595)	624	615	—
6	570	568	562	607	586	564	608	575	603	589	—
7	548	547	538	580	557	549	585	562	584	569	499
8	529	529	522	560	536	536	565	551	567	553	485
9	514	514	512	541	519	525	548	542	553	540	478
10	500	500	502	525	506	515	534	534	540	530	464
12	477	478	489	497	481	498	513	521	517	514	450
14	459	460	478	475	462	486	496	510	498	502	439
16	443	445	470	456	446	475	481	501	482	492	431
20	418	419	457	428	420	459	(456)	(486)	455	476	419
25	396	396	(448)	400	395	(445)	(480)	—	428	(462)	—
Temp.	18,4	14,1	18,0	17,3	14,3	19,4	16,4	18,7	19,6°	—	—
Barom. mm	747	749	757	752	746	754	755	754	756	—	748

Tabelle 8. $\lambda = 2{,}00$ mm.

Stromstärke in Milliampère	Elektrodenspannung (Volt)							
	Messing		Eisen			Zinn	Kupfer (Kaufmann)	Platin (Stark)
	Funke	Glimmstrom	Funke		Glimmstrom	Funke	Glimmstrom	Glimmstrom
	Ser. 2		Ser. 1	Ser. 2				
4,5	714	(735)	790	—	—	742	—	—
5	694	706	765	735	—	726	—	—
6	661	670	725	688	—	700	694	—
7	634	645	692	658	(643)	676	666	575
8	611	626	662	625	(627)	656	647	562
9	591	610	635	605	615	638	634	549
10	574	596	615	588	603	621	622	539
12	547	574	582	558	583	591	602	522
14	524	557	553	534	566	567	587	508
16	505	544	529	512	550	547	573	496
20	476	528	489	475	523	516	549	476
25	449	—	450	440	—	488	—	—
Temp.	18,4	18,0	17,3	14,3	19,0	19,6°	—	—
Barom. mm	747	757	752	746	754	756	—	748

Vorläufig begnügen wir uns damit, die große Ähnlichkeit zu konstatieren, welche diese berechneten Charakteristiken sowohl der Form als der Größenordnung nach mit denen des Glimmstromes (bei atmosphärischem Druck) haben; eine nähere Vergleichung versparen wir bis auf später (p. 895).

Das Elektrodenmetall scheint keinen *größeren* Einfluß auf das Resultat zu haben. Zwar findet sich eine Reihe von Verschiedenheiten; so liegen z. B. die berechneten Charakteristiken für Messing etwas tiefer als für Eisen. Bei einem Vergleich aber mit dem, was die Untersuchungen über den Glimmstrom an die Hand geben, scheint es, daß dies nicht ganz und gar dem Elektrodenmaterial zuzuschreiben ist, sondern vielmehr zum großen Teil darauf beruht, daß die äußeren Umstände, unter denen die Versuche ausgeführt worden, im Durchschnitt etwas verschieden gewesen sind.

Was schließlich die Genauigkeit der Messungen betrifft, so finden wir eine erstaunlich gute Übereinstimmung zwischen den Werten für das Restpotential innerhalb derselben Beobachtungsreihe. Für größere Widerstände betragen die Abweichungen in den meisten Fällen kaum 2 Proz. — sofern nicht die Restpotentiale so groß sind, daß das Quadrantelektrometer sich nur eben noch anwenden ließ —, während in Heydweillers außerordentlich sorgfältig ausgeführten Messungen[1]) Abweichungen von ca. 15 Proz. zwischen einzelnen Beobachtungen innerhalb derselben Reihe vorkommen. Bei den geringsten angewandten[2]) Widerständen (ca. 4000 Ohm) sind die Differenzen etwas größer (ca. 5 Proz.). Hier verhielten sich die Metalle etwas verschieden. Bei *Zink* waren die Variationen schon groß, wenn die Widerstände in der Leitung ca. 10000 Ohm betrugen; mit geringerem Widerstand war es kaum möglich, ein zuverlässiges Resultat zu erhalten, während Kugeln von *Eisen*, *Messing* und *Zinn* Messungen von der erwähnten Genauigkeit zuließen. Bei großen Widerständen verschwand die Ungleichheit.

4. Die Bedeutung der Selbstinduktion.

Kann die Selbstinduktion in der Leitung nicht vernachlässigt werden, so findet sich außer der Spannung im Kondensator noch eine elektromotorische Kraft in der Leitung, nämlich $L(di/dt)$. Während des späteren Teiles des Entladungsverlaufes ist ja di/dt negativ, weshalb diese elektromotorische Kraft dann strebt, mit der Kondensatorspannung zusammenzuwirken. Angenommen, der Widerstand in der Leitung sei r, so wird die Entladung aufhören, sobald die *totale* elektromotorische Kraft den Wert V_r erreicht hat, welcher ja für induktionsfreie Leitung galt. Bezeichnet $\mathfrak{V}_r$ das Restpotential des Kondensators für den Fall, daß Selbstinduktion vorhanden ist, so ist

$$V_r = \mathfrak{V}_r + L \left| \frac{d i_k}{d t} \right| .$$

1) A. Heydweiller, l. c. p. 320.

2) Bei noch geringeren Widerständen (ca. 2000 Ohm) wurden die Abweichungen bedeutend größer (für Messingkugeln 10—20 Proz.).

Die Verhältnisse werden näher durch Fig. 6 veranschaulicht. Ist also Selbstinduktion in der Leitung vorhanden, so wird der Kondensator mehr entladen, als wenn solche nicht vorhanden ist. Aus Fig. 6 geht zugleich hervor, daß die Charakteristik nicht auf ganz dieselbe Weise wie in Fig. 5 konstruiert werden darf, sobald die Selbstinduktion in der Leitung nicht vernachlässigt werden kann.

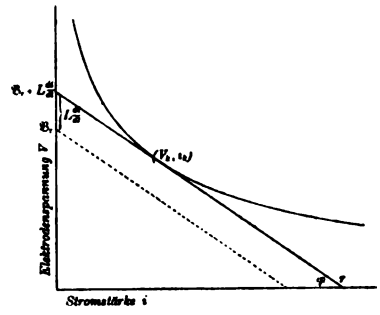


Fig. 6.

Bei kontinuierlichen Entladungen, mit denen wir es im Vorhergehenden ausschließlich zu tun gehabt haben, ist die Quantität $L(di/dt)$, die ja eine Funktion nicht nur der Selbstinduktion, sondern auch des Widerstandes und der Kapazität ist, im allgemeinen gegen Ende des Entladungsverlaufes hin klein. Daß dies bei meinen Bestimmungen der Fall gewesen ist, davon habe ich mich durch einige Kontrollversuche überzeugt. Unmittelbar nacheinander bestimmte ich das Restpotential mit und ohne die Rolle $\mathfrak{L}$ (Fig. 1) in der Leitung unter sonst gleichen Verhältnissen. In Tab. 9 sind zwei solche Beobachtungsreihen mitgeteilt.

Tabelle 9. $C = 3{,}30 \cdot 10^{-9}$ Farad.

r = 3750 Ohm				r = 10950 Ohm			
Mit $\mathfrak{L}$		Ohne $\mathfrak{L}$		Mit $\mathfrak{L}$		Ohne $\mathfrak{L}$	
V_r	λ	V_r	λ	V_r	λ	V_r	λ
329	0,12	315	0,09	406	0,30	410	0,295
377	0,34	389	0,31	507	0,79	510	0,78
409	0,60	401	0,565	581	1,355	582	1,34
429	0,88	426	0,84	646	1,88	643	1,90

Die Tabelle zeigt, besonders bei graphischer Wiedergabe, daß bei den vorhergehenden Bestimmungen die Selbstinduktion keinen Einfluß auf das Restpotential gehabt hat. Wiederholte Versuche innerhalb des untersuchten Widerstandsgebietes haben übrigens dieses Resultat bestätigt.

Bei den oszillierenden Entladungen kann dagegen $L(di_k/dt)$ neben $\mathfrak{B}_r$ nicht vernachlässigt werden; dort haben sogar V_r und $\mathfrak{B}_r$ verschiedenes Vorzeichen in dem Augenblicke, wo die Entladung aufhört. Dies ist zu beachten, denn auch nach einer oszillierenden Entladung kann ja ein bestimmtes Restpotential gemessen werden; dessen Wert aber darf nicht auf dieselbe Weise behandelt werden, wie ich es mit meinen Bestimmungen bei kontinuierlichen Entladungen getan habe, sondern man muß hier zugleich die Größe $L(di/dt)$ in dem Augenblick, wo die Entladung aufhörte, kennen.

5. Der Einfluß der Kapazität und des Anfangspotentiales auf das Restpotential.

Bevor wir an eine Vergleichung der in einem vorhergehenden Abschnitt berechneten Charakteristiken für den Funken mit den entsprechenden für den Glimmstrom herangehen, wollen wir sehen, in welcher Weise die gefundenen Resultate von den vorhandenen Versuchsumständen abhängen.

Heydweiller fand bei kontinuierlicher Entladung das Restpotential unabhängig von der Kapazität. Dies würde nach dem Vorhergehenden bedeuten, daß in dem vorliegenden Fall keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Elektrodenspannung im Funken vorhanden wäre. Eine Verminderung der Kapazität führt ja eine Verkürzung der Entladungszeit mit sich, wodurch Strom und Spannung einer schnelleren Variation mit der Zeit unterworfen werden. Wäre im Funken eine Phasenverschiebung zwischen diesen Größen vorhanden, so müßte diese sich bei einer geringeren Kapazität mehr bemerkbar machen als bei einer größeren. Die Widerstände, mit denen Heydweiller arbeitete, waren indessen sehr groß (0,60—20 Megohm), infolgedessen die Variationen relativ langsam waren. Die Widerstände, die ich angewandt habe, sind im Durchschnitt 100 mal kleiner gewesen, auch die Kapazität ist geringer gewesen, und daher wäre ja bei meinen Versuchen eine solche Phasenverschiebung nicht ausgeschlossen. Um Änderungen in den äußeren Verhältnissen zu eliminieren, habe ich Wechselbestimmungen mit einer größeren und einer kleineren Kapazität der Leitung ausgeführt. In Tab. 10 sind zwei solche Reihen mitgeteilt.

Tabelle 10. $L = 1{,}07 . 10^{-3}$ Henry.

r = 12080 Ohm		r = 23370 Ohm		Kapazität Farad
V_r	λ	V_r	λ	
375	0,15	479	0,295	$3{,}30 . 10^{-9}$
423	0,295	608	0,775	
526	0,77	722	1,84	
619	1,32	803	1,86	
621	1,29	812	1,85	$0{,}73 . 10^{-9}$
525	0,775	714	1,80	
427	0,32	606	0,77	
668	1,67	475	0,295	
618	1,32	—	—	
621	1,33	725	1,315	$3{,}30 . 10^{-9}$
521	0,775	462	0,295	

Wie wir aus der Tabelle ersehen, erhalten wir dasselbe Restpotential, ob wir die größere oder die kleinere Kapazität benutzt haben. Nur bei noch kleineren Widerständen (4970 Ohm) beginnt für die hier in Betracht kommenden Funkenlängen ein Unterschied sich zu zeigen, indem die kleinere Kapazität ein kleineres Restpotential ergibt als die größere, wie Tab. 11 ausweist. Dies scheint mir zunächst darauf zu beruhen, daß die Entladung beim Übergang von Lichtbogen zu Glimmstrom aufhört. Möglicherweise wirkt dabei auch ein Strömen von Elektrizität durch die erhitzte Gasstrecke während einer kleinen Zeit nach Aufhören des Glimmstromes (Lichtbogens) mit, wofür eine Korrektion nicht hat angebracht werden können — ein Umstand, der offenbar das Restpotential mehr erniedrigen muß bei einer kleineren Kapazität als bei einer größeren und das besonders, je kleiner der Widerstand im Schließungsbogen ist.

Tabelle 11.

r = 4970 Ohm; $L = 0{,}015 . 10^{-3}$ Henry.

$C = 3{,}30 . 10^{-9}$ Farad		$C = 0{,}73 . 10^{-9}$ Farad	
V_r	λ	V_r	λ
330	0,085	327	0,115
344	0,115	355	0,33
381	0,33	390	0,59
420	0,59	413	0,87
452	0,87		

Nach dem Vorhergehenden würde das Restpotential in keiner direkten Beziehung zum Anfangspotential stehen, sondern im Gegenteil unabhängig von demselben sein, sofern Schlagweite und Widerstand dieselben sind. Um dieses zu kontrollieren, habe ich die Anfangsspannung zu variieren versucht, indem ich mich der oben erwähnten *Verzögerung* des Funkens bediente; zu diesem Zwecke habe ich Wechselbestimmungen mit von Radiumstrahlen *belichteter* und *unbelichteter* Funkenstrecke ausgeführt. Das Resultat einer solchen Beobachtungsreihe findet sich in Tab. 12; die Werte für V_0 (ber.) und V_r (ber.) bei belichteter Funkenstrecke sind durch graphische Interpolation zwischen 14 direkten Bestimmungen erhalten. Die Tabelle

Tabelle 12.

$r = 10900$ Ohm; $C = 3{,}30 \cdot 10^{-9}$ Farad; $L = 1{,}07 \cdot 10^{-3}$ Henry.

V_r (unbelichtet)	V_0 ber. (belichtet)	V_r (unbelichtet)	V_0 ber. (belichtet)	λ
2040	1200	365	357	0,145
3000	3000	442	450	0,54
4040	3900	485	490	0,77
5040	4700	508	520	0,97
6050	5500	552	548	1,21
7100	5900	561	561	1,325
8000	7300	592	601	1,735
7950	7400	613	608	1,755
6050	5700	551	553	1,255
4000	3250	466	461	0,595
2000	1500	376	372	0,20

zeigt uns, daß innerhalb der vorhandenen Grenzen eine Änderung der Anfangsspannung keinen Einfluß auf das Restpotential gehabt hat. Und im allgemeinen scheint mir die Anfangsspannung keinen Einfluß auf das Restpotential zu haben, ausgenommen, wenn wir uns auf der Grenze zwischen Glimmstrom und Lichtbogen befinden, oder in gewissen Fällen, wenn eine Erhöhung der Anfangsspannung uns auf oder über dieses Grenzgebiet hinüberführt. Es ergibt sich ferner, daß der Einfluß der Radiumbelichtung sich darauf beschränkt, die Ver-

zögerung beim Funken aufzuheben — was ja übrigens zu erwarten war.

Aus dem oben Angeführten geht hervor, daß bei meinen Bestimmungen eine Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Elektrodenspannung im Funken im allgemeinen nicht vorhanden gewesen ist. Die *berechneten* Charakteristiken müssen daher — wenn wir von den Teilen absehen, die aus den allerkleinsten Widerständen konstruiert sind — mit den für den stationären Zustand unter gleichen Verhältnissen sonst geltenden zusammenfallen, sofern dieselben Formeln hier anwendbar sind wie beim Lichtbogen. Im großen und ganzen ist dies der Fall, wie wir im folgenden Abschnitt sehen werden.

II. Vergleich zwischen den Charakteristiken für den Funken (ber.) und für den Glimmstrom bei Atmosphärendruck.

Bei Entladung in atmosphärischer Luft können wir — für stationären Zustand und oberhalb einer gewissen Stromstärke — die Beziehung zwischen Elektrodenspannung und Stromstärke durch die Kurve in Fig. 7 wiedergeben. Wir haben bereits bemerkt, daß in einem elektrischen Funken diese beiden Entladungsphasen, der Glimmstrom und der Lichtbogen, vorhanden sein können, zugleich aber, daß, wenn der Leitungswiderstand zu groß ist, der Lichtbogen fehlt. Bei meinen Versuchen dürfte dies meistens der Fall gewesen sein, weshalb die im Vorhergehenden aus den Bestimmungen des Restpotentiales berechneten Charakteristiken gleich sein müßten mit den entsprechenden für den Glimmstrom unter denselben atmosphärischen Verhältnissen.

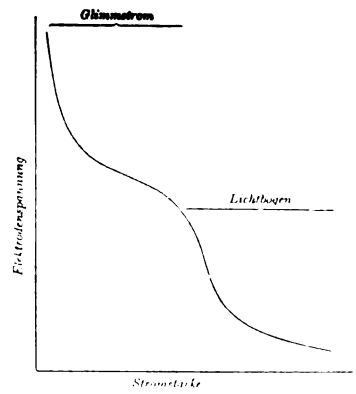


Fig. 7.

Vor kurzem haben Stark[1]) und Kaufmann[2]), jeder für sich, den Glimmstrom bei atmosphärischem Druck untersucht.

1) J. Stark, Physik. Zeitschr. **4**. p. 535. 1903.
2) W. Kaufmann, Physik. Zeitschr. **4**. p. 578. 1903.

Ihre Resultate sind im großen und ganzen übereinstimmend, in ein paar Hinsichten aber finden sich doch augenfällige Abweichungen. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß die V, i-Kurven 45—90 Volt, d. h. ca. 13 Proz., höher in Kaufmanns Bestimmungen liegen als in den Starkschen. Die Ursache hierfür muß, zum größten Teil wenigstens, nicht in einer Verschiedenheit des Elektrodenmetalles, wie aus Kaufmanns Untersuchungen hervorgeht, sondern in der verschiedenen Form der Elektroden liegen. Stark wandte nämlich dünne Platindrähte (0,49 und 0,82 mm im Durchmesser) an, Kaufmann dagegen gröbere Kupferdrähte (Kathode und Anode 3 bez. 1,5 mm im Durchmesser). Bei den dünneren Drähten ist der Temperaturfall längs der Elektrode geringer als bei den gröberen; analog dem, was Granqvist[1]) beim Lichtbogen gezeigt hat, muß daher im ersteren Falle ein geringerer Potentialfall zwischen den Elektroden und der Gasstrecke vorhanden sein als im letzteren.[2])

Dies hat mich veranlaßt, einige Glimmstromcharakteristiken mit denselben Elektroden (Kugeln von 19,2 mm Durchmesser) zu untersuchen, mit denen ich vorher Bestimmungen über das Restpotential ausgeführt hatte. Die Versuchsanordnung war folgende. Von einer Hochspannungsbatterie von 1200 Zellen wurde der Strom durch einen variierbaren Hittorfschen Jodkadmiumwiderstand zum Funkenmikrometer geleitet, von dort durch ein Galvanometer zurück zur Batterie; dieser Pol war direkt zur Erde abgeleitet. Das Galvanometer, das von d'Arsonvalschem Typus war, war mit einem dicken Kupferdraht nebengeschaltet; 1 Skalenteil Ausschlag entsprach 0,105 Milliamp. in der Hauptleitung. Die positive Elektrode am Funkenmikrometer war außerdem vermittelst eines großen Flüssigkeitswiderstandes (ca. 10 Megohm) mit der Nadel im Quadrantelektrometer verbunden (die Anordnung hier dieselbe wie auf p. 870); der Isolierungsfehler des Elektrometers und des letzterwähnten Widerstandes betrug ca. 10^7 Megohm. Diese Bestimmungen wurden mit vertikaler Gasstrecke und mit der wärmeren Kathode oben ausgeführt. Die Kugeln wurden vor

1) G. Granqvist, l. c. p. 11.
2) Vgl. auch J. Stark, l. c. p. 716.

jeder Beobachtungsreihe geputzt, so daß der Bogen längs der kürzesten Verbindungslinie zwischen ihnen gebildet wurde. Der Kontakt zwischen den Elektroden wurde auf dieselbe Weise wie vorher (p. 872) beobachtet. Ich habe die Charakteristiken für die Bogenlängen 0,20 0,40, 0,60, 1,00, 1,40 und 2,00 mm bei Anwendung von Messing-, Eisen- und Zinkkugeln bestimmt. Die höchste zugängliche Stromstärke war 20 Milliamp., die niedrigste, die zufolge der großen Kapazität des Elektrometers (bei der betreffenden Schaltung) angewendet werden konnte[1]), war ca. 5 Milliamp. Das Resultat meiner Messungen findet sich in Tab. 3—8 (unter der Rubrik Glimmstrom); die zu jeder Charakteristik gehörigen Werte sind durch Interpolation aus etwa 30 einzelnen Beobachtungen erhalten. Die Maximaldifferenz zwischen einzelnen Bestimmungen der Elektrodenspannung für dieselbe Stromstärke beträgt ca. 3 Proz.; der mittlere Fehler in den mitgeteilten Werten beträgt ca. 0,5 Proz.

In diese Tabellen habe ich auch die von Stark und Kaufmann bestimmten Charakteristiken (die V, i-Kurven) aufgenommen. Diese finden sich allerdings *nicht* in der Form mitgeteilt, wie ich sie wiedergegeben. Stark hat nämlich die Charakteristiken für die Bogenlängen 1,2 und 1,8 mm bestimmt. Er fand zugleich, daß die Elektrodenspannung bei den von ihm angewandten Stromstärken von ca. 1 mm an *linear* mit den Bogenlängen zunahm; im Anschluß daran habe ich aus seinen zwei Charakteristiken die entsprechenden für 1,00, 1,40 und 2,00 berechnet. Kaufmann wieder hat nur einige *V, i-Kurven* für Stromstärken zwischen 0,9—21 Milliamp. veröffentlicht; aus seinen Diagrammen habe ich graphisch die in Tab. 3—8 wiedergegebenen Charakteristiken berechnet. Wie wir sehen, herrscht eine vortreffliche Übereinstimmung zwischen Kaufmanns und meinen Bestimmungen. Wie er, habe auch ich stark wärmeabsorbierende Elektroden verwendet.

Die angewandten Elektrodenmetalle (Messing, Eisen, Zink) scheinen keinen nennenswerten Einfluß auf die Charakteristiken

1) Bei geringerer Stromstärke erlosch der Bogen, oder, wenn die Bogenlänge kleiner war als die Schlagweite der Batterie, wurde die Entladung intermittent. Vgl. W. Kaufmann, Ann. d. Phys. **2.** p. 176. 1900; Physik. Zeitschr. **4.** p. 579. 1903.

zu haben; der kleine Unterschied, der vorhanden ist, kann sehr wohl auf andere, zuvor erwähnte Ursachen zurückgehen. Bei atmosphärischem Druck sind also die Elektrodengefälle bei den hier angewandten Metallen ungefähr dieselben.

Vergleichen wir die *berechneten* (Funken-) mit den (von mir) *direkt beobachteten* (Glimmstrom-)Charakteristiken, so ist, im großen und ganzen wenigstens, die Übereinstimmung zwischen ihnen vollständig. Doch finden sich ein paar Abweichungen. Für *kleine* Stromstärken liegen nämlich die Charakteristiken für den Funken etwas *höher* als die entsprechenden für den Glimmstrom, während bei den *größeren* Stromstärken das Verhältnis umgekehrt ist; dort liegen die berechneten niedriger als die direkt beobachteten.

Wir haben bereits oben bemerkt, daß, wenn der Temperaturfall längs der Elektrode größer ist, der Potentialfall zwischen dieser und der Gasstrecke auch größer ist. Bei dem Funken ist die totale Energieentwickelung verhältnismäßig unbedeutend, und eine nennenswerte Temperaturerhöhung ist daher bei den von mir verwendeten groben Elektroden nicht aufgetreten. Bei dem Glimmstrom dagegen wurden die Elektroden nicht unbedeutend erwärmt; im allgemeinen zeigten sich auch in einer Beobachtungsreihe die ersten Bestimmungen für die Elektrodenspannung etwas (1—2 Proz.) größer als die gegen Ende der Reihe für dieselbe Stromstärke ausgeführten. Dies kann ja die Abweichung bei den *kleinen* Stromstärken, *nicht* aber bei den größeren erklären. Man beachte, daß diese letzterwähnten Teile der *berechneten* Charakteristiken sich auf die Restpotentiale bei den kleinsten Widerständen beziehen.

Für eine gegebene Bogenlänge kann ja die Beziehung zwischen Elektrodenspannung und Stromstärke durch die ausgezogene Kurve in Fig. 8 wiedergegeben werden. Wird ein Kondensator durch einen hinreichend kleinen Widerstand r entladen, so trifft es ein, daß die Linie V_0, r die Lage hat, wie die Figur zeigt; der Glimmstrom ist unmittelbar von einem Lichtbogen fortgesetzt worden. Sobald während der Entladung die Spannung im Kondensator auf E' gesunken ist, so daß die Linie E', r die Lichtbogencharakteristik tangiert, erlischt der Lichtbogen oder geht in einen Glimmstrom über, wenn

dieser, wie es in Fig. 8 der Fall ist, existieren kann.[1]) Strom und Spannung im Funken streben dann, sich von dem Punkte 1 nach Punkt 2 in unserem Diagramm zu verschieben. Teils aber sinkt gleichzeitig die Spannung im Kondensator, teils verschwindet nicht unmittelbar der während der Lichtbogenphase entwickelte Metalldampf aus der Gasstrecke, weshalb die Stromvariabeln im Funken, statt der ausgezogenen Kurve in Fig. 8 zu folgen, sich nun längs der gestrichelten Linie bewegen. Und es ist klar, daß je schneller die Entladung vor sich geht, um so mehr die gestrichelte Kurve von der stationären abweichen und um so später auch sich mit derselben vereinigen muß. Wird der Leitungswiderstand vermehrt, so rücken die Punkte 1 und 2 einander näher, sofern nicht Punkt 1 überhaupt fehlt, in dem Fall nämlich, daß der Lichtbogen nicht entstehen kann; die Entladung geht zugleich langsamer vor sich und die Abweichung zwischen den Kurven wird geringer, eventuell verschwindet. Dies gibt uns eine Erklärung dafür, wie die Charakteristik für den Funken bei größeren Stromstärken *niedriger*, bei *kleinen* Stromstärken dagegen höher als die des Glimmstromes liegen kann.

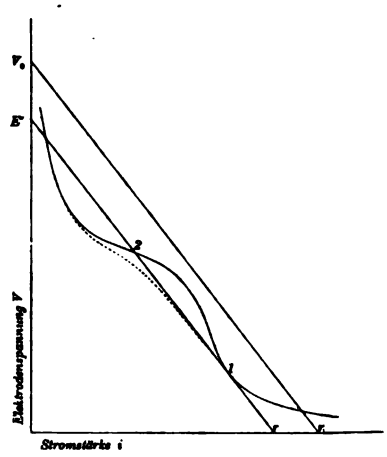


Fig. 8.

Ein anderer Umstand, der zu dieser Verschiebung der Charakteristik bei größeren Stromstärken beiträgt, ist der, daß vielleicht ein Strömen von Elektrizität durch die erhitzte Gasstrecke stattfindet, auch nachdem der Glimmstrom oder der Lichtbogen selbst zu existieren aufgehört hat. Und es ist klar, daß je größer die Stromstärke in dem Augenblick des Auf-

1) Um nicht die Frage zu komplizieren, habe ich von der Phasenverschiebung abgesehen, die zwischen Strom und Spannung im Lichtbogen vorhanden sein kann. Aus demselben Grunde habe ich auch die Annahme gemacht, daß die Selbstinduktion relativ klein ist.

hörens des Glimmstromes (Lichtbogens) war, um so größer der Spannungsverlust im Kondensator, um so niedriger also das gemessene Restpotential des Kondensators wird, und um so mehr sich auch die berechnete Charakteristik gegen die Abszissenachse verschiebt.

Aus dem oben Angeführten geht hervor, daß innerhalb des untersuchten Gebietes das Erlöschen des elektrischen Funkens sich rein elektrodynamisch erklären läßt und durch dieselbe Bedingung bestimmt ist, die Kaufmann und Granqvist für den Lichtbogen gültig gefunden haben. Und mit aller Wahrscheinlichkeit dürfte sie auch völlig generell gelten, wenn auch das Auftreten bedeutender Schwierigkeiten eine vollständige Verifizierung verhindert.

III. Grenzfall.

Im Vorhergehenden haben wir angenommen, daß die Linie V_0, r die Charakteristik schneidet. Wird indessen der Leitungswiderstand hinreichend groß genommen, so kommt die Linie zwischen der Kurve und der Ordinatenachse zu liegen. Auch in diesem Fall wird ein bestimmtes Restpotential gemessen, da ja, unabhängig vom Widerstand, Entladung eintreten muß, sobald die erforderliche Potentialdifferenz zwischen den Elektroden vorhanden ist; ein solcher Wert darf offenbar nicht auf dieselbe Weise behandelt werden, wie im Vorhergehenden erwähnt worden. Ein Grenzfall tritt also ein, wenn r so groß ist, daß die Linie V_0, r die Charakteristik tangiert. Vorausgesetzt, daß die Leitung fortgesetzt als einfach betrachtet werden kann und daß Charakteristik und Anfangsspannung bekannt sind, können wir diesen Grenzwiderstand r_g berechnen.

Die Charakteristik für den Glimmstrom läßt sich besonders gut durch die Gleichung

$$V = a + \frac{b}{i}$$

darstellen, wo V und i Elektrodenspannung und Stromstärke und a und b Funktionen der Bogenlänge sind (bei konstanten äußeren Verhältnissen). Ich habe die Größen a und b für $\lambda = 1$ mm und $\lambda = 2$ mm berechnet, wobei ich mich jedoch nur der Werte V für $i = 5$ und $i = 10$ Milliamp. bedient habe; für

$\lambda = 1$ mm sind diese Werte der Tab. 6 entnommen und stellen die Mittelwerte meiner sechs Beobachtungsreihen dar, für $\lambda = 2$ mm habe ich die Werte von V bei Messingelektroden in Tab. 8 genommen. Als Resultat habe ich erhalten:

$$\text{für } \lambda = 1 \text{ mm} \quad a_1 = 396, \quad b_1 = 0{,}61,$$
$$\text{für } \lambda = 2 \text{ mm} \quad a_2 = 486, \quad b_2 = 1{,}10,$$

wenn V und i in *Volt* und *Ampères* ausgedrückt worden.

Aus der Gleichung der Charakteristik[1]) erhalten wir für die Berechnung des fraglichen Grenzwiderstandes r_g die Formel

$$r_g = \frac{(V_0 - a)^2}{4\,b}.$$

Nach Orgler[2]) ist für $\lambda = 1$ mm $V_0 = 4570$ Volt und für $\lambda = 2$ mm $V_0 = 8200$ Volt. Durch Einsetzen der Zahlenwerte erhalten wir

$$\text{für } \lambda = 1 \text{ mm} \quad r_g = 7 \text{ Megohm},$$
$$\text{für } \lambda = 2 \text{ mm} \quad r_g = 13{,}5 \quad \text{„} \quad .$$

Falls diese Grenzwiderstände überschritten werden, muß sich das offenbar durch sehr große Unregelmäßigkeiten im Restpotential zu erkennen geben. Heydweiller, der eben mit Widerständen dieser Größenordnung gearbeitet hat, findet, daß für $\lambda = 1$ mm solche große Variationen eintreten, wenn der Widerstand 5—7 Megohm und mehr beträgt; für 2 mm Funkenlänge verschiebt sich die Grenze auf ca. 12 Megohm, was ja gut mit den betreffenden Grenzwerten, die ich berechnet, übereinstimmt.

Bei so bedeutendem Widerstande kann man indessen nicht die Kapazität desselben und der Elektroden vernachlässigen; die Stromstärke ist in der Tat größer im Funken als im Widerstand des Schließungsbogens. Höchstwahrscheinlich gilt auch hier die Granqvistsche Bedingung; sobald

$$E + J^2 \frac{\partial R}{\partial J} = 0,$$

1) Streng genommen hätten wir uns der berechneten Charakteristiken für den Funken bedienen müssen; ihrer unsicheren Form wegen habe ich es aber vorgezogen, die entsprechenden Charakteristiken für den Glimmstrom anzuwenden.

2) A. Orgler, Ann. d. Phys. 1. p. 159. 1900.

wo J und R die Stromstärke und den scheinbaren Widerstand im Funken, und E die totale äußere elektromotorische Kraft bezeichnen, hört die Entladung auf. Die freie Elektrizität am Widerstand wird allmählich abgeleitet, und die Spannung zwischen den Elektroden nimmt zu. Kühlt sich dabei die Funkenstrecke nicht ab, so kann eine neue Entladung stattfinden etc., bis die Spannung an der Entladungselektrode so weit gesunken und die Funkenstrecke so weit abgekühlt ist, daß kein weiterer Durchbruch möglich ist. Die Entladung ist also in diesem Fall intermittent geworden.

IV. Über die Energieentwickelung und den Widerstand im Funken.

Bei seinen oben erwähnten Untersuchungen glaubte Heydweiller[1]) die totale Energieentwickelung als proportional der Entladungszeit und unabhängig von der Stromstärke annehmen zu können und motivierte dies damit, daß jene Veränderung zu Anfang sehr schnell erfolge und dann nur langsam fortschreite, so daß bei großen Leitungswiderständen nach verhältnismäßig kurzer Zeit ein nahezu stationärer Zustand eintrete. Die Stromstärke kann jedoch *niemals* als konstant betrachtet werden, weil die treibende elektromotorische Kraft, d. h. die Spannung im Kondensator, kontinuierlich vom Anfangspotential bis zum Restpotential sich vermindert. Von den stationären Entladungsformen wissen wir außerdem, daß der momentane Wert der Energieentwickelung *nicht* unabhängig von der Stromstärke ist, sondern im Gegenteil im allgemeinen ungefähr linear mit derselben zunimmt.

Im Vorhergehenden haben wir gefunden, daß dieselben Gesetze beim Funken wie beim stationären Zustand gelten, und daß wenigstens bei größerem Widerstand eine Phasenverschiebung zwischen Strom (i) und Elektrodenspannung (V) im Funken nicht vorhanden ist. Wir haben als eine erste Approximation angenommen, daß die Beziehung zwischen diesen Größen durch die Gleichung

$$V = a + \frac{b}{i}$$

1) A. Heydweiller, l. c. p. 335.

repräsentiert wird. Die während der Entladungszeit t_1 entwickelte Energie im Funken ist also

$$f = \int_0^{t_1} V i \, dt.$$

Wenn C die Kapazität des Kondensators ist, so ist (approx.)

$$f = b t_1 + a C(V_0 - V_r). \tag{1}$$

Damit nun die totale Energieentwickelung f der Entladungszeit t_1 proportional sei, ist erforderlich, daß man das andere Glied im obigen Ausdruck neben dem ersten vernachlässigen kann. Daß dies auch nicht bei ziemlich großen Widerständen erlaubt ist, zeigt uns folgende Überschlagsrechnung. Z. B. für $\lambda = 2$ mm haben wir oben $a = 486$ und $b = 1{,}10$ berechnet, wenn V und i in Volt und Ampères ausgedrückt werden.[1]) Mit einem Kondensator von $12 . 10^{-9}$ Farad Kapazität fand Heydweiller $C V_0 = 102{,}9 . 10^{-6}$ Coulomb und für $0{,}90 . 10^6$ Ohm Widerstand im Schließungsbogen $C V_r = 30{,}5 . 10^{-6}$ Coulomb, so daß also

$$a C(V_0 - V_r) = 35{,}2 . 10^{-3} \text{ (Joule).}$$

Für den gleichen Widerstand und gleiche Kapazität fand er die Entladungszeit $t_1 = 14{,}8 . 10^{-3}$ Sek., also $b t_1 = 16{,}3 . 10^{-3}$ (Joule). In dem angeführten Beispiel ist das zweite Glied mehr als doppelt so groß wie das erste und darf daher nicht vernachlässigt werden. Es ergibt sich hieraus, daß die totale Energieentwickelung im allgemeinen auch nicht einmal approximativ der Entladungszeit proportional gesetzt werden kann. Ferner scheint, daß, da V_r bei sehr großen Widerständen sich V_0 nähert, f/t_1 dort sich einer Konstanten nähern muß. Aus Heydweillers Messungen[2]) habe ich f/t_1 mittels meiner obigen Formel (1) für die Funkenlänge $\lambda = 2$ mm berechnet. Die Kolumnen 4 und 5 der Tab. 13 enthalten die Werte, die Heydweiller und die ich berechnet.[3])

1) Da es sich hier nur um eine approximative Berechnung handelt, habe ich die oben aus der Charakteristik für den Glimmstrom berechneten Werte von a und b angewendet.

2) A. Heydweiller, l. c. p. 332.

3) Als Wert für $C V_0$ habe ich den von Heydweiller angegebenen $102{,}9 . 10^{-6}$ Coulomb genommen.

Tabelle 13.

$\lambda = 2$ mm.

r Megohm	t_1 Sek.	$q_1 = C V_r$ Mikrocoulomb	$\frac{f}{t_1}\left(\frac{\text{Joule}}{\text{Sek.}}\right)$ nach Heydweiller	$\frac{f}{t_1}\left(\frac{\text{Joule}}{\text{Sek.}}\right)$ nach Formel (1) ber.	$\frac{q_1^2}{4 C^2 r}$
0,90	0,0148	30,5	2,2	3,5	1,79
3,20	0,0392	53,8	1,5	1,7	1,56
3,90	0,0468	55,6	1,5	1,6	1,37
5,40	0,0492	64,8	1,5	1,5	1,35
7,40	0,0391	74,0	1,3	1,5	1,28
10,10	0,0303	87,4	1,4	1,3	1,30
11,90	0,0315	92,1	1,4	1,3	(1,23)

Wie wir aus der Tabelle sehen, ist ein deutlicher Gang in den Werten von f/t_1 vorhanden, und zwar so, daß sie mit zunehmendem Widerstand nach einem bestimmten Grenzwert hin abnehmen, wie wir das vermutet. Bei einem Vergleich der vierten und fünften Kolumne derselben Tabelle bemerken wir die vollständige Übereinstimmung, die zwischen den Werten in derselben Horizontalreihe herrscht, was die Richtigkeit unserer Berechnungen bestätigt.

In der sechsten Kolumne der Tab. 13 stehen die Werte für $V_r^2/4r$; wie ich schon einleitend erwähnt, zeigt sich hier derselbe Gang. Daß $V_r^2/4r$ bei solchen Widerständen, wie ich sie angewandt, auch nicht annähernd konstant ist, erhellt ohne weiteres aus Tab. 14; die Werte von V_r und r sind der Tab. 2 (p. 879) entnommen. Durch eine Berechnung analog der auf p. 898 können wir aus der Gleichung der Charakteristik eine Relation erhalten, die etwas besser die Verhältnisse wiedergibt. Wir finden aus ihr

$$\frac{(V_r - a)^2}{4b} = r. \tag{2}$$

Vergleichshalber sind in Tab. 14 auch die Werte für $(V_r - a)^2/4r$ eingeführt; V_r und r sind wieder der Tab. 2 entnommen. Die in der letzten Horizontalreihe der Tab. 14 stehenden Werte für r und V_r sind Heydweillers Messungen entnommen.

Tabelle 14.

r Ohm	V_r Volt		$\frac{V_r^2}{4r}$		$\frac{(V_r-a)^2}{4r}$	
	$\lambda = 1$ mm	2 mm	1 mm	2 mm	1 mm	2 mm
4650	475	560	12,1	16,9	0,84	0,30
10800	552	679	7,1	10,7	0,56	0,86
15400	622	788	6,3	10,1	0,83	1,48
20800	661	840	5,3	8,5	0,84	1,51
30500	691	882	3,9	6,4	0,71	1,29
40200	721	946	3,2	5,6	0,66	1,32
57600	812	(1080)	2,9	5,1	0,75	1,53
80400	872	(1160)	2,4	4,2	0,70	1,41
$5{,}4 \cdot 10^6$	(4550)	(5400)	0,95	1,35	0,80	1,12

Der Ausdruck $(V_r - a)^2/4r$ ist zwar auch nicht völlig konstant, die Variationen sind jedoch außerordentlich geringer als im Ausdruck $V_r^2/4r$. Dies beruht natürlich darauf, daß die Charakteristik für den Funken nicht genau die Form hat, wie sie die Gleichung angibt, obwohl diese Gleichung ausnehmend gut die Verhältnisse beim Glimmstrom widergibt, wofür wir den Grund bereits erörtert haben.

Aus den Formeln (1) und (2) geht unmittelbar hervor, wie Heydweiller eine Übereinstimmung zwischen $q_1^2/4C^2r$ und f/t_1 hat finden können. Wir erhalten nämlich

$$\frac{(V_r - a)^2}{4r} = b = \frac{f}{t_1} - \frac{aC(V_0 - V_r)}{t_1}.$$

Ist nun r *sehr* groß, so ist V_r von derselben Größenordnung wie V_0, weshalb der letzte Bruch als eine wenn auch grobe erste Approximation vernachlässigt werden kann. Unter derselben Annahme ist auch a klein neben V_r, weshalb mit dieser Approximation

$$\frac{V_r^2}{4r} = \frac{q_1^2}{4C^2r} = \frac{f}{t_1}.$$

Die oben angeführten Messungen geben uns auch ein wenigstens ungefähres Maß für den scheinbaren Widerstand des Funkens in diesem Fall. In dem Augenblicke, wo der Funke sich entzündet, ist der Widerstand nahezu unendlich groß, geht aber schnell auf ein Minimum herunter, worauf er

wieder zunimmt, bis plötzlich die Entladung aufhört und der Widerstand wieder sehr bedeutend wird. Dem Vorhergehenden gemäß und mit Benutzung derselben Bezeichnungen wie auf p. 897 war ja beim Erlöschen des Funkens

$$-\frac{\partial V}{\partial i} = r,$$

und da (vgl. die Note 1 auf p. 898)

$$V = a + \frac{b}{i},$$

so ist

$$r = \frac{b}{i_k^2},$$

wenn i_k und V_k die Stromstärke und die Elektrodenspannung beim Erlöschen bezeichnen. Hieraus ergibt sich, wenn R_k der Funkenwiderstand in diesem Momente ist,

$$R_k = \frac{V_k}{i_k} = r + a\sqrt{\frac{r}{b}}.$$

Für 2 mm Funkenlänge erhalten wir durch Einsetzen der Ziffernwerte

für $r =$ 20000 Ohm $R_k =$ 86000 Ohm,
„ $r =$ 900000 „ $R_k =$ 1340000 „

Für den Fall, daß r *sehr* groß ist, können wir auch den oben erwähnten Minimalwert für R berechnen. Wenn E die Spannung des Kondensators ist, so ist ja

$$E = (R + r)i,$$

$$R = \frac{V}{i} = \frac{a}{i} + \frac{b}{i^2}$$

und zugleich

$$\frac{\partial V}{\partial i} + r > 0.$$

Mit genügend guter Approximation können wir außerdem annehmen, daß dabei E gleich V_0 ist, wodurch wir erhalten

[für $r =$ 20000 Ohm $R_{\text{min.}} =$ 1300 Ohm]
„ $r =$ 900000 „ $R_{\text{min.}} =$ 73000 „

Wie wir sehen, ist in diesem Falle der scheinbare Widerstand des Funkens sehr bedeutend und von ganz verschiedener Größenordnung als der Durchschnittswert, den man für die oszillierenden Entladungen (bei kleinen Leitungswiderständen

im Schließungsbogen) berechnet hat. Aus den Untersuchungen von Trowbridge und Sabine[1]) im letzterwähnten Gebiete berechnete Heydweiller[2]) den Widerstand einer Funkenstrecke von einigen Millimetern Länge und fand, daß er zwischen 10—100 Ohm liegen muß; dann aber anzunehmen, daß der Widerstand bei kontinuierlichen Entladungen durch Leitungswiderstände von ein paar Megohm derselbe sein würde, darf man, wie aus dem Vorhergehenden ersehen wird, nicht tun.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Die hier mitgeteilten Untersuchungen haben also die Vermutung bestätigt, daß das Erlöschen des elektrischen Funkens sich rein elektrodynamisch erklären läßt, wie das bei dem elektrischen Lichtbogen der Fall ist. Während der Glimmstromphase — also bei hinreichend großen Widerständen — scheint eine Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Elektrodenspannung im Funken im allgemeinen nicht vorhanden zu sein. Die Charakteristiken, die aus den Bestimmungen über das Restpotential berechnet werden, stimmen daher, im großen und ganzen wenigstens, mit den entsprechenden beim stationären Zustand überein.

Aus den Charakteristiken für den Glimmstrom, die sich außerordentlich gut durch die Gleichung

$$J = a + \frac{b}{i}$$

darstellen lassen, kann eine einfache Beziehung zwischen Widerstand und Restpotential berechnet werden, wodurch die Verhältnisse auch bei kleineren Widerständen ziemlich gut wiedergegeben werden. Man findet nämlich

$$\frac{(V_r - a)^2}{4r} = b = \text{konst.}$$

Die Beziehung, die Heydweiller zwischen Restladung und Widerstand gefunden, hat nur approximative Gültigkeit, und das nur bei sehr großen Leitungswiderständen. Seine Formel kann durch Approximation aus der obenstehenden vollständigeren erhalten werden.

1) J. Trowbridge u. W. C. Sabine, Phil. Mag. (5) **30**. p. 323. 1890.
2) A. Heydweiller, l. c. p. 340.

Die totale Energieentwickelung im Funken kann — bei hinreichend großen Widerständen — durch die Formel

$$f = b\,t_1 + a\,C(V_0 - V_r)$$

ausgedrückt werden und ist also nicht, wie Heydweiller angenommen, proportional der Entladungszeit und unabhängig von der Stromstärke. Nur bei sehr großen Leitungswiderständen kann, als eine erste Approximation, die totale Energieentwickelung der Entladungszeit proportional gesetzt werden.

Zum Schluß möchte ich noch Hrn. Prof. Dr. K. Ångström und Hrn. Dr. G. Granqvist für die Anregung und vielfache freundliche Unterstützung bei dieser Arbeit meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Upsala, Physik. Inst. d. Univ., Oktober 1904.

(Eingegangen 20. Oktober 1904.)

2. *Metallmanometer als Hochdruckpräzisionsmesser, geprüft mit dem Amagatschen Manometer;* *von Ernst Wagner.*

(Auszug aus der Münchener Dissertation.)

Zur Messung hoher Drucke von einigen hundert Atmosphären können drei Methoden dienen. Die *erste* unmittelbarste, welche Quecksilbersäulen von einigen hundert Meter Höhe verwendet, kommt wegen ihrer Unhandlichkeit und ihres geringen Bereiches naturgemäß nur selten in Betracht. Amagat und Cailletet verwirklichten sie in der Tat in dem 500 m tiefen Brunnen zu Butte-aux-Cailles, dem 400 m tiefen Schacht bei Saint-Etienne und neuerdings[1]) unter Benutzung des Eiffelturmes in Paris. Die *zweite* Methode mißt die Kraftwirkung des Druckes auf eine ihm dargebotene begrenzte und bewegliche Fläche — Stempel — in Gravitationsmaß. Sie hat häufig Anwendung gefunden, im besondern bedient sich ihrer die Physikalisch-Technische Reichsanstalt zur Eichung von Hochdruckmanometern. Diese Gewichtsmethode hat hauptsächlich mit zwei Schwierigkeiten zu kämpfen: mit der Kolbenreibung, welche die Empfindlichkeit beschränkt, und mit den Grenzen ihrer Anwendbarkeit nach den höchsten Drucken hin. Wie beträchtlich bei dem bisherigen Meßgebrauch der sogenannten „Stückrathschen Druckwage“ die Unempfindlichkeit auf Druckänderung war, lehren die mitgeteilten Zahlen[2]), welche besagen, daß bei einem Druck von 20 Atm. die Indifferenzbreite, d. i. der Unterschied der Drucke, welche im steigenden oder fallenden Sinn die erste Bewegung des Kolbens hervorrufen, bis zu 10 Proz. vom zu messenden Druck an-

1) L. Cailletet, Compt. rend. **112**. p. 764. 1891.

2) Zeitschr. f. Instrumentenk. **14**. p. 307. 1894. Tätigkeitsbericht der Physik.-Techn. Reichsanstalt; vgl. auch H. F. Wiebe, Zeitschr. f. kompr. u. fl. Gase **1**. p. 8. 1897.

steigt.[1]) Vor kurzem[2]) hat man die Reibung zu vermindern gesucht durch Klopfen und in der Tat die Indifferenzbreite durchschnittlich auf den achten Teil herunterdrücken können, so daß sie für die Drucke von 100, 200, 300 Atm. bez. nur noch 0,11, 0,13, 0,22 Proz. beträgt; durch Rotieren des Kolbens gelang es an einer anderen Druckwage diese Indifferenzbreite sogar auf den minimalen Betrag von 0,02, 0,01, 0,03 Proz. zu bringen. Für höhere Drucke scheint die Reibung beschleunigt zu wachsen und die Gewichtsmethode überhaupt zu versagen; denn hierfür wird gefordert: möglichst dünner Kolben — kleine Druckfläche — bei sehr beträchtlichen Gewichten, die ihn belasten. Die Widerstandsfähigkeit des Stahls setzt hier die untere Grenze für die Kolbendicke; die großen trägen Massen hat man bei der Stückrathschen Druckwage durch Ungleicharmigkeit — 1 : 10 — zu reduzieren gesucht. Freilich bringt man hiermit wieder eine neue Zwangsbewegung für den Kolben herein, die die freie Beweglichkeit gefährdet und die Reibung vergrößert, weil die Justierung der Achse des Zylinders nicht nur eine vertikale sein, sondern noch in ihrer Richtung durch die Schneide des kürzeren Hebelarmes gehen muß. Kürzlich[3]) hat man im National Physical Laboratory bei London den Meßbereich unter Belassung der direkten Belastung dadurch zu erweitern gesucht, daß man den anderen Faktor, die wirksame Druckfläche, als *Differenz* zweier nahezu gleich dicken Kolben darstellte, und diese läßt sich natürlich beliebig klein machen, ohne daß die einzelnen Kolben selbst besonders dünn sein müßten.

Die *dritte* Methode absoluter Hochdruckmessunng endlich vereinigt in sich die Vorzüge der Empfindlichkeit und des unbeschränkten Bereiches. Der betreffende Apparat ist das sogenannte Desgoffesche, besser nach seinem technischen Vollender das *Amagatsche Manometer* à pistons libres.[4]) Hier

---

1) Die *Mitten* der Indifferenzbreite zeigen freilich für verschiedene Versuchsreihen die überraschende Übereinstimmung auf 0,15 Proz.

2) Zeitschr. f. Instrumentenk. 23. p. 176. 1903.

3) l. c. p. 252.

4) E. H. Amagat, eingehende Beschreibung: Ann. de chim. et phys. 29. p. 70—77. 1893; oder auch F. Kohlrausch, Lehrbuch der prakt. Physik unter „Druck".

können nach dem Prinzip der hydraulischen Presse ohne Anwendung großer träger Massen beliebig große Kräfte zur Erhaltung des Gleichgewichtes gegen den Hochdruck geschaffen werden. Mit wenigen Kombinationen verschiedener Kolben gelang es Amagat, einen Druckbereich bis über 3000 Atm. zu umfassen, obwohl die höchste verfügbare Quecksilbersäule nur 5,20 m betrug. Die Empfindlichkeit ist durch die Anwendung zäher Dichtungsflüssigkeiten, sowie durch die pendelartige Rotation der beiden Kolben so weit gesteigert, daß die Indifferenzbreite auf unmerkliche Beträge herabgemindert ist. Leider läßt die, wohl einzig von Amagat[1]) ausgeführte, Vergleichung der Angaben seines Manometers mit zwei direkt durch eine turmhohe Quecksilbersäule in einer Kirche Lyons geeichten Gasmanometern keine rechte Beurteilung der Leistungsfähigkeit des ersteren zu, weil das angewandte Übertragungsverhältnis der Drucke nicht angegeben ist und die durchschnittlichen Differenzen in den Angaben von 0,1—0,2 Atm. zwischen 26 und 72 Atm. einen deutlichen systematischen Gang zeigen, der vielleicht einer übersehenen und vermeidbaren Fehlerquelle zugeschrieben werden darf.

In der vorliegenden Arbeit wird man eine eingehende Prüfung eines Amagatschen Manometers für Drucke bis zu 300 Atm. und für das Übertragungsverhältnis ca. 60 finden. Dies letztere war als die wichtigste Konstante des Instrumentes der Gegenstand besonderer Untersuchung.

Als Normalmanometer diente es zu einer Prüfung der so bequemen und gebräuchlichen *indirekten* Druckmesser, der sogenannten Hydraulic- oder Federmanometer. Bekanntlich mischen sich hier die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung höchst störend ein in die Angaben des elastischen Druckorganes und rauben diesen ihre Eindeutigkeit, indem sie dieselben von der Vorgeschichte der Beanspruchung abhängig machen. Da es der Technik noch nicht gelungen ist, nachwirkungsfreie Metalle zu schaffen, so liegt offenbar auf dem anderen Weg der Auffindung eventueller Gesetzmäßigkeiten im Ablauf der störenden Nachwirkungen die Möglichkeit vor, sich von diesen zu befreien. Wenn nun auch die in dieser Richtung von der Thermometrie

1) l. c. Tableau 3.

bezüglich der thermischen Nachwirkung erzielten Erfolge ermutigen, so sind die auf dem eigenen Gebiet der elastischen Nachwirkung an Aneroiden vorliegenden Untersuchungen[1]) des verwickelteren Wesens wegen um so resultatloser verlaufen. Da Hochdruckmanometer nach diesen Gesichtspunkten noch keiner *systematischen*[2]) Prüfung unterworfen zu sein scheinen, so unternahm ich auf Veranlassung von Hrn. Geheimrat Röntgen eine solche an zwei Federmanometern, einem kleineren Genfer[3]) und eingehender an einem großen vorzüglichen Instrument der Firma Schäffer-Budenberg, beide bis 300 Atm. reichend.

Hr. Dr. Valentiner hat mich hierbei durch die Ablesung der Quecksilbersäule sehr dankenswert unterstützt.

Das Amagatmanometer und die Bestimmung seiner Konstanten.

Die wichtigste Konstante des Instrumentes ist das Übertragungsverhältnis der Drucke, d. i. das Verhältnis der beiden Kolbenquerschnitte, von denen jeder den seiner Fläche umgekehrt proportionalen Druck aufnimmt. Da aber nach dem Vorgang Amagats die Kolben nicht absolut gedichtet sind, sondern der Beweglichkeit wegen eine dünne ringförmige Schicht zwischen Kolben und Zylinder freigelassen ist, durch die die zähen Flüssigkeiten langsam hindurchgepreßt werden, so stellen die Kolbenflächen nicht die wirksamen oder „*funktionellen*“ Druckflächen dar, es kommt vielmehr zu der gewöhnlichen hydrostatischen Kraft des Druckes auf den Kolbenquerschnitt noch die Kraft der reibenden Strömung an der Kolbenoberfläche hinzu. Für geometrisch vollkommene Zylinderformen, stationäre Strömung und sehr dünne Zwischenschicht werden die

1) Reinhertz, Zeitschr. f. Instrumentenkunde **7.** p. 189. 1887; Referate l. c. **19.** p. 284 u. p. 318. 1899; P. Hebe (Reichsanstalt), l. c. **20.** p. 253. 1900.

2) Vgl. die Andeutungen bei Wiebe, l. c. und die Vergleichung eines Tait- und Bourdonmanometers untereinander: Phil. Mag. **30.** p. 338. 1890, und mit dem Amagatmanometer von Barus: Phil. Mag. **31.** p. 400. 1891.

3) Bezogen von der Société Genevoise, verfertigt von Bourdon, Paris.

Reibungskräfte an der Kolben- und an der Zylinderoberfläche einander gleich[1]) und jede also gleich der Hälfte der hydrostatischen Kraft des Druckes auf die ringförmige Zwischenfläche. Es resultiert demnach als *funktionelle Druckfläche die mittlere Fläche zwischen Voll- und Hohlzylinderquerschnitt,* deren Dimensionen wie folgt bestimmt wurden.

Der große Bronzekolben hatte einen Durchmesser von ca. 4 cm, die zwei kleinen Stahlkolben von 5,12 und 4,07 mm, so daß zwei Übertragungen ca. 60 und 100 möglich sind.

Die dünnen Stahlkolben konnten mit einem Wildschen Sphärometer[2]) gemessen werden: sie werden behutsam auf dem Objekttischchen vorwärts gerollt, dabei heben sie den Kontaktstift, welcher die Libelle dreht, bis zu einem Maximum, das dann eintritt, sowie der ganze Durchmesser gerade zur Geltung kommt. Dieser maximale Ausschlag der Luftblase wird eingestellt. Hierbei ergaben sich folgende Werte bei Zimmertemperatur, die freilich nur in mittlerer Höhe des Kolbens gewonnen werden konnten.

Für den Durchmesser des dickeren Stahlkolbens:

5,125	**5,126**	**5,135**	**5,131**	**5,132**	**5,126 mm**	}	**Mittel:**
5,123	5,128	5,130	5,135	5,125	5,126	5,125 mm	} **5,128 ± 0,002 mm.**

Für den Durchmesser des dünnen Stahlkolbens:

4,078 4,075 4,076 4,074 4,075 4,076 mm. Mittel: **4,076** ± 0,002 mm.

1) Dies folgt (vgl. G. Kirchhoff, Mechanik, Kapitel 26. § 2. p. 372. IV. Aufl. 1897) aus der Strömungsgleichung

$$\varkappa\,\omega + \frac{c}{4}\,\varrho^2 + A\log\varrho + B,$$

angewandt auf zwei konzentrische Zylinder mit den Radien r_2 und r_1. Im Grenzfall $\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1} = 0\right)$ wird im Gegensatz zur Rechnung der Diss. $A = -\frac{c}{2}\cdot r_1 r_2$ und daher die Kraft der reibenden Strömung auf den Kolben (l seine Länge) $= 2 r_1 \pi l \varkappa \left(\frac{\partial \omega}{\partial \varrho}\right)_{\varrho = r_1}$ gleich derjenigen auf den Zylinder $= -2 r_2 \pi l \varkappa \left(\frac{\partial \omega}{\partial \varrho}\right)_{\varrho = r_2}$.

2) Die Richtigkeit der absoluten Schraubenwerte wurde mit einem von der Physik.-Techn. Reichsanstalt geeichten Abbeschen Dickenmesser kontrolliert und die gesetzmäßig verlaufenden Korrektionen angebracht. Wegen der nicht rein zylindrischen Kolbenform — verdickter Kopf des einen Endes — war die sonst bequeme Querschnittsbestimmung durch Messung des Auftriebes nicht ausführbar.

Der Durchmesser des *Bronze*kolbens wurde mit dem Abbeschen Dickenmesser zu **40,176** $\pm$ 0,002 mm gefunden.

Der natürliche Weg zur Bestimmung der Querschnitte der *Hohl*zylinder ist die Wägung des den Hohlraum erfüllenden Quecksilbers, verbunden mit einer Messung der Zylinderlänge. Der Hohlraum wird abgeschlossen durch zwei kleine ebene Glasplatten, die dicht aufgedrückt werden, so daß eine kreisrunde spiegelnde Abschlußfläche erscheint. Etwaige Luftbläschen im Quecksilber werden durch Rühren mit einem feinen Draht entfernt. Als unvermeidliche Fehlerquellen sind die Unvollkommenheiten der inneren Zylinderflächen, die Abrundung der Mündungen etc. alle dahin wirksam, daß sie den mittleren Querschnitt zu groß erscheinen lassen. Die Zylinderlänge wurde wieder mit dem Abbeschen Dickenmesser bestimmt.

Das Gewicht des Quecksilbers von 17° im weiteren Stahlzylinder war im Mittel aus 3 Wägungen, deren größte Differenz 3 mg betrug: 7,419 g. Die Zylinderlänge = 26,405 mm.

Hieraus folgt für den mittleren Durchmesser des *Hohl*zylinders des dickeren Stahlkolbens $2r_2 = \mathbf{5,138\ mm.}$

Für den des dünnen Kolbens aus dem Quecksilbergewicht 4,726 g und der Zylinderlänge von 26,60 mm folgt ein mittlerer Durchmesser von **4,088 mm.** Die Querschnittsgenauigkeit ist auf $^1/_2$ Promille zu schätzen.

Der Messingzylinder erlaubte natürlich seiner Form und seines Materiales wegen diese Quecksilberkalibrierung nicht. Die soeben gefundenen Dimensionen und die daraus abgeleiteten funktionellen Druckflächen sind p. 919 zusammengestellt.

Die offenbaren Mängel indessen dieser ganzen indirekten Methode und ihre mancherlei fragwürdigen Voraussetzungen haben es veranlaßt, auf folgende Weise direkt *experimentell* die wirksamen Druckflächen zu messen.

Man läßt einen bekannten und genügend genau meßbaren Quecksilberdruck p auf den zu bestimmenden Kolben wirken und mißt die Kraft K in Gewichten, welche diese Druckkraft äquilibriert. Hierdurch wird der *funktionelle* Querschnitt Q des betreffenden Kolbenzylindersystems in absolutem Maße gefunden nach der einfachen Beziehung:

$$Q = \frac{K}{p}.$$

Dies ist nun für beide Kolben *einzeln* zu erfüllen; der Quotient der ermittelten Druckflächen liefert dann das Übertragungsverhältnis. Soweit das *Prinzip der Messung*. Die *Technik und die Einzelheiten* bei der praktischen Ausführung gestalteten sich für die Stahlkolben folgendermaßen. Der Hohlzylinder *H* wurde mit Siegellack in ein Glasrohr eingekittet, das sich nach unten verjüngte, umbog und in das Druckrohr *b*, vgl. Fig. 1, fortsetzte. Rizinusöl füllte den ganzen Raum um und unter dem Kolben *c* und vermittelte den Quecksilberdruck *a b*. Der Apparat wurde so justiert, daß die Zylinderachse möglichst vertikal stand. Das Gewicht *K* wurde entweder auf eine Korkscheibe, in der der Kolben feststak, möglichst zentriert gesetzt oder mittels eines Gehänges übertragen, das in einer feinen Stahlspitze auf der Mitte der oberen Kolbenfläche ruhte. Eine gute Spiegelglasskala an einem Luftthermometergestell konnte genau vertikal gerichtet werden, und es wurde zur Vermeidung von Parallaxe aus 3 m Entfernung mit einem, immer in gleiches Niveau gebrachten, Fernrohr mit horizontalem Faden der Quecksilbermeniskus abgelesen. Bei jeder Messung werden drei Punkte der Skala notiert, die beiden Quecksilbermenisci *a*, *b* und das Kolbenende *c*; ferner das Gewicht *K* und die Temperatur *t* des Quecksilbers.

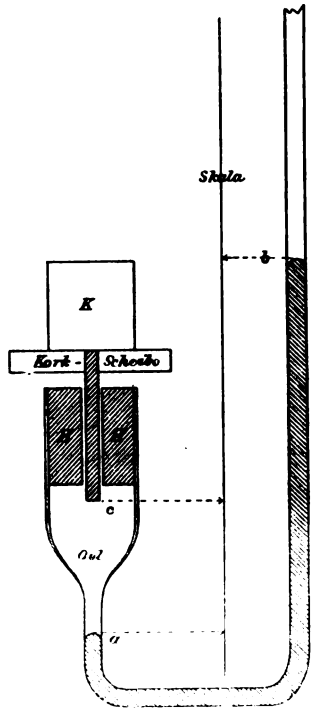


Fig. 1.

Die feinere Äquilibrierung des Kolbens war die difficilste Aufgabe. Offenbar herrscht cet. par. nur für eine einzige Kolbenstellung *c* streng Gleichgewicht. Die Reibung läßt aber den sich einstellenden Kolben innerhalb einer gewissen *Indifferenzbreite* schon zur Ruhe kommen. Durch behutsames Rotieren des Kolbens mit dem die Korkscheibe

streifenden Finger, das eine gewisse feinfühlige Geschicklichkeit der Hand erfordert, konnte diese Indifferenzbreite fast unmerklich klein gemacht werden. Die Einstellungsbewegungen des Kolbens wurden hierbei in einem ca. 4 mal vergrößernden Mikroskop mit Faden beobachtet.

Beim eigentlichen Versuch beobachtet man immer zwei Gleichgewichtszustände nacheinander: einen bei hoher Belastung und entsprechend großer Druckhöhe, und darauf einen anderen bei möglichst kleiner Belastung. Dann werden schließlich nur die Differenzen der Belastungen und der Drucke zur Berechnung von Q herangezogen. Bedeutet nämlich $H = b - a$ die Quecksilbersäule vom spezifischen Gewicht s; $h = c - a$ jene des Öls von der Dichte σ; K das Gewicht, das zur Belastung des Kolbens dient, und zwar die ungestrichenen Buchstaben das Gleiche bei kleiner Belastung, die gestrichenen bei großer, so gilt offenbar für das hydrostatische Gleichgewicht:

$$(H' - H)\,s = (h' - h)\,\sigma + \frac{K' - K}{Q} \quad .$$

und

$$Q = \frac{K' - K}{(H' - H)\,s - (h' - h)\,\sigma} = \frac{\text{Differenz der Belastungen}}{\text{Differenz d. wirksamen hydrost. Drucke}}.$$

Nach dieser Gleichung sind folgende Versuche berechnet.

Tabelle I.

Der dickere Stahlkolben.

Nr.	Belastung K	Quecksilbermeniskus		Kolbenende c	Temp. t	Funktioneller	
		unterer a	oberer b			Querschnitt Q	Durchmesser $2R$
	g	cm	cm	cm	° C.	qmm	mm
I	0	4,67	9,90	11,28	20,5	—	—
II	10	1,09	10,15	10,98	20,2	—	—
III	100	4,62	45,62	11,17	22,0	20,645	5,1270
IV	220,94	1,23	85,63	11,09	21,0	20,666	5,1299
V	217,35	1,98	84,99	11,01	15,0	20,657	5,1284
VI	209,94	3,52	83,90	12,26	18,5	20,659	5,1287
VII	389,29	2,97	147,57	11,50	20,2	20,641	5,1265
VIII	389,29	2,94	147,54	11,25	21,0	20,641	5,1265
IX	389,29	2,97	147,56	11,00	22,7	20,644	5,1269
X	389,29	3,00	147,54	10,82	22,5	20,649	5,1276
XI	382,36	4,43	146,54	11,34	24,8	20,642	5,1268

$b - a = H$; $c - a = h$; $\sigma = 0{,}96$.

Die Beobachtungen unter *b* und *a* sind Mittelwerte aus zwei und mehreren Einstellungen, die sich fast nie um mehr als 0,1 mm unterschieden. I und II sind kombiniert zu einem einzigen Werte bei niederer Belastung. Der Luftauftrieb der Gewichte und die Abnahme des Luftdruckes auf dem freien Ende der Quecksilbersäule in *b* wirken einander entgegen und bringen höchstens eine Korrektion von −0,1 Promille mit sich, welche füglich fortgelassen wurde.

Als Wert für den dickeren Stahlkolben erhalten wir:

$$Q = 20{,}645 \text{ qmm},$$
$$2R = 5{,}127 \text{ mm},$$

die wir auf $^1/_2$ bis $^1/_4$ Promille verbürgt halten.

Der dünne Stahlkolben wurde bestimmt durch direkte *Vergleichung* mit dem soeben erhaltenen Wert des größeren Kolbens nach dem *Prinzip einer hydrostatischen Druckwage*. Ein U-förmiges Glasrohr faßt an den Enden seiner parallelen Schenkel *a* und *b* (Fig. 2) die beiden eingekitteten Stahlzylinder *c* und *c'*, deren Achsen möglichst parallel gerichtet werden. Die Röhre wird unter Vermeidung von Luftblasen ganz mit Öl gefüllt, auf dem die beiden Stahlkolben gleichsam schwimmen. Quecksilber kommt also gar nicht in Anwendung. Die Kolben werden vertikal gerichtet und durch Gewichte P und P_1 äquilibriert. Geschieht dies wieder parweise mit hoher (gestrichene) und niederer Belastung (ungestrichene Buchstaben), so gilt einfach:

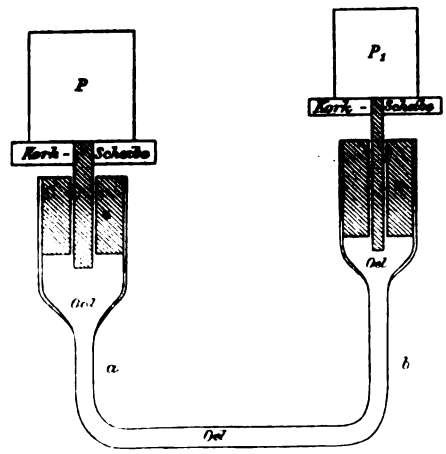


Fig. 2.

$$n = \frac{Q}{Q_1} = \frac{P' - P}{P_1' - P_1}.$$

Bei einer Messung werden hier nur noch Gewichte notiert.

keine Längen und Temperaturen. Natürlich ist zu beachten, daß bei beiden Belastungen die Kolben ihre Niveaustellung beibehalten. Deshalb empfiehlt es sich, die hohe Belastung zuerst vorzunehmen, da der während ihr stattfindende Ölausfluß Niveauänderungen der beiden Kolben gegeneinander zur Folge hat. Einige Geduld und nicht geringe Sorgfalt erfordert die feinere Äquilibrierung, da beide Kolben *gleichzeitig* durch Rotieren und Inbewegunghalten in den empfindlichen Gang zu bringen sind. Es ist nützlich zur feineren Einstellung des Gleichgewichtes einen markanten Punkt des dünneren Kolbens mit einem Mikroskop zu beobachten, weil dieser auf eine kleine Belastungsänderung mit größerer Bewegung reagiert. Das geringe Belastungsintervall, auf das das System nicht reagiert, die Indifferenzbreite also, betrug 0,4 g bei 500 g Belastung. Unter zwanzig Werten für n waren die extremsten 1,584 und 1,581. Der Wert 1,582[1]) liefert für den *dünnen Stahlkolben:*

$$Q_1 = 13{,}05 \text{ qmm},$$
$$2R_1 = 4{,}076 \text{ mm}.$$

Mit Hilfe der hier verwandten hydrostatischen Wage konnte auch die Frage nach dem Einfluß verschieden zähen Öles auf den funktionellen Querschnitt beantwortet werden: es zeigte sich in der Tat, daß keine bemerkbare Änderung der Belastungen nötig war, wenn von den beiden Schenkeln des U-Rohres gleichzeitig der eine Rizinus-, der andere das viel leichtflüssigere Knochenöl enthielt.

Es bleibt jetzt noch der große *Bronzekolben* zu messen. Um hier genügend genau meßbare Quecksilberhöhen zu erhalten, mußten dem großen Querschnitt entsprechend große Gewichte angewandt werden: bis zu 15 kg bei 87 cm Höhe Quecksilber. Wegen der Unsicherheit der benutzten Eisengewichte wurde es nicht unterlassen, ihren Nennwert zu kontrollieren und die gefundenen beträchtlichen Korrektionen anzubringen. Der Belastungsversuch läßt sich beim Bronzekolben unmittelbar am richtig aufgestellten Amagatmanometer

1) Aus Messungen eines und desselben Druckes (kontrolliert nach dem Magdeb. Manom.) unter Vertauschung der beiden Stahlkolben am Amagatmanometer folgt sehr scharf: 1,5824.

vornehmen (vgl. Fig. 3). Die beim Belasten eintretende Senkung c des Kolbens wird vermieden dadurch, daß das in das Steigrohr gepreßte Quecksilber mittels der seitlich kommunizierenden Regulierpumpe R seinem Volumen nach durch Rizinusöl ersetzt wird. Mit dem Finger kann leicht und sehr scharf eine konstante Niveauhöhe erkannt werden an der Übereinstimmung der oberen Kolbenfläche mit einer festen Zylinderfläche, die nach unten das zur Kolbenrotation ausgesparte Fensterchen in der Zylinderwand begrenzt. Steigt bei einer Belastungsänderung von K g auf K' g das Quecksilber um H cm, so sinkt das große Quecksilberniveau unten um h cm; bedeutet s wieder

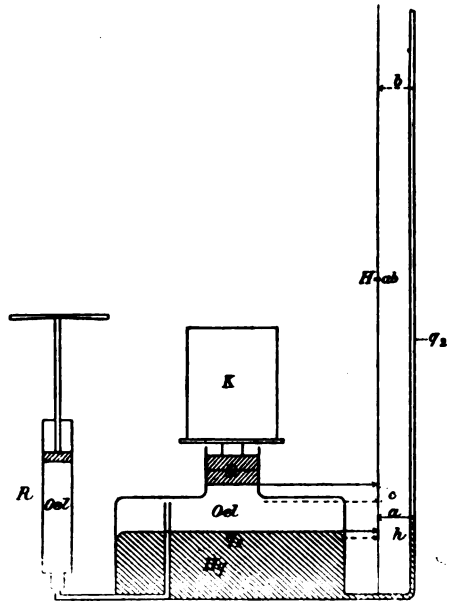


Fig. 3.

das spezifische Gewicht des Quecksilbers, σ das des Rizinusöls, und Q den gesuchten Kolbenquerschnitt, so hat man folgende Formel zur Berechnung von Q, da wegen der Volumengleichheit $q_1 . h = q_2 . H$:

$$Q = \frac{K' - K}{H\left[s + (s - \sigma)\,\frac{q_2}{q_1}\right]}.$$

Die Messung der Querschnitte ergab:

$$q_1 = 77{,}45 \text{ qcm} \quad \text{und} \quad q_2 = 0{,}241 \text{ qcm}.$$

Bei der Messung des funktionellen Querschnittes des großen Bronzekolbens ergab sich ein etwas veränderter Einstellungsmodus der feineren Äquilibrierung gegenüber dem der Stahlkolben. Da der Kolbenquerschnitt Q ca. 50 mal den des Steigrohres q_2 übertrifft, so wird offenbar die geringe Schwankung des

Kolbens um seine Gleichgewichtslage in einer 50fach größeren Schwankung des oberen Quecksilberniveaus b sich ausdrücken. Statt also die Bewegung des Kolbens, wie früher, zu beobachten, wird man diese vom Apparat selbst gelieferte mikroskopische Vorrichtung als Kriterium eines reibungslosen empfindlichen Ganges des Kolbens benutzen: ein ziemlich schnell gedämpftes oszillatorisches Einspielen des oberen Quecksilberniveaus in seine Gleichgewichtslage muß einer richtigen Gleichgewichtseinstellung vorausgehen. Es ist durchaus nicht leicht, eine solche zu erhalten. Gut zentrierte Belastung und vor allem ein sachtes Rotieren des großen Gewichtes K (das den Kolben mitnimmt) mit streifenden Handflächen sind Bedingungen hierzu. Auf diese Feinheiten ist mit Nachdruck hinzuweisen gewesen, weil ohne deren sorgfältige Beachtung Einstellungsfehler des Quecksilberniveaus b bis zu Zentimetern vorkommen können, während sonst die Übereinstimmung auf wenige Zehntel Millimeter geht.

Die Einstellung muß sofort abgelesen werden, da durch den Ölausfluß zwischen Kolben und Zylinder unter Belastung das Quecksilberniveau sinkt.

In der folgenden Tabelle ist eine vollständige Beobachtungsreihe mitgeteilt.

Bronzekolben; Temperatur 17°.

Belastung K	Oberes Hg-Niveau b in cm							
1000 g	1,57	1,56	1,57	1,575	1,58	1,58	1,58	
5000 g	24,77	24,77	24,78	24,78	24,78	24,78		
10003 g	53,78	53,80	53,78	53,79	53,79	53,78	53,78	53,78

$Q = 12{,}686$ qcm $\quad 2R = 40{,}189$ mm berechnet nach kl. Quadr.

Grenze der Leistungsfähigkeit der Gewichtsmethode; die Fehlerquellen.

Außer den zwei schon besprochenen Fehlerquellen der Reibung und mangelhaften Vertikalisierung der Kolben ist hier noch eine dritte störende Erscheinung zu erwähnen, die ein vorübergehendes Einsinken des Kolbens veranlaßt, sobald dieser von der geringfügigen, zur Vermeidung der Reibung bewerkstelligten Rotation mit dem Finger frei gelassen wird.

Die Erscheinung trat in der Anordnung Fig. 2 bei nahezu erreichtem Gleichgewicht und bei kleiner Belastung auf, als

nur einer der beiden Kolben — der dickere — rotiert wurde. (Der dünnere war an sich empfindlich.) Sobald man mit Rotieren aufhört, sinkt er zuerst relativ rasch, als ob er zu stark belastet wäre, kommt dann zur Ruhe und steigt, *seine Bewegung umkehrend*, langsam wieder, bis eingetretene Reibung ihn unbeweglich macht. So zeigt seine Bewegung anfangs zu große, später zu geringe Belastung an: welche hat nun Recht, d. h. ist das wahre Kriterium des reinen hydrostatischen Gleichgewichtes? Wir entscheiden uns wohl mit Recht für die zweite Phase der Bewegung, indem wir annehmen, daß durch die — übrigens sehr langsame — Rotation des Kolbens in der zähen Flüssigkeit irgend welche Spannungen erzeugt werden, die sehr langsam abklingen und eine Kraft nach unten, d. h. nach dem ins Öl eintauchenden Kolbenende zu ergeben; nach ihrem Verschwinden kommen dann die reinen hydrostatischen Kräfte allein zur Geltung. Die Größe der störenden Kraft, die diesen hervorbringt, und zwar nach möglichst starker Rotation, konnte durch das Gewicht gemessen werden, welches ihn gerade nicht aufkommen läßt: es betrug hier ca. 0,6 g. Welcher Art diese in der zähen Flüssigkeit geweckten Kräfte sind, bleibt fraglich: ob elastisch, kapillar oder hydrodynamisch bedingt. Jedenfalls traten sie bei jeder Rotationsrichtung auf und um so stärker, je kräftiger vorher rotiert wurde.

Daß übrigens Spannungszustände im Öl — und zwar in der dünnen Ölschicht wahrscheinlich zwischen Kolben und Zylinder — mit großer Relaxationszeit auftreten, beweist die zur gleichen Zeit am gleichen Kolben gemachte Beobachtung einer durch die Rotation geweckten rückdrehenden Kraft, die sich auch sofort aktiv äußert, indem sie den Kolben mit rasch sinkender Intensität zurückdreht, sobald man ihn mit der Hand frei läßt. Mit einem auf den Kork gestellten kleinen Spiegel ist das leicht zu demonstrieren.

Hierdurch scheint von neuem gezeigt zu sein, daß in diesen zähen Flüssigkeiten Widerstandskräfte gegen Scherung (elastischer Art) auftreten können, d. h. daß sie Gestaltselastizität besitzen.[1]) Es ist zu vermuten, daß diese Erscheinungen auch den Sinkeffekt irgendwie verursachen.

1) Vgl. die Versuche von Schwedoff, Rapports prés. au congr. int. à Paris 1. p. 478. 1900.

Zur Herabminderung dieses Fehlereinflußes kommt uns die angewendete Methode, nur Differenzen von Hg-Einstellungen zu benutzen, gut zu statten. Zweckmäßigerweise wird man möglichst geringe Rotationsbewegungen machen und die Richtung oft wechseln, also mehr oszillatorische Kolbenbewegungen verwenden, wie auch bei Amagat geschieht.

Nach dem Gesagten — und auch durch die gute Übereinstimmung der Versuche berechtigt — werden wir wohl den größten möglichen Fehler aus dieser Quelle mit 0,2 g auf 500 g Totalbelastung, d. h. mit $^1/_2$—$^1/_3$ Promille nicht zu gering eingeschätzt haben.

Im ungünstigsten Fall summieren sich dieser Fehler und der aus der Reibung stammende zu ungefähr 0,8 Promille.

Die angewandte Gewichtsmethode gestattet also die direkte Messung der funktionellen Querschnitte auf mindestens 1 Promille genau; dieselbe Schärfe gilt dann auch für die Genauigkeit des Übertragungsverhältnisses.

In folgender Tabelle ist eine *Zusammenstellung* der mit der Gewichtsmethode und *der* auf dem Wege der direkten Dimensionsmessung *gewonnenen Resultate* gegeben.

	Großer Stahlkolben	Kleiner Stahlkolben	Messingkolben
Durchmesser des Hohlzylinders $= d_2$	5,138 mm	4,088 mm	—
Durchmesser des Vollzylinders $= d_1$	5,128 „	4,076 „	40,176 mm
Funktioneller Durchmesser ber. $= D = d_1 + \frac{d_2 - d_1}{2}$	5,133 „	4,082 „	—
Funktioneller Durchmesser, experimentell bestimmt	5,127 „	4,076 „	40,189 „

Die Tabelle zeigt nicht unerhebliche Differenzen zwischen den berechneten und experimentell bestimmten Werten. Sie sind jedoch nicht größer, als wie sie mit Rücksicht auf den früher besprochenen Grad der Zuverlässigkeit der geometrischen Abmessungen, sowie der Zulässigkeit mancher Annahmen der Theorie zu erwarten waren.

Nach dem, was wir über die erste Methode gesagt haben,

verdient die zweite experimentelle jedenfalls den Vorzug. Wir verwenden deshalb nur die mit ihr gefundenen Werte und erhalten also die beiden Übersetzungsverhältnisse:

Für den großen Stahl- und Messingkolben: $n_1 = 61{,}45 \pm 0{,}03$.
„ „ kleinen „ „ „ : $n_2 = 97{,}22 \pm 0{,}05$.

Frage nach der Konstanz dieser Verhältnisse.

Es ist leicht zu übersehen, daß Temperatur und Druck diese Konstanz nicht merklich beeinträchtigen können.

Die Temperatur kann das Querschnittsverhältnis der beiden Kolben nur dann beeinflussen, wenn zwischen ihnen Temperaturdifferenzen herrschen und dann nur nach Maßgabe des Unterschiedes der Wärmeausdehnungskoeffizienten von Bronze und Stahl. 10° Temperaturdifferenz bedingt eine Änderung von n um nur $^1/_{10}$ Promille.

Ebenso praktisch unwirksam bleibt der Einfluß selbst der höchsten Drucke auf die funktionellen Querschnitte der — ja allein hierbei zu berücksichtigenden — Stahlkolben, wenn auch die vom Druck am meisten betroffenen oberen Teile der Kolben und Zylinder eine relativ beträchtlichere Dimensionsänderung erfahren, weil diese nach entgegengesetzten Seiten geht, indem die Kolben verjüngt, die Zylinder erweitert werden. Schließlich ist noch zu fragen, ob nicht der, wenn auch kleine, aber immer anzunehmende Winkel zwischen den beiden Zylinderachsen (oder auch zwischen den Kraftrichtungen beider Kolben gegeneinander) eine ähnliche Modifikation hereinbringt, wie wir ihr bei der Gewichtsmethode zur Querschnittsmessung und auch bei der Stückrathschen Druckwage begegnet sind. Jedenfalls wird von der Kraft, die der Stahlkolben z. B. auf den Bronzekolben ausübt, auch hier nur eine Komponente übertragen, während die andere Komponente auf die Zylinderwände des Bronzekolbens entfällt. Dies gleiche gilt nun aber auch umgekehrt für die Kraftwirkung des Bronzekolbens auf den Stahlkolben, und zwar wird aus Symmetriegründen für *beide* eine Kraftverminderung von der gleichen Größe gelten.

In dem Vermeiden dieser Fehlerquelle scheint ein neuer Vorzug des Amagatschen Manometers vor den Gewichtsmanometern zu liegen. Doch möchte eine gründlichere Unter-

suchung dieses Umstandes, die durch rein statisch-mechanische Betrachtungen nicht erledigt werden kann, einige Modifikationen unserer Meinung bedingen können.

Das Amagatmanometer; Gebrauchsanweisung, Vorsichtsmaßregeln.

Das Instrument des hiesigen Physikalischen Institutes — gefertigt von Gindre Frères et Co., Lyon — war in einem ca. 7 m hohen geräumigen Zimmer aufgestellt, das sich durch konstante Temperatur auszeichnete. 6 m Quecksilberhöhe war disponibel. Wir benutzten immer das kleinere Übertragungsverhältnis 60 und den maximalen Druck von 300 Atm., der also eine Quecksilberhöhe von noch nicht 4 m zu messen verlangte. Dies geschah von einer Leiter aus an einem in Millimeter geteilten Stahlbandmaß, welches mit seiner am unteren Ende angebrachten Schlinge an dem Abschlußhahn des Quecksilbersteigrohres hing, oben über zwei in der Decke befestigte Rollen lief und durch ein Gewicht sich straff spannte. Seine Vertikalisierung war, wie durch ein benachbartes Senkel kontrolliert wurde, eine vollkommen genügende. Das Quecksilbersteigrohr bildeten vier durch Stahlfassungen zusammengeschraubte Glasröhren, welche nach oben eine über Rollen gezogene und genügend belastete Schnur festhielt. Bandmaß und Steigrohr waren sich so nahe, daß der Beobachter auf der Leiter den Stand des Quecksilbers auf $^1/_2$ mm genau ablesen konnte, eine Genauigkeit, die im Vergleich zu anderen unten besprochenen Fehlerquellen genügte. Der Druck wurde durch eine Cailletetsche Pumpe erzeugt; zwischen ihr und dem Amagatmanometer waren in die druckvermittelnden Kupferkapillaren erstens das zu prüfende Federmanometer, zweitens die große Stahlbombe mit einem unter Quecksilberabschluß stehenden Luftvolumen — als Polster gegen rasche Druckänderungen — und drittens ein Ducretetscher Abschlußhahn eingeschaltet, der das Amagatmanometer vom Druck zu entlasten erlaubte trotz Dauerdruck im Federmanometer.

Um einen Überblick über die Art der Druckmessung zu geben, wie sie in allen späteren Versuchen geübt wurde, teilen wir den *Gang einer Druckeinstellung* mit, welche zugleich Ge-

legenheit gibt, die Empfindlichkeit des Amagatmanometers zu zeigen.

Auf Druckerhöhung mit der Cailletetschen Pumpe bewegen sich gleichzeitig der Zeiger des Federmanometers und die Quecksilbersäule aufwärts; während dessen hat die Ölregulierpumpe das ausgepreßte Quecksilbervolumen zu ersetzen. Zur feineren Zeigereinstellung auf den gewünschten Skalenteil verwendet man die Regulierschraube an der Cailletetschen Pumpe, und zwar ist hierbei darauf zu achten, daß bei dem gleichzeitigen Entgegenarbeiten dieser Regulierschraube und der Ölersatzpumpe die Druckänderung immer im gleichen Sinne verläuft (zur Verhütung größerer elastischer Nachwirkungen der Federmanometer). Unter leichtem Klopfen des Deckglases des Federmanometers wird jetzt genau der betreffende Skalenteil pointiert und *während* der behutsamen Pendelbewegung beider Kolben, für deren genau richtige[1]) Stellung in ihren Zylindern vorher durch die Ölersatzpumpe zu sorgen war, auf Zuruf der Quecksilberstand abgelesen. Zwei Beobachter sind also jedenfalls erforderlich. Für jeden Skalenteil des Federmanometers wurden immer 3—5 solcher Einstellungen vorgenommen. Zu diesem Zweck dürfen mit der feinen Regulierschraube an der Druckpumpe nur so kleine Druckänderungen — $\pm 0{,}5$ Atm. ca. — in der Nähe des betreffenden Skalenteiles hervorgebracht werden, daß man voraussetzen kann, daß die elastische Nachwirkung unmerklich bleibt, daß man also zu den wiederholten Pointierungen, d. i. zu gleichen Deformationen auch den nämlichen Druck hat. Die hohe Empfindlichkeit des Amagatmanometers zeigt sich nun nicht nur darin, daß es diese geringen Druckschwankungen selbst fast synchron mit Hg-Niveauschwankungen beantwortet — natürlich bei leichtem Kolbenrotieren —, sondern vor allem in der so vollkommenen Übereinstimmung mehrerer Hg-Einstellungen, daß die noch übrig bleibenden Differenzen gänzlich auf Rechnung der Einstellungsfehler des Zeigers und der Ablesefehler am Bandmaß zu setzen sind. Bei diesen Einstellungen ist aber Voraussetzung, daß die letzte der erwähnten kleinen Schwankungen, die schließlich zur wirklichen Pointierung führt, immer bei

1) Vgl. das Kriterium dafür p. 916.

steigender Hg-Säule geschieht und zwar auch, wenn im *ganzen* bei fallendem Druck beobachtet wird. Der Zweck dieser einseitigen Art der Einstellung ist, bei dem leicht verunreinigten Quecksilber möglichst gleiche Menisci zu bekommen, da das Klopfen oft nichts fruchtet. Zum quantitativen Beleg der oben behaupteten Empfindlichkeit diene folgendes. Die Differenzen der Quecksilberstände zu gleicher Zeigereinstellung[1]) betrugen fast nie mehr als $^1/_2$ mm. Sehr viel weiter ging nun schon die Ablesbarkeit des Meniskus am Bandmaß nicht: läßt man aber einen Fehler in der Pointierung der Zeigerspitze auf die Mitte eines Skalenteiles von nur 0,1 mm zu — das ist dem Augenmaß gern zuzugestehen —, so bedeutet dieser schon $\frac{1}{20}$ Atm. oder $\frac{760}{60} \cdot \frac{1}{20}$ = gerade ca. $^1/_2$ mm Differenz im Hg-Stand. (Das Übersetzungsverhältnis 60 wurde immer benutzt.) Für die Kolbenreibung und für Übertragungsmängel in der Mechanik des Federmanometers bleiben danach gar keine Beträge anzunehmen. Das große Magdeburger Instrument, dessen individuell geteilte Skala 22 cm im Durchmesser hat, zeichnet sich in der Tat durch seinen ruhigen, völlig schlotterfreien Zeigergang sehr vorteilhaft vor dem kleineren Genfer Bourdon-Manometer aus. Die Feinheit der Zeigerspitze und ihre geringe Entfernung vor der Skalenfläche ermöglicht eine so gut wie parallaxenfreie Pointierung der Teilstriche.

Obwohl die Übereinstimmung der Quecksilberhöhen auf $^1/_2$ mm für wiederholte Zeigereinstellungen, und zwar für den ganzen Druckbereich, schon genügend Beweis für die minimale *Indifferenzbreite* des Amagatmanometers ist, so wurde doch noch durch einen besonderen Versuch diese quantitativ zu ermitteln gesucht. Indes waren die Differenzen zwischen den Hg-Einstellungen bei steigendem Druck (wie bisher und immer geübt) und bei fallendem zwischen 1 und Null mm schwankend infolge von sichtbaren Meniskusänderungen bei fallendem Druck, so daß eine Indifferenzbreite von vielleicht höchstens 0,2 mm Hg anzunehmen ist. Dies bedeutet in unserem Fall, daß schon eine Kraft von 3,5 g das Kolbensystem in seinen zähen Flüssigkeiten Sirup und Rizinusöl in Bewegung setzen kann.

---

1) Als Manometer diente hier das Magdeburger Instrument.

Der *Genauigkeitsgrad einer Druckmessung mit dem Amagatmanometer* für die vorliegenden Verhältnisse ergibt sich also:

erstens gleich $\pm$ 0,5 Promille für *absolute* Druckwerte; dies ist die obere Fehlergrenze in der Bestimmung der funktionellen Querschnitte;

zweitens gleich $\pm$ 0,025 Atm. für den ganzen Druckbereich, wenn es sich um *relative* Druckwerte handelt. Diese relative Genauigkeit (Empfindlichkeit) steigt demnach mit wachsenden Drucken und erreicht für 300 Atm. die sechsfache Größe der absoluten.

Eine Steigerung der Genauigkeit in der Querschnittsmessung würde also die Leistungsfähigkeit des Normalmanometers noch wesentlich erhöhen. Von unserer Gewichtsmethode kann eine erhebliche Verschärfung ihrer Resultate nicht erwartet werden, dagegen würde durch Vergleichung der Angaben des Amagatmanometers mit direkt an einigen hundert Meter hohen Quecksilbersäulen geeichten guten Federmanometern dies Ziel zu erreichen sein.

Zur Erreichung der großen relativen Genauigkeit, die besonders für die höchsten Drucke zur Geltung kommt, betonen wir noch einmal die Wichtigkeit einer scharf konstanten Stellung der Kolben in ihren Zylindern für alle Druckeinstellungen, da Verfehlungen hiergegen die funktionellen Querschnitte und also die Übertragungszahl, wie leicht durch den Versuch zu zeigen, verändern. Darum ist das Mittel, mit der Ölersatzpumpe „feinere Druckschwankungen im Augenblick der Messungen vorzunehmen", das Amagat[1]) empfiehlt, eben wegen der hiermit verbundenen Änderung der Kolbenstellung zu verwerfen; zweckmäßiger besorgt man dies mit der feinen Druckregulierschraube an der Cailletetschen Pumpe. Zur Berechnung der zu messenden Hochdrucke P in Atm. aus den beobachteten und auf 15° reduzierten[2]) Quecksilberhöhen H cm haben wir folgende Beziehung nach den früheren Überlegungen und Bezeichnungen p. 916 und Fig. 3:

1) E. H. Amagat, l. c. p. 74.

2) Die Schwerekorrektion beträgt für München nur 0,2 Promille, da sie obendrein der Korrektion von 0,1 Promille entgegenläuft, welche die Abnahme des Luftdruckes auf dem freien Ende der steigenden Quecksilbersäule hervorbringt, so blieben beide zusammen füglich fort.

$$P = n.H_{15}.\frac{\left[s_{15} + (s_{15} - \sigma)\frac{q_{2,3,4}}{q_1}\right]}{76 \,.\, s_0}\ \text{Atm.} = n.H_{15}.\frac{\left[s_{15} + (s_{15} - \sigma)\frac{q_{2,3,4}}{q_1}\right]}{1000}\ \frac{\text{kg}}{\text{qcm}}.$$

Da die Kalibrierung der aufeinanderfolgenden drei Hg-Steigröhren des Amagatmanometers nahe übereinstimmte ($q_2 = 0{,}241$, $q_3 = 0{,}227$, $q_4 = 0{,}234$ qcm) und $q_1 = 77{,}45$ qcm diese ca. 300 mal übertrifft, so kann ohne merklichen Fehler das zweite Klammerglied durch Verwendung mittlerer Werte und spezifischer Gewichte konstant gesetzt werden = 0,0381. Dies ergibt für $n = 61{,}45$

$$P = H_{15} \,.\, 0{,}8086\ \text{Atm.} = H_{15} \,.\, 0{,}8355\ \frac{\text{kg}}{\text{qcm}}.$$

Einer Atm. entsprechen beim Amagatmanometer also ca. 12 mm Hg im Steigrohr.

Der *Nullpunkt* für die Quecksilberhöhen H, welcher sich nach dem Entspannen der Druckpumpe einstellt, entspricht dem herrschenden Atmosphärendruck an der Ausflußöffnung des Druckwassers. Da seine Lage auch von dem hydrostatischen Druck in den druckvermittelnden Kupferkapillaren zwischen dieser Öffnung und dem oberen Stahlkolbenende abhängt, so dürfen diese keine Luft enthalten, die mit wachsendem Druck durch das Druckwasser ersetzt würde.

Die Prüfung der Metallmanometer.

I. Der Temperatureinfluß

erwies sich als gesetzmäßig auf die Angaben der Metallmanometer.

Die Temperaturen von 30—40° wurden erreicht, indem eine über das Manometer gestülpte, unten offene Glasglocke mit Glühlampen geheizt wurde, so daß das Manometer keine direkte Strahlung empfing. Nach 12—24 stündigem Heizen war das dynamische Wärmegleichgewicht so vollkommen erreicht, daß das Thermometer während des ganzen Versuches nicht merklich schwankte. Auch hier wurde das Klopfen der Manometer nicht versäumt. Um Störungen durch elastische Nachwirkungen möglichst auszuschalten, war das Tempo der Drucksteigerung (ca. eine Stunde, um bis 300 Atm. zu kommen) und die Vorgeschichte der Beanspruchung der Manometer (mindestens eine

Nacht Erholung) für die beiden Versuche bei verschiedener Temperatur gleichmäßig. Endlich sind nur Werte bei steigendem Druck miteinander verglichen.

Das Ergebnis der nachstehenden Tabellen II und III findet sich unter Δ, das den Unterschied des Druckes angibt, der bei den angeführten verschiedenen Temperaturen des Manometers zur gleichen Zeigerstellung (Deformation) gehört. Die graphische Darstellung von Δ (Fig. 4) zeigt einen ausgesprochen linearen Verlauf für die Skala der Drucke. Ein Vergleich beider Manometer lehrt, daß beide einen ganz analogen Temperatureinfluß erfahren: beide haben ungefähr in der Mitte der Skala eine vom Wechsel der Temperatur unbeeinflußbare

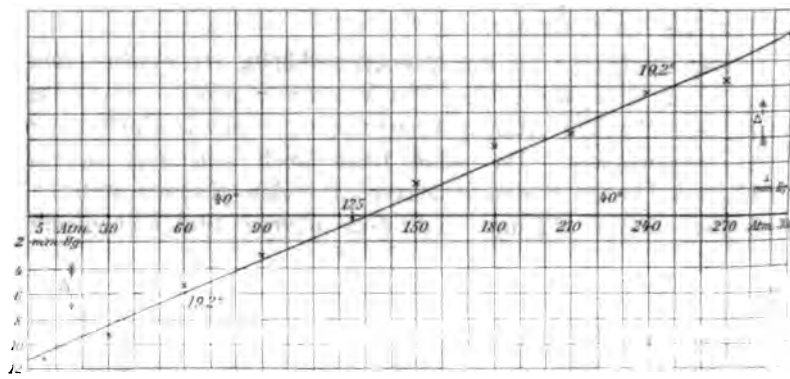


Fig. 4 (vgl. Tab. III).

Zeigerstellung. Die Vorzüge des Magdeburger Instrumentes vor dem Genfer treten nicht nur in einer gerade halb so großen Temperaturkorrektion hervor, sondern liegen hauptsächlich in der großen Konstanz seiner Angaben für mehrere Versuche unter gleichen Gebrauchsbedingungen, wie ein Vergleich der Versuche *rs* und *tu* lehrt. Die starken Abweichungen, die das Genfer Instrument andererseits bezüglich seines Temperaturganges MN und IE sowohl, als auch bei einer Vergleichung von I (33°) mit M (36°) erkennen läßt, deuten auf Fehler im Übertragungsmechanismus des Zeigers, die den an sich als ja völlig gesetzmäßig vorauszusetzenden Temperatureinfluß sehr regellos erscheinen lassen.

Tabelle II.

Genfer Manometer.

Zeiger-Stellung Atm.	E 13,5° Quecksilberstand in cm	I 33° Quecksilberstand in cm	$I-E$ Δ cm Hg	Zeiger-Stellung Atm.	M 36° Quecksilberstand in cm	N 18° Quecksilberstand in cm	$M-N$ Δ cm Hg
10	14,00	15,11	+1,11	10	15,12	14,82	+0,30
30	37,48	38,47	+0,99	30	38,13	37,84	+0,29
55	69,70	70,45	+0,75	55	70,09	69,92	+0,17
105	130,82	130,96	+0,14	80	99,67	99,92	−0,25
155	193,67	193,03	−0,64	105	130,81	131,19	−0,38
205	255,82	254,59	−1,23	130	160,68	161,25	−0,57
255	319,21	316,77	−2,44	155	192,67	193,51	−0,84
295	369,02	366,23	−2,79	180	223,51	224,67	−1,16
				205	253,81	254,95	−1,14
				230	284,47	286,09	−1,62
				255	315,76	317,76	−2,00
				280	346,86	349,16	−2,30
				295	365,40	368,03	−2,63

Anmerkung. Der Nullpunkt der Quecksilberhöhen war 0,9 cm.

Tabelle III.

Magdeburger Manometer.

Datum	23. VII.	25. VII.	28. VII.	29. VII.	30. VII.	$\frac{r+s}{2} = (rs)$ 19,2°	$\frac{t+u}{2} = (tu)$ 40°	$\Delta = (tu)-(rs)$
Zeiger-Stellung Atm.	r 19,2°	s 19,2°	t 40°	u 40°	v 19,5°			
	cm Hg					cm Hg		mm Hg
5	6,65	6,65	7,78	7,73	6,55	6,65	7,76	+11,1
30	35,79	—	36,72	—	35,67	35,79	36,72	+ 9,3
60	71,93	71,78	72,44	72,34	71,75	71,86	72,39	+ 5,3
90	(108,18)	107,77	108,12	108,06	107,70	107,77	108,09	+ 3,2
125	—	149,98	150,01	—	—	149,98	150,01	+ 0,3
150	179,93	179,92	179,70	179,66	179,76	179,93	179,68	− 2,5
180	—	215,77	215,21	215,27	215,45	215,77	215,24	− 5,3
210	251,52	251,42	250,82	250,79	251,21	251,47	250,81	− 6,6
240	288,28	288,34	287,22	287,54	288,06	288,31	287,38	− 9,3
270	324,11	324,01	323,04	322,97	323,81	324,06	323,00	−10,6
300	360,51	360,59	359,10	359,19	360,37	360,55	359,15	−14,0

Nach der Tabelle ist der *Temperatureinfluß von nur 1° schon in Betracht zu ziehen*, da er bei 300 Atm. z. B. eine für die Empfindlichkeit des Instrumentes wohl bemerkbare Änderung von 0,06 Atm. ausmacht. Alle künftig mitgeteilten Angaben der Quecksilberhöhen sind daher bezogen auf die Normaltemperatur des Manometers von 15°.

Eine *thermische Nachwirkung* zeigt deutlich der Versuch *v*, der einen Tag nach der Erwärmung auf 40° ausgeführt ist, in einer Depression der Angaben von ca. 0,13 Atm. Indes konnte eine vollständige Erholung in späteren Versuchen festgestellt werden.

Betreffs einer Erklärung des allgemeinen Charakters des beiden Manometern eigentümlichen Temperatureinflusses mit dem neutralen Skalenteil *c* in der Mitte, ist an das Zusammenwirken zweier Ursachen zu denken. *Einmal* an die Zunahme der elastischen Kräfte mit sinkender Temperatur. Dieser Einfluß allein würde in der Fig. 5 durch die Linie *a e* dargestellt sein, die durch den Anfangspunkt *a* der Deformationen (Skalenteil 0 Atm.) geht. Wie in Fig. 4, bedeutet hier die Abszisse die Zeigerstellungen, also die Deformationen, die Ordinate die Differenzen der Drucke, welche bei verschiedener Temperatur gleiche Deformationen ergeben. Der *zweite* Temperatureinfluß, der zum ersten hinzukommt, um den wirklich beobachteten *b c d* zu ergeben, ist dann offenbar eine Nullpunktsverschiebung *a b*, die sich leicht aus einer thermischen Verschiebung der Skala gegen die Bourdonsche Röhre erklären läßt.

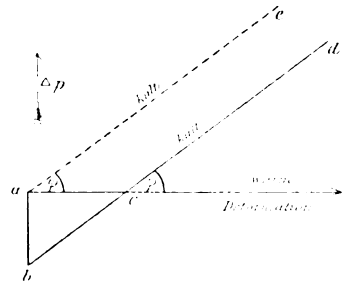


Fig. 5.

Die Richtigkeit dieser Zerlegung des Temperatureinflusses wird bestätigt durch die Übereinstimmung der aus den mitgeteilten Messungen hervorgehenden Temperaturkoeffizienten der elastischen Kräfte (für das Magdeburger Manometer gleich 0,00033, für das Genfer Manometer = 0,00052) mit dem sonst

gefundenen[1]) Wert für Stahl und hart gezogenes Kupfer gleich 0,0003 und 0,0004.

II. Die elastische Nachwirkung.

Durch die von Wilhelm Weber[2]) entdeckte „elastische Nachwirkung" an festen Körpern wurde für die messende Physik die Frage nach der *Verwendbarkeit elastischer Deformationen zur Messung der deformierenden Kräfte* zu einer gleich wichtigen als verwickelten gemacht. Die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung sind bekanntlich folgende: ein plötzlich deformierter fester Körper entwickelt zuerst die gewöhnliche „rein elastische" Widerstandskraft, die für eine bestimmte Deformation auch eindeutig bestimmt ist; dies ist die Periode der rein elastischen Kräfte oder der elastischen Momentankräfte. An diese Periode schließt sich nun ein sehr langsam verlaufender und auch quantitativ geringfügiger Vorgang, eben der der „elastischen Nachwirkung" an, der sich darin äußert, daß trotz vollkommen konstant erhaltener äußerlich sichtbarer Deformation die elastischen Kräfte zuerst am schnellsten und allmählich abnehmend eine Verminderung erfahren (Ermüdung[3]), Relaxation), die ihre Grenze findet in dem das definitive elastische Gleichgewicht bezeichnenden Minimum der elastischen Widerstandskräfte. Die reziproken Erscheinungen treten ein nach aufgehobener Deformation; hier findet eine allmähliche Wiedervermehrung der elastischen Kraft (Erholung) auf ihren früheren Wert statt.

In größerer Allgemeinheit stellt sich die Wirkungsweise der elastischen Nachwirkung dar, wenn wir einen *Deformationszyklus* vornehmen. Im folgenden werden wir also die hierbei zu erwartenden Erscheinungen näher besprechen und an ihnen zugleich die praktischen Gesichtspunkte gewinnen, die uns beim späteren experimentellen Versuch geleitet haben.

Fig. 6 stellt Deformationskurven dar in einem Koordinatensystem, dessen Abszissen die Deformationen, dessen Ordinaten die zugehörigen elastischen Reaktionskräfte be-

1) Vgl. A. Wüllner, Experimentalphysik **1.** p. 266—269. 1895 und Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. **5.** p. 233. 1901.

2) W. Weber, Pogg. Ann. **34.** p. 247. 1835.

3) Lord Kelvin, math. and phys. papers **3.** p. 22. 1890.

zeichnen. Unter der vereinfachenden Annahme, daß für die rein elastischen Momentankräfte Proportionalität zwischen Deformation und Kraft — das Hookesche Gesetz — bestehe, haben wir in der Geraden $O\,a$ die Deformationskurve für *sehr schnell* vollzogene Deformationen. Entspannen wir ebenso plötzlich, so werden wir — von thermischen Einflüssen abgesehen — auf derselben Kurve $a\,O$ zum Ausgangspunkt zurückkehren; wir haben ja der Nachwirkung keine Zeit zu

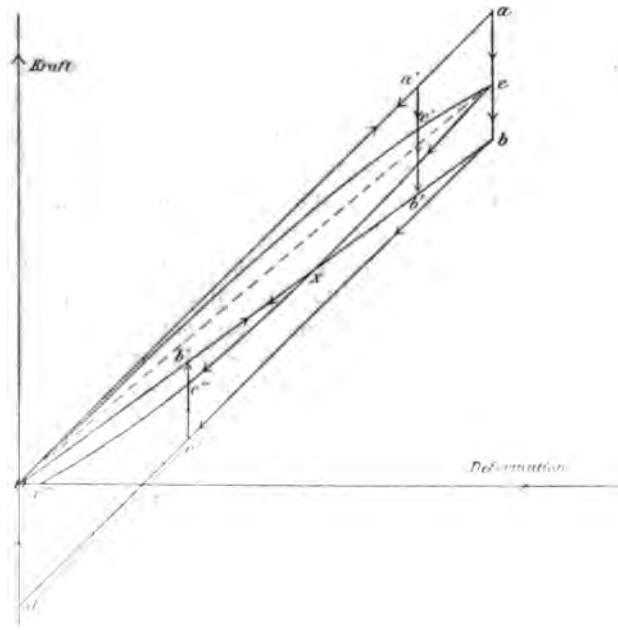


Fig. 6.

ihrer Entfaltung gelassen und wir wissen, daß dieselbe sehr träge sich vollzieht. Man bedient sich auch sonst dieses Mittels, um die störende Nachwirkung auszuschliessen in der sogenannten dynamischen Methode der Bestimmung von Elastizitätsmoduln.[1]) Die geringe Dämpfung von akustisch-elastischen Schwingungen in Metallen[2]) beweist überdies die nahe Koin-

1) F. Kohlrausch, Lehrbuch d. prakt. Physik p. 201. 9. Aufl.

2) W. Weber, Pogg. Ann. **34.** p. 255. 1835. Es ist interessant zu bemerken, daß Weber zur Erklärung der Nachwirkung und des indu-

zidenz der beiden Kurven, da die von ihnen etwa eingeschlossene Fläche auch hier die bekannte energieverzehrende Bedeutung hat. Wir werden endlich Versuche an unserem Manometer mitteilen, die das gleiche dartun.

Auch der andere Grenzfall eines *sehr langsam* vollzogenen Deformationszyklus ObO hat die Eigentümlichkeit der Energieerhaltung, also der Koinzidenz der Deformationskurven für wachsende und abnehmende Deformationen. Hier lassen wir der elastischen Nachwirkung die ganze Zeitdauer, die sie zu ihrer völligen Ausbildung nötig hat, indem wir aufwärts auf allen Punkten die völlige Ermüdung, d. h. Verminderung $a'b'$, ab der Ordinatenwerte der elastischen Kraft, abwärts deren völlige Erholung $c'b'$, dO abwarten. Diese letztere Wirkungsweise der Nachwirkung ist noch näher zu betrachten, sie ist in der Tat die Ursache dafür, daß hier keine Energievergeudung stattfindet. Denn entspannen wir von b, einem Punkt des definitiven elastischen Gleichgewichtes, aus *plötzlich*, nicht unendlich langsam wie vorher, so werden wir angenähert auf der Deformationskurve bd parallel Oa, der Kurve der Momentankräfte, verlaufen. Obd ist dann die Fläche des Energieverlustes und Oc bez. Od sind die Nachwirkungsrückstände, deren allmähliches Verschwinden bei den meisten Experimentaluntersuchungen der Gegenstand der Beobachtung ist. Je langsamer wir die Deformation aufheben, desto mehr wird dieses Verschwinden der Rückstände oder die Erholung auf den Wegen $c'b$, dO schon *während* der Entspannung geschehen, und so wird im Grenzfall eines unendlich langsamen Deformationszyklus die Annäherung der Deformationskurven von beiden Seiten her an die Linie Ob des definitiven elastischen Gleichgewichtes bis zur Koinzidenz fortgeschritten sein. Da wir uns ganz im Gebiet der vollkommenen Elastizität bewegen, bei der auch die Nachwirkungen mit der Zeit völlig verschwinden, so ist in der Tat a priori plausibel, daß diese Koinzidenz statthat: eine notwendige Folge davon, daß wir

---

zierten Magnetismus die gleiche Hypothese der Drehung der Moleküle verwendet und sogleich in der ersten Arbeit 1835 die Energiebetrachtung über die Dämpfung elastischer Schwingungen anstellt, dagegen dies nicht auf den Magnetismus überträgt, so daß die Hysteresisdämpfung erst seit 1881 — Warburg — Beachtung fand.

beim Spannen und Entspannen das definitive elastische Gleichgewicht abgewartet haben, ist diese Koinzidenz aber nicht, wie die Tatsache der mit Hysteresis bezeichneten Eigenschaft beim magnetischen Kreisprozeß beweist. Bis jetzt aber scheint die Erfahrung eine solche *eigentliche Hysteresis* für elastische Deformationszyklen noch nicht sichergestellt zu haben und ihr Nachweis würde eine wesentlich neue elastische Eigenschaft kennen lehren: nämlich das Dasein zweier je nach der Vorgeschichte modifizierter definitiver Gleichgewichtslagen, die das prinzipielle Merkmal der *Unbeeinflußbarkeit durch die Zeitdauer* oder das Tempo[1]), in welchem der Deformationsweg durchlaufen wird, an sich tragen, ganz im Gegensatz zu der Nachwirkung, deren Verlauf gänzlich durch die Zeit bestimmt wird. Die geringe Dämpfung akustisch-elastischer Schwingungen in Metallen macht es wahrscheinlich, daß eine Hysteresis nicht besteht. Auch die für das Zustandekommen einer solchen erforderlichen Eigenschaften der Remanenz und der Koerzitivkraft haben auf Seite der elastischen Phänomene kein Analogon. Bei der Eigenart der wirklichen Hysteresis ist es daher geboten, dies Wort lediglich dem Gebiet des Magnetismus vorzubehalten. Die wiederholt[2]) beobachtete Tatsache der Schleifenbildung bei Deformationskurven, die steigenden und fallenden Kräften zukommen, berechtigt also allein noch nicht dazu, von einer „elastischen Hysteresis" zu sprechen, da allein schon die bekannten Erscheinungen der Nachwirkung eine Schleifenbildung geradezu bedingen. Andererseits haben wir an den beiden Grenzfällen sehr schnellen und sehr langsamen Tempos das völlige Verschwinden *der* Schleife und *der* Energievergeudung, die von der Nachwirkung herrühren, ge-

1) E. Warburg, Rapp. au Congr. de Phys. **2.** p. 512. Paris 1900.

2) J. A. Ewing, Nature **40.** p. 584. 1889; C. Barus, Phil. Mag. **30.** p. 338. 1890. Taf. X u. **31.** p. 401. 1891; M. Cantone, Nuovo Cim. 1894—1896 (Biegung-Torsion), vgl. auch die Fortschritte d. Phys. und die Beiblätter 1894—1897, betont die Analogie zur magnet. Hysteresis. P. Hebe (Reichsanstalt), Zeitschr. für Instrumentenk. **20.** p. 265. 1900. In den Tabellen steckt die Schleife. M. Labatut, Fortschr. d. Phys. **1.** p. 446. 1893; A. Lafay, Ann. d. chim. et de phys. **23.** p. 264. 1901, kurzer Hinweis; H. Fricke, Diss. Göttingen 1902; E. Riecke, Lehrb. d. Phys. **1.** 2. Aufl. p. 262. 1902; H. Bouasse, Ann. de chim. et de phys. **29.** p. 381. 1903 und die dortige Literatur.

folgert. Wir werden später durch Versuche dies Verhalten im allgemeinen — soweit Grenzfälle eben dem Versuch angenähert zugänglich sind —, sowie andere Merkmale dafür feststellen, daß es sich wesentlich nur um Nachwirkungserscheinungen handelt.

Bisher betrachteten wir die beiden Grenzfälle von Deformationszyklen sehr schnellen und sehr langsamen Tempos. Um die Erscheinungen für jedes beliebige Tempo, insbesondere für *gleichförmiges* zu übersehen, fassen wir den Deformationszyklus $O\,a\,b\,d\,O$ ins Auge, welcher in ganz ungleichförmigem Tempo durchlaufen wird: sehr rasch auf den Wegen Oa und bd, sehr langsam auf ab und dO. Die Linie Ob des definitiven elastischen Gleichgewichtes trennt die ganze Fläche $O\,a\,b\,d$ in die beiden Dreiecke $O\,a\,b$ und $O\,b\,d$. Im oberen Dreieck vollziehen sich die Vorgänge der Ermüdung, im unteren Dreieck die der Erholung der elastischen Kräfte. Außerhalb beider Dreiecke kann überhaupt kein Deformationszyklus verlaufen, wir haben also mit dem Zyklus $O\,a\,b\,d\,O$ den *äußersten Rahmen* gewonnen, innerhalb dessen alle denkbaren Zyklen verlaufen müssen. $O\,e'\,e\,x\,e''\,e'''$ mag einen beliebigen im gleichförmigen Tempo beschriebenen Zyklus vorstellen. Die Kurve wachsender Deformation $O\,e'\,e$ ist gegen Oa konvex, weil durch die Superposition der Nachwirkungen die spätere $a\,e$ relativ größer sein muß als die frühere $a'\,e'$. Nach der Umkehr in e muß die Kurve $e\,x$, weil noch im Dreieck der Ermüdung verlaufend, sich noch weiter nach der Linie des definitiven Gleichgewichtes $b\,O$ verschieben, bis sie diese in x schneidet und nunmehr in das Dreieck der Erholung kommt, wo sie sich wieder $b\,O$, diesmal aber in der Richtung von unten nach oben annähert und wie oben gegen $b\,d$ konvex verläuft.[1]) In x wird die Kurve $e\,e''$

1) W. Weber hat in Pogg. Ann. 54. p. 2. 1841 schon die Erscheinung der elastischen Nachwirkung bei festen Körpern verglichen mit der *scheinbaren* elastischen Nachwirkung, die z. B. komprimierte Gase zeigen durch die sekundären Temperaturänderungen nach der Kompression; er spielte damit auf die adiabatische und isotherme Elastizität an. In der Tat wird die Analogie für einen *Deformationszyklus* zwischen den beiden Erscheinungen höchst auffallend. Die Fig. 7 stellt — ganz analog zur Fig. 6 — einen Deformationszyklus, d. h. eine halbe Schallschwingung im Luftraum von der Temperatur ϑ_0 dar. Von A aus wird die Adiabate $A\,B$ durchlaufen (früher die Kurve Oa rein elastischer Momentankräfte), hier läßt

parallel bd sein müssen; x selbst wird je nach dem (gleichförmigen) Tempo auf Ob wandern und zwar von O bis b, während das Tempo vom schnellsten zum langsamsten sich ändert. Es verweilt also die Deformationskurve des Zyklus immer länger im Dreieck der Ermüdung als in dem der Erholung, infolgedessen bleibt für unseren Zyklus am Ende immer ein Rückstand Oe''' übrig, d. h. die Schleife ist nicht geschlossen. Da dieser Rückstand für eine sofortige Wiederholung etc. (Schwingungen) des ersten Deformationszyklus einen veränderten Anfangszustand bedeutet, so können die sich folgenden Zyklen nicht kongruente Schleifen liefern; sie werden sich aber einer definitiven Grenzform nähern, von der vorausgesagt werden kann, daß sie sich symmetrisch um Ob (also mit zwei Schnittpunkten x) anordnen und zugleich ein Minimum des Flächeninhaltes erreichen wird. Eine weitere naheliegende

---

man die „Nachwirkung", d. h. die Temperaturerhöhung ϑ_1 in ihrem wie früher logarithmischen Verlauf abklingen, dabei sinkt die Elastizität p auf ihr Minimum bei C. Auf der Adiabate CD endlich kehrt man mit ermüdetem elastischen Widerstand zum ursprünglichen Volumen zurück und beobachtet auf dem Wege DA unter Wärmeabsorption von außen die Erholung der Elastizität auf ihren Ausgangswert. Den Energieverlust stellt wieder die Fläche $ABCD$ vor; nur erhält diesmal das äußere Medium diese Energie in Form von Leitung oder Strahlung, nicht der deformierte Körper selbst, wie oben. Die schnellen Schallschwingungen in der Luft gehen fast adiabatisch (ABA) vor sich, daraus resultiert hier als der *eine Grenzfall* die Laplacesche — theoretisch maximale — Geschwindigkeit der Fortpflanzung, zugleich ungedämpfte. Den *anderen Grenzfall* entweder sehr langsamer Schwingungen — tiefe Töne — oder aber, realisierbarer, in einem stark strahlenden und wärmeleitenden Medium erfolgender Schwingungen zeigt der isotherme Zyklus ACA an. Auch hier *un*gedämpfte, aber minimale Fortpflanzungsgeschwindigkeit: Newtonscher Wert. Zwischen beiden Fällen liegt die Wirklichkeit: gedämpfte und zwischen dem Laplaceschen und dem Newtonschen Wert der Geschwindigkeit vor sich gehende Ausbreitung der Schallwellen (schraffierte Fläche AED).

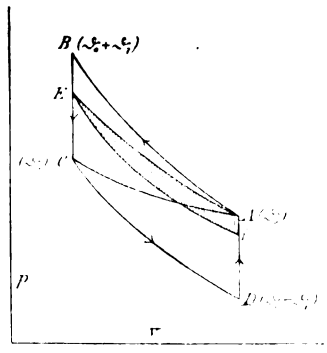


Fig. 7.

Folgerung für gleichförmig durchlaufene Zyklen ist die, daß für ein bestimmtes Tempo die Schleifenfläche, also die Energievergeudung, ein Maximum wird, weil in den beiden Grenzfällen des sehr langsamen und des sehr schnellen Tempos, wie wir oben ausführten, die Fläche verschwindet. Ferner ist es gut, darauf hinzuweisen, daß die Gerade *Oe*, die gleichsam Symmetrieachse der Schleife ist und als praktisch verwendbare Mittellinie der beiden Deformationskurven erscheinen könnte, keine fixe Lage hat, sondern mit dem Tempo sich dreht von *Oa* nach *Ob*.

Dieses sind die Konsequenzen, die aus den bekannten Erscheinungen der elastischen Nachwirkung für einen Deformationszyklus sich ziehen lassen.

Wir möchten indessen hierbei noch eine kurze prinzipielle Bemerkung machen, die die Natur des *Nachwirkungsvorganges* betrifft, im besonderen ob er *reversibel oder irreversibel* sei. An dem Zyklus *ObdO* hat Helmholtz[1]) den irreversiblen, „reibungsähnlichen" Charakter der Nachwirkung demonstriert, und zweifellos wird in allen Cykeln, deren Schleifenfläche nicht verschwindet, durch den Vorgang der Nachwirkung wegen einer Art innerer Reibung irreversible Wärme produziert. Es scheint uns diese irreversible Wirkung aber nicht notwendig zu dem Vorgang der Nachwirkung (im Gegensatz zur Hysteresis) zu gehören, sondern nur bedingt durch eine unökonomische Führung des Prozesses. In der Tat kann die Energievergeudung gänzlich vermieden werden, es ist nur nötig, den Kräften der Nachwirkung (der Erholung) die gehörige Möglichkeit zu einer Arbeitsleistung zu geben; dies ist geschehen in dem sehr langsam durchlaufenen Zyklus *ObO*, der, wie wir dargetan haben, *reversibel* ist. Dieser Zyklus lehrt uns also die bemerkenswerte Tatsache, daß der durchaus besondere Molekularzustand des definitiven elastischen Gleichgewichtes, der durch den zu Ende geführten Nachwirkungsvorgang erreicht wird und der durch die Eigentümlichkeit der langsamen Herstellbarkeit gekennzeichnet ist, ebenso wie der gewöhnliche rein elastische Spannungszustand *potentielle Energie* repräsentiert, daß also z. B. in dem Fall der Längsdehnung durch ein Gewicht auch die Arbeit, die zur Herstellung der kleinen und

1) H. v. Helmholtz, Vorlesungen über d. Theorie der Wärme p. 249

trägen Nachwirkungsdehnungen aufgewandt worden war, bei der Entspannung *völlig* wiedergewonnen werden kann, indem diese kleinen Dehnungen bei ihrem allmählichen Verschwinden (Erholung) imstande sind, das Gewicht zu heben. Die Bedingung für die völlige Wiedergewinnung der aufgewandten Arbeit ist unendlich langsame Deformationsänderung.

Die elastische Nachwirkung der Metallmanometer.

Wir haben oben darauf hingewiesen, daß die Erscheinungen der elastischen Nachwirkung die für Meßzwecke unerläßliche Bedingung einer eindeutigen Beziehung zwischen Deformation (Zeigerstellung) und Kraft (Druck) zu einer unerfüllbaren machen; zur nämlichen Zeigerangabe gehören im allgemeinen verschiedene Drucke, ein gewisses Intervall von Werten, das wir in der Fig. 6 durch die Breite *a b* gekennzeichnet haben. Auf die Größe des gesuchten wahren Druckwertes wirkt strenge genommen die ganze Vorgeschichte der Beanspruchung ein, die unmittelbare Vergangenheit jedoch in überwiegendem Maße.

Die Untersuchung über den *Grad der Konstanz der Angaben nach einer möglichst gleichen unmittelbaren Vorgeschichte* ist offenbar unsere nächste Aufgabe, da von deren Resultat die obere Grenze in der Leistungsfähigkeit dieser Metallmanometer abhängt. Man wird, in Rücksicht auf die praktischen Zwecke, die uns zunächst angehen, eine Erholungszeit während einer Nacht als jene unmittelbare Vorgeschichte zu wählen haben und dann nur die Angaben bei steigendem Druck zunächst vergleichen. Diese Vergleichung ist ferner über eine Gesamtprüfungszeit von über einem Jahr für das Magdeburger Manometer auszudehnen gewesen, damit von vornherein über dauernde Änderungen ein Urteil sich gewinnen läßt: denn offenbar ist es zwecklos, systematische Nachwirkungseinflüsse zu studieren, solange man nicht über eine dauernde Konstanz der Manometerangaben orientiert ist.

Die beiden folgenden Tabellen enthalten die Versuche. Die zu den Zeigerstellungen gehörigen Quecksilberstände am Amagatmanometer sind Mittelwerte aus drei gesonderten Pointierungen. Die Quecksilberhöhen sind auf 15° reduziert, auch ist die Temperaturkorrektion für das Manometer selbst schon

in den angegebenen Höhen berücksichtigt. Die Zeit, in der der Gang bis zu 300 Atm. (gleichförmig) zurückgelegt wurde, betrug ca. 35 Min. beim Magdeburger, ca. 100 Min. beim Genfer Manometer, und war nur durch äußere Rücksichten bestimmt. Die unmittelbare Vorgeschichte (vgl. das Datum) war überall mindestens eine Nacht Ruhepause; die längeren Zwischenzeiten zwischen den Versuchen sind in den Anmerkungen einzeln besprochen.

Das Ergebnis der Tabelle IV findet sich unter Δ. Während beim Magdeburger Instrument ein Vergleich der Quecksilberhöhen, d. i. der wahren Drucke über eine ausgedehnte Zeit hin nur sehr kleine und vor allem regellos verteilte Differenzen Δ zeigt, so daß aus allen Einzelwerten unbedenklich der Mittelwert N herzuleiten war, ergeben sich beim Genfer Manometer deutlich *dauernde* und recht beträchtliche Änderungen. Wir haben diese fortschreitenden Änderungen nicht weiter verfolgt, weil im Magdeburger Manometer dieser Mangel schon von vornherein vermieden ist und unsere Zwecke ja vorwiegend praktischer Art sind. Der Grad der Konstanz in den Angaben dieses Instrumentes, der aus der Kolumne Δ hervorgeht, kann recht wohl als das eigentliche Maß dafür angesehen werden, inwieweit es sich als Präzisionsmesser bewährt im besten Fall, d. h. wenn der Modus seines Gebrauches die unmittelbare Vorgeschichte berücksichtigt. Wir sind berechtigt anzunehmen, daß für jede beliebige von speziellen Gebrauchsrücksichten bestimmte Art der Benutzung dieses Manometers der oben gefundene Grad der Übereinstimmung in seinen Angaben zu erreichen ist: diese selbst aber werden sich ändern mit dem Gebrauch, und die hier in Betracht kommenden gesetzmäßigen Nachwirkungseinflüsse werden ausführlich behandelt im folgenden. Die regellosen kleinen Differenzen sind wohl mit Sicherheit auf alte Reste von Nachwirkungen elastischer und vielleicht auch thermischer Art zurückzuführen. Wir haben $\Delta_m = \pm 0{,}08$ Atm. als mittleren nicht weiter korrigierbaren Fehler in den Angaben unseres Manometers für geregelten gleichen Gebrauch anzusehen, der demnach die *obere Grenze der Meßleistung* darstellt. Wieviel dies in Promille des zu messenden Druckes bedeutet, findet sich in Kolumne 14, Tab. IV. Schon für 180 Atm. ist hier die absolute Genauigkeit erreicht, die das Amagatmanometer verbürgt: $\pm$ 0,5 Promille.

Tabelle IV.

Magdeburger Manometer, 15°.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Zeiger-einsteilung	24. VII. 1902	31. X.	3. XI.	4. XI.	5. XI.	7. XI.	7. I. 03	25. II.	20. V.	4. VIII.	N	Δ	$\pm$ ‰
Atm.	cm Hg											mm Hg	
5	6,42	6,25	6,36	6,28	6,35	6,29	6,41	6,39	6,46	—	6,36	1,1	18
30	35,61	35,52	35,61	35,53	35,56	35,62	35,60	35,67	35,72	35,67	35,61	1,1	2,9
60	71,74	71,72	71,82	71,74	71,74	71,76	71,64	71,54	71,67	71,65	71,70	1,6	1,4
90	107,71	107,64	107,78	107,75	107,73	107,72	107,78	107,76	107,77	107,76	107,74	1,0	0,9
125	149,98	149,89	150,00	149,93	149,90	149,91	150,01	150,02	—	149,91	149,95	0,7	0,7
150	179,97	179,82	179,98	179,88	179,87	179,90	180,05	179,93	179,98	179,99	179,94	1,2	0,6
180	215,87	215,74	215,75	215,65	215,69	215,82	215,87	215,63	—	215,79	215,75	1,2	0,5
210	251,63	251,49	251,52	251,45	251,50	251,58	251,61	251,45	251,47	251,57	251,53	1,0	0,4
240	288,43	288,46	288,40	288,36	288,40	288,36	288,45	288,28	—	288,35	288,39	1,1	0,4
270	324,33	324,34	324,32	324,25	324,32	324,31	324,41	324,50	—	324,31	324,34	1,6	0,3
300	360,89	360,89	361,00	360,89	360,98	360,91	360,86	360,93	360,91	360,87	360,91	0,9	0,3

Mittel Δ_m = 1,1 mm
= 0,08 Atm. Druck
im Metallmanometer

Bemerkungen: **Zwischen 2 und 8 dreimonatlicher Nicht**gebrauch, zwischen 7 und 9 geringer anderweitiger Gebrauch, **zwischen 9 und 11 häufige Benutzung.** ***N*, „der Normal**versuch", gibt die Mittelwerte von 2—11. Δ enthält die **größten in 2—11 vorkommenden Differenzen von *N*.**

Tabelle V.

Genfer Manometer, 18°.

1	2	3	4	5	6	7	8
Zeiger-einstellung	20. V.	22. V.	24. V.	5. VI.	6. VI	9. VI.	1. VIII.
Atm.	cm Hg						
10	—	—	14,25	14,27	14,61	14,82	14,23
30	37,29	—	37,67	37,98	—	37,84	37,68
55	69,38	—	69,82	69,73	—	69,92	69,95
80	99,32	—	99,57	—	99,53	99,92	—
105	—	130,72	130,78	131,13	—	131,19	131,14
130	—	—	161,12	—	—	161,25	—
135	167,83	—	—	—	167,38	—	—
155	193,73	193,59	193,48	193,74	—	193,51	193,73
180	225,01	—	224,76	—	—	224,67	—
205	255,78	255,47	255,47	255,81	—	254,95	255,30
230	—	—	286,48	—	—	286,09	—
235	293,13	—	—	—	292,07	—	—
255	318,67	—	318,70	318,03	—	317,76	318,01
280	350,07	—	349,76	—	349,10	349,16	348,90
295	368,87	368,47	368,39	367,83	367,95	368,03	367,51

Bemerkung zu Tabelle V: Zwischen den einzelnen Versuchen 2 bis 7 war das Manometer vielfach in Gebrauch; dagegen gar nicht von 7 bis 8.

Gesetzmäßige Nachwirkungen bei typischen Gebrauchsweisen des Manometers.

In Tab. IV wurden die Deformationskurven nur für steigenden Druck und für ein gewisses Tempo der Drucksteigerung miteinander verglichen. Auch diese hatte die Nachwirkung schon beeinflußt, indem statt der rein elastischen Kurve Oa (Fig. 6) durch beginnende Ermüdung der elastischen Kräfte z. B. die Kurve Oe beschrieben wurde. Um nun mit einem Male das größtmögliche Intervall dieser Druckdifferenzen zu erhalten, realisieren wir den Zyklus $O\,a\,b\,c\,d\,O$, der nach früherem den Rahmen für alle möglichen Deformationskurven bildet. Es wurde also möglichst schnell der Druck z. B. auf den Skalenteil 300 Atm. am Federmanometer gebracht, um den Punkt a des größten elastischen Widerstandes zu erreichen, dann diese Deformation konstant gehalten und der Ablauf der Druckermüdung $a\,e\,b$ mit

dem Amagatmanometer während 45 Stunden verfolgt. Endlich wurde möglichst schnell auf irgend einen Druck entspannt und dort die allmähliche Erholung in Richtung *c' b'* abgewartet. So konnte in mehreren Zwischenlagen die Breite *a b* des Rechtecks bestimmt werden, eben die gesuchte maximale Nachwirkung. Weil die Nachwirkung in der ersten Zeit nach plötzlicher Deformation am schnellsten verläuft, so war die größtmögliche Geschwindigkeit in der Druckherstellung geboten, die überhaupt die Bedienung der Pumpe und des Amagatmanometers zuläßt. Um hierbei Fehler in der Temperaturbestimmung der plötzlich sich erhebenden Quecksilbersäule und hauptsächlich Versäumnis durch die Bedienung der Ölersatzpumpe zu vermeiden, ist der Kunstgriff unerläßlich, die angenäherte Quecksilberhöhe schon einige Zeit *vor* der Druckerhöhung durch die Ölersatzpumpe herzustellen (wobei der Druck der Säule durch die Festigkeit der oberen Teile des Amagatmanometers getragen wird). Bei der Entspannung verfährt man ebenso, nur muß hier durch den Abschlußhahn zwischen Feder- und Amagatmanometer letzteres für sich abgeschaltet sein.

Hiernach ergab sich für die dauernde Zeigereinstellung von 300 Atm. folgende Druckermüdung am Amagatmanometer:

Zeit nach Anfang der Druckerhöhung	Quecksilberstand
1 Min.	361,27 cm
14 „	360,87 „
$2^1/_2$ Stunden	360,57 „
45 „	360,26 „

Die Differenz von 10,1 mm Hg = *0,8 Atmosphären* bedeutet also die *maximale Druckdifferenz*, welche das Magdeburger Manometer *trotz gleicher Zeigerstellung* durch Nachwirkung aufweisen kann. Für die Zwischendrucke 210, 150 und 90 Atm. ergab sich annähernd die gleiche Differenz: 11,2, 9,7, 9,6 $\frac{mm}{l}$ Hg, wie es der Parallelismus von *O a* und *b d* zeigt (Fig. 5). Der Verlauf der Nachwirkung selbst (vorläufig nur für steigenden Druck), kann nun nach folgender Vorschrift mit wünschenswerter Genauigkeit gefunden werden. Für 300 Atm. gibt die Kurve *a b c* in Fig. 8a die oben ge-

fundene Druckermüdung mit der Zeit an; df soll die Fehlerbreite $\pm 0{,}08$ Atm. der Kurve abc vorstellen (vgl. p. 937). In Rücksicht auf deren nicht unbedeutende Größe im Vergleich zu der Druckermüdung bc, die praktisch höchstens in Frage kommt (weil in den ersten Minuten nach Druckänderungen die Kompressionswärme etc. stört), kann in erster Annäherung angenommen werden, daß die in einer gewissen Zeit durch Dauerdruck auf 300 Atm. bewirkte Ermüdung nach plötzlicher Deformation, wie sie Fig. 8a darstellt, gerade zur Hälfte erreicht wird dann, wenn innerhalb der gleichen Zeit die Drucksteigerung von 0 auf 300 Atm. gerade vollzogen ist, weil der

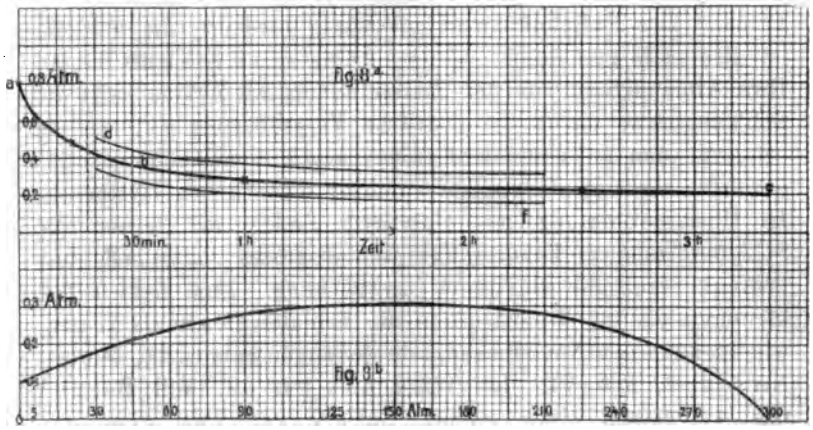


Fig. 8a u. 8b.

Druck während derselben Zeitdauer auf einer im Mittel nur halben Deformation „nachgewirkt" hat. Zugrunde zu legen für die Kurve abc ist der Normalversuch N p. 938 mit dem Tempo von 35 Min. in der Drucksteigerung von 0 auf 300 Atm.

Für Drucke kleiner als 300 Atm. ist das gleiche Verfahren unter einfacher Proportionalität anzuwenden. Somit ist die Deformationskurve für *steigenden* Druck mit genügender Schärfe festgelegt: betragen doch diese Nachwirkungskorrektionen für alle praktisch vorkommenden Gebrauchsweisen im höchsten Fall das Drei- bis Vierfache der gar nicht vermeidbaren Fehler aus der allgemeinen Inkonstanz, ja verschwinden für geringere Drucke ganz diesem Fehler gegenüber.

Wir können jetzt die Frage nach der Deformationskurve für *fallenden* Druck in ihrer Abhängigkeit vom Tempo so erledigen, daß wir sie mit der soeben bestimmten Kurve für steigenden Druck vergleichen, indem wir den praktisch wichtigen *einfachen Deformationszyklus* realisieren und die Druckdifferenzen angeben, die in beiden Fällen zur gleichen Zeigerstellung gehören.

Die Versuchsergebnisse für die beiden Manometer sind in den Tab. VI und VII p. 943 und 944 enthalten.

Beide Tabellen (VI und VII) zeigen übereinstimmend die typische Schleife der Deformationskurven für den einfachen Druckzyklus mit der größten Breite Δ ca. auf dem mittleren Druck. Der Nullpunkt wird nie völlig erreicht, die Schleife ist also nicht geschlossen, wie wir früher schon gefolgert haben. Ihre Abhängigkeit von der Zeiteinteilung des Zyklus zeigt die Schleifenbreite durch die deutliche Vergrößerung an, die sie erfährt, wenn auf dem oberen Grenzdruck eine längere Zeit (T) gewartet wird: im Gegensatz zu einer eigentlichen Hysteresis. In Übereinstimmung mit Cantone finden wir ferner die Schleifenfläche in höherer Temperatur größer, alles offenbar bedingt durch die elastische Nachwirkung. Daß Zyklen mit kleineren oberen Grenzdrucken die Schleife gleichfalls zeigen, wie es auch den Nachwirkungsvorstellungen entspricht, beweist Nr. 5 u. 6, Tab. VI. Ich führe dies nur an, weil Barus[1]) das Ausbleiben einer solchen Schleife unterhalb eines bestimmten oberen Druckes beobachtet haben will: zugunsten seiner Hypothese, daß diese „Hysteresis" durch eine Druckeinwirkung auf das chemische Gleichgewicht der Bourdonröhre bedingt sei.

Ein Vergleich der Größe der maximalen Schleifenbreite ergibt für

das Bourdoninstrument von	Barus	pro Zyklus bis	500 Atm.	ca.	6 Atm.
„ „	„	„ „	1000 „	„	50 „
unser „	„ Genf	„ „	300 „	„	1,1 „
„ „	„ Magdeburg	„ „	300 „	„	0,3 „
Instrumente, in der Reichsanstalt geprüft, pro Zyklus bis			300 Atm.		
				ca.	0,3 – 0,6 Atm.

1) C. Barus, Phil. Mag. 31. p. 403. 1891.

Zeigerstellung	5	30	60	90	125	150	180	210	240	270	300 Atm.
Nr. 1. T = 0 Min.											
	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg
Steigender Druck	6,28	35,53	71,74	107,75	149,93	179,88	215,65	251,45	288.36	324,25	360,89
Fallender „	6,20	35,33	71,40	107,30	—	179,51	215,35	251,17	288,07	—	—
Δ cm	0,08	0,20	0,34	0,45	—	0,37	0,30	0,28	0,29	—	—
Nr. 2. T = 210 Min.											
Steigender Druck	6,36	35,61	71,82	107,78	150,00	179,98	215,75	251,52	288,40	324,32	361,00
Fallender „	5,92	35,17	71,19	107,26	149,35	179,43	215,28	251,05	287,94	323,96	360,68
Δ cm	0,44	0,44	0,63	0,52	0,65	0,55	0,47	0,47	0,46	0,36	0,32
Nr. 3. T = 200 Min. (Überschreitung auf 310 Atm.)											
Steigender Druck	6,29	35,62	71,76	107,72	149,91	179,90	215,82	251,58	288,36	324,31	360,91
Fallender „	5,97	35.12	71,13	107,07	149,22	179.07	214,92	250.89	287,85	323,82	—
Δ cm	0,32	0,50	0,63	0,65	0,69	0,83	0,90	0,69	0,51	0,49	—
Nr. 4. T = 14 Stunden.											
Steigender Druck	6,46	35,72	71,67	107,77	—	179,98	—	251,47	—	—	360,91
Fallender „	5,85	35,14	71,00	106,93	—	179,15	—	250,88	—	—	360,51
Δ cm	0,61	0,58	0,67	0,84	—	0,83	—	0,59	—	—	0,40
Nr. 5. T = 0 Min.											
Steigender Druck	6,45	35,74	71,87	—	150,10	—	215,97	—	288,51: Umkehr		
Fallender „	—	35,67	71,75	—	149,90	—	215.78	—			
Δ cm	—	0,07	0,12	—	0,20	—	0,19	—			
Nr. 6. T = 5 Stunden.											
Steigender Druck	6,63	35,83	72,01	108,08: Umkehr							
Fallender „	6,52	35,72	71,93								
Δ cm	0,11	0,11	0,08								

Das Tempo war in allen Versuchen das gebräuchliche von ca. 35 Min. für den halben Zyklus. T bedeutet die Druckdauer auf dem Umkehrpunkt des Zyklus.

Tabelle VII.

Genfer **Manometer.**

Zeigerstellung	10	30	55	80	105	130	155	180	205	230	255	295 Atm.
					Nr. 1. Manometertemperatur 36°. T = 200 Min.							
	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg	cm Hg
Steigender Druck	15,12	38,13	70,09	99,67	130,81	160,68	192,67	223,51	253,81	284,47	315,76	365,40
Fallender „	14,61	37,25	68,79	98,43	129,13	159,04	190,82	221,68	252,06	282,87	314,68	—
Δ cm	0,51	0,88	1,30	1,24	1,68	1,64	1,85	1,83	1,75	1,60	1,08	—
					Nr. 2. Manometertemperatur 18°. T = 190 Min.							
Steigender Druck	14,82	37,84	69,92	99,92	131,19	161,25	193,51	224,67	254,95	286,09	317,76	368,03
Fallender „	14,22	37,11	68,94	98,80	129,81	160,13	192,18	223,30	253,75	285,00	317,16	—
Δ cm	0,60	0,73	0,98	1,12	1,38	1,12	1,33	1,37	1,20	1,09	0,60	—
					Nr. 3. Manometertemperatur 18,5°. T = 17 Min.							
Steigender Druck	14,26	37,70	69,96	—	131,14	—	193,72	—	255,27	—	317,96	367,43
Fallender „	13,94	37,26	69,30	—	129,85	—	192,40	—	253,97	—	317,36	—
Δ cm	0,32	0,44	0,66	—	1,29	—	1,32	—	1,30	—	0,60	—

Das Tempo, in welchem der ganze Zyklus hier **durchlaufen wurde, exklusive der Dauerdruckzeit T auf 295 Atm.,** betrug bez. bei Nr. 1, 2, 3: 140, 240, 120 Min.

Im folgenden haben wir noch die theoretisch und praktisch wichtige Frage nach der *Abhängigkeit der Schleife vom* (gleichförmigen) *Tempo* des Zyklus genauer untersucht. Wir hatten früher für die beiden Grenzfälle des Tempos, sehr schnelles und sehr langsames, die Koinzidenz beider Deformationskurven gefolgert, also verschwindende Schleifenbreiten. Es ist nun von Interesse zu wissen, welchem der Grenzfälle der praktische Manometergebrauch nahe kommt, und wie weit wir uns im Experiment beiden Grenzfällen nähern können.

Um die äußerste *Schnelligkeit* im Tempo zu erreichen, kann nur *ein* Punkt der Schleife, zweckmäßig der größter Breite bei ca. 150 Atm., untersucht werden. Dabei bedienten wir uns wieder des bereits erörterten Kunstgriffes, die Quecksilbersäule schon genügende Zeit vor dem Versuch angenähert auf den beabsichtigten Druck einzustellen. Der nun rasch auf 300 Atm. gesteigerte und sofort wieder verminderte Druck wird dann nur bei 150 Atm. mit dem Steigrohr des Amagatmanometers in Verbindung gesetzt, sonst bleibt dieses durch einen Hahn abgeschaltet. So konnte der ganze Zyklus in ca. $1^1/_2$ Min. durchlaufen werden, so daß die Zwischenzeit der zwei Ablesungen weniger als 1 Min. betrug. Die folgende Tabelle enthält die Resultate unter Vorwegnahme des Versuches für sehr langsames Tempo.

Tabelle VIII.

Magdeburger Manometer Zeigerstellung 150 kg/qcm				Genfer Manometer Zeigerstellung 155 Atm.			
Steigender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg	Diff. Atm.	Tempo	Steigender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg	Diff. Atm.	Tempo
179,89	179,68	0,17	1,5 Min.	193,50	192,32	0,95	3 Min.
Frühere Versuche		0,33	70 „	Früherer Versuch		1,07	120 „
Späterer Versuch[1])		0,25	12 Std.				

Eine 40fache Beschleunigung des Tempos gegen das der früheren Versuche bewirkt also in der Tat eine Verkleinerung der größten Schleifenbreite auf die Hälfte beim Magdeburger

1) Vgl. p. 948.

Instrument, während eine solche beim Genfer Manometer kaum mit Sicherheit nachzuweisen war, offenbar weil das schnellste Tempo noch zu langsam ist, um die Nachwirkung auszuschließen.

Da die wirklich vorkommenden praktischen Verwendungsweisen mehr nach der Seite des *langsamen Tempos* liegen, so wurde noch folgender Druckzyklus ausgeführt, bei dem auf drei Drucken, steigend und fallend, längere Stationen eintraten: bei 90, 210 und 300 Atm.

Tabelle IX.

Magdeburger Manometer.

Zeigerstellung Atm.	Versuch I. 28.—30./V. 1903		Versuch II. 2./VI. 1903
	Steigender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg	Fallender Druck cm Hg
5	**—**	**—**	**6,02**
30	**35,66**	**35,34**	**35,06**
60	**71,57**	**71,21**	**71,07**
90	**107,88**	**—**	**Nach 68^h 107,22**
90	**Nach 3^h 107,73**	**—**	**„ 21 107,19**
90	„ 22 107,43	Nach 15^h 107,45	„ 1 107,11
90	—	—	„ 15^m 107,05
90	—	107,06	106,89
125	149,77	149,29	149,01
150	180,01	179,39	179,15
180	215,75	215,21	215,03
210	251,49	Nach 2^h 251,06	Nach 21^h 250,84
210	Nach 4^h 251,21	250,96	250,64
240	288,09	287,81	287,38
270	324,24	324,02	323,42
300	360,75	360,63	360,24
		Nach 1^h 40^m	Nach 45^h Dauerdruck

In der vorstehenden Tab. IX sehen wir deutlich, wie auf den Stationen des Druckes, und zwar bei steigendem die ermüdende, bei fallendem die erholende Nachwirkung das definitive Gleichgewicht zu erreichen sucht; wirklich erreicht wurde es, wie es scheint, von beiden Seiten nur bei 90 Atm. im Versuch I. Hier verschwände also die Schleifenbreite voll-

nen und die Existenz einer eigentlichen Hysteresis wäre t direkt widerlegt. Doch wollen wir auf die Beweiskraft dieser gen Beobachtung nicht ausschlaggebendes Gewicht legen. Anschaulich stellt die Fig. 9 einen Zyklus nach Art von uch I dar, wenn als Aufenthaltszeit auf den drei Stationen hmäßig 1 Stunde gewählt wird, so daß also der ganze ns in 6 Stunden vollendet ist. Die ausgezogene gebrochene e bezeichnet den wirklichen Gang des Druckes, wie er aus meinen Beobachtungen ergibt; die gestrichelte, wie Druck ebenfalls beobachtungsgemäß verläuft, wenn die känderung im gleichen Tempo wie zuvor aber ohne Stationen hgeführt wird mit Ausnahme von 300 Atm., wo dieselbe ldung *f* wie vorhin abzuwarten ist. Die punktierte Kurve ch gibt den Zyklus, der in *gleichförmigem* Tempo dieselben ke erreichen würde, die der ausgezogen gezeichnete am Ende Stationen erreicht; sein Tempo würde ca. 12 Stunden sein. Charakteristisch ist Verlauf der Deformonskurven gleich den Stationen beim n Weiterdeformiebei *i i' i''*. Hier die Kurve nicht llel der gestrichelweiter, mit der sie gleiches Tempo in)ruckänderung hat, ern sucht diese wie Enveloppe zu gen. Dieser steilere uf bedeutet aber, an jenen Strecken gleichen Deformaänderung eine grö-

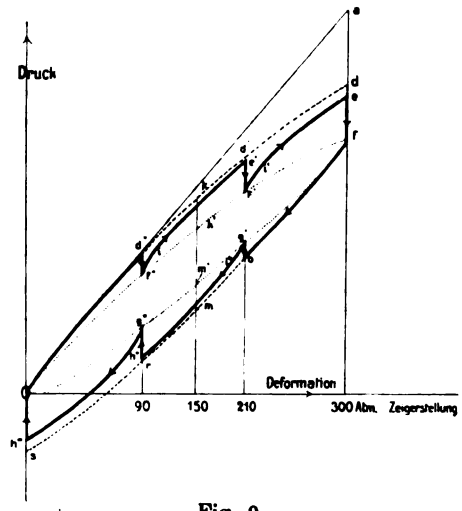


Fig. 9.

Kraftänderung nötig, also ein größerer elastischer Widervorhanden ist, obwohl diese Strecken gerade auf Punkte er Ermüdung der elastischen Kräfte folgen. Das ist indes cheinbar paradox. Denn je weiter die elastische Ermüdung ts fortgeschritten ist, um so weniger kann sie beim Weiter-

deformieren sich geltend machen, um so mehr folgt also die Kurve der steilen Richtung Oa der rein elastischen Kräfte.

Die quantitativen Verhältnisse zu dem gezeichneten langsamen Zyklus ergeben für die Nachwirkungen $d'f''' = og' = 0{,}08$, für $d'f' = rg'' = 0{,}17$, für $df = 0{,}25$ Atm. Da $km = 0{,}50$ Atm., so bleibt für die größte Schleifenbreite $k'm'$ des im gleichförmigen 12stündigen Tempo durchlaufenen Zyklus ca. 0,25 Atm. (vgl. Tab. VIII).

Damit haben wir entsprechend unseren Folgerungen auch für das sehr langsame, wie schon für das sehr schnelle Tempo eine Verminderung der Schleifenbreite gegenüber der bei mittlerem Tempo festgestellt. Für unsere *praktischen* Zwecke der Druckmessung indessen ist diese Veränderlichkeit der Schleife je nach dem Tempo so gering im Vergleich zur allgemeinen Fehlerbreite ($\pm$ 0,08 Atm.) der Deformationskurven selbst, daß es gerechtfertigt ist, für die gebräuchlichen Tempi zwischen 1 und 12 Stunden pro Zyklus eine *fixe* mittlere Schleife, deren Breite in Fig. 8b gezeichnet ist, zur Feststellung der Werte für fallenden Druck anzunehmen. Für letzte Feinheiten mag man nach Tab. VIII je nach Tempo interpolieren.

Die Untersuchung der Verhältnisse, wenn mehrere Zyklen am selben Tage sich folgen, ergab 1. eine Depression der steigenden Druckwerte des zweiten Zyklus gegenüber denen des ersten derart, daß diese Depressionen sich gegen den obersten Druckwert vermindern. Diesen steileren Verlauf der Deformationskurve trotz Ermüdung der elastischen Kräfte am Anfang des zweiten Zyklus (durch den Deformationsrest vom ersten Zyklus her) haben wir schon soeben p. 947 als eine verständliche Konsequenz der Nachwirkung besprochen; 2. eine merkliche Koinzidenz der fallenden Druckwerte im ersten, zweiten etc. Zyklus. Auch dies folgt aus der Eigenschaft der Nachwirkung, von der unmittelbaren Vorgeschichte der Deformation am meisten beeinflußt zu werden. Denn in allen Zyklen, also auch schon im ersten, haben fallende Drucke immer steigende zur unmittelbaren Vorgeschichte, im Gegensatz zu den steigenden Drucken, welche beim ersten Zyklus auf gar keine vorherige Beanspruchung folgen und also vom definitiven elastischen Gleichgewicht ausgehen, bei allen folgenden Zyklen aber einen Zyklus (bez. mehrere) bereits zur Vergangenheit

haben. In Übereinstimmung mit unseren früheren Überlegungen p. 934 finden wir also für den zweiten Zyklus (und die folgenden) eine Verkleinerung der Schleifenbreite (Energievergeudung) und zwar rein aus Gründen der Nachwirkung, nicht der elastischen Akkommodation, welche ein viel weniger bestimmtes Phänomen zu sein scheint. Wie äußerst gering diese Breite in aufeinander folgenden Zyklen wird, mögen folgende Beobachtungen zeigen, die im schnellsten Tempo für die Zeigerstellung der größten Schleifenbreite (150 Atm.) angestellt sind.

Magdeburger Manometer.

Steigender Druck	Fallender Druck	Steigender Druck	Fallender Druck	Steigender Druck
179,89 cm Hg	179,68 cm Hg	179,66 cm Hg	179,64 cm Hg	179,69 cm Hg

Dieses fast völlige Verschwinden der Schleifenfläche beweist aufs neue die Nichtexistenz einer eigentlichen Hysteresis.

Anomale Gebrauchsweisen des Manometers.

Absicht in gewissen Fällen, meistens aber Unvorsichtigkeit und Zufälle können es veranlassen, daß man nicht auf dem erörterten typischen Weg zur Pointierung des gewünschten Skalenteiles kommt, sondern daß man ihn beim steigenden Druck überschreitet oder beim zu raschen Entspannen unterschreitet und dann zurückkehrt, also einen Partialzyklus zu durchlaufen gezwungen ist. Es fragt sich, ob hierdurch nennenswerte störende Nachwirkungen auftreten können. Wir haben das durch einen besonderen Versuch geprüft, der in dem gewöhnlichen Tempo von ca. 1 Min. pro Druckstufe von 30 Atm. durchlaufen wurde. Ein Vergleich der Partialzyklen lehrt, daß *kleine* (bis 5 Atm.) *und sofort wieder aufgehobene Überschreitungen* völlig *einflußlos* auf den ersten normalen Wert bleiben. Bei großen Partialzyklen indes erscheint überall eine Schleife wieder. — Diese Partialschleifen können nun eine in bezug auf die *Energiebedeutung* interessante Umkehrung ihrer sie begrenzenden Deformationskurven zeigen; indem die Kurve für steigenden Druck auch unterhalb der für fallenden verlaufen kann und die — freilich nicht geschlossene — Schleifenfläche somit einen irgendwie bedingten Energie*gewinn* anzuzeigen scheint.

Dieses bei Partialzyklen wirklicher Hysteresis unmögliche Verhalten wird aufgeklärt dadurch, daß der steigende Druck in diesen Fällen zeitlich später als der fallende stattfindet. Denn die während dieser Zeit verlaufende Nachwirkung nähert die spätere Kurve immer den Orten des definitiven elastischen Gleichgewichtes; im Dreieck der Ermüdung *O a b* wird also die spätere Kurve steigenden Druckes unterhalb des früheren fallenden Druckes verlaufen, wie umgekehrt im Dreieck der Erholung die spätere Kurve fallenden Druckes oberhalb der früheren steigenden Druckes verlaufen muß. Der in der Fig. 10 durch die schraffierten || Flächen im Dreieck der Ermüdung gezeichnete Energie„gewinn" hat seine Quelle in der Deformationsarbeit *A B C e*, die vorher gegen die elastischen Kräfte zu leisten war; da diese endlich ist, so kann auch durch fortdauernde Wiederholung des partiellen Deformationszyklus dieser Energiegewinn nicht fortdauern, er wird vielmehr für jeden folgenden Zyklus kleiner und muß allmählich durch algebraisch Null (Zyklus $e' g i e''$) in die richtige stationäre Schleife $e'' i' g i e''$ übergehen, wo die Deformationskurven sich wieder der Lage nach vertauscht haben und jetzt dauernd mit jedem Zyklus ein Energie*verlust* wiederum stattfindet. Diese geschlossene Schleife verläuft dann symmetrisch zur Linie $i i'' b$ des definitiven elastischen Gleichgewichtes halb im Dreieck der Ermüdung, halb in dem der Erholung, wie wir früher p. 934 für den ganzen Zyklus schon auseinandergesetzt haben.

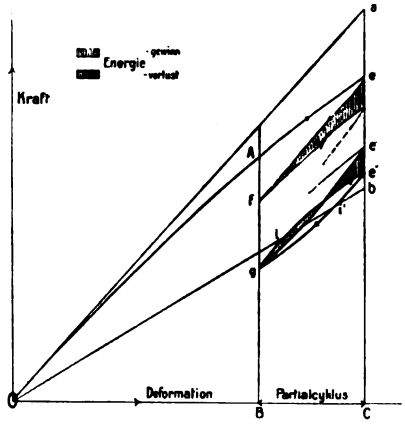


Fig. 10.

Überschreitungen der höchst zulässigen Druckgrenze des Manometers, wie sie uns einmal (vgl. Tab. VI, 3) zustieß, scheinen große Nachwirkungen zur Folge zu haben und sind deshalb zu vermeiden.

III. Die absolute Eichung der Manometer.

Da alle unsere Betrachtungen über die korrigierbaren gesetzmäßigen Einflüsse der Nachwirkung beim Magdeburger Manometer den Normalversuch *N* (Tab. IV) zugrunde legen mußten, dieser auch am ehesten nachkontrolliert werden kann, so ist es konsequent, dessen Werte auch für die absolute Eichung zu verwenden. Für das Genfer Instrument waren die letzten Versuche (vgl. Tab. V) maßgebend.

Tabelle X.

Magdeburger Manometer, 15°.			Genfer Manometer, 18°.		
Nomineller Druckwert kg/qcm	Wirklicher Druckwert kg/qcm	Differenz Δ kg/qcm	Nomineller Druckwert Atm.	Wirklicher Druckwert Atm.	Differenz Δ Atm.
5	4,56	−0,44	10	10,76	+0,76
30	29,00	−1,00	30	29,74	−0,26
60	59,16	−0,84	55	55,84	+0,84
90	89,27	−0,73	105	105,37	+0,37
125	124,54	−0,46	130	129,66	−0,34
150	149,60	−0,40	155	155,92	+0,92
180	179,51	−0,49	180	180,94	+0,94
210	209,41	−0,59	205	205,70	+0,70
240	240,21	+0,21	230	230,60	+0,60
270	270,25	+0,25	255	256,42	+1,42
300	300,80	+0,80	280	281,41	+1,41
			295	296,46	+1,46

In Rücksicht auf die mögliche Fehlergröße unserer absoluten Druckwerte von $\pm 0{,}5$ Promille des betreffenden Druckes und auf die störenden Nachwirkungen, die, wenn man sie als „Fehler" rechnen will, beim Magdeburger Manometer ca. $\pm 0{,}2$ Atm. betragen, können die Eichfehler Δ der Fabrik (vgl. Tab. X) als nicht allzu erheblich bezeichnet werden. Unsere Eichung bezieht sich auf die übliche Aufstellung der Manometer am Gestell der Druckpumpe, in der sie ja meistens verwandt werden. Bei ihrer Veränderung ist die hydrostatische Niveaudifferenz gegen diese Lage in Rechnung zu ziehen.

Der Versuch, durch eine *Ausmessung der Skala* des Magdeburger Manometers ein inneres Kriterium womöglich für die Richtigkeit unserer Eichung zu gewinnen, wonach eine ein-

fachere Abhängigkeit zwischen Winkelweg des Zeigers und den von uns bestimmten Druckwerten zu erwarten wäre, als es die war, welche sich für die nominellen Werte ergab, scheiterte an der Zeigerübertragungsmechanik, welche die hierbei vorauszusetzende *direkte* Beziehung zwischen Biegung der Bourdonröhre — beobachtet z. B. mittels Mikroskop oder Spiegelablesung — und Druck erheblich stört.

Diese Übertragungsfehler können bis zu 0,5 Atm. ausmachen. Besonders in Rücksicht auf diese Größe scheint mir die Konstanz der Angaben des Magdeburger Instrumentes auf $\pm$ 0,08 Atm. eine vorzügliche zu sein. Andererseits folgt, daß eine Schätzung eines Interpolationswertes zwischen geprüften Skalenteilen, auch wenn sie nach richtigem Augenmaß geschieht, doch mit Fehlern von $\pm$ 0,25 Atm. rechnen muß und für Präzisionsmessungen demnach die pointierten Skalenteile selbst festzuhalten sind.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

1. Die angewandte und ausführlich begründete experimentelle Bestimmung der funktionellen Druckflächen des *Amagatmanometers* erlaubte es, dessen absolute Angaben auf $\pm$ 0.5 Promille zu verbürgen. Seine Empfindlichkeit war $\pm$ 0,025 Atm.

2. Das mit diesem Normalmanometer untersuchte *Magdeburger Federmanometer* gestattete in seinem ganzen Druckbereich unter gleichen Gebrauchsbedingungen überall eine Konstanz seiner Angaben auf $\pm$ 0,08 Atm. Der eigentümliche und nicht unbeträchtliche Einfluß der Temperatur ließ sich mit Sicherheit ermitteln und ebenso erwies die elastische Nachwirkung sich für typische Gebrauchsweisen des Manometers als gesetzmäßig und kann demnach auf Grund der gewonnenen empirischen Daten hinlänglich genau berücksichtigt werden. Die Reste von Fehlern hieraus sind mit $\pm$ 0,03 Atm. genügend hoch geschätzt. $\pm$ *0,11 Atm.* als möglicher Fehler ist also *die Grenze der Genauigkeit, deren unser Manometer fähig ist.* Verzichtet man auf die Korrektionen der elastischen Nachwirkung, so kann für die gewöhnlichen Verwendungsweisen die Fehlerbreite $\pm$ 0.2 Atm. gelten. Nur in Ausnahmefällen kann diese auf $\pm$ 0,5 Atm. ansteigen, den Maximalwert der Nachwirkung

welcher nur durch extreme und besonders darauf zielende Versuche erreicht wurde.

3. Das *Genfer Instrument* (von Bourdon, Paris) zeigte qualitativ überall ein gleiches Verhalten. Aber sowohl die zeitlich fortschreitende Änderung seiner Angaben, als auch die Größe seiner Temperatur- und Nachwirkungskorrektionen, welche sich auf das Zwei- bis Vierfache gegenüber dem anderen Manometer belaufen, sowie seine Zeigermängel machen es zu Präzisionsmessungen viel weniger tauglich. Man kann seine möglichen Fehler auf $\pm 0{,}5$ *Proz.* seiner von uns geeichten Angaben schätzen.

4. Bezüglich der Erklärungsweise der vielgestaltigen Erscheinungen an elastischen Deformationszyklen haben wir die bekannten Gesetze der *elastischen Nachwirkung* als die bedingenden Faktoren überall wieder erkannt und eine eigentliche *Hysteresis* als eine zur Erklärung weder notwendige, noch als wahrscheinlich existierende elastische Eigenschaft hingestellt.

München, Physik. Inst. d. Univ., September 1903.

(Eingegangen 2. September 1904.)

3. *Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle und ihre Anwendung zur Bestimmung der Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren;*[1]) *von John James.*

Teil I.

Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle.

In den Annales de Chimie et de Physique[2]) vom Juni 1900 beschreiben die Herren Abraham und Lemoine unter dem Titel: *„Nouvelle methode de mesure de durées infinitésimales. Analyse de la disparition des phénomènes electrooptiques“* eine neue Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle. In dieser schönen Arbeit zeigen sie, wie in manchen Fällen ein sehr kleines Zeitintervall durch die Länge des während dieser Zeit vom Licht zurückgelegten Weges gemessen werden kann, und finden, daß man auf diese Weise Zeitdauern von $^1/_{100\,000\,000}$ Sek. bestimmen kann. Ihre Methode wenden sie zur Untersuchung zweier Erscheinungen an, nämlich 1. zur Messung der Dauer der Drehung der Polarisationsebene im Magnetfeld in Schwefelkohlenstoff und 2. des Kerrschen Phänomens der Doppelbrechung von Schwefelkohlenstoff im elektrischen Felde. Sie kommen zu dem Ergebnis, daß wahrscheinlich beide Erscheinungen ohne Verzögerung den Änderungen des elektrischen Feldes folgen.

Auf Veranlassung von Hrn. Prof. Dr. E. Wiedemann habe ich die Versuchsanordnung der Herren Abraham und

1) Auszug aus einer Erlanger Doktordissertation; vgl. auch Sitzungsberichte der Physikal.-medizinischen Sozietät in Erlangen. Heft 36. 1904.

Daß die Untersuchungen zu einem Abschluß gebracht werden konnten, war durch die frühere Bewilligung von Mitteln aus dem um die Förderung der Wissenschaft so hochverdienten Elisabeth Thompson Fond zur Anschaffung einer großen Influenzmaschine ermöglicht.

2) H. Abraham u. J. Lemoine, Ann. Chim. et Phys. **20**. p. 264. 1900.

Lemoine so umgeändert, daß sie in jedem Laboratorium leicht angewandt werden kann, und nachdem mir dies gelungen, die Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren zu messen gesucht, um zu ermitteln, ob ich nach dieser ganz abweichenden Methode dieselben Resultate erhalten würde, wie Hr. Prof. J. J. Thomson.[1]) In einem vorausgehenden theoretischen Teil wird ferner die von den Herren Abraham und Lemoine entwickelte Theorie, welche in ihrer ursprünglichen Fassung mit meinen Beobachtungen nicht übereinstimmte, erweitert und in dieser vollkommeneren Form geprüft.

Die Methode von Abraham und Lemoine.

Die Versuchsanordnung von Abraham und Lemoine ist aus Fig. 1 ersichtlich. Sie gibt den horizontalen Durchschnitt durch den vom Licht zurückgelegten Weg.

Die Enden PP' einer Elektrizitätsquelle (Induktorium) sind verbunden 1. mit der Funkenstrecke E, welche aus zwei gut polierten Messingkugeln von 7 mm Durchmesser besteht, und 2. mit dem Kondensator K. Der letztere, welcher eine Kerrsche Zelle darstellt, besteht aus zwei rechtwinkligen, vertikal stehenden Messingplatten, die in Schwefelkohlenstoff tauchen. Da ich im folgenden ausführlich die Form des von mir benutzten Kondensators, welcher im Prinzip nicht von dem von Abraham und Lemoine benutzten abweicht, beschreiben werde, und es zum Verständnis der Methode auf Einzelheiten nicht ankommt, so übergehe ich die Beschreibung desselben. N_1 und N_2 sind zwei Nicols. Die Hauptebene des ersten ist um 45° gegen die Horizontale dauernd festgelegt, während die des zweiten beweglich ist. B ist ein Kalkspat, dessen Hauptebene parallel zu der von N_1 ist. V ist eine Lupe, welche auf eine kleine, zwischen B und K befindliche, quadratische Öffnung eingestellt ist. L_1 und L_2 sind zwei feststehende Konvexlinsen von 5 bez. 30 cm Brennweite, welche so aufgestellt sind, daß die Lichtquelle E sich im Brennpunkt derselben befindet. M_1, M_2, M_3 und M_4 sind vier Spiegel; M_1 und M_4 sind fest, M_2 und M_3 beweglich. R ist ein Widerstand.

---

1) J. J. Thomson, Recent Researches in Electricity and Magnetism. p. 115—118.

Springt der Funke zwischen E über, so wird das Licht nach Entfernung des Spiegels M_1 folgenden Weg zurücklegen: von E durch L_1 und N_1, zwischen den geladenen Platten des Kondensators K und schließlich durch B, N_2 und V nach dem Auge. Man sieht so zwei Bilder der kleinen quadratischen Öffnung von im allgemeinen verschiedener Intensität. Durch Drehen von N_2 können beide auf gleiche Helligkeit eingestellt werden. Dies trifft bei zwei symmetrischen Lagen ein; man mißt nun den Winkel 2α zwischen denselben. Ist dagegen der Kondensator K ungeladen, etwa dadurch, daß man die Verbindung mit der Elektrizitätsquelle unterbricht, so ist der Theorie

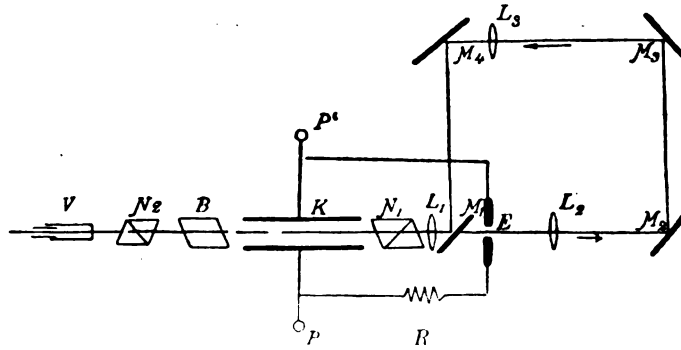


Fig. 1.

nach für jede beliebige Lage von N_2 nur ein Bild vorhanden, dessen Intensität beim Drehen von N_2 variiert. (Tatsächlich verschwindet das zweite Bild, welches allerdings in diesem Falle sehr schwach ist, nie ganz.)

Wird nun der Spiegel M_1 in die in Fig. 1 angegebene Lage gebracht, so kann das Licht nicht den direkten Weg L_1, N_1 etc. zurücklegen, sondern es geht erst durch L_2, wird durch M_2 M_3 reflektiert, geht durch die Linse L_3, wird wieder durch die Spiegel M_4 M_1 reflektiert und gelangt schließlich in das Auge durch L_1 N_1 etc. Das Licht jedes Funkens kann so um ein beliebiges Zeitintervall verzögert werden, bevor es zum Kondensator gelangt. Es kann nun bewiesen werden, daß der Winkel 2α einem Mittelwert der Doppelbrechung im Kondensator während der Dauer des Lichtdurchganges entspricht.

Der Winkel ist am größten für direktes Licht, nimmt ab, wenn die Verzögerung zunimmt, um schließlich zu verschwinden, wenn der Kondensator entladen ist, d. h. es ist dann nur ein Bild vorhanden. Die Herren Abraham und Lemoine fanden, daß bei der von ihnen gerade getroffenen Anordnung das Feld bei einer Verzögerung, die 4 m entspricht, verschwand. Mit Hilfe dieser neuen Methode gelangten sie zu den wichtigen, oben erwähnten Ergebnissen.

Als Elektrizitätsquelle benutzten Abraham und Lemoine eine große Wechselstrommaschine und einen Transformator. Um die Versuche zu vereinfachen, habe ich die Wechselstrommaschine und den großen Transformator durch einen kleinen Induktionsapparat oder eine Influenzmaschine ersetzt. Es erhebt sich die Frage: Wie müssen die einzelnen Teile des Apparates, wie Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion angeordnet werden, um gute Resultate zu erhalten? Um diese Fragen zu beantworten, habe ich die Theorie des Apparates entwickelt.

Theorie.

Wir wollen untersuchen:

I. *die Beziehung zwischen der Doppelbrechung und dem durch das Nicol N_2 bestimmten Winkel, d. h. beweisen, daß der Winkel 2α (p. 956) einen Mittelwert für die Doppelbrechung φ,* gemessen durch den Phasenunterschied der extraordinären und ordinären Strahlen, *darstellt;*

II. *die Beziehung zwischen Q, der Elektrizitätsmenge auf der Kondensatorplatte in einem gegebenen Augenblick, und der Zeit;*

III. *die Beziehung zwischen φ, dem Betrag der Doppelbrechung im Kondensator, und der Zeit.*

I. *Wir wollen beweisen, daß 2α einem Mittelwert für φ während des Funkenüberganges entspricht.*[1])

Wir wählen als Koordinatenachsen 1. eine Gerade durch die Mitte von K (Fig. 1) und senkrecht zu seinen Platten, mit anderen Worten eine Kraftlinie als x-Achse und 2. die Senkrechte durch denselben Punkt als y-Achse. Das aus N_1 austretende Licht kann dann in zwei Komponenten zerlegt werden

$$x = a \sin \omega t, \quad y = b \sin \omega t.$$

1) Vgl. Abraham u. Lemoine l. c.

Der geladene Kondensator wirkt wie ein positiver, einachsiger Kristall[1]), dessen optische Achse mit der Richtung der x-Achse zusammenfällt. Die Komponenten werden daher, nachdem sie K verlassen haben, übergehen in

$$x = a \sin(\omega t + \varphi), \quad y = b \sin \omega t.$$

Der Kalkspat liefert zwei Schwingungen, deren Ebenen 45° mit Ox und Op bilden, und die daher dargestellt werden können durch

$$x' = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \varphi) - \frac{b}{\sqrt{2}} \sin \omega t$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \varphi . \cos \omega t + \frac{a \cos \varphi - b}{\sqrt{2}} \sin \omega t$$

und

$$y' = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \varphi) + \frac{b}{\sqrt{2}} \sin \omega t$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \varphi . \cos \omega t + \frac{a \cos \varphi + b}{\sqrt{2}} \sin \omega t.$$

Wenn die Hauptebene des Nicols N_2 einen rechten Winkel mit Ox_1 bildet und wir den Winkel zwischen Ox_1 und $Ox' = \alpha$ setzen (wo Ox' einen Winkel von 45° mit Ox bildet), so können wir die beiden Bilder, welche durch das Nicol hindurchgehen und daher ins Auge gelangen, darstellen durch

$$X = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \varphi \cos \alpha . \cos \omega t + \frac{a \cos \varphi - b}{\sqrt{2}} \cos \alpha . \sin \omega t$$

und

$$Y = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \varphi \sin \alpha . \cos \omega t + \frac{a \cos \varphi + b}{\sqrt{2}} \sin \alpha . \sin \omega t.$$

Da Schwefelkohlenstoff im sichtbaren Teil[2]) des Spektrums — und nur dieser kommt für uns in Betracht — nicht absorbiert, so dürfen wir in den obigen Gleichungen $b = a$ setzen und erhalten

$$X = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \varphi \cos \alpha . \cos \omega t - \sqrt{2}\, a \sin^2 \frac{\varphi}{2} \cos \alpha . \sin \omega t$$

$$= \sqrt{2}\, a \sin \frac{\varphi}{2} \cos \alpha \left\{ \cos \frac{\varphi}{2} \cos \omega t - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \omega t \right\}$$

$$= \sqrt{2}\, a \sin \frac{\varphi}{2} \cos \alpha \cos \left(\omega t + \frac{\varphi}{2} \right)$$

1) J. Kerr, Phil. Mag. (5) 8. p. 91. 1879.
2) J. Pauer, Wied. Ann. **61.** p. 376. 1897.

und

$$Y = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin\varphi \sin\alpha \,.\, \cos\omega t + \sqrt{2}\, a \cos^2\frac{\varphi}{2} \sin\alpha \,.\, \sin\omega t$$

$$= \sqrt{2}\, a \cos\frac{\varphi}{2} \sin\alpha \,.\, \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Dauert nun der Funke so kurze Zeit, daß man die Phasendifferenz während seines Durchganges durch K als konstant betrachten kann, so sind die beiden Bilder gleich hell, wenn

$$\operatorname{tg}^2\alpha = \operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2} \quad \text{oder} \quad \alpha = \pm\frac{\varphi}{2},$$

d. h. unter dieser Voraussetzung mißt der Winkel 2α des Nicols N_2 in dem Augenblick die Doppelbrechung φ, in dem der Funke durch den Kondensator hindurchgeht.

Dauert der Funke eine Zeit Θ, und rechnen wir die Zeit von dem Augenblick, wo das Licht durch das Gefäß hindurchzugehen beginnt, dann sind die Intensitäten der beiden durch einen Funken hervorgerufenen Bilder, welche zum Auge gelangen, proportional

$$\int_0^\Theta a^2 \cos^2\alpha \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt = \cos^2\alpha \int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt$$

und

$$\int_0^\Theta a^2 \sin^2\alpha \cos^2\frac{\varphi}{2}\, dt, \text{ bez. } = \sin^2\alpha \int_0^\Theta a^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}\, dt.$$

Diese sind gleich, wenn

$$\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{\int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt}{\int_0^\Theta a^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}\, dt}.$$

oder

$$\sin^2\alpha = \frac{\int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt}{\int_0^\Theta a^2\, dt}$$

Sind G und K die größten bez. kleinsten Werte von $\sin^2(\varphi/2)$ in dem Intervall 0 bis Θ, so sind sowohl

$$\left(G - \sin^2\frac{\varphi}{2}\right) \quad \text{und} \quad \left(\sin^2\frac{\varphi}{2} - K\right),$$

als auch

$$\left(a^2 G - a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right) \quad \text{und} \quad \left(a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2} - a^2 K\right)$$

stets positiv.

Folglich ist

$$\int_0^\Theta \left(a^2 G - a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right) dt > 0, \quad \int_0^\Theta \left(a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2} - a^2 K\right) dt > 0,$$

denn jedes einzelne Glied ist positiv, folglich ist dasselbe mit den Summen selbst und ihren Grenzwerten der Fall.

Wir haben also

$$G\int_0^\Theta a^2\, dt > \int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt > K\int_0^\Theta a^2\, dt.$$

Zwischen G und K liegt daher irgend ein Wert M derart, daß

$$\int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt = M \cdot \int_0^\Theta a^2\, dt.$$

Und da $\sin^2(\varphi/2)$, indem es vom Werte K zum Werte G übergeht, stetig ist, so muß es durch den mittleren Wert M mindestens einmal gehen.

Ist φ_m der entsprechende Wert von φ, so ist

$$\int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt = \sin^2\frac{\varphi_m}{2}\int_0^\Theta a^2\, dt.$$

Folglich ist

$$\sin^2\alpha = \frac{\displaystyle\int_0^\Theta a^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\, dt}{\displaystyle\int_0^\Theta a^2\, dt} = \frac{\displaystyle\sin^2\frac{\varphi_m}{2}\int_0^\Theta a^2\, dt}{\displaystyle\int_0^\Theta a^2\, dt} = \sin^2\frac{\varphi_m}{2},$$

oder

$$\alpha = \frac{\varphi_m}{2} \cdot ^{1})$$

Der Winkel 2α gibt daher während des Lichtdurchganges einen Mittelwert zwischen dem größten und kleinsten Wert der Phase.

Erwähnt mag noch werden, daß, obwohl uns die Methode nicht φ absolut zu bestimmen erlaubt, sie trotzdem anzeigt, wann φ Null wird, d. h. den Augenblick angibt, wo Kerrs Phänomen verschwindet; denn mag auch der Funke noch so lange währen, wenn $\varphi = 0$, so ist doch nur *ein* Bild vorhanden.

II. *Es soll jetzt die Beziehung zwischen Q, der Menge Elektrizität auf einer Kondensatorplatte in einem gegebenen Augenblick, und der Zeit abgeleitet werden.*

Aus Fig. 1 geht hervor, daß die elektrische Anordnung des Apparates aus einem Schließungskreis besteht, welcher einen Kondensator, einen Widerstand und eine Funkenstrecke enthält, sowie aus den Drähten, welche die Elektrizität von der Influenzmaschine oder dem Induktorium zum Kondensator zuführen. Wird nun zwischen Kondensator und Influenzmaschine noch eine kleine sekundäre Funkenstrecke eingeschaltet, so kann man auf die Entladung der Elektrizität im ersteren Kreis Lord Kelvins[2]) Theorie anwenden; denn der kleine sekundäre Funke soll bewirken, daß die Selbstinduktion und Kapazität des Induktors in die Gleichungen nicht eingehen; beide dienen nur dazu, Elektrizität zu liefern.

Sei L die Selbstinduktion, R der Widerstand des einfachen Schließungskreises, C die Kapazität des Kondensators, so gilt die Gleichung

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0.$$

Strenge genommen gilt diese Gleichung natürlich nur für einen geschlossenen Kreis.

Je nachdem

$$R^2 < \frac{4L}{C} \quad \text{oder} \quad > \frac{4L}{C}$$

1) Den letzten Teil dieses Beweises verdanke ich meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Walker in Oxford.

2) Lord Kelvin (W. Thomson), Phil. Mag. (4) 5. p. 393. 1855.

ist, ist die Auflösung verschieden. Wir beschränken uns auf den ersten Fall, welcher allein Oszillationen gibt. Wir werden später sehen, daß die tatsächlich benutzten L, R und C der Bedingung

$$R^2 < \frac{4L}{C}$$

genügten. Die Lösung der Gleichung ist

$$(1) \qquad Q = A e^{-\frac{R}{2L}t} \cos\left\{\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}\right)^{1/2} t + \alpha\right\},$$

wo Q die elektrische Ladung auf der Platte, A und α Konstanten bedeuten.

Ist für $t = 0$ $Q = Q_1$, dann ist $Q_1 = A \cos \alpha$.

R ist ein Maximum bez. ein Minimum, wenn

$$-\frac{AR}{2L} e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(kt + \alpha) - A k e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(kt + \alpha) = 0,$$

wo

$$(2) \qquad k \equiv \left\{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}\right\}^{1/2};$$

so daß entweder

$$\text{a)} \quad e^{-\frac{R}{2L}t} = 0, \text{ woraus } t = \infty,$$

oder

$$\text{b)} \quad \operatorname{tg}(kt + \alpha) = -\frac{R}{2Lk}.$$

Wir wollen annehmen, daß Q ein Maximum sei $(= Q_1)$ für $t = 0$. Dann ist

$$(2\text{a}) \qquad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{R}{2Lk}.$$

Q ist dann wieder ein Maximum oder Minimum, wenn

$$kt + \alpha = \pi + \alpha, \text{ i. e. } t = \frac{\pi}{k},$$

Q ist dann drittens ein Maximum oder Minimum, wenn

$$kt + \alpha = 2\pi + \alpha, \text{ i. e. } t = \frac{2\pi}{k},$$

Q ist dann viertens ein Maximum oder Minimum, wenn

$$kt + \alpha = 3\pi + \alpha, \text{ i. e. } t = \frac{3\pi}{k} \text{ etc.}$$

Die Ladungen der Platte in diesen Zeitpunkten sind beziehungsweise

$$+ Q_1, \quad - Q_1 e^{-\frac{R}{2L}\cdot\frac{\pi}{k}}, \quad + Q_1 e^{-\frac{R}{2L}\cdot\frac{2\pi}{k}} \text{ etc.}$$

Da $e^{-\frac{R}{2L}t}$ nicht $= 0$, und natürlich A nicht $= 0$ ist, so ist $Q = 0$, wenn

$$k t + \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3}{2}\pi, \quad \frac{5}{2}\pi, \ldots$$

$$t = \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{k}, \quad \frac{\frac{3\pi}{2} - \alpha}{k}, \ldots \text{ etc.}$$

Ist α ein spitzer Winkel oder ganz allgemein $= n\pi + \alpha_0$, so ändert sich nur die Reihenfolge der Werte von t, für die Q verschwindet. Konstruieren wir die Kurve, so erhalten wir die in Fig. 2 ausgezogene Kurve, in der jeder Teilstrich $\pi/4k$, d. h. $^1/_8$ der Periode entspricht.

Tatsächlich ist

$$\text{(2b)} \qquad \begin{cases} O t_1 = \dfrac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{k}, \\ O t_2 = \dfrac{\pi}{k}, \\ O t_3 = \dfrac{\frac{3\pi}{2} - \alpha}{k}, \\ O t_4 = \dfrac{2\pi}{k} \text{ etc.} \end{cases}$$

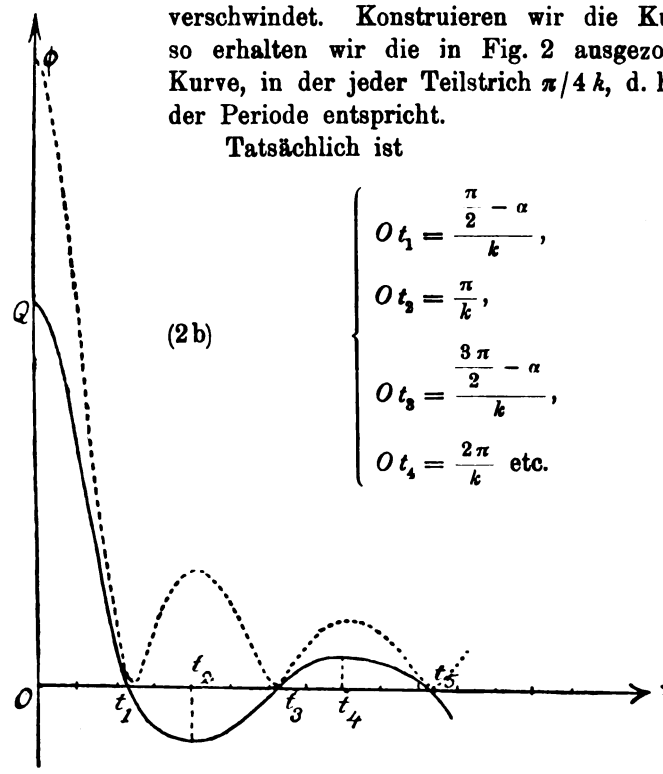


Fig. 2.

III. *Die Beziehung zwischen φ und der Zeit.*

Nachdem wir eine Beziehung zwischen der Ladung Q auf der Platte und der Zeit abgeleitet haben, soll im folgenden φ als Funktion der Zeit ermittelt werden.

Wir gehen zu dem Zweck aus von dem von Kerr[1]) entdeckten Gesetz:

Die Differenz der Verzögerungen des ordentlichen und außerordentlichen Strahles ist dem Quadrat der wirkenden elektrischen Kraft proportional oder, als Gleichung ausgedrückt,

$$\varphi = B\frac{Q^2}{d^2}, \tag{3}$$

wo Q die Ladung der Platten, d die Entfernung zwischen ihnen und B eine Konstante bedeuten.

Die neuesten Beobachtungen[2]) haben das Kerrsche Gesetz, welches von einigen Forschern (z. B. Quincke) für einzelne Fälle angegriffen worden ist, bestätigt. B hängt stark von der Temperatur ab. Bei meinen Versuchen war die Temperatur nahezu konstant $= 16^0$ C.

Nehmen wir an, daß das Kerrsche Phänomen *augenblicklich* den Änderungen des Feldes folgt, und vereinigen wir die beiden Gleichungen (1) und (3) miteinander, so erhalten wir die Beziehung

$$\varphi = a e^{-\frac{Rt}{L}} \cos^2(kt + a), \tag{4}$$

also eine Beziehung zwischen φ und t.

Um diese φ als Funktion von t darstellende Kurve in bezug auf ihre Konvexität und Konkavität zu untersuchen, differenziieren wir sie zweimal und erhalten

$$\frac{1}{a}\cdot\frac{d^2\varphi}{dt^2} = e^{-\frac{Rt}{L}}\left\{-2k^2\cos 2(kt+\alpha) + 2(-k)\sin 2(kt+\alpha)\left(-\frac{R}{L}\right) + \frac{R^2}{L^2}\cos^2(kt+\alpha)\right\}.$$

Nun ist $e^{-\frac{Rt}{L}}$ stets positiv; wir müssen daher untersuchen, ob

$$\frac{2Rk}{L}\sin 2(kt+\alpha) + \frac{R^2}{L^2}\cos^2(kt+\alpha) - 2k^2\cos 2(kt+\alpha)$$

oder

$$2k^2\operatorname{tg}^2(kt+\alpha) + \frac{4Rk}{L}\operatorname{tg}(kt+\alpha) + \frac{3R^2}{2L^2} - \frac{2}{1+\operatorname{tg}^2(kt+\alpha)} \tag{5}$$

positiv oder negativ ist.

1) J. Kerr, Phil. Mag. (5) 9. p. 156.

2) W. Schmidt, Inaug.-Diss., Göttingen 1901.

Fall I. $t = 0$.

$$\operatorname{tg}\alpha = -\frac{R}{2Lk}.$$

Der Wert des obigen Zählers ist in diesem Fall

$$2k^2 \cdot \frac{R^2}{4L^2k^2} + \frac{4Rk}{L}\left(-\frac{R}{2Lk}\right) + \frac{3R^2}{2L^2} - \frac{2}{LC} = -\frac{2}{LC}$$

und des Nenners

$$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{4L}{4L - CR^2}.$$

Daher ist der Wert des obigen Bruches

$$-\frac{2}{LC}\left(\frac{4L - CR^2}{4L}\right) = -\frac{1}{2L^2}\left\{\frac{4L}{C} - R^2\right\}$$

stets negativ. Zur Zeit $t = 0$ ist die Kurve daher konkav zur t-Achse.

Fall II. $(kt + \alpha) = \frac{\pi}{2}$.

Nach dem Vorhergehenden läßt sich leicht berechnen, daß der Wert des Bruches (Gleichung (5)) für diesen Fall $= 2k^2$, und daß er daher positiv ist. Die Kurve ist daher konvex im Punkte t_1 (Fig. 2).

Die Maxima und Minima ergeben sich aus

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d\varphi}{dt} = e^{-\frac{Rt}{L}}\cos(kt+\alpha)\left[-\frac{R}{L}\cos(kt+\alpha) - 2k\sin(kt+\alpha)\right] = 0,$$

woraus folgt

(A) $$e^{-\frac{Rt}{L}} = 0; \quad t = \infty,$$

oder

(B) $$\cos(kt + \alpha) = 0; \quad kt + \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{3\pi}{2}, \quad \ldots$$

oder

(C) $$\operatorname{tg}(kt + \alpha) = -\frac{R}{2kL}.$$

Aus (B) folgt, daß Maxima oder Minima bei den Punkten t_1, t_3, t_5 . . . der Fig. 2 auftreten; in der Tat sind hier die *Minima.*

Gleichung (C) gibt uns die *Maxima* der (φ, t)-Kurve; sie haben die entsprechende Lage wie bei Maxima bez. Minima auf der (Q, t)-Kurve (vgl. Fig. 2).

Diese drei Gleichungen (A), (B) und (C) geben alle vorhandenen Maxima und Minima, und daher liegen keine Maxima noch Minima zwischen 0 und t_1.

Die Wendepunkte ergeben sich aus (5) oder

$$(6) \quad 2k^2 \operatorname{tg}^2(kt+\alpha) + \frac{4Rk}{L} \operatorname{tg}(kt+\alpha) + \frac{3R^2}{2L^2} - \frac{2}{LC} = 0,$$

da

$$1 + \operatorname{tg}^2(kt+\alpha)$$

einen endlichen Wert hat wegen

$$0 > kt + \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Aus (6) folgt

$$\operatorname{tg}(kt+\alpha) = \frac{R}{kL}\left\{-1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}}\right\},$$

oder

$$(7) \quad \operatorname{tg} kt = \frac{\frac{R}{2kL}\left\{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}}\right\}}{1 - \frac{R^2}{2k^2L^2}\left\{1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}}\right\}}.$$

Die positiven Vorzeichen im Zähler entsprechen den positiven im Nenner. Dasselbe gilt von den negativen.

Die allgemeine Form der (q, t)-Kurve zeigt auf Grund der obigen Betrachtungen die Fig. 2 (p. 963); jeder Teilstrich der t-Achse entspricht $\pi/4k$; die Punkte $t_1, t_2, t_3 \ldots$ entsprechen den Gleichungen (2b). Der Maßstab der q-Achse ist willkürlich. Hinzugefügt ist noch die (Q, t)-Kurve.

Wie sich aus den Beobachtungen später ergeben wird, sind bei der von mir gewählten Anordnung die Ordinaten rechts von t_1 so klein, daß sie nicht gemessen werden konnten. Die Schwingungen waren so stark gedämpft, daß jenseits t_1 das Kerrsche Phänomen nicht beobachtet werden konnte.

Die obigen Resultate über die Beziehung zwischen Doppelbrechung und Zeit oder, was dasselbe ist, die Form der (q, t)-Kurve weichen von den Ergebnissen der Herren Abraham und Lemoine ab, deren (q, t)-Kurven alle konkav zur t-Achse sind. Die unten mitgeteilten Versuche entsprachen meiner Theorie.

Beschreibung der Apparate.

Aus der Formel (4)

$$\varphi = \alpha e^{-\frac{R t}{L}} \cos^2(k t + \alpha),$$

wo R der Widerstand, L die Selbstinduktion, $k = \left\{\frac{1}{L C} - \frac{R^2}{4 L^2}\right\}^{1/2}$ (vgl. Formel (2)) und C die Kapazität bedeuten, folgt, daß die zu beobachtenden Erscheinungen im wesentlichen von diesen Größen abhängen. Durch eine große Reihe von Versuchen habe ich die Beziehung zwischen denselben und der Dauer der Doppelbrechung zu ermitteln gesucht.

Die Apparate wurden anfangs genau in der von den Herren Abraham und Lemoine beschriebenen Weise aufgebaut (Fig. 1). Dieselben bestehen im wesentlichen aus 1. einer optischen Bank, 2. dem Kondensator, 3. den Spiegeln und 4. der Funkenstrecke.

1. *Die optische Bank.* Hr. Prof. Dr. Lenk war so gütig, mir eine Fuesssche optische Bank für die Projektion der Erscheinungen der chromatischen Polarisation zu überlassen. Dieselbe war aus Messing angefertigt, ungefähr 70 cm lang und 40 cm hoch; auf ihr waren eine Reihe von Stativen, Klammern etc. beweglich angeordnet, die sich sehr bequem zur Befestigung von N_1, K, B und N_2 (Fig. 1) verwenden ließen. N_2 ließ sich leicht bewegen, und zwar nicht nur in Richtung des Lichtweges, sondern auch senkrecht zu demselben, also horizontal und vertikal. Der Kondensator K, welcher mittels eines höheren Stativs auf dem Metallträger befestigt war, konnte um die vertikale Achse gedreht werden. Das Nicol N_1, ein außerordentlich schönes Exemplar, gehörte ebenfalls Hrn. Prof. Lenk, dem ich für die Überlassung zu großem Dank verpflichtet bin. Die Linse L_1 wurde mit Klebwachs befestigt. Der Kalkspat B stammte aus einer dichroitischen Lupe; die Öffnung (vgl. p. 955) war ein kleines Quadrat von 2,5 mm Seite. Als Lupe V wurde ein kleines Teleskop benutzt, welches auf die Öffnung eingestellt wurde. Um die bei dem Nicol N_2 angebrachte Kreisteilung bequem abzulesen, wurde ein kleines Fernrohr wie bei dem Wildschen Polarisationsapparat benutzt. Die optische Bank befand sich auf einem Tisch, so daß der Lichtstrahl ungefähr 140 cm oberhalb des Erdbodens verlief.

2. *Die Spiegel.* Die Spiegel, Linsen etc. befanden sich auf

einem langen festaufgestellten Tisch. Die Spiegel wurden in folgender Weise eingestellt. Auf ein rechtwinkliges Stück Holz von 15 cm Länge und Breite und 5 cm Höhe wurde mittels Klebwachs eine Glasplatte befestigt. Auf einer zweiten Glasplatte, die auf der ersten ruhte, wurden drei kleine messingene Unterlegscheiben befestigt, in die drei Schrauben, welche durch ein dreieckiges Stück Metallblech hindurchgingen, paßten. Auf das letztere war ein Rahmen aus Zinn angelötet, in welches der Spiegel paßte. Dadurch, daß man die zweite Glasplatte auf der ersten bewegte, konnte man das Licht in jede beliebige horizontale Richtung werfen. Mit Hilfe der Schrauben wurde die feinere Einstellung bewirkt.

Die Linse L_3 erhielt eine solche Lage, daß das hindurchgegangene Licht nach der Reflexion am Spiegel M_4 in einem Punkt vereinigt wurde, der gerade so weit vor den Spiegel M_1 lag, als die Funkenstrecke sich hinter ihm befand; der Spiegel M_1 konnte infolgedessen sehr schmal gewählt werden. Es war dies auch insofern nötig, als der zur Verfügung stehende Raum wegen der Nachbarschaft der Linse und Funkenstrecke sehr beschränkt war.

3. *Der Kondensator* unterschied sich nicht wesentlich von dem von Abraham und Lemoine benutzten. Er bestand aus einem zylindrischen Glasrohr von 23,5 cm Länge und 8 cm Durchmesser, dessen Enden umgekröpft und abgeschliffen waren. Auf die letzteren waren ebene Spiegelglasplatte mittels Hausenblase gekittet. In der Mitte befand sich ein kleines Rohr zum Einfüllen des Schwefelkohlenstoffs. Seitwärts waren zwei Röhren angeblasen, durch die die Leitungsdrähte führten, welche zur Ladung der Platten dienten. Zum Befestigen der Leitungsdrähte dienten Gummischläuche.

Die Kondensatorplatten bestanden aus Messing und waren 21 cm lang, 3 cm hoch und 1,5 mm dick. Ihre Entfernung voneinander betrug 3 mm. Zum Befestigen derselben waren vier schwach gekrümmte messingene durchlöcherte Streifen angelötet. Durch die Öffnungen konnten kleine Glasstäbe, auf denen Schraubengewinde angekittet waren, hindurchgesteckt werden. Mittels Schrauben wurden die Platten schließlich in die richtige Lage gebracht und die Entfernung der Platten voneinander nach Belieben geändert.

Daß die Gefäße vor dem Gebrauch sorgfältigst gereinigt und der Schwefelkohlenstoff häufig frisch überdestilliert wurde, versteht sich wohl von selbst. Erwähnt mag noch werden, daß, um die Zersetzung des Schwefelkohlenstoffs durch das Licht möglichst zu vermeiden, das ganze Gefäß in schwarzes Papier gehüllt war, welches nur an den beiden Endplatten für den Lichtdurchgang kleine Öffnungen enthielt. Das Glasgefäß war von Hrn. M. Stuhl in Berlin, die Kondensatorplatten nebst dem Zubehör waren in äußerst sorgfältiger Weise von dem hiesigen Institutsmechaniker Hrn. Böhner angefertigt.

4. *Elektrizitätsquellen.* Als solche dienten Induktorien und Influenzmaschinen.

5. *Die Funkenstrecke* bestand aus mit Ebonitgriffen versehenen Metallstäben, in denen mittels Schrauben 1. Spitzen aus Kadmium, 2. Spitzen aus Messing, 3. schwach gekrümmte Messingstäbe und 4. Messingkugeln befestigt werden konnten. Die Länge der Funkenstrecke konnte beliebig geändert werden.

Versuche.

Eine erste Reihe von Versuchen wurden mit dem *Induktorium* angestellt.

Nachdem der optische Teil des Apparates auf das sorgfältigste aufgestellt war, erhob sich bei Beginn der Versuche die Schwierigkeit, zu ermitteln, wie die Herren Abraham und Lemoine ihren Schließungskreis angeordnet hatten. In ihrer Abhandlung erwähnen sie „einen Widerstand von der Größenordnung eines Ohms", ferner „zwei 2 cm lange $CuSO_4$-Röhrchen", welche sich im Schließungskreis befanden, aber über die Größe des Widerstandes der letzteren, ob der Strom zwischen Platten in der $CuSO_4$-Lösung oder zwischen den Enden der Zuleitungsdrähte überging, ferner an welcher Stelle diese eingeschaltet waren, fehlen Angaben. Bei *Benutzung des Induktoriums gelang es mir nicht, das Kerrsche Phänomen zum Verschwinden zu bringen*, trotzdem die Funkenstrecke mannigfach variiert, verschiedene Induktorien benutzt und die Stromstärke geändert wurden. Häufig war der Winkel für eine Verzögerung von 200 cm ebenso groß, ja sogar manchmal größer als für direktes Licht. Bei Beginn der Versuche änderte der Winkel sich innerhalb 5 Min. häufig ganz willkürlich.

Darauf wurde ein Wechselstrom und eine sehr große sekundäre Spule angewandt und der Funke, wie es Abraham und Lemoine getan, durch Blasen auseinandergelegt. Mittels eines Turbinen- und Wehneltunterbrechers wurde die Zahl der Wechsel von 35 bis 1200 gesteigert; aber auch so gelang es nicht, das Kerrsche Phänomen selbst für eine Verzögerung von 650 cm zum Verschwinden zu bringen. Je größer die Zahl der Unterbrechungen war, desto heller war das Licht; die Messungen ließen sich jetzt leichter ausführen, aber in anderer Hinsicht war kein Vorteil zu erkennen.

Trotz der in dieser Hinsicht negativen Resultate zeigten die erhaltenen Kurven doch eine bemerkenswerte Übereinstimmung mit den oben abgeleiteten theoretischen Ergebnissen, insofern sie nämlich alle konvex zur t-Achse waren, im Gegensatz zu den von den Herren Abraham und Lemoine mitgeteilten. Unter diesen Umständen blieb nichts übrig, als systematisch den Einfluß von Selbstinduktion, Widerstand und Kapazität zu untersuchen; ich hegte die Hoffnung, daß es hierbei vielleicht gelingen würde, die Fehlerquelle zu entdecken.

Als Beispiel dafür, daß die Kurven konvex waren, teile ich die folgenden Beobachtungen mit. Die Schaltung war die folgende: Vom Induktorium führten die Leitungsdrähte durch einen Widerstand zur Kondensatorplatte; zwischen Widerstand und Induktorium war parallel mit dem Kondensator noch eine Funkenstrecke geschaltet. In einem ersten Fall bestand der Widerstand aus je zwei 40 cm langen gesättigten $CuSO_4$-Lösungen zwischen ca. 2 cm breiten Cu-Elektroden; in einem zweiten Fall waren die $CuSO_4$-Schichten nur 35 cm lang, also 35 cm in jedem Zweig. In der folgenden Tabelle bedeutet l die Verzögerung des in die Richtung $M_2 M_3 M_4 M_1$ gehenden Lichtstrahles.

Direktes Licht	l 138 cm	l 230 cm	l 336 cm	l 476 cm	l 676 cm
	Fall a: Widerstand = 80 cm $CuSO_4$.				
148,1°	142,6°	139,1°	136,5°	136,8°	136,0°
121,2	125,7	128,3	131,1	132,3	132,3
		$q = 2\alpha$			
26,9°	16,9°	10,8°	5,4°	4,5°	3,7°

Direktes Licht	V 138 cm	V 230 cm	V 336 cm	V 476 cm	V 676 cm
Fall b) Widerstand = 70 cm $CuSO_4$.					
146,5°	140,0°	141,0°	138,8°	136,9°	137,6°
121,4	126,7	129,4	131,2	131,4	133,4
$\varphi = 2\alpha$					
25,1°	13,3°	11,6°	7,6°	5,5°	4,2°

Trägt man die Zeit als Abszisse, die Werte von φ als Ordinate auf, so erhält man bei beiden Versuchsreihen eine Kurve, die bei kleinen t erst konkav zur t-Achse ist, dann schnell fällt und konvex wird und nachher beinahe parallel zur t-Achse verläuft. Die Form der Kurven ist beinahe identisch mit Fig. 4.

Es wurden nun eine große Anzahl von Beobachtungsreihen mit variablen L, R und C angestellt, wobei die Widerstände, Kapazitäten und Selbstinduktion an den verschiedensten Stellen des Schließungskreises eingeschaltet wurden. Die Ergebnisse bestätigten die oben gegebene Theorie durchweg. Trotzdem verzichte ich darauf, meine Zahlen mitzuteilen, da es mir nicht gelang, durch Verzögerung des Lichtes das Kerrsche Phänomen zum Verschwinden zu bringen. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich darin, daß die Funken unregelmäßig übergingen, und daß vor allem die Kapazität und Selbstinduktion des *Induktors* eine nicht zu übersehende Rolle spielten.

Es wurde daher der Induktor durch eine *Influenzmaschine* ersetzt; *der Erfolg war überraschend insofern, als bei einer Verzögerung von ungefähr 5 m das Kerrsche Phänomen vollständig verschwand.* Als Elektrisiermaschine benutzte ich der Bequemlichkeit wegen eine große 20plattige Töplersche Influenzmaschine, die aus den Mitteln des Elisabeth Thompson-Fond angeschafft worden war. Angetrieben wurde die Maschine durch einen Wassermotor. Die Schaltung zeigt Fig. 3. Die Funkenstrecke wurde mit dem

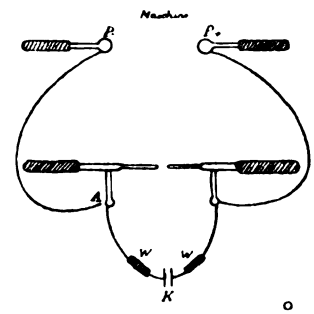


Fig. 3.

Kondensator durch 3,8 mm dicke Drähte verbunden; die Drähte, die unmittelbar ins Gefäß führten, waren allerdings dünner, aber da die leitenden Teile der Funkenstrecke bedeutend dicker waren, so können wir behufs der Berechnung annehmen, daß der ganze Schließungskreis eine Dicke von 3,8 mm besitzt. Zwei Widerstände wurden, wie es die Fig. 3 zeigt, eingeschaltet, und bei *A* wurde häufig der Draht durch eine kleine Funkenstrecke unterbrochen. Der Durchmesser der Kugeln der Funkenstrecke betrug 7 mm; sie standen 5 mm voneinander entfernt und wurden so oft als nötig von der Oxydschicht gereinigt. Aus Vorversuchen ergab sich, daß die Messungen am besten gelangen, wenn 80 Ohm in beiden Zweigen eingeschaltet waren.

Messungen.

Die oben gegebene Theorie wurde nun nach den verschiedensten Richtungen geprüft. Dazu wurden die beiden Lagen des Nicols, bei denen die beiden Bilder im Kalkspat gleich hell erschienen, aufgesucht. Um diese Lagen möglichst genau zu erhalten, wurde das Nicolsche Prisma jedesmal von rechts und dann von links hineingedreht und dann das Mittel der nahezu übereinstimmenden Ablesungen genommen. Aus der Differenz der beiden Mittel ergibt sich

$$\varphi = 2\,\alpha\,.$$

Bei allen zur Vergleichung dienenden Beobachtungsreihen wurde darauf geachtet, daß bei entsprechenden Versuchen das Licht stets die gleichen Strecken M_2, M_3, M_4 (Fig. 1) zurücklegte, so daß also jeweilig die Verzögerungen, deren Zahl sieben betrug, gleich groß waren. Zu dem Zwecke waren die Lagen der Spiegel durch Zeichen auf dem Tisch ein für allemal festgelegt. Die Entfernungen wurden mit einem Maßstab gemessen; ich schätze den Fehler hierbei auf höchstens ± 5 cm.

Wie schon erwähnt, konnte, selbst wenn der Kondensator ungeladen war, ein kleiner Winkel 2α gemessen werden, welcher zwei Lagen gleicher Lichtintensität entsprach. Wegen der Lichtschwäche gelang es nicht, den Winkel sehr genau zu bestimmen. Der Kondensator wurde vom Schließungskreis abgeschaltet und nun, während alles seine Lage beibehielt, der Winkel gemessen; es ergab sich 2,1° für direktes Licht und bei einer Verzögerung von 690 cm — der größten, welche ich anwandte — 2,7°;

2,8°; 2,9°. Der Winkel ist also größer, wenn das Licht nicht so intensiv ist, was bei einer Verzögerung stets der Fall ist. Der Grund hierfür liegt natürlich in der von dem individuellen Bau des Auges herrührenden falschen Einstellung. Da die Lichtintensität abnahm, je größer die Verzögerung war, so zog ich nacheinander für die acht Werte (direktes Licht und sieben Verzögerungen) die Winkel 2,1°, 2,2°, 2,3°, 2,4°, 2,5°, 2,6°, 2,7°, 2,75° von den direkt gemessenen ab. Bei den unten mitgeteilten Zahlen ist diese Korrektion schon angebracht. Befindet sich die Kurve jedoch hoch über der t-Achse, was bei Einschaltung einer großen Kapazität der Fall ist, so sind die Bilder sehr hell, und in diesem Fall wurde stets 2,1° abgezogen.

Bei unseren Erörterungen über die Beziehungen zwischen φ und 2α rechneten wir die Zeit von dem Augenblick des Eintrittes des Lichtes in den Kondensator K an. Bei der Ableitung der Beziehung zwischen Q und t und φ und t (den Q, t- und φ, t-Kurven) nahmen wir als Ausgangspunkt der Zeitrechnung den Augenblick an, wo die Ladung auf der Kondensatorplatte ein Maximum war. Der Gleichförmigkeit wegen wollen wir von jetzt an an der letzteren Zeitrechnung festhalten.

Die Ladung auf der Kondensatorplatte nimmt von einem Maximum in dem Augenblick ab, wo der Funke übergeht. Da nun bei meinem Apparat die Entfernung zwischen Funkenstrecke und Kondensator K 30 cm betrug, so ist das sogenannte „direkte Licht", also das Licht, welches den Weg E, L_1, N_1, K, B, V (Fig. 1) zurückgelegt hat, gleichsam um $\frac{30}{3 \cdot 10^{10}}$ Sek. verzögert. Diese Korrektion ist natürlich auch bei den anderen Verzögerungen angebracht.

Bei den folgenden Beobachtungsreihen war die Anordnung des Schließungskreises die in Fig. 3 wiedergegebene. Die Länge desselben beträgt 198 cm, die Enden der Funkenstrecke waren beinahe kugelförmig, ihr Durchmesser betrug 7 mm; ihre Entfernung voneinander war 5 mm. Der Widerstand betrug 40 Ohm in jedem Zweig; mit kleineren Widerständen war die Kurve etwas unregelmäßiger.

Die folgende Tabelle enthält die Beobachtungen; in derselben bedeutet V die Verzögerung, α den gemessenen Winkel, α_1 das Mittel aus den Messungen.

Tabelle I.

Beobachtungen mit sekundärer Funkenstrecke bei A (Fig. 3).

Kurve	V	30 cm	172 cm	218 cm	257 cm	298 cm	360 cm	456 cm	690 cm
I	α	11,2°	6,6°	4,4°	2,9°	2,2°	0,7°	—	—
	α	11,8	6,5	4,4	2,8	2,2	0,6	—	—
	α_1	11,5	6,6	4,4	2,9	2,2	0,7	—	—
II	α	14,5	7,1	5,6	4,7	4,6	2,5	1,9°	—
	α	15,0	7,0	5,6	4,9	4,1	3,2	2,2	—
	α_1	14,7	7,1	5,6	4,8	4,4	2,9	2,0	—
III	α	17,7	14,3	14,0	11,9	8,9	7,2	7,3	—
	α	18,0	14,3	14,1	12,0	9,7	8,1	7,3	7,3°
	α_1	17,8	14,3	14,1	11,9	9,3	7,6	7,3	7,3
IV	α	13,9	11,3	6,4	5,6	4,0	2,4	1,6	0,35
	α	14,5	12,4	6,6	6,2	3,9	2,5	1,5	0,35
	α_1	14,2	11,9	6,5	5,9	3,9	2,4	1,5	0,35
V	α	34,3	—	31,5	—	—	26,2	—	24,8

Tabelle II.

Beobachtungen ohne sekundäre Funkenstrecke.

Kurve	V	30 cm	172 cm	218 cm	257 cm	298 cm	360 cm	456 cm	690 cm
a	α	11,9°	3,7°	2,5°	1,7°	0,95°	0,2°	0,05°	—
	α	12,1	3,8	2,2	1,8	1,0	0,3	0,1	—
	α_1	12,0	3,8	2,4	1,8	0,95	0,25	0,1	—
b	α	14,2	9,8	6,7	4,7	4,1	2,2	0,7	0,25°
	α	15,1	10,0	6,7	4,8	4,0	2,2	0,8	0,25
	α_1	14,7	9,9	6,7	4,8	4,1	2,2	0,75	0,25
c	α	16,7	11,1	6,9	5,5	4,1	3,6	2,6	1,45
	α	16,7	10,5	7,1	6,2	4,6	3,8	2,7	1,45
	α_1	16,7	10,8	7,0	5,9	4,4	3,7	2,65	1,45
d	α	14,6	8,6	5,9	4,1	2,4	1,7	1,2	0,15
	α	14,8	9,4	6,4	4,1	2,0	1,2	1,2	0,15
	α_1	14,7	9,0	6,1	4,1	2,2	1,5	1,2	0,15
e	α	34,5	35,2	34,0	32,3	30,0	28,7	—	27,4
	α	37,7	33,1	32,1	32,5	30,5	28,2	—	27,4
	α_1	36,1	34,2	33,1	32,4	30,3	28,4	—	27,4

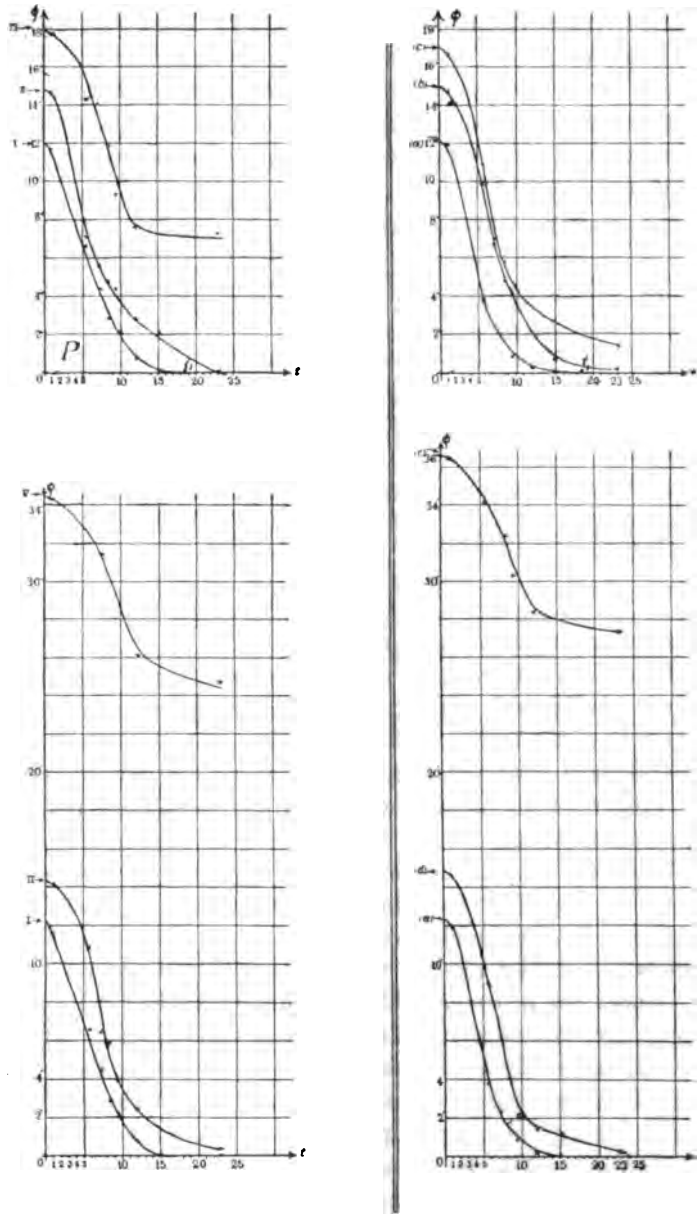


Fig. 4.

Den Verlauf der Kurven gibt Fig. 4 wieder. In derselben entspricht jeder Teilstrich der t-Achse 10^{-9} Sek., der Maßstab für die φ-Winkel ist willkürlich. Die Kurven I, II, III, IV, V wurden mit sekundärer Funkenstrecke bei A (Fig. 3), die Kurven a, b, c, d, e ohne sekundäre Funkenstrecke erhalten. Die weitere Anordnung des Schließungskreises geht aus der folgenden Übersicht hervor:

Kurve I: Einfacher Schließungskreis
„ II: „ „ mit Selbstinduktion (7 Windungen),
„ III: „ „ „ „ (14 „),
„ IV wie I, nur war ein Luftkondensator parallel dem Kerrschen Kondensator geschaltet,
„ V wie IV, aber mit Leydener Flasche.

Kurve a entspricht I, b entspricht II etc., nur fehlte die sekundäre Funkenstrecke, wie bereits oben erwähnt.

Besprechung der Messungen.

Einfluß der Selbstinduktion. Die Periode

$$\tau = 2\pi \Big/ \left\{ \frac{1}{L\,C} - \frac{R^2}{4\,L^2} \right\}^{1/2}$$

nimmt offenbar mit L und C zu.

Nun wurde Kurve II (Fig. 4) mit genau demselben Aufbau erhalten wie Kurve I, nur waren sieben Windungen eines dünnen Drahtes eingeführt, um die Selbstinduktion zu vergrößern. Wie es die Theorie erwarten ließ, ist tatsächlich die Periode größer, noch größer ist sie in Kurve III, bei der vierzehn Windungen eingeschaltet waren.

Dasselbe gilt für die Kurven (a), (b) und (c), welche sich von I, II und III nur dadurch unterscheiden, daß keine sekundäre Funkenstrecke vorhanden war. Die Periode bei Kurve (b) ist größer als die von (a), aber kleiner als die von (c).

Einfluß der Kapazität. Die Anordnung bei Kurve IV unterscheidet sich von der bei Kurve I angewandten nur dadurch, daß ein kleiner Luftkondensator parallel mit dem Kerrschen Kondensator geschaltet war. Entsprechend der Theorie ist die Periode jetzt größer; noch größer ist sie bei Kurve V, die mit einer Leydener Flasche erhalten wurde.

Aus demselben Grunde ist die Periode von (d) größer als die von (a), aber kleiner als die von (e).

Allgemeine Form der Kurve. In allen Fällen sind die Kurven anfangs konkav und nachher konvex gegen die t-Achse. Damit ist die Übereinstimmung mit den oben gegebenen theoretischen Betrachtungen erwiesen.

Aus den Kurven I und (*a*) geht hervor, daß Kerrs Phänomen für eine Verzögerung von ungefähr 5 m verschwindet. Nach der Theorie (vgl. Fig. 2) konnte man erwarten, daß es bei noch größeren Verzögerungen wieder auftreten würde. Um diese Frage zu entscheiden, wurden die Winkel gleicher Helligkeit für die folgenden Verzögerungen gemessen: 639 cm, 830 cm, 945 cm, 1030 cm, 1105 und 1235 cm. Wegen der Lichtschwäche des Bildes war es sehr schwierig, die Messungen genau auszuführen; es wurden daher eine große Anzahl von Ablesungen gemacht. Der gemessene Winkel war sehr klein, d. h. niemals größer als 3^0, wovon man $2{,}75^0$ abziehen mußte (p. 973). Es ist daher möglich, daß für noch größere Verzögerungen Kerrs Phänomen wieder auftritt, doch ist dieser Schluß wegen der Schwierigkeit der Messung nicht absolut bindend. Jedenfalls war die Dämpfung sehr groß, und die Methode gibt tatsächlich nur den Teil der Kurve von O bis t_1 (wo das Kerrsche Phänomen zum ersten Mal verschwindet).

Die numerische Berechnung.

Bei der Entwickelung der Theorie über die Beziehung zwischen Q und t und zwischen φ und t wurden zwei Annahmen gemacht, nämlich 1. daß

$$R^2 < 4\frac{L}{C}$$

ist, und 2. daß Kerrs Phänomen augenblicklich den Änderungen des elektrischen Feldes folgt.

Daraus, daß die Theorie mit dem Versuch übereinstimmt, folgt die Berechtigung dieser beiden Annahmen; immerhin dürfte es von Interesse sein, die Sache noch etwas genauer zu verfolgen.

Selbstinduktion L. Die Länge des Schließungskreises betrug ungefähr 198 cm, die Dicke 3,5 mm. Der Einfachheit halber setzen wir für 198 die runde Zahl 200 und nehmen an, daß

der Schließungskreis ein vollkommener Kreis sei. Dann ist nach der Formel von Bláthy

$$L = 4\pi + \left\{0{,}57944 + \log_e \frac{2r}{d} - \frac{d}{r} - \frac{d^2}{96\,r^2} - \frac{d^3}{354\,r^3} \cdots\right\},$$

wo r der Radius des Kreises und d der Durchmesser des Drahtes $\equiv 3{,}5$ mm bedeuten. Führt man die Rechnung durch, so ergibt sich

$$L = 2308{,}75 \text{ elektromagnetische Einheiten.}$$

Kapazität C. Sei K die Dielektrizitätskonstante, f die Fläche der Platte und a die Entfernung zwischen den Platten, so ist, da

$$C = K\frac{f}{4\pi a}$$

und

$$f = 21 \times 3 = 63,$$
$$a = 0{,}3 \quad \text{und} \quad K = 2{,}5$$
$$C = 41{,}7775 \text{ elektrostatische Einheiten,}$$
$$= \frac{41{,}7775}{(3 \cdot 10^{10})^2} \text{ elektromagnetische Einheiten.}$$

Der *Widerstand R* betrug

$$161{,}2 \text{ Ohm} = 161{,}2 \cdot 10^9 \text{ absolute Einheiten.}$$

Da nun

$$(161{,}2 \cdot 10^9)^2 < \frac{4 \cdot 2308{,}75}{41{,}7775} \cdot 9 \cdot 10^{20},$$

also

$$R^2 < \frac{4L}{C},$$

so waren wir berechtigt, die letztere Formel unserer Theorie zugrunde zu legen.

Wir wollen nun untersuchen, ob die aus der Theorie sich ergebenden Werte a) für die Verzögerung, bei der Kerr-Phänomen verschwindet, und b) für die Lage der Wendepunkte mit den experimentell gefundenen übereinstimmen.

a) Aus der Gleichung

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \text{ (p. 961)},$$

deren Lösung in unserem Fall

$$Q = A\,e^{-\frac{R}{2L}t}\cos\left\{\left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}\right)^{1/2} t + \alpha\right\}$$

ist, folgt, wie schon erwähnt, daß die Periode der Oszillationen (Formel (2))

$$\frac{2\pi}{\left\{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}\right\}^{1/2}} \equiv \frac{2\pi}{k}$$

ist. Führt man in diese Formel die oben berechneten Zahlengrößen für L, R und C ein, so ergibt sich

$$\frac{\pi}{2k} = \frac{523{,}2}{3 \cdot 10^{10}}.$$

In gleicher Weise ergibt sich aus der Gleichung (2a)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-R}{2Lk},$$

daß

$$\alpha = -(7^0\,23').$$

Da nun

$$Ot_1 = \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{k} \equiv \frac{\pi}{2k}\left\{1 - \frac{\alpha}{\frac{\pi}{2}}\right\},$$

so erhalten wir, durch Einsetzen der Werte,

$$Ot_1 = \frac{566{,}1}{3 \cdot 10^{10}}.$$

Das heißt wir müßten erwarten, daß Kerrs Phänomen für eine Verzögerung von 566,1 cm verschwinden würde oder nach dem Maßstab der Kurven Fig. 4 verlangt die Theorie, daß die Kurve die t-Achse berührt im Punkte t_1, wo

$$Ot_1 = \frac{566{,}1}{30} = 18{,}8 \text{ Teilstrichen}$$

ist. Aus der Fig. 4 geht hervor, daß dieser Wert mit dem experimentell gefundenen übereinstimmt, besonders wenn man erwägt, daß die Messungen wegen der Lichtschwäche der Winkel nicht allzu genau ausgeführt werden konnten.

b) *Die Lage der Wendepunkte, besonders des ersten.*

Aus Formel (7) geht hervor, daß die Lage der Wendepunkte gegeben ist durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} kt = \frac{\frac{R}{2kL}\left\{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}}\right\}}{1 - \frac{R^2}{2k^2L^2}\left\{1 \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{L}{R^2 C}}\right\}}.$$

Führt man hierin die oben gefundenen Werte für L, R und C ein, so ist

$$\operatorname{tg} k t = \frac{0{,}125}{0{,}979} \quad \text{oder} \quad -\frac{0{,}255}{1{,}003}.$$

Verwirft man den negativen Wert als unmöglich zwischen O und t_1 (Fig. 4), so erhält man für den ersten Wendepunkt

$$k t = 7^0 19' \quad \text{oder} \quad t = \frac{42{,}6}{3 \cdot 10^{10}}.$$

Wir müßten also erwarten, daß nach dem Maßstab von Fig. 4 der erste Wendepunkt die Abszisse OP hätte, wo

$$OP = \frac{42{,}6}{30} = 1{,}4 \text{ Teilstriche.}$$

Daß dies tatsächlich nahezu erfüllt ist, geht aus den Kurven 1 und a hervor.

Resultat.

1. *Die abgeleiteten theoretischen Folgerungen stimmen sehr gut mit den experimentellen Ergebnissen.*

2. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch führt zu dem Schluß, daß unsere *Annahme, daß Kerrs Phänomen augenblicklich den Änderungen des elektrischen Feldes folgt, äußerst wahrscheinlich ist.*

Die Herren Abraham und Lemoine haben in ihrer Abhandlung ebenfalls diesen Schluß gezogen, und zwar daraus, daß Kerrs Phänomen in dem so kurzen Zeitintervall von $400 \cdot 3 \times 10^{10}$ Sek. verschwindet. Zu demselben Resultat ist bereits Th. Des Coudres[1]) im Jahre 1893 gelangt. Aus den oben mitgeteilten Auseinandersetzungen geht hervor, daß dieser Schluß nicht nur äußerst wahrscheinlich, sondern so gut wie sicher ist.

Teil II.

Anwendung der Methode von Abraham-Lemoine zur Bestimmung der Richtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Entladungsröhren.

Wheatstone gelangte im Jahre 1835 auf Grund der Beobachtung einer Entladung im rotierenden Spiegel zu dem Resultat, daß die Geschwindigkeit der Entladung nicht ge-

1) Th. Des Coudres, Verhandl. Deutsch. Naturf. u. Ärzte 1893.

ringer als 8×10^7 cm pro Sekunde war. Plücker[1]) schloß auf Grund des magnetischen Verhaltens der Entladung, daß dieselbe von der positiven Elektrode ausging. Spottiswoode und Moulton[2]) fanden, daß die Zeit, welche die positive Elektrizität gebrauchte, um die ganze Röhre zu durchwandern, kürzer war als diejenige, welche die negative Elektrizität bedurfte, um die Kathode zu verlassen. Sie ermittelten ferner, daß positive oder negative Elektrizität viel schneller durch einen Draht von der Länge der Röhre fließt als durch die Röhre selbst. J. J. Thomson[3]), welcher ebenfalls diese Frage behandelt hat, verwandte bei seinen Versuchen eine 15 m lange Röhre, die mit Ausnahme von zwei um 6 m voneinander entfernten Stellen vollständig mit Lampenruß geschwärzt war. Während ein Strom hindurchgeschickt wurde, wurden die Bilder der unbedeckten Stellen mit Hilfe von Spiegeln so auf einen rotierenden Spiegel geworfen, daß sie, wenn der letztere sich in Ruhe befand, eine Gerade bildeten. Bei schneller Rotation trennten sie sich voneinander. Wurde der Strom gekehrt, so vertauschten die Bilder ihre relative Lage zueinander. Es ergab sich nach dieser Methode, daß die Entladung unabhängig von der Natur der Elektroden stets von der Anode zur Kathode wanderte, und daß für einen Druck von 0,8 mm die Geschwindigkeit der Entladung ungefähr die Hälfte von derjenigen des Lichtes betrug.

E. Wiedemann und G. C. Schmidt[4]) haben ferner gezeigt, daß unter bestimmten Verhältnissen eine *scheinbare* Fortpflanzungsgeschwindigkeit von nur etwa 200 m pro Sekunde beobachtet wird. In den leuchtenden wandernden Massen von Wüllner, Righi u. a. haben wir eine scheinbare außerordentlich langsame Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Elektrizität. Da die Resultate der einzelnen Forscher somit gar nicht untereinander übereinstimmen, so war es wünschenswert, nach einer neuen Methode die obige Größe zu bestimmen, und

---

1) J. Plücker, Pogg. Ann. **107.** p. 89. 1859.

2) W. Spottiswoode and J. Moulton, Phil. Trans. (II) **171.** p. 641. 1880.

3) J. J. Thomson, Recent Researches p. 115 ff. 1893.

4) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. **66.** p. 334. 1894.

hierzu *schien* die von Abraham und Lemoine gegebene Anordnung ein vorzügliches Hilfsmittel zu bieten.

In den einfachen Schließungskreis (Fig. 3), für den die Doppelbrechung durch die Kurven (Fig. 4) dargestellt wird, sei eine Entladungsröhre (Fig. 5) eingeschaltet. Dieselbe sei geschwärzt, nur zwei kleine Stellen a und b, die als Lichtquellen dienen sollen, seien unbedeckt. Es war nun zu erwarten, daß man mit letzteren ähnliche Kurven für die Doppelbrechung erhalten würde wie für den Funken (Fig. 4). Schreitet die Entladung von a nach b fort, so würde man für a für die Doppelbrechung eine Kurve von ungefähr der Form A, A_0, A'

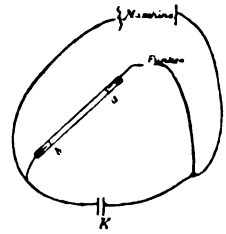


Fig. 5.

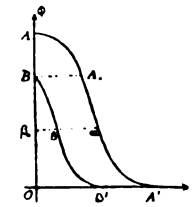


Fig. 6.

voraussichtlich beobachten und für b die Kurve BB' (Fig. 6). Die obere Kurve würde dem Ende der Röhre entsprechen, von dem die Entladung ausgeht. Da gar keine Veranlassung vorliegt, weswegen BB' anders gestaltet sein sollte, als AA', so war zu erwarten, daß $BA_0 = B'A' = \beta\alpha \ldots$ sein würde, oder mit anderen Worten, daß man durch eine parallele Verschiebung BB' mit AA' zur Deckung bringen würde.

Aus den Kurven ließe sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung leicht berechnen. Entspräche $\beta\alpha$ beispielsweise irgend einer Verzögerung Δ cm längs des Lichtstrahles, und wäre die Entfernung zwischen a und b in der Röhre Δ' cm, so wäre die Geschwindigkeit der Entladung einfach

$$\frac{\Delta'}{\Delta}(3 \times 10^{10}).$$

Die Zeit $\beta_0\alpha$ ist offenbar gleich der Zeit, welche die Entladung gebraucht, um von a nach b zu wandern, plus der Zeit $\beta_0\beta$ oder mit anderen Worten: die Zeit, welche die Entladung zur Zurücklegung des Weges ab bedarf, ist gleich $\beta\alpha$.

Es war daher zu erwarten, daß man für jede horizontale Entfernung zwischen den Kurven die Geschwindigkeit würde bestimmen können.

Diese Vermutung hat sich nicht bestätigt, die Versuche ergaben alle negative Resultate. Trotzdem teile ich sie mit, da man aus denselben andere Schlüsse ziehen kann.

Versuche.

1. Die ersten vorläufigen Versuche wurden mit einer mit Wasserstoff gefüllten Geisslerröhre angestellt. Die Anordnung gibt die Fig. 5 wieder, nur waren vor dem Kondensator zwei kleine $CuSO_4$-Widerstände eingeschaltet. Messungen wurden ausgeführt für direktes und für verzögertes Licht (*a*) mit dem Funken und (*b*) mit der Mitte der Röhre als Lichtquelle.

Die folgenden Winkel wurden gemessen.

a) Funken als Lichtquelle.

V in cm	Winkel
30	22,1°
172	19,1
218	16,9
257	15,1
298	12,8
360	11,1
690	4,6

b) Die Mitte der Röhre als Lichtquelle.

V in cm	Winkel
30	34,6°
172	28,4
257	24,5
360	22,2
690	19,8

Es wurde nun die Anordnung in mannigfacher Weise variiert, so wurde die Röhre zuerst mit dem positiven Pol der Maschine, darauf mit dem negativen Pol verbunden, der eine Pol wurde zur Erde abgeleitet, Widerstände und Selbstinduktion eingeschaltet etc. Es ergab sich *stets für den Funken ein viel kleinerer Winkel als für die Röhre.* Die Erklärung dieser Erscheinung sowie der bei anderen Anordnungen entgegengesetzten findet sich am Schluß der Abhandlung.

2. *Röhre zwei Meter lang.* Die ersten definitiven Versuche, die Richtung und Geschwindigkeit der Entladung zu bestimmen, wurden mit einer 2 m langen Röhre angestellt; Durchmesser betrug 6 mm (Fig. 7). Sie war mit schwarzem Lack bedeckt, nur drei Stellen bei *a*, *b* und *c* blieben unbedeckt. Die Ebene

der Röhre war vertikal und stand senkrecht zu der Richtung des Fernrohres. Die Stellen *a*, *b* und *c* wurden nacheinander in die Lage gebracht, die ursprünglich der Funke einnahm. Bei einer ersten Reihe von Versuchen besaß die Röhre überall den gleichen Durchmesser, später wurden die Enden, in welche Aluminiumelektroden eingekittet waren, erweitert, wie es Fig. 7 zeigt. Die Entfernung längs der Röhre zwischen *a* und *b* und *b* und *c* betrug 58 cm. Der Druck betrug ungefähr $^1/_2$ mm; Druckänderungen von $^1/_{10}$ bis $^2/_{10}$ mm riefen keine nennenswerten Änderungen des Winkels hervor. Die Funkenstrecke bestand aus zwei Messingkugeln von 2,5 cm Durchmesser, deren Entfernung voneinander mittels einer Mikrometerschraube verändert wurde. Der Schließungskreis war so klein als möglich.

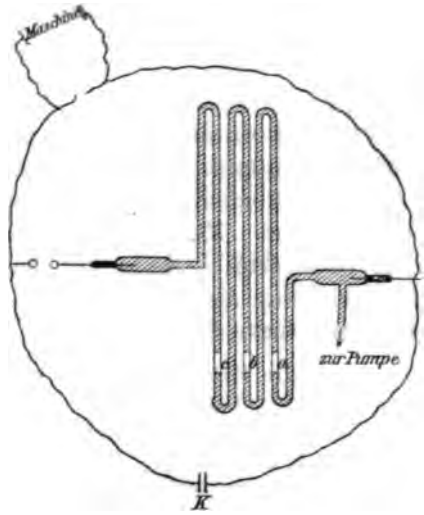


Fig. 7.

Aus den Beobachtungen ergibt sich, daß *keine* Kurven wie in Fig. 6 erhalten wurden. Die Differenzen zwischen den Werten für *a*, *b* und *c* in jeder Reihe sind so klein — sie liegen innerhalb der Beobachtungsfehler —, daß man keinen Schluß weder auf die Richtung noch auf die Geschwindigkeit ziehen kann.

3. *Eine kürzere Röhre.* Die nächste Röhre, welche ich benutzte (Fig. 8) hatte denselben Durchmesser wie die vorige, war aber viel kürzer. Die Funkenstrecke und die Stellen *a* und *b* waren so angeordnet, daß sie bequem mittels einer Schraubenvorrichtung in das Gesichtsfeld nacheinander gebracht werden konnten. Um den Druck längere Zeit konstant zu halten, wurde eine große Woulffsche Flasche eingeschaltet; der Druck wurde mittels eines McLeodschen Manometers abgelesen. Die Entfernung zwischen *a* und *b* in der Röhre betrug 110 cm. Die Funkenstrecke bestand aus Messingkugeln

von ungefähr 7 mm Durchmesser. Es wurden sechs verschiedene Versuchsreihen ausgeführt, und zwar Versuchsreihe I mit Induktorium. Der Druck betrug am Anfang 0,95 mm, am Ende 1 mm. Versuchsreihe II mit Elektrisiermaschine und $CuSO_4$-Widerständen. Der Schließungskreis bestand aus dickem Draht. Die Länge der Funkenstrecke war dieselbe wie vorher. Der Druck betrug am Anfang 0,099 mm, am Ende 0,114 mm. Versuchsreihe III mit Elektrisiermaschine. Die Anordnung war dieselbe wie vorher. Der Druck variierte im Laufe der Untersuchung von 0,255 bis 0,315 mm. Versuchsreihe IV. Die Funkenstrecke wurde ausgeschaltet. Ver-

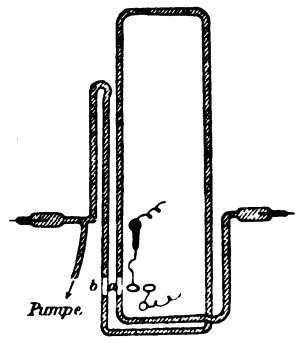


Fig. 8.

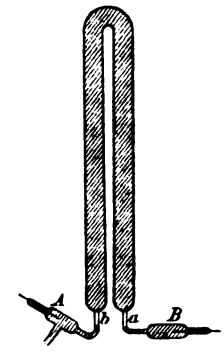


Fig. 9.

suchsreihe V mit Elektrisiermaschine und Funkenstrecke (zwei Messingkugeln von 2,5 cm Durchmesser), ohne Widerstand; der Schließungskreis war so kurz als möglich. Druck 0,37 mm. Versuchsreihe VI mit Influenzmaschine und Funkenstrecke (Entfernung der Kugeln voneinander 2 m), Druck 0,372 mm am Anfang und 0,383 mm am Ende.

4. *Eine kurze, weite Röhre.* Es wurde eine Röhre von der Form Fig. 9 benutzt; *a* und *b* sind kapillar. Der Durchmesser der weiten Röhre betrug 18,8 mm, die Entfernung von *a* nach *b* war in der Röhre gleich 92 cm. Auch hier wurden die Versuchsbedingungen mannigfach variiert.

Alle Beobachtungsreihen ergaben, daß, gleichgültig ob wir direktes oder verzögertes Licht anwenden, die Winkel für a dieselben sind wie für b. Dasselbe gilt für die mit der Funkenstrecke als Lichtquelle gemessenen Winkel; dieselben sind größer

als die entsprechenden von a und b. Es läßt sich daher aus diesen Beobachtungen ein Schluß weder über die Richtung der Entladung, noch über deren Geschwindigkeit ziehen.

Trotz dieser negativen Resultate läßt sich aus den Beobachtungsreihen folgendes entnehmen: Beobachtungen mit Röhre II, III und IV zeigten, daß der Winkel selbst bei einer Verzögerung von 4 m und mehr sich nicht ändert. Dies deutet darauf hin, daß *die Entladung und der Funke länger andauert, als die Zeit beträgt, welche das Licht gebraucht, um diesen Weg zurückzulegen.* Aus der Länge der Röhre ergibt sich sofort, daß dieser Schluß nicht übereinstimmt mit dem von J. J. Thomson gefundenen Wert für die Geschwindigkeit der Entladung, wohl aber mit dem von W. Spottiswoode und Moulton.

Der kleinere Wert des Winkels beim Rohr I erklärt sich aus einem späteren Einsetzen der leuchtenden Entladung im Rohr, als im Funken. Das spätere Einsetzen wird bedingt durch die große Kapazität eines so langen Entladungsrohres; die zuerst übergehenden Elektrizitätsmengen laden das Rohr, bis das Entladungspotential erreicht ist und erst dann tritt im Rohr die leuchtende Entladung ein.

Ein entgegengesetztes Resultat liefern die Versuche mit einem gewöhnlichen mit Wasserstoff gefüllten Geisslerrohr. Der Winkel im Rohr war stets größer als der im Funken. Es fragt sich, wie läßt sich dies erklären? Auch hier wird aus gleichem Grunde wie beim langen Entladungsrohr die leuchtende Entladung im Rohr später als die im Funken einsetzen, jedoch wird der Zeitunterschied entsprechend der sehr viel kleineren Kapazität des Geisslerrohres sehr viel kleiner sein. Nun haben frühere Versuche gezeigt, daß die Dauer des Leuchtens sowohl beim Funken als auch beim Geisslerrohre sehr kurz sind. Aus der Tatsache, daß der Winkel im Geisslerrohr größer war als der im Funken, muß man schließen, daß die Dauer des Leuchtens im Geisslerrohr wesentlich kürzer ist als im Funken. Genauere Untersuchungen, die aber außerhalb des Rahmens der vorliegenden Arbeit liegen, müssen die Verhältnisse klären und vor allen Dingen entscheiden, ob man aus der Art des Aufleuchtens Rückschlüsse auf die Geschwindigkeit der Fortpflanzung machen kann.

Es sei mir an dieser Stelle erlaubt, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Prof. Dr. E. Wiedemann, für die Anregung zu der vorliegenden Arbeit und seine Hilfe während derselben sowie Hrn. Prof. Dr. G. C. Schmidt für seine wertvollen Ratschläge und für die viele Mühe und Zeit, die er mir in der liebenswürdigsten Weise geopfert hat, meinen herzlichen Dank auszusprechen. Ebenso möchte ich Hrn. Privatdozenten Dr. Wehnelt für seine vielen nützlichen Vorschläge und für die freundliche Unterstützung, die er mir immer zuteil werden ließ, Hrn. Prof. Dr. Lenk für die gütige Überlassung seiner optischen Bank, Hrn. Abraham endlich für seine mir bereitwilligst erteilten Aufklärungen meinen besten Dank abstatten.

(Eingegangen 12. November 1904.)

4. *Über den sogenannten Halleffekt in Elektrolyten; von Richard Heilbrun.*

Die Frage, ob in Elektrolyten die Stromfäden elektromagnetisch verschiebbar sind oder nicht, ist durch eine Reihe von Arbeiten verschieden beantwortet worden. Von einem wenig aufgeklärten Versuche Wiedemanns[1]) abgesehen, behandelt den Gegenstand und zwar als „Halleffekt in Elektrolyten" zuerst Roiti.[2]) Dieser hat einen Effekt gefunden, der einem Hallschen gleichsieht, übrigens zu seiner Entwickelung Zeit braucht. Roiti schreibt ihn freilich nicht einer Ablenkung der Stromfäden zu, will aber auch den Halleffekt in Leitern erster Ordnung[3]) nicht so aufgefaßt wissen. Roiti und mit ihm die Literatur nennt seinen Versuch negativ. Man findet es ganz in der Ordnung, daß Bagard[4]) dieser Ansicht widerspricht und sie prématurée nennt. Er beobachtete schon bei Feldstärken von 300—400 Einheiten und bei Schichten von 1,6 mm Dicke einen Effekt, der wie Roitis zu seiner vollen Ausbildung Zeit — 2—3 Min. — in Anspruch nahm. Bei verdünntem Zinksulfat soll der Effekt von der Größenordnung wie beim Wismut, bei relativ konzentriertem Kupfersulfat kleiner gewesen sein. Den Behauptungen von Bagard ist dann von

1) G. Wiedemann, Lehrbuch der Elektrizität 3. p. 100. 1883.

2) A. Roiti, Atti della Acad. dei Lincei (3) 12. p. 397. 1882; Journ. de Phys. (2) 2. p. 513. 1883.

3) Es ist übrigens auffallend, daß noch niemand probiert zu haben scheint, den Halleffekt der Leiter erster Ordnung wirklich umzukehren. Man sollte erwarten, daß im starken Magnetfelde drehbar aufgehängte kongruente stromdurchflossene Windungen aus ganz dünnen Bändern von Kupfer und von Hallmaterialien Ablenkungsdifferenzen zeigen müßten, jedenfalls wenn der Halleffekt in einer wirklichen, vielleicht auch wenn er in einer scheinbaren Ablenkung der Stromfäden besteht. Freilich wird die notwendige Kongruenz der Bänder experimentell nicht ganz leicht zu erreichen sein.

4) H. Bagard, Compt. rend. 122. p. 77. 1896; 123. p. 1270. 1896; Journ. de Phys. 5. p. 499. 1896.

orio[1]) und von Chiavassa[2]) widersprochen worden, und ar wendet sich Florio gegen Bagards, von ihm ohne Erg wiederholte Versuche, Chiavassa gegen ihre Auslegung. ber Bagard[3]) will beider Einwendungen nicht gelten lassen, rteidigt energisch seinen „Halleffekt bei Elektrolyten" und hauptet, daß Florio zu konzentrierte Lösungen und zu eine Ströme angewandt habe.

In der That sollte der Unbefangene auch den Effekt für glich halten; liegt doch beim Elektrolyten, im Gegensatz m Metall, das Leitermaterial nicht unbeweglich und starr der Leitungsbahn. Elektrische und materielle Massen sind teinander verknüpft und gleich beweglich. Beide werden rch das Lösungsmittel hindurch von elektrischen Kräften rwärts geführt. Sollten sie nicht durch eine elektromagneche Zugkraft, die auf Anion und Kation in gleicher Richtung rkt, von ihrem nach vorwärts gerichteten Wege seitlich gedrückt werden können? Das hängt, wie ich in einem heren Aufsatze[4]) schrieb, eben davon ab, ob „die abkende Kraft groß genug ist, um gegen die die Ionen in rader Richtung vorwärts führende Kraft aufkommen zu nnen". Oder mit anderen Worten: sind die elektrolytischen romfäden, d. h. die Ionenschwärme oder Ionenketten, so unstisch oder die Reibung in der umgebenden Flüssigkeit so oß, daß sie starr oder wie in eine breiige Masse eingebettet, n den mit dem Versuche erreichbaren Zugkräften unbeeinßt bleiben? Die ablenkende Kraft ist bekanntlich der Länge s abgelenkten Leiterstückes proportional. Soll man dafür n den ganzen im Magnetfeld zurückgelegten elektrolytischen eg oder etwa nur die Länge des einzelnen Ions einsetzen? rüber liefert auch keine Klarheit eine theoretische, begrifflich wer durchsichtige Arbeit, die Donnan[5]) unter Bezugnahme f eine mir nicht zugängliche von van Everdingen veröffentht hat, und die in der Literatur wenig beachtet geblieben zu

1) F. Florio, Nuovo Cimento (4) **4.** p. 106. 1896; **6.** p. 107. 1897.
2) F. Chiavassa, Electricista **6.** Nr. 10. 1897; Nuovo Cimento (4) p. 296. 1897.
3) H. Bagard, Journ. de Phys. (3) **7.** p. 426. 1897.
4) R. Heilbrun, Zeitschr. f. Elektrochemie **9.** p. 114. 1903.
5) F. G. Donnan, Phil. Mag. (5) **36.** p. 465. 1898.

sein scheint. Sie kommt jedenfalls zu dem Schluß, daß der Effekt selbst in vollständig dissoziierten Elektrolyten weit unter der Beobachtungsgrenze — wenn ich nicht irre, bei 10^{-8} mal dem des Wismuts — liegt.

Ein gleichfalls negatives Ergebnis haben neuerdings Versuche von Moretto[1]) gehabt, der Streifen von Filtrier- und Seidenpapier (0,15 und 0,03 mm dick) mit Elektrolyten getränkt hat. Desgleichen untersuchte er ohne Erfolg zwischen ebenen Glasplatten befindliche Schichten von 0,03 mm, wobei er als Elektrolyte verdünnte Schwefelsäure, Kupfersulfat und Wismutnitrat verwandte. Auch Quecksilber und Wismutamalgam hatte keinen Erfolg. Trotzdem Moretto seiner originellen Methode[2]) eine große Empfindlichkeit zuschreibt, konnte er bei keiner der angewandten Flüssigkeiten einen Halleffekt finden.

Der Widerspruch dieser Arbeiten mit denen von Roiti und Bagard mußte lösbar sein. Es kam darauf an, durch verschiedene Methoden eindeutig und widerspruchsfrei nachzuweisen, wer von jenen Autoren Recht hat, und dann womöglich zu zeigen, worin der Irrtum der Andersmeinenden liegt. Von den verschiedenen Versuchen, die zu diesem Zwecke angestellt wurden, seien hier zwei beschrieben. Der erste war in dem angeführten Aufsatze als die Erzeugung von „Metallabscheidungen mit schräger Oberfläche" vorgeschlagen. Die in einem längeren Zeitraume abgeschiedene Metallmenge liefert von selbst das Integral über die auf elektrischem Wege zu bestimmenden sekundlichen Einzelwirkungen und wird mit der Wage als einem so außerordentlich genauen Meßinstrumente ermittelt.

Es wurde Kupfersulfat zwischen Kupferblechen elektrolysiert, und zwar war die Anordnung so getroffen, daß vor und nach der in der Horizontalen stattfindenden Elektrolyse das Kathodenblech in der Richtung der etwaigen elektromagnetischen Ablenkung der Ionenbahnen, d. h. hier übereinander, in drei getrennt zu wägende Teile zerlegt werden konnte. Diese drei Teile waren Quadrate von ungefähr 14,5 mm Seitenlänge. Zur Erzeugung einer gut anhaftenden Kupferschicht sind in

1) P. Moretto, Physik. Zeitschr. **4**. p. 352. 1903.
2) P. Moretto, Physik. Zeitschr. **1**. p. 372. 1900.

unserem Falle ungefähr $35 . 10^{-3}$ Amp. erlaubt. Tatsächlich flossen nur etwa $23{,}0 . 10^{-3}$ Amp. während anderthalb Stunden. Da ein Coulomb 0,3289 mg Cupriionen ausscheidet, sollte hier die Kathode um $0{,}3289 . 23{,}0 . 10^{-3} . 1{,}5 . 60 . 60$ mg = 0,0409 g schwerer geworden sein. Die tatsächlichen Zahlen für die drei Teilbleche waren:

Oberes Blech	Mittleres Blech	Unteres Blech
0,6817	0,7538	0,8676
0,6693	0,7377	0,8562
0,0124 g	0,0161 g	0,0114 g

in Summa 0,0399 g. Daß die drei Teilbleche nicht genau gleiche Anteile an Strom bekamen, lag an ihren Kontakten. Bei der vorhandenen Anordnung waren die Übergangswiderstände schwer in allen drei Fällen gleich zu machen.

Nun wurde dieselbe Elektrolyse im Felde eines du Boisschen Elektromagneten vorgenommen, und zwar so, daß die horizontalen Stromfäden von dem horizontalen Felde senkrecht geschnitten wurden. In dem Interferikum von 25 mm zeigte die frisch geeichte Wismutspirale [1]) etwa 7000 Linien pro cm^2 an.

Überlegen wir, nach welchem der Bleche hin der elektromagnetische Druck gerichtet war. Nach alter Regel stellt man Mittelfinger, Zeigefinger und Daumen der rechten Hand wie die drei Achsen eines Koordinatensystems zueinander senkrecht. Wenn dann der Mittelfinger in der Richtung der magnetischen Kraftlinien — hier von links nach rechts —, der Zeigefinger in die des Stromes — von hinten nach vorn — gelegt wird, so gibt der Daumen — von unten nach oben — die Richtung der elektromagnetischen Zugkraft an. Das unterste Blech hätte demnach weniger Kupfer, das oberste Blech mehr bekommen können. Die Elektrolyse im Felde der angegebenen Stärke ergab die Zahlen:

Oberes Blech	Mittleres Blech	Unteres Blech
0,6949	0,7703	0,8797
0,6817	0,7538	0,8676
0,0132 g	0,0165 g	0,0121 g

1) die mir Hr. Oberingenieur Dr. G. Stern freundlichst zur Verfügung gestellt hatte.

in Summa 0,0418 g. Die Steigerung von 0,0399 auf 0,0418 g bei unveränderter Zeit und Batteriespannung beruht vermutlich auf der von der Erwärmung — durch die Elektrolyse selbst oder durch Strahlung des Magneten — oder aus anderer Ursache bewirkten Verkleinerung des Widerstandes. Aus den abgeschiedenen Metallmengen sieht man, daß das Feld die Stromlinien *nicht* aufwärts gedrückt hat. Jedenfalls wäre eine Mehrabscheidung von 1,0 mg anf dem oberen Blech ganz klar erkannt worden. Es hat tatsächlich erhalten 13,2 mg. Bei Mehrabscheidung von 1 mg wären demnach die auf ihm mündenden Stromfäden um 1/13,2 ihrer Anzahl vermehrt worden, d. h. sie wären um den gleichen Teil der Blechhöhe, also um $14{,}5/13{,}2 = 1{,}1$ mm nach oben gedrückt worden. Die Elektroden waren 45 mm voneinander entfernt. Die die Ionen elektromagnetisch aufwärts treibende Kraft mußte also 1,1 betragen haben, wenn die sie im Strome elektrolytisch vorwärts treibende Kraft 45 groß war, d. h. die erste wäre als wirksam ganz sicher erkannt worden, wenn sie von der zweiten mehr als 3 Proz. betragen hätte. Der Versuch beweist demnach, daß, wenn überhaupt eine Ablenkung der Stromfäden im Elektrolyten stattfindet, sie unter den vorliegenden Bedingungen weniger, vermutlich sogar sehr viel weniger als 3 Proz. ausmacht, und bestätigt die Resultate von Florio, Chiavassa, Donnan und Moretto. In Übereinstimmung damit gelang es mir — wenigstens bei einem einmaligen Versuche — auch nicht, die von Des Coudres[1]) beschriebene Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom mittels einer im Wechselfelde befindlichen Hallplatte auf Elektrolyte zu übertragen.

Trotzdem blieb aber der Widerspruch mit Roiti und Bagard. Auch verlangten eigene, ältere Beobachtungen, die mir damals als eine Ablenkung elektrolytischer Stromfäden erschienen waren, eine Fortsetzung der Versuche. Diese drehten sich besonders darum, mittels der an anderer Stelle[2]) beschriebenen Tastmethode die Verteilung des Potentiales V in einem stromdurchflossenen Elektrolyten zu bestimmen. Es

1) Th. Des Coudres, Physik. Zeitschr. 2. p. 586. 1901.

2) R. Heilbrun, Widerstand und Stromverlauf. Elektrotechn. Zeitschr. 25. 1904.

sollten zwei Parallelversuche die einander entsprechenden Potentialbilder innerhalb und außerhalb des Magnetfeldes liefern und aus diesen eine klare Drehung oder Nichtdrehung der Äquipotentiallinien [1]) ergeben. Das Blech wurde dabei durch den Inhalt einer elektrolytischen Wanne von den inneren Abmessungen 150.80.25 mm ersetzt, welcher gewöhnlich aus einer 5 proz. Lösung von Kupfersulfat [2]) in einer Höhe von

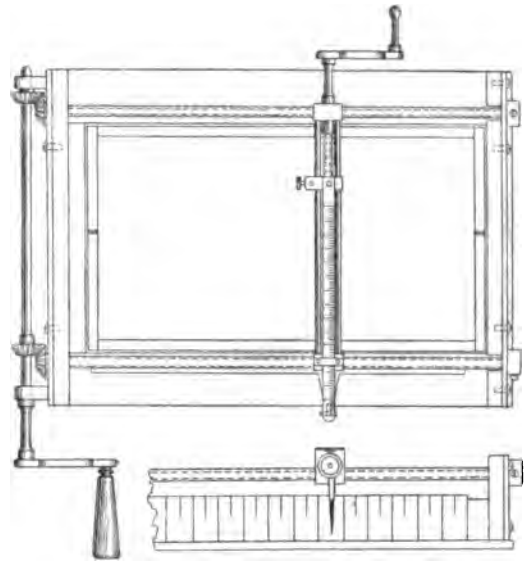


Fig. 1.

etwa 1 cm bestand. Aus der in ein Drittel natürlicher Größe gezeichneten Abbildung (Fig. 1) sieht man, wie über der aus ebenen Glasplatten zusammengekitteten Wanne ein Schlitten in beiden Achsenrichtungen x und y eines horizontalen Koordinatensystems leicht und sicher eingestellt werden kann. In den Schlitten wird vertikal ein dünner Kupferdraht als beweg-

1) Merkwürdigerweise scheint ein solches Tastbild bei Hallplatten wirklich durch den Versuch noch gar nicht aufgenommen, sondern immer nur aus der elektromotorischen Kraft der Hallelektroden für die Darstellung konstruiert worden zu sein.

2) Das Salz war zur Entfernung von Spuren von Eisen umkristallisiert worden.

liche *Sonde* eingespannt. Schlitten und Sonde dürfen sich natürlich nicht wesentlich über die Wanne erheben, damit das Ganze in dem jetzt 40 mm großen Interferikum des Elektromagneten Platz hat. Natürlich ist, wie man aus Fig. 2 sieht, der Magnet um 90° gedreht worden. Er wurde durch Eisenstangen, Drahtseile und Schraubzwingen in seiner unnatürlichen Lage gehalten. Den Schmalseiten der Wanne waren in der Mitte halbzylindrische Elektroden aus massivem Kupfer aufgekittet. Sie dienten einem Strome zum Ein- und Austritt, der zwischen 10 und 100 Milliamp. wechselte. Sonde und linke Elektrode führten zu einem als Spannungszeiger geeichten Drehspulengalvanometer. Auch sonst wurde in der für Bleche ausgeprobten Weise gearbeitet. Aber alle in vielfachster Wiederholung, ohne oder mit Feld angestellten Versuche lieferten keine schönen Potentialbilder. Einige waren zwar so, daß die Äquipotentiallinien wenigstens den Charakter derer auf dem Blech hatten. Meistens sprang aber plötzlich eine der für ein $y = \text{const.}$ gemessenen Kurven $V = f(x)$ ganz aus dem Zusammenhang heraus, und die Äquipotentiallinien nahmen einen abenteuerlichen und nur durch die Reihenfolge der Messungen bestimmten Verlauf.

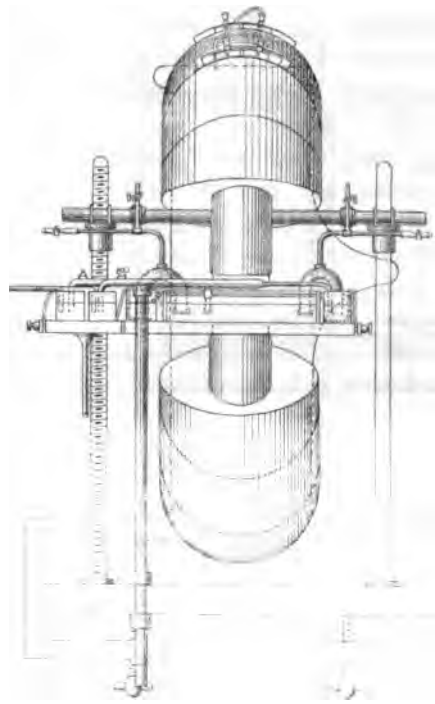


Fig. 2.

Zu diesem Resultate vereinigten sich eine Reihe von Fehlerquellen, welche vollständig zu überwinden nicht gelang. Erstens besaß das Elektrodenkupfer gegen den Elektrolyten

nicht die gleiche Potentialdifferenz, wie das Sondenkupfer. Diese konstante Abweichung hätte nichts geschadet. Sie konnte auch immer für längere Zeit durch gleichzeitiges Verkupfern der Elektroden und der Sonde in demselben Bade aufgehoben werden. Unangenehmer waren die durch die Elektrolyse selbst bewirkten Konzentrationsverschiebungen. Sie machten sich in einer mit der Dauer der Elektrolyse anwachsenden, bei Wannenkurzschluß verschwindenden elektromotorischen Gegenkraft an den Wannenklemmen bemerkbar. Sie hätten durch Verwendung eines Elektrolyten, wie Silbernitrat, gehoben werden könenn, dessen Ionen annähernd gleiche Wanderungsgeschwindigkeiten besitzen. Es wurde aber Kupfersulfat beibehalten und der Strom unter Beachtung der Uhr regelmäßig kommutiert.

Auch jetzt war das Resultat nicht befriedigend, und das Siemens & Halskesche Galvanometer wurde durch mein früher beschriebenes Elektrolytgalvanometer[1]) ersetzt. Natürlich durfte dieses nicht in seiner alten Form verwandt, sondern mußte nach dem Drehspulenprinzip umkonstruiert werden, so daß der in Fig. 3 in etwa ein Fünftel natürlicher Größe gezeichnete Apparat entstand. Zwischen den Polschuhen eines Magnetsystems, das aus einem Telephoninduktor stammt, hängt drehbar ein U-förmiges Glasrohr, das mit seinen Schenkeln unten in Glasnäpfe taucht. Glasrohr und Glasnäpfe sind mit Schwefelsäure gefüllt. Die Säure soll nur so hoch stehen, daß die Enden der beiden Windungsschenkel eben ihr Niveau berühren. Tauchen sie auch nur wenig tiefer ein, so drücken Reibung und Kapillarität die Empfindlichkeit außerordentlich herab. Wie üblich, dient ein Kern aus weichem Eisen zur Verkleinerung des magnetischen Widerstandes, ein Kupferrahmen zur Dämpfung. Aus der Wanne führten, wie in Figg. 2 und 4 gezeichnet — unter Vermittelung von Zwischengefäßen —, mit Schwefelsäure gefüllte Röhren zum Galvanometer. Galvanometer und Zwischengefäße standen auf Tischchen, deren Höhe durch Mikrometerschrauben genau eingestellt werden konnte.

1) R. Heilbrun, l. c. — Übrigens ist mir nicht bekannt, ob das Instrument jemals nachgebaut worden ist. Natürlich kann seine Empfindlichkeit sehr viel größer gemacht werden, als sie es damals bei dem ersten Modell war. Man könnte sie sogar vielleicht so weit treiben, daß sie zur Messung von Potentialdifferenzen von Flüssigkeiten ausreicht.

Die Röhren hingen an je zwei Stellen mittels kleiner Blechmanschetten an Bindfäden, und diese waren je über eine feste Rolle mit einem Gegengewicht ausbalanziert. Am Wannenende liefen die Röhren in mit Diaphragmen aus Pergamentpapier[1]) verschlossene Sonden — eine feste und eine bewegliche — aus. Die bewegliche Sonde war dabei mittels einer aufgekitteten Metallfassung in den Schlitten der Wanne eingesetzt. Um dann den Schlitten bewegen zu können, war ein großer Teil der Glasröhre durch einen Gummischlauch ersetzt (Fig. 4). Das Arbeiten mit dem Elektrolytgalvanometer und den an 2 m langen, mit Schwefelsäure gefüllten Glasröhren war gegen alle Erwartung kaum weniger angenehm, als mit jedem anderen Galvanometer. Auch die Empfindlichkeit war ausreichend, trotzdem der Widerstand des Instrumentes allein von 70 Ohm durch die lange Säureleitung auf 1000 Ohm erhöht wurde. Jedes Volt an den Enden der elektrolytischen Leitung ergab auf der vom Spiegel 2 m entfernten Skala 20 mm Ausschlag.

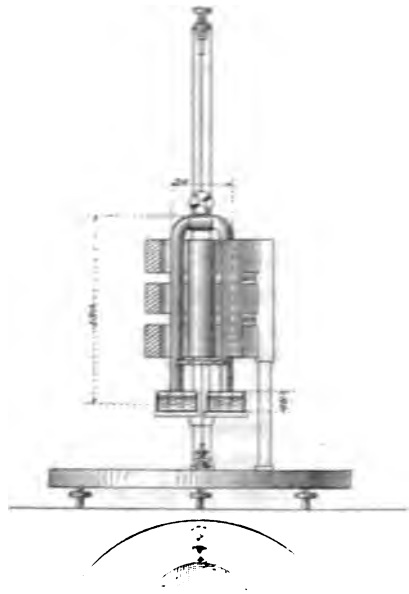


Fig. 3.

Trotzdem wurden für dieselbe Sondenstellung bei verschiedenen Versuchen kaum jemals gleiche Galvanometerausschläge

1) Mit dem Korkbohrer wurden aus Pergamentpapier Scheibchen ausgestanzt und diese mit ein wenig dünnflüssigem Siegellack den Röhrenöffnungen aufgeklebt.

gemessen. Auch das erwähnte jedesmalige Kommutieren des Wannenstromes — unter Pufferung des Ausschlages mit Hilfszelle und Taster — half nicht recht. Ebensowenig das Herauslegen der Kupferelektroden in Vorgefäße und die Verbindung von Wanne nnd Vorgefäßen durch mit Kupfersulfat gefüllte Heber, wodurch auch die Verschmutzung der Wanne mit Schwammkupfer verhindert wurde. Ebensowenig die Zuführung des

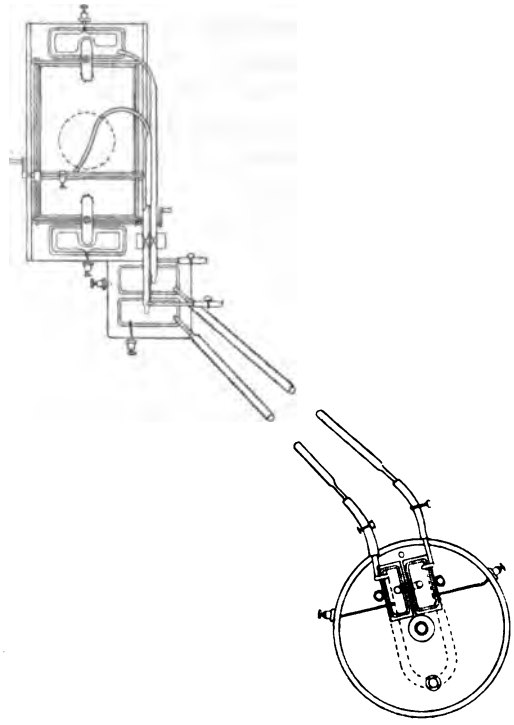


Fig. 4.

Wannenstromes auf elektrolytischem Wege, wie sie die Anordnung der Figg. 2 nnd 4 zeigt. Es führten dann aus beiden je als halbe Akkumulatorenzelle fungierenden Vorgefäßen schwefelsäuregefüllte, mit Pergamentdiaphragmen verschlossene Heber in das Kupfersulfat, das auf diese Weise ohne jede Kupferausscheidung elektrolysiert wurde.

Natürlich wurde immer peinlich auf Konstanz der speisen-

den Batterie geachtet. Nach dem Abschalten arbeitete sie, um das sogenannte Erholen der Spannung zu vermeiden, auf einen dem der Wanne gleichen Belastungswiderstand.

Von vornherein war als gefährlichste Störungsquelle die Widerstandsverminderung des Elektrolyten durch den Strom selbst angesehen worden. Bei den Versuchen vergrößerte sich fortwährend der Strom. Um trotzdem die Potentialverteilung möglichst unverändert zu lassen, wurde der Widerstand des Stromkreises außerhalb des zu untersuchenden Elektrolyten möglichst klein gemacht. Wäre dieser Widerstand Null gewesen, mit anderen Worten der Angriffspunkt der elektromotorischen Kraft der Batterie unmittelbar an die Wannenklemmen verlegt worden, so hätte sich trotz steten Anwachsens des Stromes die Potentialverteilung in der Wanne nicht geändert. Der äußere Widerstand war aber natürlich nicht Null. Er wird von Drähten und den großen Elektrolytmassen der Zellen geliefert, und wird sich durch die nicht sehr großen Ströme wenig ändern. Da die Verminderung des Wannenwiderstandes den Strom vergrößert, vergrößert sie auch die in dem äußeren Widerstande verlorene Spannung, d. h. die Wannenspannung sinkt. Tatsächlich wanderte der Ausschlag des gewöhnlichen —, sowohl wie des Elektrolytgalvanometers, im Sinne seiner Verkleinerung fortgesetzt durch das Gesichtsfeld. Dieses Wandern wurde auch durch die Einführung eines mit Wasser durchspülten Kühlrohres in die Wanne nicht gehoben.

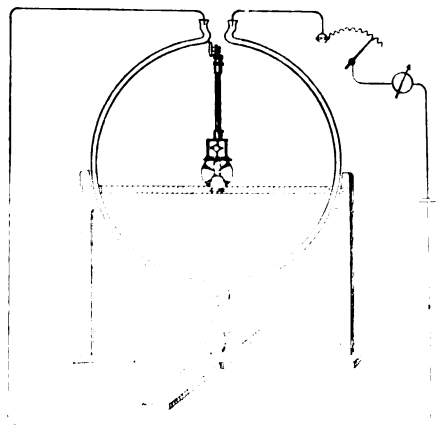


Fig. 5.

Für ganz schwache Ströme würde es mit dem gewöhnlichen Galvanometer jedenfalls gelingen, Potentialbilder aufzunehmen. Da aber der Effekt, wenn überhaupt, nur bei stärkeren Strömen erwartet wurde, wäre die Aufnahme bei schwachen

Strömen ohne jeden Zweck gewesen. Denn daß elektrolytische Ströme den gleichen Gesetzen folgen, wie metallische, ist bekannt.[1])

Des weiteren wurde von dem Effekt erwartet, daß er zu seiner Ausbildung Zeit braucht. Sonst hätte man einen kurzen elektrolytischen Sondenkreis elektromagnetisch mit dem Kreise eines Schwingungsgalvanometers kuppeln können. Dazu wäre ein Elektrolyt-Kupferdrahttransformator benutzt worden, wie es im Prinzip von Sheldon und Downing[2]), von Urbasch[3]) und von mir[4]) geschehen ist. Der Transformator hätte dann als Kerntype konstruktiv etwas durchgebildet werden müssen. Aus dem Stoßausschlage des gleich mit Transformator geeichten Galvanometers bei Öffnen oder Schließen des Wannenstromes hätte sich dann die Potentialverteilung im Elektrolyten ergeben. Die Methode könnte wohl anderweitig Verwendung finden. Hier war sie zwar wegen der völligen Trennung des Elektrolyten vom Galvanometerkreis aussichtsvoll, aber wegen der allmählichen Ausbildung des Effektes unbrauchbar.

Denn, daß man von einem Effekt zu sprechen berechtigt war, d. h. daß die Potentialverteilung im Elektrolyten sich durch das Magnetfeld tatsächlich änderte, war bei unserer Versuchsanordnung klar zu beobachten. Für eine große Anzahl von Sondenstellungen — nicht für alle — änderte sich mit dem Einschalten des Feldes der Ausschlag des entfernt aufgestellten und durch seine Konstruktion magnetisch geschützten Spannungszeigers. Dabei war es sogar einigermaßen gleichgültig, ob ein elektrolytisches oder ein gewöhnliches Galvanometer oder selbst nur ein Voltmeter benutzt wurde. Freilich wurden auch hier bei Wiederholung des Versuches nie Zahlen erhalten, welche sich deckten. Die inzwischen eingetretenen

---

1) Man kann das übrigens mit der Flüssigkeitstangentenbussole der Fig. 5 augenfällig zeigen. Die Ablenkungen ihres Spiegels sind bei gleichen Strömen dieselben, gleichgültig, ob das an Stelle des Kupferbügels vorhandene Glasrohr mit Quecksilber oder einem Elektrolyten gefüllt ist.

2) S. Sheldon u. A. M. W. Downing, Phys. Rev. 7. p. 122. 1898.

3) O. Urbasch, Zeitschr. f. Elektrochemie 7. p. 115. 1900.

4) R. Heilbrun, l. c.

Änderungen des normalen Galvanometerstandes verschleierten die Verschiebungen des Potentiales, die übrigens der Stärke des fließenden Stromes und der Stärke des magnetischen Feldes ungefähr proportional sein mochten. Die Umkehrung des Feldes kehrte im Gegensatz zu den Beobachtungen anderer den Effekt nicht um. Um ein Beispiel zu geben, wurde bei ungefähr 50 Milliamp. und 4000 Linien pro cm^2 in mehreren Fällen der Galvanometerausschlag um etwa 15—16 Proz. geändert. Weitere Zahlen anzuführen, halte ich nicht für angezeigt.

Sehr charakteristisch war, ob man die Angaben von Roiti und Baggard im Gedächtnis hatte oder nicht, die Zeit, die der Effekt zu seiner vollen Ausbildung und zu seinem Verschwinden brauchte. Fig. 6 gibt ihn als Funktion der Zeit

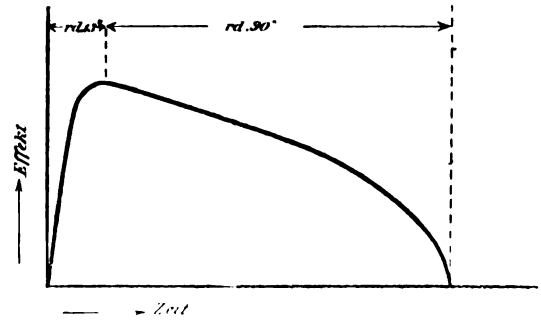


Fig. 6.

nach ungefährer Beobachtung mit der Sekundenuhr wieder. Das Ansteigen ist dabei leidlich richtig gezeichnet, aber der Abfall gegen Ende plötzlicher, als er in der Regel beobachtet wurde.

Man wird gleich sehen, wie sich aus den angeführten, mehr qualitativen Resultaten trotzdem eine klare Schlußfolgerung ziehen läßt, wenn man versucht, den zwischen den beiden Gruppen von Autoren und sogar zwischen meinen eigenen nach verschiedenen Methoden angestellten Versuchen vorhandenen Widerspruch zu lösen. Von Anfang an, noch als ich in der in so mancherlei Beziehung beschränkten Brünner Umgebung mit dem unvollkommenen Vorläufer meiner späteren Wanne arbeitete, hatten mir die Rotationen Besorgnis eingeflößt, in die der stromdurchflossene Elektrolyt im magne-

tischen Felde geriet. Sie zeigten sich ebenso, nur stärker, als die des Quecksilbers in gleicher Lage. Denn, wenn der auf die Ionenbahnen ausgeübte elektromagnetische Druck beim Elektrolyten ebenso wie beim Quecksilber eine Drehung der ganzen Flüssigkeit zustande brachte, wo blieb dann die seitliche Beweglichkeit der Ionen in der Flüssigkeit? Es kam darauf an, die Rotationen hintenanzuhalten. Die Flüssigkeit konnte dann nicht mehr ausweichen, und es wurde erwartet, daß sich dann die Ionenbahnen in ihr verschieben würden. Man hätte dazu leitende oder nichtleitende, siebartige oder massive Zwischenwände als Barrièren in die Flüssigkeit einsetzen können. Ich wählte als radikales Mittel das Gelatinieren[1]) des Elektrolyten. Inzwischen waren mir zwei interessante Arbeiten bekannt geworden. Die erste, von Drude und Nernst[2]), handelt von dem Einfluß der Temperatur und des Aggregatzustandes auf das Verhalten des Wismut im Magnetfelde. Obgleich der Halleffekt sonst mit steigender Temperatur abnimmt, fanden Drude und Nernst beim geschmolzenen Wismut plötzlich einen außerordentlich großen Effekt von der Art eines Hallschen und eine Widerstandsvermehrung. Die Lektüre dieser Arbeit, gemeinsam mit einer von Des Coudres[3]), in welcher eine allmählich eintretende und verschwindende Widerstandszunahme rotierenden Quecksilbers beschrieben wird, kehrten die Erwartungen, welche ich über den Ausfall des Gelatineversuches hegte, einfach um. Jetzt schienen die Flüssigkeitswirbel nicht mehr dem Effekte schädlich, sondern seine Ursache zu sein. Diese neue Erwartung wurde nun durch den Versuch bestätigt. Denn der in aller Schärfe beobachtete, wenn auch natürlich wie immer in seiner Größe etwas schwankende Effekt, blieb plötzlich und vollständig aus, als die Flüssigkeit gelatiniert wurde. Eine mehrfache Wiederholung des Versuches ergab stets das gleiche Resultat. Die in der beweglichen Flüssigkeit durch das Magnetfeld hervorgerufenen Potentialverschiebungen blieben in der unbeweglich gemachten

1) Die Auslösung dieses Gedankens war dadurch erleichtert, daß früher, allerdings zu anderem Zwecke, Hr. R. Abegg die Güte gehabt hatte, mich auf das Gelatinieren aufmerksam zu machen.

2) P. Drude u. W. Nernst, Wied. Ann. **42.** p. 568. 1891.

3) Th. Des Coudres, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. **10.** p. 50. 1891.

Flüssigkeit klar und eindeutig aus. Unterstützt durch die Beobachtungen von Drude und Nernst und von Des Coudres[1]) beweist der Gelatineversuch, *daß es im Elektrolyten keine elektromagnetische Ablenkung der Stromfäden gibt, und daß die von Roiti, Bagard und mir trotzdem beobachtete auf sekundärer Ursache, nämlich auf den Rotationen der Flüssigkeit beruht.*

Die Erzeugung solcher Rotationen auf anderem als elektromagnetischem Wege, also etwa durch zwei kleine, in die stromdurchflossene Flüssigkeit eingesetzte Rührer, würde das Resultat jedenfalls bestätigen. Daß einzelne Physiker die Potentialverschiebungen nicht beobachten konnten, muß an ihren Versuchsanordnungen gelegen haben. Die Flüssigkeitswirbel konnten nicht aufkommen, wie es bei den getränkten Papieren von Moretto deutlich ist. Die Wirbel an sich hatten für mich und wohl überhaupt kein Interesse. Da sie in ihrer Stärke von Strom und Feld abhängen, ist gleiches auch mit der Potentialverschiebung der Fall. Da sie weiter zu ihrer Ausbildung und Bremsung Zeit brauchen, tut das auch der sogenannte Halleffekt, was man durch gleichzeitiges Beobachten von Flüssigkeitswirbel und Galvanometerablenkung bestätigen kann.

Sollte es noch weiterer Beweise für die Nichtexistenz des Halleffektes bei Elektrolyten bedürfen, so bliebe die Untersuchung fester Elektrolyte, wie z. B. der Nernstkörper, die man vielleicht auch zu dünnen Platten schleifen kann.

Ob am Ende, wie einem immer wieder das Gefühl sagt, auch der Halleffekt bei Leitern erster Ordnung sekundärer Natur ist und vielleicht auch auf Rotationen beruht, ist eine Frage, die wohl zunächst die Elektronentheoretiker angeht.

1) Eine Widerstandsänderung des Wanneninhaltes war nicht klar und eindeutig festzustellen.

(Eingegangen 4. September 1904.)

5. *Über Evakuation Geisslerscher Röhren durch den elektrischen Strom;* *von Eduard Riecke.*

(Aus den Nachr. der kgl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen. Math.-physik. Kl. 1904. Heft 4.)

Bei Gelegenheit von Untersuchungen über Entladungserscheinungen in einer Geisslerschen Röhre war mir aufgefallen, daß der Druck in der Röhre scheinbar von selber immer tiefer sank. Bei einer ersten Beobachtungsreihe, die von einem Anfangsdrucke von 0,252 mm ausging, sank der Druck während der Beobachtungen allmählich bis auf 0,083 mm. Es handelt sich bei diesen höheren Drucken offenbar um denselben Vorgang, auf dem auch das Hartwerden der Röntgenröhren beruht. Ich kam bald zu der Überzeugung, daß die Druckverminderung lediglich eine Folge des durchgehenden Stromes ist; damit erhob sich natürlich die Frage, wie die Druckverminderung mit der Stärke und Dauer des Stromes zusammenhängt. Leider war bei der ersten Beobachtungsreihe versäumt worden, die Stromdauer zu bestimmen. Es waren in bezug hierauf nur ziemlich unsichere Schätzungen möglich, und aus diesen ergab sich, daß der Durchgang einer Ampèresekunde durch die Röhre eine Abnahme des Druckes um etwa 0,003 mm zur Folge hatte.

Bei einer *zweiten Beobachtungsreihe* wurden nicht bloß die Stromstärken, sondern auch die Zeiten des Stromdurchganges genau gemessen. Die Röhre war frisch mit *Stickstoff* gefüllt worden. Über die äußeren Verhältnisse, unter denen die Beobachtungen angestellt wurden, und über die Abnahmen des Druckes gibt die folgende Tabelle auf p. 1004 Aufschluß.

Zwischen der XXXIV. und der XXXV. Beobachtung war durch ein Versehen Stickstoff in die Röhre eingeströmt, der Druck war dadurch auf 0,23 mm gestiegen und wurde durch Auspumpen wieder erniedrigt.

Tabelle I.

Nummer der Beobachtung	Tag der Beobachtung	Temp. ° C.	Druck in mm Quecksilber vor Beginn der Messung	Druck in mm Quecksilber nach Beendigung der Messung
I.	**11. II. 04**	**16,9**	**0,789**	**0,770**
II.	**12. II.**	**17,1**	**0,768**	**0,777**
III.	**17. II.**	**19,1**	**0,769**	**0,774**
IV.	**18. II.**	**17,9**	**0,422**	**0,425**
V.	**19. II.**	**17,5**	**0,422**	**0,425**
VI.	**22. II.**	**17,9**	**0,423**	**0,421**
VII.	**23. II.**	**20,1**	**0,425**	**0,428**
VIII.	**24. II.**	**21,2**	**0,426**	**0,429**
IX.	**25. II.**	**18,6**	**0,426**	**0,424**
X.	**26. II.**	**18,9**	**0,423**	**0,425**
XI.	**29. II.**	**17,5**	**0,229**	**0,231**
XII.	**1. III.**	**18,3**	**0,230**	**0,233**
XIII.	**2. III.**	**17,0**	**0,229**	**0,231**
XIV.	**3. III.**	**17,4**	**0,230**	**0,233**
XV.	**4. III.**	**16,6**	**0,230**	**0,232**
XVI.	**7. III.**	**16,2**	**0,231**	**0,231**
XVII.	**8. III.**	**18,3**	**0,231**	**0,232**
XVIII.	**9. III.**	**18,0**	**0,229**	**0,229**
XIX.	**10. III.**	**17,6**	**0,227**	**0,227**
XX.	11. III.	17,2	0,223	0,225
XXI.	12. III.	16,4	0,223	0,221
XXII.	14. III.	17,4	0,219	0,219
XXIII.	15. III.	20,0	0,1186	0,1161
XXIV.	16. III.	19,7	0,1147	0,1108
XXV.	17. III.	18,4	0,1103	0,1048
XXVI.	18. III	19,1	0,1041	0,0973
XXVII.	19. III.	18,4	0,0986	0,0940
XXVIII.	21. III.	18,2	0,0943	0,0879
XXIX.	22. III.	18,5	0,0874	0,0824
XXX.	23. III.	19,0	0,0816	0,0768
XXXI.	24. III.	16,9	0,0760	0,0722
XXXII.	25. III.	18,6	0,0716	0,0669
XXXIII.	26. III.	19,6	0,0661	0,0629
XXXIV.	28. III.	19,1	0,0628	0,0592
	Neue Füllung mit N.			
XXXV.	4. V.	16,7	0,0453	0,0425
XXXVI.	11. V.	15,8	0,0428	0,0351
XXXVII.	18. V.	21,7	0,0358	0,0315
XXXVIII.	19. V.	19,8	0,0311	0,0294

Bei der Betrachtung dieser Tabelle wiederholt sich die ɔmerkung, zu welcher die erste Beobachtungsreihe Veranssung gegeben hatte. Während der Beobachtungen nimmt der ruck in der Röhre ab. Allerdings ist dies nicht wie früher ɔn Anfang an der Fall. Bei den Drucken von 0,780 bis 0,216 igt sich keine sichere Verminderung; erst von dem Drucke 117 an tritt die Abnahme in unzweideutiger Weise hervor.

Man wird zuerst fragen, ob diese Abnahme wirklich nur ne Folge der Strömung ist, oder ob nicht auch abgesehen ervon eine Druckverminderung, etwa infolge von Gasadsorpɔnen, vorhanden ist. In der Tat ist in einer Reihe von illen eine solche Abnahme von einer Beobachtung zur anderen bemerken. Im Mittel beträgt diese Abnahme in 24 Stunden 0004 mm, also in 1 Stunde 0,000017 mm. Die Dauer einer ɔobachtungsreihe betrug etwa $^5/_4$ Stunden; während derselben ırde also jene freiwillige Abnahme des Druckes nur 0,00002 mm ɪtragen haben, was neben den wirklich beobachteten Druckɔnahmen völlig verschwindet. Um die möglicherweise auch ɪne Strom vorhandene Druckabnahme genauer zu bestimmen, ɪrden Druckbeobachtungen in größeren Zeitintervallen ausɪführt; in der Zwischenzeit blieb die Pumpe unberührt stehen. ʼir geben einige Beispiele solcher Messungen.

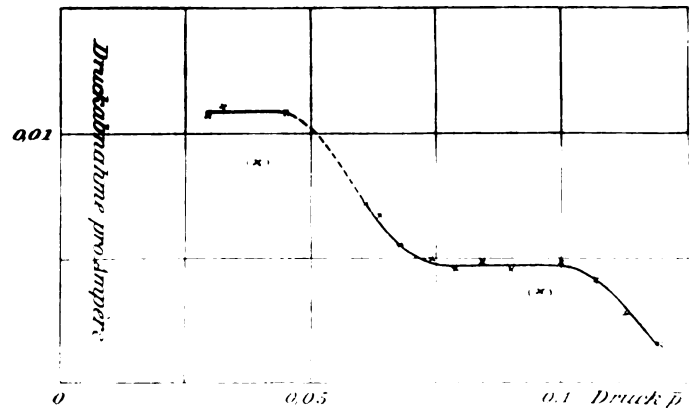
30. III. 04	Druck	in	der	Pumpe	0,0585	mm	Temp.	° C.	16,5
2. IV.	„	„	„	„	0,0584	„	„	„	15,1
15. IV.	„	„	„	„	0,0449	„	„	„	21,0
29. IV.	„	„	„	„	0,0446	„	„	„	17,0
4. V.	„	„	„	„	0,0453	„	„	„	16,4
4. V.	„	„	„	„	0,0425	„	„	„	17,1
10. V.	„	„	„	„	0,0425	„	„	„	16,2
12. V.	„	„	„	„	0,0350	„	„	„	14,0
18. V.	„	„	„	„	0,0358	„	„	„	21,5
19. V.	„	„	„	„	0,0294	„	„	„	20,0
1. VI.	„	„	„	„	0,0300	„	„	„	22,0
15. VI.	„	„	„	„	0,0307	„	„	„	22,4

Die Drucke sind nicht auf 0° reduziert.

Diese Messungen gestatten keinen Schluß auf eine freiillig eintretende Abnahme des Druckes, und wir werden daher e bei den Zahlen der Tabelle I auftretenden Abnahmen s alleinige Wirkung des elektrischen Stromes betrachten. ann ergibt sich die folgende Zusammenstellung.

Tabelle II.

Nummer der Beobachtungen	Druck-abnahme δ (mm Hg)	Anzahl der Ampère-sekunden $\Sigma i t$	$\delta_1 = \frac{\delta}{\Sigma i t}$	Mittlerer Druck $\bar{p}$
XXIII.	0,0025	1,475	0,00169	0,117
XXIV.	0,0089	1,317	0,00296	0,112
XXV.	0,0055	1,333	0,00413	0,107
XXVI.	0,0068	1,403	0,00485	0,100
XXVII.	0,0046	1,191	0,00386	0,096
XXVIII.	0,0064	1,377	0,00465	0,091
XXIX.	0,0050	1,029	0,00486	0,085
XXX.	0,0048	0,971	0,00466	0,079
XXXI.	0,0038	0,758	0,00501	0,074
XXXII.	0,0047	0,861	0,00546	0,068
XXXIII.	0,0032	0,493	0,00649	0,064
XXXIV.	0,0036	0,507	0,00710	0,061
		Neue Füllung mit N.		
XXXV.	0,0028	0,257	0,0109	0,044
XXXVI.	0,0077	0,899	0,0086	0,039
XXXVII.	0,0043	0,388	0,0111	0,033
XXXVIII.	0,0017	0,160	0,0106	0,030



Der Zusammenhang zwischen der durch eine Ampèresekunde erzeugten Druckabnahme δ_1 und zwischen dem mittleren Drucke p ist in der beistehenden Figur graphisch dargestellt.

Von den Beobachtungen fallen zwei ganz aus der Reihe der übrigen heraus; von ihnen soll im folgenden abgesehen werden. Für die übrigen existieren zwei Intervalle, innerhalb derer die Werte δ_1 von dem Mittelwerte des Druckes unabhängig sind. Das eine reicht von 0,1 bis 0,075 mm, und der ihm entsprechende Wert von δ_1 ist 0,00463; das andere Intervall liegt zwischen $\bar{p} = 0{,}044$ und $\bar{p} = 0{,}030$; der zugehörige

Wert von δ_1 ist 0,0109. Es mögen zunächst die Mengen von Stickstoff berechnet werden, die diesen Druckabnahmen ent-sprechen.

Das Volumen Ω des ganzen Pumpenraumes kann auf das Volumen V des Pumpenstiefels reduziert werden. Zu diesem Zwecke ist es nur nötig, das Verhältnis der Drucke zu bestimmen, die in der Pumpe vor und nach einem Pumpenzuge vorhanden sind. Aus einer Reihe von Beobachtungen ergaben sich für dieses Verhältnis die Werte:

1,787 1,818 1,800 1,831 1,831 1,781

Im Mittel: 1,808.

Daraus folgt:

$$\Omega = 2{,}24 \times V,$$

und mit $V = 1060$ ccm:

$$\Omega = 2380 \text{ ccm}.$$

Für die Menge des durch eine Ampèresekunde absorbierten Stickstoffs gilt dann die Gleichung:

$$m = \frac{0{,}00125 \times \delta_1}{760\left(1 + \frac{t}{273}\right)} \times 2380,$$

wo t die Temperatur bezeichnet. Hiernach wird für

$\delta_1 = 0{,}00463$ und $t = 18{,}6^0$: $m_1 = 17{,}0 \times 10^{-6}$,
$\delta_1 = 0{,}0109$ „ $t = 19{,}4^0$: $m_2 = 39{,}8 \times 10^{-6}$.

Der Strom Eins in elektromagnetischem Maße scheidet hiernach in dem Druckintervalle 0,1 bis 0,075 mm in einer Sekunde $1{,}70 \times 10^{-4}$ g Stickstoff, in dem Intervalle 0,044 bis 0,030 mm $3{,}98 \times 10^{-4}$ g Stickstoff aus.

Wir nehmen an, daß der Strom der positiven Elektrizität in der Entladungsröhre durch *Ionen des Stickstoffs*, die im Sinne des Stromes nach der Kathode wandern, getragen werde. Jener Strom bildet aber nur einen Teil der gesamten durch die Bewegung der positiven und der negativen Teilchen unterhaltenen Strömung; überdies muß man aus den Beobachtungen den Schluß ziehen, daß nicht alle Ionen, welche Träger positiver Ladungen sind, zur Abscheidung kommen. Wir werden daher annehmen, daß die an der Kathode abgeschiedenen Ionen des Stickstoffs nur einen Bruchteil x des Stromes mit sich führen. Wenn die gesamte Stärke des Stromes eine elektromagnetische Einheit beträgt, so ist die Ladung der

Ionen, die in einer Sekunde an der Kathode abgeschieden werden, gleich $3x \times 10^{10}$ elektrostatischen Einheiten. Wenn wir diese Zahl durch die Masse der in einer Sekunde abgeschiedenen Ionen dividieren, so ist dieses Verhältnis gleich dem Verhältnis zwischen Ladung und Masse bei dem einzelnen Ion. Die Masse des Ion sei μ, seine Wertigkeit n, das elektrische Elementarquantum ε, dann ergibt sich für das Verhältnis von Ladung und Masse:

$$\frac{n\varepsilon}{\mu} = \frac{3x \times 10^{10}}{m}.$$

Setzen wir für m die zuvor berechneten Werte m_1 und m_2, so erhalten wir für das Druckintervall 0,1 bis 0,075 mm:

$$\frac{n_1 \varepsilon}{\mu_1} = x_1 \times 0{,}176 \times 10^{15},$$

für das Intervall 0,044 bis 0,030 mm:

$$\frac{n_2 \varepsilon}{\mu_2} = x_2 \times 0{,}075 \times 10^{15}.$$

Für das Wasserstoffion ist das Verhältnis von Ladung und Masse:

$$\frac{\varepsilon}{\mu_{\mathrm{II}}} = 0{,}29 \times 10^{15}.$$

Die Zahlen x_1 und x_2 sind jedenfalls kleiner als 1, n_1 und n_2, mindestens gleich 1; die Masse der Stickstoffionen, welche den Transport der positiven Elektrizität besorgen, ist also, wie von vornherein zu erwarten ist, größer als die Masse des Wasserstoffatomes. Für das Verhältnis zwischen der Masse des Stickstoffions und der Masse des Wasserstoffions ergibt sich in dem Druckintervalle 0,1 bis 0,075 mm:

$$\frac{\mu_1}{\mu_{\mathrm{II}}} = 1{,}65 \times \frac{n_1}{x_1},$$

in dem Intervalle 0,044 bis 0,030 mm:

$$\frac{\mu_2}{\mu_{\mathrm{II}}} = 3{,}87 \times \frac{n_2}{x_2}.$$

Machen wir endlich noch die Annahme, daß das Stickstoffion im ersten Falle aus a_1, im zweiten Falle aus a_2 Stickstoffatomen bestehe, so erhalten wir die Gleichungen:

In dem Druckintervalle 0,1 bis 0,075 mm:

$$x_1 \times \frac{a_1}{n_1} = 0{,}118,$$

in dem Intervall 0,044 bis 0,030 mm:

$$x_2 \times \frac{a_2}{n_2} = 0{,}276.$$

Bei größeren Drucken werden keine Ionen ausgeschieden, es ist dann auch der von den ausgeschiedenen Ionen getragene Stromteil, d. h. der Wert von x gleich Null. Aus den Beobachtungen kann man folgern, daß x von einem Drucke von etwa 0,122 mm an einen positiven Wert annimmt, der mit abnehmendem Drucke steigt. Für das Verhältnis a/n, die Zahl der mit einem Elementarquantum verbundenen Stickstoffatome, ist daraus nichts Bestimmtes zu entnehmen. Wäre diese Zahl gleich Eins, d. h. wäre mit jedem Stickstoffatome ein Elementarquantum verbunden, so würden in dem Druckintervalle 0,1 bis 0,075 mm nur 11,8 Proz., in dem Intervalle 0,044 bis 0,030 mm 27,6 Proz. des Stromes von den ausgeschiedenen Ionen getragen werden.

Die Ausscheidung des Stickstoffs durch den Strom ist mit einer eigentümlichen *Erscheinung an der Kathode* verbunden. An der äußeren Peripherie der leuchtenden Kathodenschicht entstehen, diese umgebend, *farbige oder dunkle Ringe.* Bei höherem Drucke sind diese Ringe außerordentlich fein; sie dehnen sich bei konstantem Druck, aber wachsender Stromstärke, etwas aus. Wenn also bei einer Beobachtungsreihe vier verschiedene, allmählich zunehmende Stromstärken benutzt wurden, so zeigten sich auf der Kathode bei höherem Drucke vier sehr feine Ringe mit Newtonschen Farben. Nimmt der Druck ab, so zieht sich die leuchtende Kathodenschicht zusammen; dementsprechend verengern sich die Ringe; zugleich verlieren sich die Farben und die Ringe erscheinen in einem zuletzt in Schwarz übergehenden Grau.

Außer auf der Kathodenfläche selber erscheinen Newtonsche Ringe auch auf der zylindrischen Wand der Röhre unmittelbar vor der Kathode. Die Ebene dieser, sehr lebhaft gefärbten Ringe ist der Kathodenfläche parallel.

(Eingegangen 16. Oktober 1904.)

6. *Über etwaige Korrektionen an der von Richarz und Krigar-Menzel ausgeführten Gravitationsbestimmung;* von *E. Take.*

(Auszug[1]) aus der Marburger Inaugural-Dissertation.)

I. Untersuchung der Magnetisierbarkeit der verwendeten Materialien.

In der Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft[2]) hat Hr. C. Braun eine kritische Besprechung veröffentlicht über die von F. Richarz und O. Krigar-Menzel ausgeführte Bestimmung der Gravitationskonstante und der mittleren Dichtigkeit der Erde durch Wägungen.[3]) Er kommt in diesem Referat auch auf verschiedene Umstände zu sprechen, die nach seiner Meinung zu einer Korrektion der in Spandau ermittelten Resultate führen könnten. Unter anderem spricht Braun den Verdacht aus, es möchten die bei den Spandauer Messungen verwendeten Materialien so stark magnetisierbar gewesen sein, daß die unter dem Einflusse des Erdfeldes resultierenden magnetischen Kräfte im Vergleich zu der ebenfalls sehr geringen Gravitationswirkung doch berücksichtigt werden mußten.

Die benutzten Materialien habe ich nun im hiesigen Physikalischen Institut auf ihre Magnetisierbarkeit hin untersucht, nachdem schon Hr. E. Haupt im Greifswalder Institut einige Vorversuche gemacht hatte.

1) Vgl. die vorläufigen Mitteilungen: F. Richarz, Sitzungsber. der Gesellsch. zur Beförderung der gesamten Naturwissensch. zu Marburg 5. p. 27—30. Juni 1903; 9. p. 97—99. Dezember 1903.

2) C. Braun, Vierteljahrsschr. der Astr. Gesellsch. **34.** p. 51—66. 1898.

3) F. Richarz u. O. Krigar-Menzel, Anhang zu den Abhandlungen der königl. preuß. Akademie d. Wissensch. zu Berlin vom Jahre 1898 bei Georg Reimer; Wied. Ann. **51.** p. 570. 1894; **66.** p. 177. 1898.

Es handelte sich um:

1. drei Kupferkugeln von je 1 kg Gewicht, welche die auf den Schalen einer Wage befindlichen angezogenen Massen bildeten;

2. zwei Hohlkugeln aus 0,2 mm dickem Platinblech von gleichem äußeren Durchmesser (ca. 60 mm) wie die Kupferkugeln. Sie dienten zur Kompensation des Auftriebes der verdrängten Luft, womit bezweckt wurde, daß der Auftrieb nur noch einen sehr kleinen Bruchteil der Gravitationswirkungen ausmachte und daher nur als eine hinreichend sicher berechenbare Korrektion auftrat;

3. das Blei, aus welchem die rund 100 000 kg schwere andere gravitierende Masse bestand.

Das Prinzip der Untersuchungen lehnt sich an eine bekannte Methode an, welche vielfach[1]) zur Bestimmung der Magnetisierbarkeit fester Körper verwendet wird.

Die Spandauer Materialien wurden durch ihren magnetischen Zug bez. Druck im Felde eines Edelmann schen Elektromagneten mit dem magnetischen Zuge eines je ebenso großen und in derselben Lage befindlichen Vergleichskörpers verglichen, dessen *absolute* Magnetisierbarkeit seinerseits durch magnetometrische Messungen festgestellt wurde. Hieraus ließ sich dann ein Rückschluß auf die magnetische Beschaffenheit der Spandauer Materialien machen.

Will man aber zwei Körper durch ihre ponderomotorischen Wirkungen im Magnetfelde miteinander vergleichen, so muß man die Wirkung beobachten, welche die Körper in gleichem Felde erfahren, wenn man sie an dieselbe Stelle desselben bringt. Die Methode läßt sich also nur anwenden für Körper nahezu gleicher Magnetisierbarkeit, da sonst die Körper das Feld in sehr verschiedener Weise modifizieren, und dieselben dann nicht mehr in gleichen Feldern zur Vergleichung kommen. Die Spandauer Materialien sind nun sicherlich nur sehr schwach magnetisierbar, die Vergleichskörper müssen also aus einem

---

1) J. Plücker, Pogg. Ann. **74.** p. 321. 1848; **91.** p. 1. 1854; J. Königsberger, Wied. Ann. **66.** p. 698. 1898; E. Seckelson, Wied. Ann. **67.** p. 37. 1899; Stefan Meyer, Wied. Ann. **68.** p. 325. 1899; **69.** p. 236. 1899.

Materiale hergestellt werden, welches ebenfalls nur eine geringe Suszeptibilität $\varkappa$ besitzt, aber doch noch so groß, daß sich dieselbe auf irgend eine Weise, etwa magnetometrisch, absolut feststellen läßt. Nach diesen Überlegungen wählte ich als Vergleichsmaterial ein homogenes, inniges Gemisch aus $9^1/_2$ Teilen Gips und 1 Teil feinem Eisenpulver. Die Untersuchungen, welche ich zuvor im Magnetometer mit verschiedenen Mischungsverhältnissen vorgenommen hatte, lehrten nämlich, daß die oben gewählte Mischung ($\varkappa = 8{,}75 \cdot 10^{-3}$) gerade noch hinreichend magnetisierbar war, um magnetometrisch untersucht werden zu können.

Aus dieser Eisengipsmischung wurde zunächst eine Kugel von gleichem Volumen wie die Spandauer Kupferkugeln hergestellt. Zur Untersuchung der Platinhohlkugeln war jedoch eine solche Mischung als Vergleichsmaterial nicht angebracht, weil sich eine Hohlkugel von 0,2 mm Wandstärke wohl kaum daraus herstellen lassen dürfte. Hier mußte ich also ein anderes Material anwenden: ich nahm als solches Aluminium. Nun fand sich aber, daß das Aluminium zu einer magnetometrischen Messung eine viel zu kleine Suszeptibilität besaß; es empfahl sich daher, auch das Aluminium im Felde des Elektromagneten relativ mit dem Eisengips zu vergleichen, und dann durch den doppelten Übergang: Eisengips–Aluminium–Platin auf die Magnetisierbarkeit der Platinhohlkugeln einen Rückschluß zu machen. Zum Vergleich des Aluminiums mit dem Eisengips verwendete ich eine Aluminiumvollkugel.

Auch das Blei untersuchte ich nach derselben Methode wie die Hohlkugeln, indem ich zunächst einen Bleizylinder mit einem gleich großen Zylinder von Aluminium im magnetischen Felde verglich und dann das Verhältnis der Magnetisierungsfähigkeiten von Aluminium und Eisengips zu Hilfe zog.

Nach Ermittelung aller experimentellen Daten konnten die Werte der durch das Erdfeld in den Spandauer Materialien erzeugten magnetischen Momente berechnet werden. Hierbei nahm ich zur Vereinfachung der Rechnung den Bleiklotz als eine Kugel gleicher Masse an. Endlich ließ sich dann aus den magnetischen Momenten und der gegenseitigen Lage der Stücke während der Spandauer Beobachtungen die Größe der resultierenden magnetischen Kraft berechnen, mit

welcher die Materialien aufeinander wirkten. Sie ergab sich von der minimalen Größenordnung

$$10^{-11} \text{ cm g sec}^{-2}$$

während die Gravitationswirkung

$$1{,}3664 \text{ mg-Gewicht} = 1{,}3408 \text{ Dynen}^{1})$$

betrug, so daß also Richarz und Krigar-Menzel an ihrem Resultat *keine Korrektion* wegen Magnetisierbarkeit der Materialien anzubringen brauchen. Es ist dies in gewisser Hinsicht zu bedauern, denn es könnte doch nichts erwünschter sein, als nach Möglichkeit die Differenzen zu vermindern, welche momentan die mit der gewöhnlichen Wage, der Drehwage und dem Wilsingschen Pendel erhaltenen Werte für die mittlere Dichtigkeit der Erde aufweisen.[2]) Durch Anbringung einer Korrektion wegen magnetischer Kräfte an dem Spandauer Resultat ist es uns daher leider nicht möglich, vorläufig zur teilweisen Vereinigung der verschiedenen Resultate beitragen zu können, nachdem sich die Möglichkeit einer hinreichenden Magnetisierbarkeit der gravitierenden Massen als nichtig erwiesen hat.

Noch eine kurze Bemerkung über das Prinzip der Untersuchungen. Die im vorigen beschriebenen Methoden waren für unseren Zweck völlig ausreichend, da es zunächst nur darauf ankam, eine Aufklärung über die *Größenordnung* der magnetischen Kraft im Verhältnis zur Gravitation zu erhalten. Nachdem sich dann erstere als verschwindend klein der letzteren gegenüber erwiesen hatte, war es natürlich nicht erforderlich, die Genauigkeit der Messungen oder Berechnungen zu erhöhen.

Von allgemeinerem Interesse dürften vielleicht noch die

---

1) Hier ist ein für das Resultat unwesentliches Versehen der Dissertation verbessert worden.

2) Vgl. F. Richarz u. O. Krigar-Menzel, Bemerkungen zu dem auf dem internationalen Physikerkongreß zu Paris von Hrn. C. V. Boys über die Gravitationskonstante und die mittlere Dichtigkeit der Erde erstatteten Bericht. Ber. d. Naturwissensch. Vereins. Greifswald 1901. p. 7; Verh. d. Naturf. Vers. Aachen 1900. II, 1. p. 19; Travaux du Congrès International de Physique, Paris 1900. Gauthier-Villars. 4. 1901. p. 73. Remarques etc. par F. R. et O. Kr.-M., Traduit par M. Culmann.

Angaben einiger Magnetisierungszahlen sein, welche sich bei den obigen Messungen ergaben. Es wurde gefunden:

$\varkappa_{Pt} = 29{,}3 . 10^{-6}$; $\varkappa_{Al} = 4{,}25 . 10^{-6}$ und $\varkappa_{Pb} = -2{,}67 . 10^{-6}$.

Diese Größen stimmen nahezu mit den in der Literatur befindlichen Angaben überein, die geringen Abweichungen erklären sich aus der mehr oder minder großen Verunreinigung der vorliegenden Substanzen. Für chemisch reines Platin ist nach Königsberger[1]) die Suszeptibilität gleich $29 . 10^{-6}$. Das zu unseren Hilfskörpern verarbeitete Aluminium wies geringe Verunreinigungen durch Eisen auf, wie eine qualitative Analyse ergab. Hieraus resultiert ohne weiteres die Erklärung der Größe des oben gefundenen Wertes für $\varkappa_{Al}$, während die Suszeptibilität des reinen Aluminiums nur etwa $1{,}88 . 10^{-6}$ beträgt.[2]) Das Material des Spandauer Bleiklotzes war Hartblei, d. i. eine Mischung von 1 Teil Antimon mit 4—5 Teilen Blei. Antimon zeigt eine größere Diamagnetisierbarkeit als Blei; für letzteres ist $\varkappa$ etwa $= -1{,}37 . 10^{-6}$[3]), für Antimon dagegen etwa $-5{,}58 . 10^{-6}$.[4]) Die in der Literatur für beide Materialien angegebenen Werte von $\varkappa$ schwanken übrigens innerhalb beträchtlicher Grenzen.

Für das Kupfer der Spandauer Gewichtskugeln hat sich Paramagnetismus ergeben, während reines Kupfer diamagnetisch ist. In der Tat ist das Kupfer der Gewichtskugeln erstens von vornherein keineswegs chemisch rein, sondern gewöhnliches Kupfer des Handels gewesen, welches fast durchweg mehr oder minder große Verunreinigungen durch Eisen[5]) aufzuweisen pflegt. Zweitens ist dieses Material gehämmert worden, wobei zweifellos eine weitere Verunreinigung mit Eisen eingetreten ist. Es erklärt sich also hinreichend, daß die „Kupfer"-Kugeln sich als paramagnetisch erwiesen haben.

Nachdem ich so den Einwand C. Brauns betreffs Magnetisierbarkeit der Spandauer Materialien erledigt hatte, ver-

1) J. Königsberger, Wied. Ann. **66**, p. 724. 1898.
2) A. P. Wills, Phil. Mag. (5) **45**, p. 443. 1898.
3) J. Königsberger, l. c. p. 723.
4) A. Winkelmann, Handbuch der Physik III, 2. p. 207. 1900.
5) Vgl. O. Dammer, Handbuch der anorg. Chemie II, 2. p. 629. Stuttgart 1894.

suchte ich, auch seine sämtlichen anderen kritischen Bemerkungen über die Spandauer Messungen zu erörtern: Dieselben erwiesen sich bei näherer Betrachtung als nicht stichhaltig.[1])

II. Korrektion wegen Vernachlässigung der elastischen Kompression des Fundamentes.

Der folgende Punkt — auf den mich Hr. Prof. Richarz aufmerksam machte — ergibt dagegen eine wirkliche, wenngleich äußerst minimale Korrektion an den Resultaten der Spandauer Messungen.[2]) Wie mit Bestimmtheit zu erwarten war, hatte sich unter der großen Last des Bleiklotzes eine Senkung des Fundamentes ergeben; dieselbe betrug in der Mitte etwa 8 mm. Nach Abbruch der Bleimasse aber zeigte das Fundament wiederum „eine kleine, aber deutlich wahrnehmbare Hebung, welche dadurch zu erklären ist, daß das Mauerwerk oder das darunter liegende Erdreich während der Belastung außer einer dauernden Senkung auch eine elastische Zusammendrückung erfahren haben muß" (Richarz und Krigar-Menzel p. 19). Die Messungen mit einem Nivellierapparat ergaben, daß diese elastische Kompression des Fundamentes in der Mitte etwa 0,66 mm betragen hatte (R. u. Kr.-M. p. 19 u. p. 105).

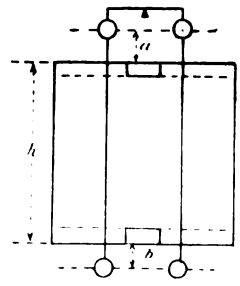
Aus Kathetometermessungen ergab sich für dieselbe Größe der Wiederhebung des Fundamentes *nach Abbruch* des Bleiklotzes der Wert 0,83 mm (p. 105); wir wollen im folgenden einen mittleren Wert gleich 0,074 cm wählen.

Der im Kap. VIII (R. und Kr.-M.) abgeleitete Ausdruck zur Bestimmung der Gravitationskonstante G führte dazu, die Abstände a und b der Kugelzentra von der oberen bez. unteren Grenzfläche der Bleimasse, sowie die Höhe h des Bleiklotzes zu bestimmen. Die Längen a und b wurden mittels Kathetometers gemessen: Um die Lage der beiden oberen Gewichtskugeln zu fixieren, wurde auf deren obere Ränder eingestellt; bei dem Bleiklotz hätte man dann die vordere Oberkante anvisieren und daraus die Länge a ab-

1) Näheres vgl. in meiner Inaugural-Dissertation, Marburg 1904, p. 37—46.

2) Hr. F. Richarz berichtete hierüber bereits in der Sitzung der Gesellschaft zur Beförderung der gesamten Naturwissenschaften zu Marburg vom 17. Juni 1903; siehe Sitzungsber. 9. p. 97. Dezember 1903.

leiten können. So einfach ließ sich jedoch nicht verfahren, da es in Anbetracht großer Genauigkeit nicht statthaft ist, das Kathetometer bei der Messung von Höhendifferenzen auf zwei verschiedene Entfernungen einzustellen. Zur Feststellung der oberen Grenze des Bleiklotzes wurde daher dessen oberste Schicht bis auf das Mittelstück abgedeckt und dann „die dem Kathetometer zugekehrte hintere Oberkante des freigelegten Mittelstückes der obersten Schicht anvisiert" (p. 105). Der so erhaltene Wert für den Abstand a war richtig, da derselbe gemessen wurde, während der Bleiklotz noch stand. Den Einfluß der seitlich gelegenen Bleistücke der obersten Schicht, welche vor der Messung abgenommen wurden, kann man dabei außer acht lassen. Ebenso ist der für die Höhe des Bleiklotzes angegebene Wert richtig, welcher sich aus Lotmessungen ergab, die an dem Bleiklotz selbst vorgenommen wurden. Um schließlich den Abstand b der unteren Kugelzentra von der unteren Grenzfläche des Bleiklotzes zu bestimmen, wurde derselbe ganz bis auf das Mittelstück der untersten Schicht abgetragen und dann „die dem Kathetometer zugekehrte hintere Oberkante des freigelegten Mittelstückes der untersten Schicht", bez. der obere Rand einer Kugel anvisiert (p. 105). „Die Höhe, in welcher die Oberkante des untersten Mittelstückes über der unteren Begrenzungsebene des Klotzes lag, wurde dann durch Ausmessung dieses Bleistückes mit einem Noniusdickentaster bestimmt." Der Abstand b wurde also nicht gemessen, während der Bleiklotz noch stand, sondern nachdem derselbe bis auf ein kleines Mittelstück bereits ganz abgebrochen war. Infolge der elastischen Kompression und nachherigen Wiederhebung des Fundamentes ist dieser Abstand also zu groß gemessen worden.



Welchen Einfluß hat das auf die Berechnung der Gravitationskonstante G und weiterhin der mittleren Dichtigkeit der Erde gleich Δ? Für den Abstand b der unteren Kugeln ist ein zu großer Wert in die Rechnung eingeführt worden; wir haben also die gemessene Gravitationswirkung einer entfernteren Masse zugeschrieben als richtig war; infolgedessen ist die

Gravitationskonstante G etwas zu groß und die mittlere Dichtigkeit der Erde Δ etwas zu klein berechnet worden.

Wir wollen nun die Korrektionen ermitteln, welche sich für die Werte von G und Δ ergeben. Zur Bestimmung derselben kann man an Stelle des Bleiklotzes einen Zylinder von gleicher Höhe und gleichem Inhalt nehmen und „die Attraktionen betrachten in Punkten, die auf der verlängerten Zylinderachse, also in der Mitte zwischen den oberen oder zwischen den unteren Wagschalen liegen" (R. und Kr.-M., p. 97). Unter dieser vereinfachenden Annahme findet sich ebenda die Ableitung von Formeln, welche Aufschluß geben über die Genauigkeit der anzustellenden Längenmessungen, und mit deren Hilfe man die Veränderungen der Attraktionen bestimmen kann, welche resultieren, wenn die verschiedenen, die Konfiguration des Systems bestimmenden Abmessungen variiert werden. Die vertikale Zylinderachse wird als z-Achse genommen, als Anfangspunkt der Abmessungen der obere Aufpunkt über dem Zylinder. Die obere Grenze des Bleies habe die Ordinate z_1, die untere Grenze die Ordinate z_2 und der untere Aufpunkt die Ordinate z_3. Die mit z_1 und z_2 bezeichneten Längen sind richtig bestimmt, dagegen ist z_3 um $\delta z_3 = 0{,}074$ cm fehlerhaft. Für die Variation der Ordinate z_3 finden wir nun folgende Beziehung (p. 99):

$$\frac{\partial (k_0 + k_u)}{\partial z_3} = -\,3{,}74 \,.\, 10^{-6}.$$

Hieraus ergibt sich für $\delta z_3 = -\,0{,}074$ cm

$$\delta (k_0 + k_u) = 0{,}28 \,.\, 10^{-6}.$$

Nun ist (p. 84)

$$k_0 + k_u = +\,0{,}0_3 5183 \,.\, 1{,}3664 = +\,0{,}0_3 7082,$$

mithin

$$\frac{\delta (k_0 + k_u)}{k_0 + k_u} = +\,0{,}0_3 39.$$

Um diesen verhältnismäßigen Bruchteil vom Ganzen sind G und Δ zu korrigieren. Die alten Werte von G und Δ waren (p. 110 und 111):

$$G = (6{,}685 \pm 0{,}011) \,.\, 10^{-8}\,\mathrm{cm^3\,g^{-1}\,sec^{-2}}$$

und

$$\Delta = 5{,}505 \pm 0{,}009,$$

mithin ergeben sich die Korrektionen für

$$G = -\ 0{,}003$$

und für

$$\Delta = +\ 0{,}002.$$

Wie oben bereits ausgeführt, hat die Korrektion von G ein negatives, diejenige von Δ dagegen ein positives Vorzeichen. Die korrigierten Werte werden also:

$$\underline{G = (6{,}682 \pm 0{,}011) \cdot 10^{-8}\,\mathrm{cm^3\,g^{-1}\,sec^{-2}}}$$

und

$$\underline{\Delta = 5{,}507 \pm 0{,}009.}$$

Wir ersehen hieraus, daß die Korrektionen noch weit innerhalb der Grenze des wahrscheinlichen Fehlers liegen. Für den Abstand z_3 der oberen von den unteren Kugeln war ein ziemlich weiter Spielraum erlaubt: Richarz und Krigar-Menzel haben für die bei der Abmessung von z_3 erlaubte Fehlergrenze folgenden Wert abgeleitet (p. 100):

$$\delta z_3 < \pm \frac{1}{3{,}74} = 0{,}27\ \mathrm{cm}.$$

Zudem geht aus der Art der Ableitung hervor, daß diese für δz_3 vorgeschriebene Grenze des erlaubten Messungsfehlers außerdem „sicherlich noch etwas zu streng" ist. Die für die Länge von z_3 eingeführte Korrektion $\delta z_3 = -0{,}074$ cm beträgt also höchstens 27,4 Proz. des erlaubten Messungsfehlers.

(Eingegangen 17. September 1904.)

7. *Über den Scheibenabstand der Influenzmaschinen (schädliche Ladungen, Ozongebläse);* von *Heinrich Wommelsdorf.*

§ 1. Versuche zur Ermittelung des günstigsten Scheibenabstandes.

In einer vor kurzem erschienenen Arbeit[1]) habe ich die Abhängigkeit der nutzbaren Stromstärke J_n der aufgewendeten und nutzbaren Leistung E_e und E_n, sowie des Wirkungsgrades η_e der Influenz- bez. Kondensatormaschinen[2]) von dem Entladepotential V festgestellt und dabei auf den Einfluß hingewiesen, den die harmonischen Abmessungen verschiedener Teile auf diese Werte ausüben.

Noch ein Umstand ist für die Größe derselben Werte, ja sogar überhaupt für das Zustandekommen von Influenzelektrizität in den Konduktoren von großer, geradezu prinzipieller Bedeutung und verdient daher um so mehr an besonderer Stelle hervorgehoben zu werden, als er nicht nur für die Kondensatormaschinen dieses Systems, sondern allgemein — wie weitere Versuche zeigten — für die Influenzmaschinen aller Systeme in Betracht kommt; das ist die Größe des Scheibenabstandes, worüber ich durch zufällige Konstruktionsänderungen an einer Kondensatormaschine mit Doppeldrehung, die eine Vergrößerung des anfänglich bestehenden Scheibenabstandes zur Folge hatten, aufgeklärt wurde.

Daß bei gewissen zurzeit seltener vorkommenden Typen von Influenzmaschinen, wo beispielsweise ein festes, aus einem Halbleiter bestehendes Erregerfeld gegen die rotierende Scheibe hin gänzlich oder zum Teil ohne zwischengefügte isolierende Scheibe angebracht ist, der Abstand nicht zu klein gewählt werden darf, um nämlich eine zu starke, direkte Entladung dieser Felder nach den Scheiben hin zu verhindern, dürfte wohl ganz selbstverständlich sein.

Daß diese Bedingung aber auch für jene Systeme von Influenzmaschinen erfüllt sein muß, wo von einer derartigen

1) H. Wommelsdorf, Phys. Zeitschr. 5. Heft 23. 1904.
2) H. Wommelsdorf, Ann. d. Phys. 9. p. 651. 1902.

Entladung gar nicht die Rede sein kann, daß es vielmehr für eine jede Influenzmaschine einen ganz bestimmten Scheibenabstand gibt, bei dem dieselbe das Maximum der Gesamtwirkung liefert, war bisher unbekannt und klingt vielleicht auf den ersten Augenblick geradezu paradox, und zwar um so mehr, da von anderer Seite, im besonderen im Jahre 1874 von F. Rosetti, durch eingehende Messungen direkt das Gegenteil der vorliegenden Ermittelungen festgestellt und in der Schlußfolgerung dahin zusammengefaßt wurde, daß „die Stromstärke und nützliche Arbeit der Influenzmaschinen kleiner werden, wenn der Scheibenabstand zunimmt". [1])

Tatsächlich ist dieser allgemein ausgesprochene und zurzeit allgemein als feststehend angenommene Satz Rosettis unrichtig. Dabei ist der Einfluß des richtig bemessenen, nicht zu klein gewählten Scheibenabstandes bei den Influenzmaschinen — wie sogleich gezeigt werden wird — von derartiger Bedeutung, daß derselbe wohl nur aus dem Grunde, daß bei den bisher bekannten Influenzmaschinen wegen der viel schlechteren Zentrierbarkeit der Scheiben die kleineren Abstände aus praktischen Gründen wohl seltener in Frage kamen, bisher unerkannt bleiben konnte.

Nach der ersten zufälligen Beobachtung ergaben alsbald angestellte planmäßige, wenn auch nur orientierende Versuche zunächst an Influenz- und Kondensatormaschinen mit Doppeldrehung, daß eine Maschine, die am günstigsten bei $d = 4^1/_2$ mm Scheibenabständen arbeitet, bei $d = 2$ bis 3 mm sich zwar sehr rasch erregt und anscheinend ihre Ladung tagelang nicht zu verlieren scheint, auch eine sehr große und lebhafte Elektrizitätsentwickelung im Innern zeigt, dagegen nach außen hin zwischen den Elektroden nur eine sehr geringe nutzbare Stromstärke J_n und im besonderen ein geringes Entladepotential V liefert, und zwar *nur* $^1/_3$ *bis* $^1/_5$ *derjenigen Werte von* J_n *und* V, *die sie bei dem günstigsten Scheibenabstande zu liefern imstande ist.*

Bei dem günstigsten Scheibenabstande von $d = 4^1/_2$ mm nahm für dieselbe Maschine die Schnelligkeit der Selbst-

1) F. Rosetti, Pogg. Ann. **154.** p. 507. 1875; vgl. auch G. Wiedemann, Elektrizität **1.** § 1146. p. 971. IV. Aufl. 1893.

erregung und die Größe der Elektrizitätsentwickelung im Innern der Maschine etwas ab; dagegen erreichten die nutzbaren Werte des äußeren Stromkreises von J_n, E_n, V und η_e ihr Maximum.

Endlich bei noch größeren Abständen von $d \geqq 4^1/_2$ mm an nahm die Schnelligkeit der Selbsterregung und die Elektrizitätsentwickelung, und zwar sowohl im Innern der Maschine wie im äußeren Entladungskreise gleichzeitig und allmählich ab.

§ 2. Theoretische Begründung („Schädliche Ladungen" auf den Rückseiten der Scheiben).

Das gegenteilige Ergebnis dieser Versuche von dem nach Rosetti und auch nach der Theorie der Kondensatoren zu erwartenden läßt sich jedoch auch theoretisch durch die folgende Betrachtung nachweisen:

Wird eine Seite einer gewöhnlichen isolierenden Scheibe stark elektrisiert, so stößt sie die gleichnamige Elektrizität auf ihrer Rückseite ab und sucht dieselbe in die Luft zu zerstreuen, was auch um so mehr eintritt, je mehr die Möglichkeit dazu, wie z. B. durch in der Nähe befindliche unelektrische oder gar entgegengesetzt elektrische Körper gegeben ist.

Ein solcher Fall liegt nun bei den Influenzmaschinen vor, und zwar beispielsweise bei denjenigen, deren Konduktoren und Polarisatoren nach den Angaben von W. Musaeus[1]) geschaltet sind, in den zwischen den Polarisatoren gelegenen Scheibenbezirken[2]), wo je eine stark positiv und negativ geladene Fläche einander gegenüberliegen. Dort wird die positive Elektrizität der zunächst in neutralem Zustande befindlichen Rückseite der positiv geladenen Vorderseite der einen Scheibe durch ihre eigene positive Ladung abgestoßen und durch den Luftraum auf die Rückseite der in entgegengesetzter Richtung kreisenden Scheibe getrieben, bez. wird dieselbe positive Elektrizitätsmenge von der stark negativ geladenen Arbeitsfläche der in entgegengesetzter Richtung rotierenden Scheibe auf ihre eigene Rückseite angezogen.

---

1) W. Musaeus, Pogg. Ann. **143.** p. 285. 1871; W. Holtz, Pogg. Ann. **136.** p. 171. 1869.

2) H. Wommelsdorf, Ann. d. Phys. **15.** p. 842. 1904; vgl. Fig. 1: „die zwei innerhalb des Polarisatorwinkels ω gelegenen Scheibenbezirke".

Die Folge ist, daß beide Rückseiten der zwei in entgegengesetzter Richtung kreisenden Scheiben aus dem neutralen Zustande in einen solchen gebracht werden, der dem der Arbeitsflächen entgegengesetzt elektrisch ist. Das Resultat ist daher, daß diese Ladungen auf den Rückseiten, sobald die Vorderseiten unter den Einfluß der Elektrodenkämme oder -Bürsten gelangen und dort entladen werden sollen, einen Teil der frei gewordenen, nutzbaren Ladung binden und für den Nutzstromkreis verlustig machen.

„Da nun diese ‚*schädlichen Ladungen*', wie ich sie weiterhin kurz bezeichnen will, um so kleiner werden, je größer der (von ihnen zu überwindende) Abstand der Scheiben wird, andererseits die Gesamtinfluenzwirkung nach der Theorie der Kondensatoren mit dem Wachsen des Abstandes abnimmt, so muß es für jede Maschine einen ganz bestimmten Scheibenabstand geben, bei dem dieselbe die größte Nutzstromleistung, sowie das größte Potential liefert."

Damit scheint mir die Begründung des Gegenteils des von F. Rosetti allgemein aufgestellten Satzes hinreichend erbracht zu sein; seine Versuchsreihe (Wiedemann) läßt gerade zwischen $d = 2$ bis 4 mm, wo möglicherweise das Maximum liegen konnte, keine Versuchswerte erkennen; immerhin mag seine Schlußfolgerung vielleicht aus gewissen Gründen für seine benutzte Maschine und gewisse andere Systeme gültig sein. Allgemein gilt sie jedenfalls nicht, und läßt sich vielmehr im Gegenteil das Ergebnis dieser praktischen und theoretischen Ermittelungen wie folgt zusammenfassen:

„Bei den zurzeit im Handel gebräuchlichen Influenzmaschinen oder — genauer ausgedrückt — bei allen denjenigen Influenzmaschinen, wo die oben gekennzeichneten „schädlichen Ladungen" auf den Rückseiten von je zwei entgegengesetzt geladenen Scheibenoberflächen entstehen können, gibt es für jede Maschinengröße einen ganz bestimmten Scheibenabstand, bei dem im äußeren Stromkreise die größte nutzbare Stromleistung bez. das größte Entladepotential geliefert wird. Nicht nur bei einer Vergrößerung, sondern auch ganz besonders bei einer Verkleinerung dieses Abstandes nimmt die Stromstärke und Spannung der Maschine im Nutzstromkreise ab."

Die oben bezeichneten *schädlichen Ladungen* sind im ver-

dunkelten Zimmer auf den Rückseiten der Scheiben in den betreffenden Scheibenbezirken leicht nachzuweisen. Man erkennt ihr Entstehen bereits ohne weiteres an den unzähligen kleinen Fünkchen, die dort zwischen den Scheiben übergehen, und die bereits als solche seit der Erfindung der Influenzmaschinen — wenn auch ohne die Kenntnis dieses Zusammenhanges — allgemein beobachtet worden sind.

Ein in der Praxis unbewußt angewandtes Mittel, das Zustandekommen der *schädlichen Ladungen* möglichst einzuschränken, besteht darin, daß man die Rückseiten der Scheiben, so gut es geht, ohne Unebenheiten herstellt und auf Hochglanz poliert, ferner sie während des Gebrauches öfter von anhaftenden Staubteilchen reinigt. Ein anderes, noch wirksameres Mittel wäre das, die Influenzmaschinen luftdicht abzuschließen und unter hohem Druck arbeiten zu lassen.

Dieses allerdings wohl für die praktische Anwendung vorläufig belanglose Verfahren wurde bereits im Jahre 1885 von W. Hempel[1]) — wenn auch nicht zur Erreichung dieses Zieles — ausgeführt. Die vorzüglichen Resultate, die eine unter zwei oder einer Atmosphäre Überdruck arbeitende Maschine gegenüber derselben in Luft von gewöhnlichem Druck ergab — die erzeugten Elektrizitätsmengen verhielten sich nach der ersten von W. Hempel angegebenen Versuchsreihe bei gleichen Tourenzahlen wie $18:14:5^1/_2$ —, lassen erkennen, daß unbedingt noch andere, und zwar weit bedeutungsvollere Ursachen wie eine Änderung in den Ausstrahlungsverlusten, der Dielektrizitätskonstante etc. im Spiele sein mußten.

Da nun Hr. Hempel in seiner Abhandlung eine Erörterung bez. Erklärung der Ursachen dieser sonderbaren enormen Elektrizitätsvermehrung (bei 6 Atm. gar auf das Fünffache) schuldig geblieben ist, so freut es mich, nunmehr nachträglich für diese interessante Erscheinung eine Erklärung geben und aus ihr für meine Zwecke die Nutzanwendung ziehen zu können. Da bei der von Hrn. Hempel benutzten, verhältnismäßig sehr kleinen Funkenstrecke von nur 15 mm die Ausstrahlungsverluste noch nicht derartig in Betracht kommen konnten, und auch eine Veränderung der Dielektrizitätskonstante

1) W. Hempel, Wied. Ann. **25.** p. 487. 1885.

der atmosphärischen Luft und anderes bei weitem nicht von derartiger Bedeutung sein konnte, daß diese Umstände zusammen eine Vermehrung der erzeugten Elektrizitätsmenge um mehr wie das Doppelte hätten herbeiführen können, so muß die Ursache dieser bedeutenden Elektrizitätsvermehrung fast ausschließlich in der wirksamen Einschränkung des Zustandekommens der gekennzeichneten *„schädlichen Ladungen“* liegen.

Es sei mir daher gestattet, die Experimente des Hrn. Hempel für meine Zwecke als eine weitere Begründung für das Vorhandensein und die überraschend große Bedeutung jener *„schädlichen Ladungen“* sowie der sich daraus ergebenden Notwendigkeit eines richtig zu ermittelnden Scheibenabstandes heranzuziehen.

§ 3. Verfahren zur Darstellung von Ozon und Stickstoffoxyden (Ozongebläse).

Im Anschluß an die vorangegangenen Erörterungen möchte ich noch die mit denselben in gewissem Zusammenhang stehende Mitteilung einer interessanten, für eine praktische Anwendung nicht unwesentlichen Beobachtung knüpfen:

Bei der absichtlichen Annahme ziemlich kleiner Scheibenabstände an einer Kondensatormaschine und einer zufällig für diesen Fall zweckmäßigen Wahl der sonstigen Verhältnisse, gelangte ich zu einer Maschine, bei der die Elektrizitätsentwickelung im Innern sowie die elektrischen Ausgleiche auf den Rückseiten der Arbeitsscheiben ganz enorm, die Wirkung nach außen hin dagegen nahezu gleich Null war. Bei derselben entstand durch die Entladungen in der Maschine selbst zwischen den Scheiben eine derartig große Menge von Ozon bez. von Untersalpetersäure, daß ich auf den Gedanken kam, diese chemischen Luftprozesse technisch auszunutzen.

Dieses kann nun in der Weise geschehen (D.R.P. a. vom 22. Januar 1904), daß man die zu behandelnden und in geeigneter Weise vorbereiteten Gase (Sauerstoffgas oder sauerstoffhaltige Gasgemische, getrocknete, filtrierte, kalte atmosphärische Luft etc.) durch eine Kondensatormaschine streichen läßt, die, bez. deren Scheiben, in ein zur Vermeidung von Nebenluft möglichst eng anschließendes Gehäuse allseitig eingeschlossen

sind. Da nämlich die Scheiben bei der Kondensatormaschine im Gegensatz zu den Mehrfachinfluenzmaschinen durch den Wegfall der vielen für jede einzelne Scheibe besonders vorhandenen Saugkämme auf einen sehr kleinen Raum zusammengebracht sind, und demnach die eingeleiteten Gase die rotierenden Scheiben unter gänzlicher Vermeidung von Nebenlufträumen von innen nach außen durchstreichen können, so ist dadurch die für die technische Anwendung verlangte Konzentration der ozonisierten Luft gesichert.

In seiner weiteren Durchbildung läßt sich das Verfahren dahin erweitern, daß man die gleichzeitig erzeugte elektrische Energie nicht erst in den Ozonapparaten, sondern durch geeignete Vermehrung der Polarisatoren sowie durch geeignete Wahl der sonstigen harmonischen Verhältnisse gleich im Innern der Maschine selber, bald nach ihrer Entstehung sich wieder entladen läßt, was wohl ohne weiteres zu empfehlen ist, da die Kondensatormaschine mit ihren Ausgleichen auf den Rückseiten von belegten dielektrischen Flächen — infolge der auftretenden *„schädlichen Ladungen"*, die in diesem Falle nicht als Verluste, sondern gerade als gewünschter Effekt aufzufassen sind, — nach den modernen Anschauungen einen Ozonapparat von größter Vollkommenheit darstellt. Da hierbei das erzeugende Mittel, die Elektrizität, nach außen hin überhaupt nicht mehr in die Erscheinung tritt, gleicht in diesem Falle die allseitig in eine Kapsel mit Zu- und Abfuhrrohr eingeschlossene Kondensatormaschine einem selbständigen, von jeglicher elektrischen Stromquelle unabhängigen *„Ozongebläse"*.

Dieses ersetzt alsdann den Generator, Transformator bez. Funkeninduktor, Ozonapparat und — falls die an und für sich bereits vorhandene saugende Wirkung der Maschine durch geeignete Vorrichtungen innerhalb der Scheiben selbst unterstützt wird — das Luftgebläse sowie sämtliche erforderlichen Zwischenorgane der zurzeit gebräuchlichen Ozoneinrichtungen.

(Eingegangen 17. Oktober 1904.)

8. *Über einen Kontrollapparat für Thermoelemente;* *von Friedrich Wolfgang Adler.*

1. Bei der Verwendung der Thermoelemente zu Temperaturmessungen muß die Temperatur der einen Lötstelle, die ich als *Fundamentaltemperatur* bezeichnen will, konstant bleiben. Bei früherer Gelegenheit[1]) wies ich darauf hin, welche Schwierigkeiten sich bei Konstanterhaltung derselben ergeben, wie insbesondere bei Benutzung von schmelzendem Eis, das in vielen Richtungen günstig ist, man zwar manchmal konstatieren könne, daß die Temperatur der Lötstelle höher als 0° sei, man aber bei keiner Messung die Sicherheit habe, daß sie wirklich bestehe.

Seither ist es mir gelungen, einen Apparat zu konstruieren, der *anzeigt*, ob die gewünschte Temperatur vorhanden sei. Man ist mit seiner Hilfe der Notwendigkeit enthoben, alle möglichen Vorsichtsmaßregeln zu treffen, da man nun sicher ist, ob die Fundamentaltemperatur bestehe oder nicht. Weiß man, daß der letztere Fall eingetreten ist, so bedarf es ja nur einfacher Mittel, um sie wieder herzustellen.

Man kann den Apparat für jede beliebige Fundamentaltemperatur einstellen; doch ist es am besten, für jede solche einen eigenen Apparat zu verfertigen, denn wenn man denselben Apparat nacheinander auf zwei Fundamentalpunkte einstellt, so geht stets die erste Eichung verloren. Die Kosten der Herstellung kommen aber gegenüber der Arbeit bei der Eichung nicht in Betracht.

Für Siedepunkte ist der Apparat nicht geeignet, da er nur für einen bestimmten Barometerstand geeicht werden könnte.

Am einfachsten gestaltet sich die Konstruktion, wenn sich die Temperatur nur in einer Richtung ändern kann, wie es bei Schmelzpunkten unter Zimmertemperatur der Fall ist.

Für einen solchen Fall, nämlich den des schmelzenden Eises, habe ich meinen Apparat geeicht, und soll dieser ver-

1) F. W. Adler, Diss. p. 33—36. Zürich 1902.

erst beschrieben werden. Zum Schlusse will ich dann noch zeigen, wie ein Apparat konstruiert werden müßte, der Temperaturänderungen nach beiden Richtungen angibt, wie er etwa bei Thermostaten zur Anwendung käme.

2. *Beschreibung des Apparates.* Der Apparat besteht aus einem Thermometergefäß (a, Fig.[1]) 1) mit drei angeschmolzenen Röhren (c, R_1 R_2). Dieses Gefäß hat die Form eines Ellipsoides, dessen einer Hauptschnitt kreisförmig, und dessen anderer (Fig. 2) eine Ellipse mit großer numerischer Exzentrizität ist. Parallel zum kreisförmigen Querschnitt führt das Rohr r durch das Gefäß, welches an der Stelle, wo es das Gefäß durchsetzt, angeschmolzen ist. Es setzt sich in den zwei Röhren R_1 und R_2 fort, so daß das ganze Rohr U-förmig ist. Vom Thermometergefäß geht parallel zu R_1 und R_2 die Kapillarröhre c aus. In das Kapillarrohr wird ein Platindraht (d_1) so eingeschmolzen, daß Quecksilber in ihm unbehindert zirkulieren kann, aber Kontakt von Pt mit Hg erfolgt. Ein zweiter Platindraht (d_2) wird an irgend einer Stelle unterhalb d_1 in c oder a eingeschmolzen. a und c werden in der Weise, wie weiter unten beschrieben, mit Quecksilber so weit gefüllt, daß bei der Temperatur $t + \tau$ Kontakt des Quecksilbers mit dem Drahte d_1 erfolgt. Dabei ist mit t die Fundamentaltemperatur, mit τ diejenige Temperaturdifferenz bezeichnet, bis auf welche genau der Apparat geeicht wird. c muß so lang sein, daß das Hg auch noch bei hohen Zimmertemperaturen Platz hat, eventuell muß, um die Röhre nicht zu lang werden zu lassen, eine kleine Erweiterung am oberen Ende von c vorgenommen werden, was aber wegen der Möglichkeit der Abtrennung von kleinen Hg-Partikeln besser unterbleibt. Bei der Herstellung des Apparates wurde Jenaer Thermometerglas verwendet.

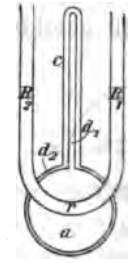


Fig. 1.

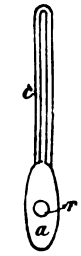


Fig. 2.

3. *Verwendung des Apparates.* Besteht das Thermoelement aus der Kombination eines Metalles M mit Cu, so wird es so durch die Röhre $R_1 r R_2$ (Fig. 1) gezogen, daß die eine Löt-

1) Die Figg. 1, 2, 4—6 sind in $^1/_2$ der nat. Größe dargestellt.

stelle ungefähr in die Mitte des Thermometergefäßes (a) zu liegen kommt. Hat man es mit der Kombination zweier beliebiger Metalle (M_1 M_2) zu tun, so müssen die beiden Übergänge zur Kupferleitung die Fundamentaltemperatur besitzen.[1]) In diesem Falle muß die eine Verbindungsstelle durch R_1, die andere durch R_2 bis zur Mitte von a geschoben werden (Fig. 4). Ein Aneinanderstoßen derselben wird durch eine eingeführte kleine Glasperle (p) verhindert.

An d_1 und d_2 (Fig. 1) sind Cu-Drähte angelötet, die mit den Zuleitungsdrähten zu dem Galvanometer G, an dem der vom Thermoelement hervorgebrachte Strom gemessen wird, so verbunden sind, daß wenn das Hg mit d_1 Kontakt hat, ein Nebenschluß gebildet wird (Fig. 3). Es wird also immer, solange der Apparat und mit ihm die Lötstelle eine Temperatur hat, die um τ oder mehr als dieses über der Fundamentaltemperatur ist, der Ausschlag im Galvanometer ein bedeutend kleinerer sein. Um immer die Möglichkeit zu haben, die Temperatur bis auf den momentanen Fehler des Fundamentalpunktes genau zu bestimmen,

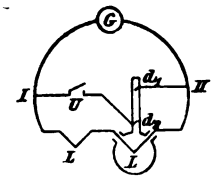


Fig. 3.

ist in dem Nebenschluß ein Unterbrecher U (Fig. 3) eingeschaltet. Bei Messungen, die zu bestimmten Zeiten ausgeführt werden müssen, z. B. bei kalorimetrischen Messungen, die einander rasch folgen müssen und zwischen denen nicht genügend Zeit ist, um Änderungen am Bade vorzunehmen, wird man eventuell bei U unterbrechen. Dies wird möglich sein, wenn die in der kurzen Zeit eventuell entstandene Temperaturerhöhung das Resultat nicht beeinflußt. Wenn es auch bei solchen Versuchen auf die größte Genauigkeit ankommt, wird man bei U geschlossen halten, und das Eintreten des Nebenschlusses wird anzeigen, daß der Versuch mißglückt ist.

Der ganze Apparat wird in eine anpassende Kupferhülse (K, Fig. 4) gesteckt, auf die ein Deckel (D) gesetzt wird, der zum Teil aus Ebonit besteht. In dem Ebonitstück befindet sich eine kreisförmige Öffnung, durch die alle Drähte aus dem

1) l. c. p. 17.

Innern der Hülse herausgeführt werden (Fig. 4). Die Drähte werden im Teil, in dem sie sich noch im Bade befinden, mit einem Kautschukschlauch umgeben und die Übergangsstellen von Hülse zu Deckel und von diesem zum Schlauch mit Paraffin ausgegossen, so daß das Ganze wasserdicht ist.

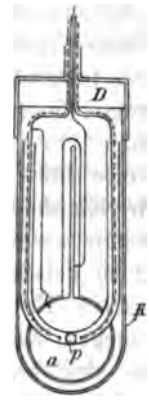


Fig. 4.

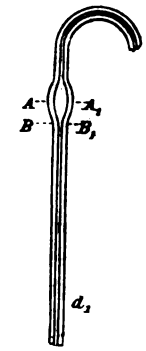


Fig. 5.

4. *Die Füllung und Eichung des Apparates.* Die Röhre *c* (Fig. 1) hat vor der Füllung die Gestalt der Fig. 5. Man taucht das umgebogene Ende derselben in ein Gefäß mit Hg, vertreibt die Luft durch Erwärmen aus dem Thermometergefäß, worauf beim Wiederabkühlen Hg in dasselbe gelangt. Diese Operation wiederholt man so oft, bis sich eine solche Menge von Hg im Apparate befindet, daß beim Herstellen der Fundamentaltemperatur Kontakt von Hg mit dem Draht d_1 entsteht. Dies konstatiert man durch Ansetzen von Leitungsdrähten an d_1 und d_2, die durch ein Element und ein Galvanoskop verbunden werden. Nun wird das Rohr *c* (Fig. 5) in der Ebene AA' abgefeilt, und darauf das Hg in *a* so weit erwärmt, daß es in die übrig gebliebene trichterförmige Erweiterung von *c* aufsteigt. Aus derselben wird mittels einer feinen Pipette eine möglichst kleine Menge von Hg entnommen. Es wird wieder konstatiert, ob bei der Fundamentaltemperatur Kontakt bestehe. Ist dies der Fall, so wird das entnommene Hg einfach beiseite geschafft und der Vorgang wiederholt. Ist kein Kontakt mehr vorhanden, so wird die entnommene Hg-Menge auf einem Uhrglas gewogen, darauf geteilt und der eine Teil, der wieder gewogen wurde, neuerlich in den Apparat gebracht. Dies geschieht einfach in der Weise, daß man das Hg im Apparat durch Erwärmen wieder in die trichterförmige Öffnung steigen und dann die kleine Hg-Menge in dieselbe fallen läßt. Wird nun bei der Fundamentaltemperatur kein Kontakt konstatiert, so teilt man die draußen gebliebene Hg-Menge abermals, und verfährt mit einem Teil derselben wieder

in der angegebenen Weise. Dies setzt man fort, bis man wieder Kontakt erhält. Das übrig gebliebene Hg wird wieder beiseite geschafft und die ganze Operation, beginnend mit der Entnahme einer möglichst kleinen Menge von Hg mittels einer Pipette aus der trichterförmigen Erweiterung wird wiederholt. Nur ist jetzt schon festgestellt, daß die schließlich zu entnehmende Hg-Menge kleiner ist als das zuletzt abgewogene Quecksilberteilchen.

Auf diese Weise läßt sich die Operation so weit fortsetzen, als es die Empfindlichkeit der Wage erlaubt. Tatsächlich gelang es mir bis auf ein übrig bleibendes Hg-Teilchen von 0,0001 g zu gelangen, d. h. es trat bei der Fundamentaltemperatur kein Kontakt ein, wenn dieses Teilchen draußen blieb, dagegen Kontakt, wenn es zugefügt worden wäre. (Man kann sich natürlich stets durch Wägung des ganzen Apparates davon überzeugen, ob kein Hg beim Manipulieren verloren gegangen ist.) Die Erhöhung τ, die die Fundamentaltemperatur erfahren kann, ohne daß es der Apparat anzeigt, läßt sich aus der zuletzt übrig gebliebenen Hg-Menge leicht berechnen. Kennt man den Querschnitt der Kapillaröffnung und die Verlängerung, die der Hg-Faden in c bei der Temperaturerhöhung um 1° erfährt, so kann man die Hg-Menge, die 1° entspricht, berechnen. In meinem Fall war diese 0,0092 g. 0,0001 g entsprach somit einem τ von nicht ganz 0,011°. Ist der Apparat so genau als erforderlich gefüllt, so wird er im Querschnitt $B\,B'$ vorsichtig zugeschmolzen.

Fig. 6.

5. *Form des Apparates bei Änderung der Temperatur nach beiden Richtungen.* Der angegebene Apparat entspricht allen Anforderungen, falls man sicher ist, daß das Eis oder die andere Substanz, deren Schmelzpunkt als Fundamentaltemperatur benutzt wird, rein ist. Ist man dessen nicht sicher, oder will man einen Thermostaten verwenden, so müßte die folgende Form des Apparates zur Anwendung kommen, die Temperaturänderungen nach beiden Richtungen anzeigt.

In dem Querschnitt (Fig. 6) sieht man zwei aneinandergeschmolzene Thermometergefäße a_1 und a_2, von denen die Kapillarröhren c_1 und c_2 ausgehen. In jede derselben sind

wieder zwei Platindrähte (d_1, d_2, d_3, d_4) eingeschmolzen. Durch die beiden Thermometergefäße führt wieder eine Röhre r, die sich außerhalb derselben U-förmig fortsetzt. Das Gefäß $a_1 c_1$ wird in derselben Weise gefüllt wie der oben angegebene Apparat, also daß erst bei der Temperatur $t + \tau$ Kontakt besteht. Das Gefäß $a_2 c_2$ soll so gefüllt werden, daß bei t Kontakt besteht, bei tieferen Temperaturen aber nicht. Tatsächlich wird aber noch bei einer Temperatur $t - \tau_1$ Kontakt bestehen, und es wird sich wieder darum handeln, τ_1 möglichst klein zu machen. Die Füllung und Eichung wird daher im Prinzip dieselbe sein wie die früher angegebene.

Der Apparat kann in zweierlei Schaltungen gebraucht werden, von denen die eine den Vorzug größerer Einfachheit hat, dagegen unter Umständen eine Fehlerquelle einführt, die der anderen nicht anhaftet. Die erstere Schaltung ist in Fig. 7 skizziert. d_1 und d_3 sind je an einem, d_2 und d_4 an einem gemeinsamen Leitungsdraht befestigt. Die Leitungsdrähte führen, wie aus der Figur ersichtlich, nach den Punkten I, II, III des Thermoelement-Stromkreises. Zwischen I und II und zwischen d_1 und III sind die Unterbrecher U_1 und U_2 eingeschaltet. Wenn Messungen vom wirklichen Fundamentalpunkt aus gemacht werden sollen, ist in U_1 die Verbindung unterbrochen, in U_2 geschlossen. Man sieht, daß wenn die Temperatur unter $t - \tau_1$ fällt, der Strom des Thermoelementes unterbrochen ist, wenn sie über $t + \tau$ steigt, der Nebenschluß in Funktion tritt.

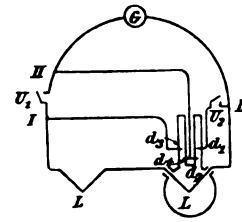


Fig. 7.

Diese Schaltungsweise bringt die Fehlerquelle mit sich, daß Thermokräfte an den Übergängen Cu–d_4–Hg–d_3–Cu auftreten können. Die in Fig. 8 skizzierte Schaltung ist von diesem Übelstand frei. Die von d_1 nach III, und von d_2 über II, U_1 nach I gehenden Leitungen haben dieselbe Funktion wie die entsprechende Leitung in Fig. 3. Der Nebenschluß kann aber auch durch Schließung des Schlüssels U_2, der zwischen II und III eingeschaltet ist, bewirkt werden. Ob

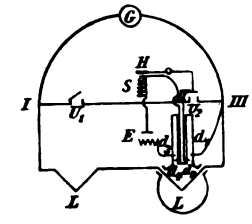


Fig. 8.

diese Schließung eintritt, wird vom Stand der Quecksilbersäule in c_2 auf folgende Weise abhängig gemacht. Von dem Element E ist durch d_3 d_4 und den Elektromagneten S ein Strom gelegt. Solange in c_2 Kontakt zwischen Hg und d_3 besteht, zieht S den Hebelarm H hinab. Hört der Kontakt auf, so schließt sich U_2. Man muß durch passende Wahl des Elektromagneten und eventuellen Vorschaltwiderstand dafür sorgen, daß die Stromstärke möglichst gering sei, um wesentliche Erwärmungen des Hg zwischen d_3 und d_4 zu vermeiden.

Zürich, Phys. Inst. d. Universität, im Oktober 1904.

(Eingegangen 30. Oktober 1904.)

9. *Über einen Disjunktor für hohe Potentiale;* *von Friedrich Wolfgang Adler.*

Einleitung.

1. Um aus dem im Ruhmkorffschen Induktorium entstehenden Wechselstrom Gleichstrom zu erhalten, werden Vorrichtungen angewandt, die die Stromstöße der einen Richtung an der Ausbildung hindern. Die älteste und bekannteste derselben ist der Dovesche *Disjunktor.*[1]) Derselbe ist wegen der angewendeten Schleifkontakte bei hohen Potentialen nicht anwendbar. Einerseits erfolgt die Unterbrechung im Primärkreise nicht rasch genug; andererseits ist die Isolation des Sekundärkreises nicht ausreichend, und tritt Verbrennen der Kontaktstellen ein.

Ich habe versucht, einen Disjunktor zu konstruieren, der einerseits im Primärkreis die Vorteile des Foucaultschen *Interruptors*[2]) zur Anwendung bringt und andererseits im Sekundärkreis genügende Isolation ermöglicht. Letzteres Erfordernis schien mir am besten durch einen entsprechend modifizierten Pohlschen *Kommutator*[3]) erfüllt zu werden.

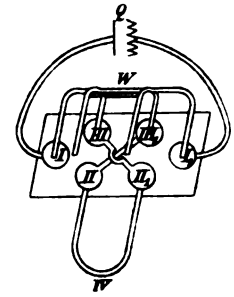


Fig. 1.

Versetzt man den Bügel *W* (Fig. 1) dieses Kommutators in Schwingung, so entsteht im Leitungszweige *II*, *IV*, II_1 Wechselstrom, falls *Q* eine Gleichstromquelle ist. Ist *Q* eine Wechselstromquelle, und stimmt die Schwingungszahl von *W* mit der Wechselzahl des Stromes überein, so entsteht auf *II*, *IV*, II_1 Gleichstrom. Der letztere Fall kommt

1) H. W. Dove, Pogg. Ann. **43.** p. 511. 1838; E. Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität. II. Aufl. **4.** p. 6. 1893—98.

2) L. Foucault, Compt. rend. **43.** p. 44. 1856; E. Wiedemann, l. c. **4.** p. 558.

3) Vgl. E. Wiedemann, l. c. **1.** p. 264.

für den Disjunktor in Betracht. An Stelle von Q tritt die Sekundärspule des Induktoriums.

Es kommt nun darauf an, W entsprechend dem Foucaultschen Interruptor im Primärkreise schwingen zu lassen. Wie ersichtlich, wird bei einem solchen Disjunktor zugleich erreicht, daß die *Stromstöße beider* Richtungen zu einem Gleichstrom umgeformt werden.

2. Durch Anlegen einer Leydener Flasche an die Enden der Sekundärspule des Induktoriums gelang es zuerst Masson und Breguet[1]), eine Ladung derselben auf diesem Wege vorzunehmen. Sie verwendeten dabei nur *einen* Induktionsstoß, da der nächstfolgende Potentiale entgegengesetzten Vorzeichens hervorgebracht hätte. Sollen mittels des Induktoriums Elektrizitätsmengen hoher Spannung *angesammelt* werden, so dürfen nur Induktionsstöße einer Richtung zur Geltung kommen. Dies kann erreicht werden, wenn man in die Verbindung der einen Belegung mit der Induktionsspule eine Funkenstrecke einschaltet. Da durch den Öffnungsstrom wesentlich höhere Potentiale induziert werden als durch den Schließungsstrom[2]), ist es möglich, derselben eine solche Länge zu geben, daß nur die ersteren übergehen.

Bei Verwendung des zu beschreibenden Disjunktors erhält man auch die durch den Schließungsstrom induzierten Elektrizitätsmengen.

3. Die Benützung einer Funkenstrecke ist, wie Wüllner[3]) gezeigt hat, nur bei gewissem Druck der die Funkenstrecke umgebenden Luft, bez. des betreffenden Gases, möglich. Daher ist es — wenn man gleichgerichtete Entladungen in verdünnten Gasen mittelst eines Induktoriums studieren will — nötig, sich außer der Entladungsröhre noch einer Funkenstrecke in Luft, oder eines Disjunktors zu bedienen. Bei Messungen, bei denen man die in der Funkenstrecke stattfindenden, nicht genau bestimmbaren Energieverluste vermeiden will, käme ein Disjunktor der hier angegebenen Art zur Anwendung.

4. An Stelle der Rotation, die den Vorzug des Doveschen

1) A. Masson u. L. F. C. Breguet, Ann. chim. et phys. (3) **4**. p. 129. 1842.

2) J. C. Poggendorff, Pogg. Ann. **94**. p. 289. 1855.

3) A. Wüllner, Pogg. Ann. **143**. p. 321. 1872.

Disjunktors bildet, trat bei vorliegendem Apparat schwingende Bewegung. Auch mit dieser kann eine große Zahl von Unterbrechungen erreicht werden, wie dies beim Foucaultschen Interruptor der Fall ist. Die bei demselben verwendete, unter dem Einfluß eines Elektromagneten schwingende Feder war im Prinzip bei meiner Konstruktion nicht nötig. Ich hatte zwei Elektromagnete zur Verfügung, deren abwechselndes Infunktiontreten einen zweiarmigen Hebel in Schwingungen setzen konnte, war somit auf die Wirkung der elastischen Kraft nicht angewiesen. Ich ließ auch tatsächlich den Hebel um eine gelagerte Achse schwingen. Der Apparat ergab in dieser Ausführung bloß 250, bei starker Inanspruchnahme 500 Unterbrechungen pro Minute. Es zeigte sich aber deutlich, daß bei Gebrauch einer Feder eine weit größere Schwingungszahl zu erreichen gewesen wäre als bei Anwendung gelagerter Achsen.

Der Disjunktor müßte nämlich wesentlich massiver gebaut werden, wenn er in der vorliegenden Montierung eine noch höhere Zahl von Stößen an die Hemmungen ertragen sollte. Würde dagegen der Widerstand der Feder einen Hauptteil der Hemmung bilden, so stünde einer höheren Schwingungszahl kein Hindernis im Wege. Allerdings tritt dadurch eine neue konstruktionelle Schwierigkeit auf. Damit nämlich die elastische Kraft der Federn die Wirkung der Anziehungskraft der Elektromagnete nicht störe, ist es nötig, daß die Feder im Interruptor annähernd dieselbe Schwingungsdauer habe, wie diejenige des Kommutators. Dies läßt sich aber nicht allzu schwer erreichen, und bei einer neuen Konstruktion müßte die Montierung in diesem Sinne abgeändert werden.

Im Folgenden soll der Apparat in seiner jetzigen Form, die für praktische Zwecke noch nicht vollkommen geeignet ist, beschrieben werden, da das Prinzip durch Änderung der Montierung keine Änderung erfahren würde.

Das bewegende System.

5. Während die Spitze des Interruptorhebels *H* (Fig. 2) die Grenzfläche *a b* zwischen dem Hg und H_2O durchschneidet, muß sich *W* (Fig. 1) im Kommutator in einer der extremen Lagen befinden, damit die induzierte Elektrizität in die Bahn *II*, *IV*, II_1 geleitet wird. Während sich die Spitze von *H* (Fig. 2)

in den extremen Lagen *A* oder *B* befindet, passiert *W* (Fig. 1) die Horizontallage.

Die Bewegung von Interruptor und Kommutator läßt sich als die zweier Hebel auffassen, die gleiche Schwingungsdauer haben, zwischen denen aber eine Phasendifferenz von $^1/_4$ der Schwingungsdauer besteht. Um eine solche Bewegung zu erreichen, habe ich folgende Schaltung vorgenommen, die schematisch in Fig. 3 skizziert ist. Der Hebel *a b* (dem Interruptor angehörig) ist um *o* aus der Lage 1 über 2 nach 3, der

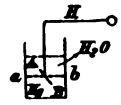


Fig. 2.

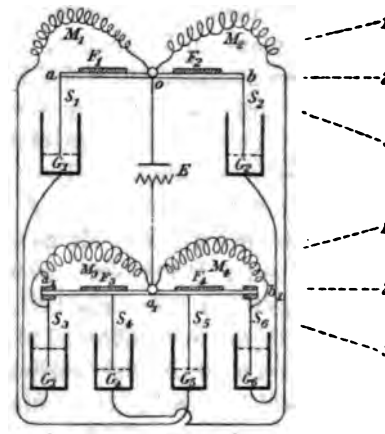


Fig. 3.

Hebel $a_1\ b_1$ (dem Kommutator angehörig) ist um o_1 aus der Lage 1_1 über 2_1 nach 3_1 drehbar. Auf jedem Hebelarm ist ein weiches Eisenstück (F_1, F_2, F_3, F_4) befestigt, das beim Infunktiontreten des darüber befindlichen Elektromagneten (M_1, M_2, M_3, M_4) Anziehung erfährt. An den Hebeln sind die Stahlstäbe (S_1, S_2, S_4, S_5, S_3, S_6) befestigt, und zwar letztere zwei durch Ebonit von der Metallstange $a_1\ b_1$ isoliert. Die sechs Stahlstäbe dienen als Unterbrecher in den sechs Glasgefäßen G_1, G_2, G_3, G_4, G_5, G_6, die bis zu der durch die punktierten Linien angegebenen Höhe mit Hg gefüllt sind. Und zwar sind G_1, G_2, G_4, G_5 so weit gefüllt, daß gerade kein Kontakt mehr zwischen Hg und S_1, S_2, S_4, S_5 besteht, wenn sich *a b* in der Lage 2 und $a_1\ b_1$ in der Lage 2_1 befindet; G_3 bez. G_6 soweit, daß etwas, bevor die Lage 3_1 bez. 1_1 eintritt, der Kontakt zwischen Hg und S_3 bez. S_6 aufhört. Die Leitungen des Stromes, der von der Batterie *E* ausgeht und das ganze System in Bewegung setzt, sind aus Fig. 3 ersichtlich.

Die Art des Funktionierens des Systems kann man aus

folgenden Angaben erkennen. Beim Einschalten des Stromes mögen die Lagen 2 und 1_1 bestehen. Der Strom geht durch die Verbindung $E\,o_1\,G_4\,M_2\,o\,E$; der Elektromagnet M_2 zieht F_2 an, wodurch momentan Kontakt in G_1 auftritt, der die Verbindung $E\,o\,G_1\,G_3\,M_3\,o_1\,E$ zur Folge hat, die M_3 in Funktion setzt. Während M_2 Verschiebung von 2 nach 1 bewirkt, veranlaßt M_3 diejenige von 1_1 nach 2_1. Durch letztere Bewegung hört der Kontakt in G_4 und damit auch die Wirksamkeit von M_2 auf. Da M_3 aber weiter in Funktion bleibt, so tritt im nächsten Moment Kontakt in G_5 ein und durch die Verbindung $E\,o_1\,G_5\,M_1\,o\,E$ tritt M_1 in Funktion. Dieses bewirkt die Verschiebung von 1 nach 2, während gleichzeitig diejenige von 2_1 nach 3_1 eintritt. Die Verbindung durch M_3 wird einen Moment, bevor 3_1 erreicht ist, in G_3 unterbrochen, damit die infolge Kontakt in G_2 auftretende Verbindung $E\,o_1\,M_4\,G_6\,G_2\,o\,E$ durch M_4 sofort in Wirksamkeit treten kann. M_4 bewirkt die Verschiebung von 3_1 nach 2_1, während gleichzeitig diejenige von 2 nach 3 eintritt. Durch Unterbrechung in G_5 tritt M_1 außer Funktion, während fast gleichzeitig die Verbindung $E\,o_1\,G_4\,M_2\,o\,E$ wieder entsteht, die die Verschiebung von 3 nach 2 bewirkt, während gleichzeitig diejenige von 2_1 nach 1_1 eintritt. Einen Moment, bevor 1_1 erreicht ist, hört die Verbindung in G_6 auf, und damit tritt M_4 außer Funktion. Der anfängliche Zustand ist wieder erreicht und das Spiel beginnt von neuem.

Die Unterbrechungsstellen in G_3 und G_6 sind nur durch den besonderen Zweck der Anordnung erforderlich; die gewünschte Bewegung würde auch eintreten, wenn die Verbindung von G_1 direkt nach M_3 und von G_2 nach M_4 ginge, wodurch G_3, G_6 und mit ihnen S_3, S_6 überflüssig würden. Da es sich beim Kommutator in gewissen Fällen aber darum handelt, daß der Kontakt von W (Fig. 1) in *II*, II_1 bez. *III*, III_1 möglichst kurzdauernd sei, wurde diese Anordnung getroffen. Dieselbe bewirkt zugleich, daß im Momente des Durchganges von $a\,b$ durch die Lage 2 die Wirksamkeit von M_1 bez. M_2 ein Maximum ist, da der Nebenschluß aufgehoben ist, was der Größe der Wirkung des Interruptors zugute kommt. Man hätte im Interesse eines rascheren Ganges des Apparates dieselbe Einrichtung bezüglich M_1 und M_2 einführen können,

indem man zwischen M_1 und G_5 bez. M_2 und G_4 eine Unterbrechungsstelle hätte einschalten können, deren Stahlstab von *ao* (bez. *o b*) hätte ausgehen müssen. Die Hinzufügung dieser zwei Unterbrechungsstellen schien mir aber, da für den vorliegenden Zweck nicht unbedingt nötig, den Apparat überflüssig zu komplizieren.

Der Interruptor.

6. Der Interruptor hat die in Figg.[1]) 4 und 5 dargestellte Form und zwar ist letztere Figur der Schnitt $\alpha\beta$ der ersteren, und diese der Schnitt $\gamma\delta$ der letzteren.

Die Glasgefäße G_1 und G_2, die dazu gehörigen Stahlstäbe S_1 und S_2, die Elektromagneten M_1 und M_2 gehören dem bewegenden System an und werden gemäß dem Schema

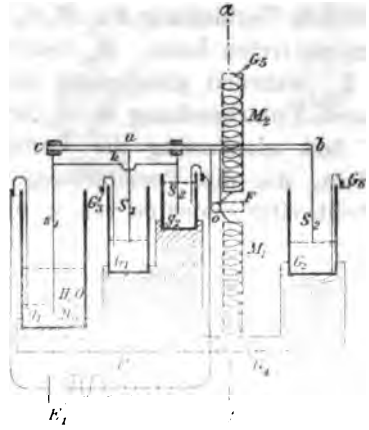


Fig. 4.

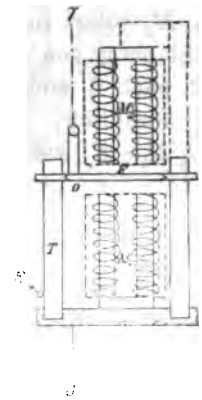


Fig. 5.

Fig. 3 mit den entsprechenden Teilen des Kommutators verbunden.

Der Drehpunkt *o* des Hebels ist unter die Stange *a b* verlegt, um den Schwingungsbogen möglichst normal auf die Hg-Oberfläche zu machen. Die Stromzuführung von *E* zum Punkte *o* und von da weiter durch *a b* nach S_1 und S_2 erfolgt durch das Gestell *T* (Fig. 5), in das der Hebel gelagert ist. Ebenso führt dahin die Leitung von den Elektromagneten M_1

1) Die Figg. 4—9 sind sämtlich in $^1/_7$ der natürl. Größe dargestellt.

und M_2, wie sie nach Schema Fig. 8 erforderlich ist. M_1 wirkt auch an dem Arm $o\,b$ und deshalb nach unten, wodurch nur *ein* weiches Eisenstück (F) an Stelle von F_1 und F_2 (Fig. 3) tritt. Die Unterbrechung des Stromes in der Primärspule des Induktoriums (P), der von der Batterie E_1 geliefert wird, findet in dem Glasgefäße g_1 statt. Dasselbe ist mit Hg soweit gefüllt, daß bei der Horizontallage von $c\,a\,b$ Kontakt desselben mit dem Stahlstab s_1 eintritt. s_1 ist von $c\,a$ durch einen Ebonitklotz getrennt. Die Weiterleitung des Stromes geht von s_1 durch den Kupferdraht k nach s_2, welches sich in dauerndem Kontakt mit dem Hg in g_2 befindet.

Der Kommutator.

7. Der Kommutator ist in den Figg. 6, 7, 8 und 9 dargestellt. Fig. 7 ist der Schnitt $\alpha\,\alpha_1$, Fig. 8 die Schnitte $\beta\,\beta_1$ und Fig. 9 der Schnitt $\gamma\,\gamma_1$ der Fig. 6. Und zwar ist von jedem dieser Schnitte wegen der vollkommenen Symmetrie nur

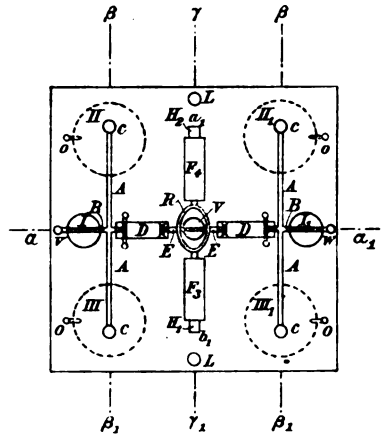


Fig. 6.

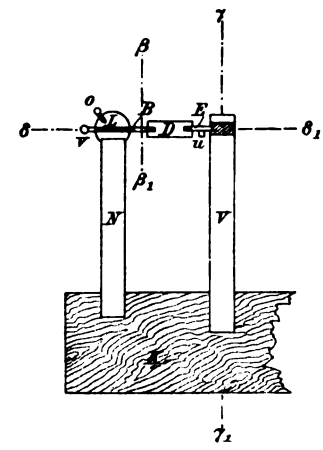


Fig. 7.

die Hälfte gezeichnet. Fig. 6 ist der in den Figg. 7, 8, 9 angegebene Schnitt $\delta\,\delta_1$.

Ein Bügel (entsprechend W in Fig. 1) ist fest verbunden mit dem Hebel ($a_1\,b_1$) des bewegenden Systems und schwingt mit ihm um eine gemeinsame Achse der Richtung $v\,w$ (Fig. 6). Die Achse ist vierfach gelagert; einerseits in die Metall-

kugeln I, I_1 (Figg. 6 und 7), wodurch zugleich auch die Verbindung mit der Sekundärspule des Induktoriums hergestellt wird, andererseits in die Metallstange V. Die Arme des Bügels werden durch die zwei Messingstangen A (Figg. 6, 8) gebildet, deren jede in der Mitte mit dem Metallstab B (Figg. 6, 7) verbunden ist, der einerseits in eine Schraube, andererseits in eine Spitze endigt. Jeder Arm des Bügels trägt eine eingeschraubte Stahlkugel c (Figg. 6, 8), die für gewisse Fälle durch eine Stahlspitze ersetzt werden kann. Die A sind voneinander und von dem bewegenden System durch die Ebonit-

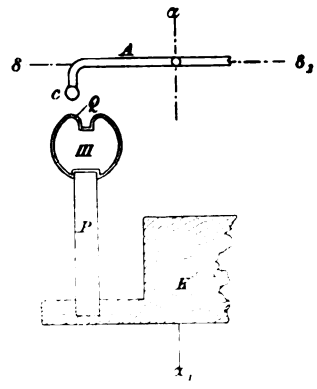


Fig. 8.

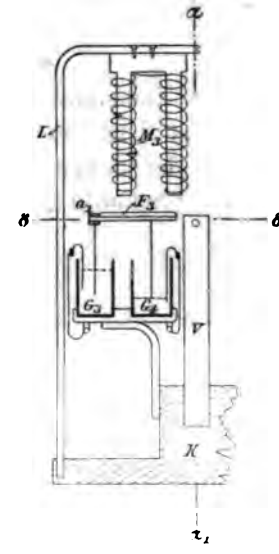


Fig. 9.

zylinder D (Figg. 6, 7) isoliert. Der Hebel $a_1 b_1$ bildet in der Mitte einen ellipsenförmigen Ring R (Fig. 6); durch denselben sind die Stahlstäbe E geschraubt, deren Spitze in V lagert und deren anderes Ende in D eingeschraubt ist. E ist beiderseits an R mit Muttern befestigt. Die Schrauben von B und E sind in D durch kleine Querstäbe festgerammt, von denen diejenigen, die B befestigen, in kleine Kugeln endigen, um Spitzenwirkungen zu verhüten. Die Lager, in denen die Achse schwingt, bestehen aus Stahl, diejenigen in V sind fest, die in I und I_1 sind die Enden der Schrauben, die andererseits

in die kleinen Kugeln v und w ausgehen. Am Ring R ist ein Fortsatz u (Fig. 7) angebracht, der, indem er an zwei Schrauben, die mit V verbunden sind, anschlägt, als Hemmung wirkt. Auf der Achse $a_1 b_1$ sind die Eisenstücke F_3 F_4 und die Ebonitklötze H_1 H_2 befestigt (Figg. 6, 9). In letztere ist je ein Stahlstab (S_3 und S_6) eingesetzt, sowie zwei Stahlstäbe S_4 und S_5 direkt in $a_1 b_1$ (Fig. 9). Die Stromzuführung nach S_4 und S_5 erfolgt direkt durch $a_1 b_1$, während die nach S_3 und S_6 durch isolierte Drähte erfolgt, die an R befestigt sind und von hier aus eine Spirale bildend nach den Elektromagneten führen, so daß sie den Gang des Apparates nicht stören. Die Glasgefäße G_3, G_4, G_5, G_6, in denen S_3, S_4, S_5, S_6 Unterbrechungen bewirken, stehen auf einem Ständer (Fig. 9), der an dem Holzgestell K des ganzen Apparates befestigt ist. Die Elektromagnete M_3, M_4 hängen an einem Eisengestell L (Fig. 9).

Die sechs Hg-Näpfe (I, I_1, II, II_1, III, III_1) der Fig. 1 sind durch sechs Messingkugeln im Kommutator ersetzt. Diejenigen zwei (I, I_1), die die dauernde Verbindung der Sekundärspule mit den Bügel vermitteln, sind in der in Fig. 7 ersichtlichen Weise auf Glasstangen N aufgesetzt. Die anderen vier (II, II_1, III, III_1) haben die aus Fig. 8 entnehmbare Gestalt. Sie sind auf Glasstangen P aufgesetzt und haben in die obere Hälfte einen Stahlnapf Q eingeschraubt, der zur Aufnahme von Hg dient und mittels eines Schlüssels herausgeschraubt werden kann, um das Hg bequem zu leeren. In jede der sechs Kugeln ist je eine Schraube, die in eine kleine Kugel o (Figg. 6, 7 endigt, eingeschraubt, um Kontakt mit der Weiterleitung herzustellen. Die Verbindungen von II nach III_1 und von II_1 nach III werden mittels Drähten, die gut isoliert außen um das Instrument herumgeführt werden, hergestellt.

Die Verwendung des Apparates.

8. Das bewegende System hatte einen Widerstand von etwas über 2 Ω, da als Stromstärke 2,5 bis 3 Amp. genügten, wäre eine Batterie von 6 Volt zum Betrieb des Apparates ausreichend gewesen. Ich überzeugte mich aber, daß bei Verwendung einer größeren Batterie und entsprechendem Vorschaltwiderstand ein gleichmäßigerer und ruhigerer Gang des Apparates zu erzielen war. Gegenüber einem großen Vor-

schaltwiderstand kommen nämlich die kleinen Schwankungen des Widerstandes, die durch die verschiedene Kombination der einzelnen Teile des Leitungskreises entstehen, nicht in Betracht. Ich verwendete deshalb 20 Ω Vorschaltwiderstand und 60 Volt. Die Verstärkung des Stromes in den Elektromagneten M_1 und M_2 (Fig. 3), die durch Unterbrechung in G_5, bez. G_6 entsteht, ist auch um so größer, je größer der Vorschaltwiderstand W ist. Es besteht nämlich folgende Beziehung zwischen der Stromstärke i in einem Leiterstück vom Widerstand w, angehörend einem einfach geschlossenen Kreise, und der Stromstärke i', wenn an die Enden des Leiterstückes ein Nebenschluß von gleichem Widerstande w gelegt wird:

$$\frac{i}{i'} = \frac{2W + w}{W + w}.$$

Der Disjunktor erfährt eine Modifikation, je nachdem ob er für Wechselströme oder zur Ansammlung von Elektrizität verwendet werden soll. Im ersteren Falle treten an Stelle der Kugeln c (Fig. 8) Stahlspitzen; die Stahlnäpfe werden mit Hg gefüllt, und die Hemmungen werden so eingestellt, daß Kontakt des Hg mit der Stahlspitze stattfinden kann. Im zweiten Fall sind sie so eingestellt, daß z. B. in *II* und III_1 Kontakt entsteht, in II_1 und *III* aber Funkenstrecken bestehen, wobei die Kugeln c Verwendung finden und das Hg überflüssig wird.

Der Apparat wurde von der Firma G. Zulauf & Cie. in Zürich nach meinen Zeichnungen mit dankenswerter Präzision hergestellt.

Zürich, Phys. Inst. d. Universität, im Oktober 1904.

(Eingegangen 30. Oktober 1904.)

10. *Über Ausbreitung und Extensionskraft; von G. van der Mensbrugghe.*

In einer kürzlich erschienenen Notiz[1]) bringt Hr. G. Quincke seine ausführlichen Arbeiten über die Oberflächenspannung in Erinnerung, und erklärt, daß eine solche Spannung nicht allein an der freien Oberfläche einer Flüssigkeit, sondern auch an der Berührungsfläche eines festen Körpers mit der Luft, mit einer Flüssigkeit oder mit einem anderen festen Körper existiert. Er fügt hinzu, daß jetzt ebensowenig wie früher eine Veranlassung vorliegt, mit G. van der Mensbrugghe und Clerk-Maxwell anzunehmen, daß eine negative Spannung an der einem festen Körper und einer Flüssigkeit gemeinsamen Oberfläche vorhanden ist.

Ich danke meinem verehrten Hrn. Kollegen für die sorgfältige Zitation meiner betreffenden Arbeiten, aber seine kritischen Bemerkungen berechtigen mich auch meinerseits, meine allgemeinen, auf die behandelte Frage bezüglichen Ideen in Erinnerung zu bringen.

1. Nach meiner Ansicht existiert eine Oberflächenspannung in einer festen oder flüssigen Schicht nur dann, wenn deren Partikeln weiter voneinander entfernt sind als in den benachbarten Teilen des Körpers; im entgegengesetzten Falle schließe ich auf eine *Extensionskraft.*[2])

2. Das Prinzip der molekularen Anziehung hat mich dazu geführt, eine Kontraktionskraft an der freien Oberfläche einer Flüssigkeit anzunehmen.[3])

Für die Oberflächenschicht eines festen Körpers gilt dieselbe Beweisführung, nur sind für einen solchen Körper die äußersten Partikeln sehr wenig beweglich.[4])

1) G. Quincke, Ann. d. Phys. **15**. p. 55. 1904.

2) G. van der Mensbrugghe, Bull. de l'Acad. R. de Belg. **17**. p. 518. 1889.

3) l. c. **26**. p. 37. 1893.

4) l. c. **27**. p. 897. 1894.

3. Wenn man durch F_1 die Kontraktionskraft einer ersten Flüssigkeit 1, durch F_2 die Kontraktionskraft einer zweiten Flüssigkeit 2, und durch F_{12} die gegenseitige Einwirkung der beiden Flüssigkeiten 1, 2 bezeichnet, so habe ich die Kraft, welche auf die Berührungsfläche der zwei Flüssigkeiten wirkt, durch den Ausdruck

$$F_1 + F_2 - 2F_{12}$$

dargestellt. Ist dieser Ausdruck positiv, so ist an der fraglichen Oberfläche eine Kontraktionskraft vorhanden; diese Kraft wurde zuerst, wie ich gern anerkenne, von Hrn. Quincke gemessen. Wenn hingegen der obige Ausdruck negativ ist, d. h. wenn $2F_{12} > F_1 + F_2$ ist, so tritt eine Extensionskraft auf, und das ist nach meiner Ansicht immer dann der Fall, wenn Partikeln der einen Flüssigkeit in hinreichender Anzahl auf die andere reagieren.[1])

4. Ich habe aus dem obigen allgemeinen Ausdrucke die nötige und hinreichende Bedingung dafür abgeleitet, daß eine Flüssigkeit von der Tension F_1 sich auf einer anderen ausbreitet, nämlich

$$F_{12} > F_1.$$

Um meine Theorie zu prüfen, habe ich z. B. die Ausbreitung von Olivenöl auf einer sehr schwachen Natronlösung studiert: die Ausbreitung ging mit äußerster Lebhaftigkeit vor sich, was sich dadurch erklärt, daß zugleich mit der Spannung der Natronlösung auch die Extensionskraft der gemeinsamen Oberfläche wirksam war. Von besonderer Wichtigkeit aber war es, die Ausbreitung eines Tropfens einer Natronlösung auf Olivenöl zu versuchen: ein Teil des Tropfens fiel auf den Boden des Gefäßes, aber ein kleiner Bruchteil desselben breitete sich in einem Kreise von 2 cm aus, und das scheint mir nach der früheren Theorie unbegreiflich. Die kleine kreisförmige Fläche zog sich nach der Ausbreitung wieder zusammen, und hinterließ am Rande verschiedene Spitzen. — Ich konnte den Versuch mehr als 20mal auf derselben Oberfläche wiederholen. Ich habe auch eine große Anzahl analoger Versuche beschrieben.[2])

1) l. c. **20.** p. 32. 1890.
2) l. c. p. 253.

5. Was die spontane Bildung von Emulsionen angeht, so glaube ich, daß die Zerreißung in dem Augenblicke stattfindet, wo in einer hinreichenden Anzahl von Punkten eine chemische Reaktion eintritt, und daß die Bildung der Tröpfchen nur dann möglich ist, wenn in den kleinen abgerissenen Massenteilchen keine chemische Einwirkung an der Oberfläche mehr vorhanden ist.[1]) Das tritt sehr klar zutage, wenn eine Flüssigkeit aus einem sehr engen Rohre sich in eine andere Flüssigkeit ergießt, die eine gewisse Affinität für die erstere hat.[2])

Ich schließe hier meine Antwort auf die Notiz meines hervorragenden Kollegen Hrn. G. Quincke, und überlasse die Aufgabe, den Wert unserer beiderseitigen Arbeiten abzuwägen, weiteren Forschungen.

Gent, 7. November 1904.

1) l. c. **21.** p. 420. 1901.
2) l. c. p. 429.

(Eingegangen 9. November 1904.)

11. *Über die Bestimmung der Kurve fest-heterogen binärer Gemische durch kalorimetrische Messungen;* von *S. Scharbe.*

In der Arbeit „Über die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme kristallinischer Stoffe" hat Hr. Bogojawlensky gezeigt, daß kalorimetrische Daten sich zum Aufstellen eines Zustandsdiagrammes verwerten lassen und daß die Abweichungen von dem Gesetz Regnault-Neumann berechnet werden können (p. 72). Der Zweck dieser Zeilen ist, zu zeigen, wie die Grenzkurve fest-heterogen bei binären Gemischen durch kalorimetrische Messungen berechnet werden kann, hauptsächlich beim Entstehen von Mischkristallen. Nehmen wir an, daß die Kurve flüssig-heterogen uns bekannt ist, d. h. daß wir bei der Temperatur T die Konzentration K_1 der flüssigen Phase, welche mit der festen Phase im Gleichgewicht ist, kennen; die Konzentration der festen Phase, welche gesucht wird, sei K_2. Die spezifischen Wärmen der festen Stoffe seien bez. c_1 und c_2, und nehmen wir an, daß die spezifische Wärme des festen Gemisches nach der folgenden Formel berechnet werden kann:

$$c_K = c_1 (1 - K) + c_2 K .$$

Nennen wir ϱ die Schmelzwärme bei der Temperatur T des Gemisches der Konzentration K_1. Erwärmen wir ein Gemisch der Konzentration K bis zur Temperatur T, so daß $K < K_1$ ist, so sind zwei Fälle zu unterscheiden: 1. $K < K_2$ und 2. $K > K_2$. Lassen wir dann dieses Gemisch im Kalorimeter bis zur Temperatur t abkühlen, so daß t kleiner als die niedrigste Temperatur des Schmelzens der Gemische sei, so ist im ersten Falle die abgegebene Wärme

$$Q = c_K (T - t), \tag{1}$$

im zweiten Falle

$$Q = c_K (T - t) + \varrho \cdot \frac{(K - K_2)}{(K_1 - K_2)}, \tag{2}$$

wo der Faktor $K - K_2/K_1 - K_2$ die Masse der flüssigen Phase angibt, wenn die Masse des Ganzen gleich 1 gesetzt wird. (Die Masse der festen Phase ist gleich $K_1 - K/K_1 - K_2$.)

Aus der Gleichung (2) erhalten wir, indem wir der Kürze wegen

$$Q - c_K (T - t) = q$$

setzen:

$$q = \varrho \cdot \frac{(K - K_2)}{(K_1 - K_2)}$$

und daraus:

$$K_2 = \frac{\varrho K - q K_1}{\varrho - q},$$

oder auch:

$$K_2 = K - \frac{q (K_1 - K)}{\varrho - q}, \quad K_2 = K_1 - \frac{\varrho (K_1 - K)}{\varrho - q}.$$

Aus diesen Formeln ist ersichtlich, daß, wenn $q = 0$ ist, wir den ersten Fall haben, und daß, bei der Temperatur T, K kleiner als K_2 ist; die flüssige Phase ist nicht vorhanden. Ist $q > 0$, so läßt sich K_2 nach den letzten Formeln berechnen, nur muß darauf geachtet werden, daß K nicht nahe an K_1 ist, denn sonst wird der Zähler und der Nenner nahe gleich Null, die Rechnung wird unsicher. Durch Vorversuche müssen c_1, c_2, K_1 und $\varrho (K_1, T)$ bestimmt werden. Auf diese Weise kann die Entstehung von Mischkristallen konstatiert werden, indem man K_2 größer als Null erhält.

Dorpat, Universität, 7. November 1904.

(Eingegangen 11. November 1904.)

12. *Bemerkung zu der Arbeit von K. A. Hofmann, L. Gonder und V. Wölfl: „Über induzierte Radioaktivität"; von F. Giesel.*

In überschriebener Arbeit dieser Annalen **15.** p. 615. 1904 haben einschlägige Veröffentlichungen von mir keine Erwähnung gefunden, obwohl ein Teil der von den Verfassern beschriebenen Versuche bereits hier mitgeteilt worden sind.

Auf folgende Punkte obiger Abhandlung beziehen sich meine Publikationen:

1. Zur Aktivierung durch Radiumsalz in Lösung zu Zitat 1 p. 616. Sitzungsber. d. Phys. Gesellsch. vom 5. Januar 1900. (F. Giesel, Einiges über Radium-Baryumsalze und deren Strahlen.)

2. Zur Aktivierung durch Uransalze (bez. zu radioaktivem Blei) etwa p. 616—618. Ber. d. Chem. Gesellsch. **33.** p. 1665. 1900. (F. Giesel, Über radioaktives Baryum und Polonium.) Ber. d. Chem. Gesellsch. **34.** p. 3569. 1901. (F. Giesel, Über radioaktive Stoffe.)

3. Zu radioaktivem Blei und Polonium etwa p. 621—627. Ber. d. Chem. Gesellsch. **34.** p. 3772. 1901. (F. Giesel, Über radioaktive Stoffe.) Ber. d. Chem. Gesellsch. **35.** p. 102. 1902. (F. Giesel, Über radioaktives Blei.) Ber. d. Chem. Gesellsch. **36.** p. 728. 1903. (F. Giesel, Über Polonium.)

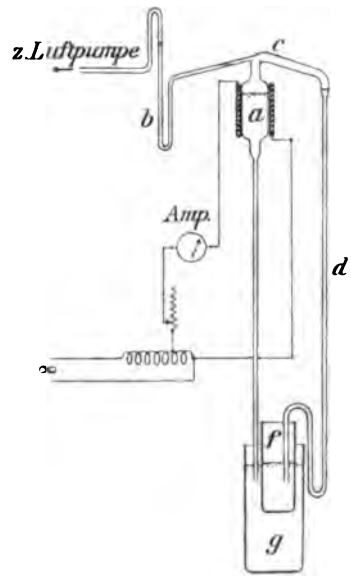
4. Zur Induktion von Wismut und Platinmetallen durch Radium etwa p. 620—631. Ber. d. Chem. Gesellsch. **36.** p. 2369. 1903. (F. Giesel, Über Polonium und die induzierende Eigenschaft des Radiums.)

(Eingegangen 30. November 1904.)

13. *Notiz einen Quecksilberdestillierapparat betreffend; von Josef Pollak.*

Gelegentlich einiger Versuche über den Quecksilberlichtbogen hatte ich beträchtliche Mengen von Quecksilber zu destillieren, wozu anfangs ein ähnlicher Apparat benützt wurde, wie er im Lehrbuch der praktischen Physik von F. Kohlrausch (IX. Aufl. p. 29) angegeben ist. Wegen mancher Schwierigkeiten wurde später ein anderer (nebenstehend skizzierter) Apparat hergestellt. Dieser funktioniert sehr gut und ist leicht anzufertigen.

Das Quecksilber wird mittels einer Luftpumpe aus dem Vorratsgefäße *g* nach *a* gehoben und hier durch eine elektrische, außen und innen mit Asbest umhüllte Heizspirale erhitzt. Beim Abdestillieren schließt es zuerst den Destillierraum von der Pumpe bei *b* ab. In der Folge wird eine Nachstellung des Niveaus in *a* notwendig. Sie diskontinuierlich zu bewerkstelligen, ist nicht ratsam; einmal wird dabei Luft mitgerissen, dann kann ein etwas zu rasches Heben des Quecksilbers infolge einer momentanen Abkühlung des Dampfraumes eine erhebliche Verminderung des Dampfdruckes und so ein weiteres Steigen und eventuelles Überfließen des Quecksilbers nach *d* hervorrufen. Es läßt sich aber einfach eine selbsttätige Regelung des Niveaus dadurch erzielen, daß man das Auffanggefäß *f* für das reine Quecksilber ins Innere von *g* (wie gezeichnet) setzt.



$^1/_{15}$ der natürlichen Größe.

Das Knie bei *c* soll nicht hoch sein, damit das kondensierte Quecksilber nicht wieder nach *a* zurückfließt.

Die Heizspirale kann etwa mittels Autotransformators an ein Wechselstromnetz angeschlossen werden.

Vor der Benützung ist der Apparat sorgfältig zu reinigen und zu trocknen. Beim Anlassen schließt man die Ausflußöffnung von *d*, bis sich eine genügende Quecksilbersäule durch Überdestillieren gebildet hat oder stellt diese durch vorhandenes reines Quecksilber her. Einmal in Gang gesetzt kann der Apparat tage- und wochenlang ohne Aufsicht in Betrieb bleiben, wenn man nur ca. jede 12 Stunden das reine Quecksilber entnimmt und rohes nachfüllt. Nach der Skizze ($^1/_{15}$ der natürlichen Größe) ausgeführt liefert er bei einem Energieaufwand von 10 Volt × 20 Ampère in 24 Stunden ca. 4 kg destilliertes Quecksilber.

Prag, am 1. Dezember 1904.

(Eingegangen 4. Dezember 1904.)

Namenregister zum Jahrgang 1904.

A.

Abraham, M., Zur Theorie der Strahlung und des Strahlungsdruckes **14**, 236. — Kritik der Erwiderung des Hrn. W. Wien **14**, 1039.

Abraham, O., vgl. Schaefer.

Adler, F. W., Über einen Kontrollapparat für Thermoelemente **15**, 1026. — Über einen Disjunktor für hohe Potentiale **15**, 1033.

Alt, H., Über kalorimetrische Messungen an flüssigem Sauerstoff und flüssigem Stickstoff **13**, 1010.

Aufsess, Frhr. v. u. z., O., Die Farbe der Seen **13**, 678.

B.

Bakker, G., Die Faraday-Maxwellschen Spannungen **13**, 562. — Bemerkung über die Theorie der Oberflächenspannung von H. Hulshof **14**, 609. — Untersuchungen über kritische Dichte und die Theorie von Andrews van der Waals **15**, 543.

Bates, F. J., Berichtigungen zu der Arbeit: „Über Versuchsfehler beim Messen der Rotationspolarisation absorbierender Substanzen" **13**, 856.

Batschinski, A., Beziehungen für die thermischen Eigenschaften der Stoffe **14**, 288.

Bausenwein, E. G., Änderung des Peltiereffektes mit der Temperatur **15**, 213.

Becker, A., Über den Einfluß von Kathodenstrahlen auf feste Isolatoren **13**, 394.

Behm, A., vgl. Sieveking.

Berg, O., Zur Messung der Absorption elektrischer Wellen **15**, 307.

Berndt, G., Bemerkung zu der Abhandlung: J. M. Eder u. E. Valenta, Das ultraviolette Funken- u. Bandenspektrum des Schwefels **13**, 1078.

Bernstein, J., Bemerkung zu dem Aufsatz von L. Hermann „Über elektrische Wellen in Systemen von hoher Kapazität und Selbstinduktion **13**, 1073. — Berechnung des Durchmessers der Moleküle aus kapillar-elektrischen Versuchen **14**, 172.

Bestelmeyer, A., Die Abhängigkeit der inneren Reibung des Stickstoffs von der Temperatur **13**, 944. — Über siedenden Sauerstoff **14**, 87. — Bemerkung zu Markowski **15**, 423.

Bestelmeyer, A. u. Valentiner, S., Über die Dichte des Stickstoffs und deren Abhängigkeit vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft **15**, 61.

Billitzer, J., Zu den kapillarelektrischen Bewegungen und über

einen Strom im offenen Element **13**, 827.

Biske, F., Die Erdbewegung und der Äther **14**, 1004.

du Bois, H., Orientierung polarisierter unsymmetrischer Kreisel **13**, 289. — Magnetokinetische Untersuchungen **14**, 209.

Braun, F., Hermann Georg Quincke **15**, 13. Heft.

Brunner, E., Zur Kenntnis der Elektrizitätszerstreuung in erhitzter Luft **15**, 554.

C.

Clement, J. K., Über die Bildung des Ozons bei hoher Temperatur **14**, 334.

Cohn, E., Antikritisches zu Hrn. W. Wiens „Differentialgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper" **14**, 208.

D.

Dahms, A., Beiträge zur Kenntnis von den Erscheinungen der Phosphoreszenz **13**, 425.

Denizot, A., Zur Theorie der umkehrbaren galvanischen Elemente **13**, 193.

van Dijk, G. u. Kunst, J., Eine Bestimmung des elektrochemischen Äquivalentes des Silbers **14**, 569.

Dieterici, C., Über den Dampfdruck des Wassers bei hohen Temperaturen **15**, 860.

Drude, P., Über induktive Erregung zweier elektrischer Schwingungskreise mit Anwendung auf Perioden- u. Dämpfungsmessung, Teslatransformatoren und drahtlose Telegraphie **13**, 512. — Optische Eigenschaften und Elektronentheorie **14**, 677, 936. — Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke **15**, 709.

E.

Eder, J. M. u. **Valenta** E., Das ultraviolette Funken- u. Bandenspektrum des Schwefels (Bemerkung zu der Abhandlung: G. Berndt, Das ultraviolette Funkenspektrum des Selen) **13**, 640.

Eichenwald, A., Über die magnetischen Wirkungen bewegter Körper im elektrostatischen Felde **13**, 919.

Einstein, A., Zur allgemeinen molekularen Theorie der Wärme **14**, 354.

Einthoven, W., Über einige Anwendungen des Saitengalvanometers **14**, 182.

Elsässer, W., Über erzwungene Schwingungen von Stäben **13**, 791.

Eversheim, P., Verhalten von Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstanten einiger Substanzen vor und in dem kritischen Zustand **13**, 492.

F.

Feussner, W., Zur Berechnung der Stromstärke in netzförmigen Leitern **15**, 385

G.

Gaede, W., Polarisation des Volta-effektes **14**, 641.

Gans, R., Magnetostriktion ferromagnetischer Körper (Bemerkung zu einer Arbeit des Hrn. A. Heydweiller) **13**, 634. — Zur Heydweillerschen Kritik meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion ferromagnetischer Körper" **14**, 638. — Zur zweiten Heydweillerschen Kritik meiner Formeln betreffend „Magnetostriktion ferromagnetischer Körper" **15**, 418.

Gehrke, E., Über den Einfluß von Glaswänden auf die geschichtete Entladung in Wasserstoff **15**, 509.

Gerdien, H., Über den Einfluß der Torsion auf das magnetische

Moment zirkular magnetisierter Nickel- und Eisendrähte **14**, 51.

Giesel, F., Bemerkung zu der Arbeit von K. A. Hofmann, L. Gonder und V. Wölfl: „Über induzierte Radioaktivität" **15**, 1048.

Gildemeister, M., vgl. Hermann.

Gonder, L., vgl. Hofmann.

Gray, A. W., Über die Ozonisierung des Sauerstoffs bei der stillen elektrischen Entladung **13**, 477. — Über einen automatischen Kommutator und Galvanometerschlüssel zum Messen periodisch wiederkehrender Erscheinungen **15**, 596. — Ein automatischer Potentialregulator **15**, 602. — Über die Ozonisierung des Sauerstoffs in dem Siemensschen Ozongenerator **15**, 606.

Grunmach, Leo, Experimentelle Bestimmung der Oberflächenspannung und des Molekulargewichtes von verflüssigtem Stickstoffoxydul **15**, 401.

Gundry, P. G., Über erzwungene Schwingungen eines polarisierbaren Quecksilbertropfens **14**, 590.

H.

Hack, F., Das elektromagnetische Feld in der Umgebung eines linearen Oszillators **14**, 539.

Hagenbach, A., Über den Dopplereffekt im elektrischen Funken **13**, 362.

Hallwachs, W., Über die Strahlung des Lichtbogens **13**, 38.

Hartmann-Kempf, R., Über den Einfluß der Amplitude auf die Tonhöhe und das Dekrement von Stimmgabeln und zungenförmigen Stahlfederbändern **13**, 124. — Über den Resonanzverlauf erzwungener Schwingungen **13**, 271.

Happel, Hans, Bemerkungen zum Gesetz der korrespondierenden Zustände und zur Zustandsgleichung **13**, 340.

Hasenöhrl, Fritz, Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern **15**, 344.

Hechler, W., Fluidität und Leitfähigkeit einiger konzentrierter wässeriger Salzlösungen unter 0° **15**, 157.

Hecht, H., F. E. Neumanns Methode zur Bestimmung der Wärmeleitungsfähigkeit schlecht leitender Körper in Kugel- und Würfelform und ihre Durchführung an Marmor, Glas, Sandstein, Gips sowie an Serpentin, Basalt, Schwefel, Steinkohle **14**, 1008.

Heilbrun, R., Über den sogenannten Halleffekt in Elektrolyten **15**, 988.

Heimbrodt, Fr., Diffusionskoeffizienten in Abhängigkeit von der Konzentration, bestimmt mit Hilfe gekrümmter Lichtstrahlen **13**, 1028.

Henning, F., Beobachtungen mit astatischen Torsionsmagnetometern **15**, 815.

Hermann, L. u. Gildemeister, M., Weitere Versuche über elektrische Wellen in Systemen von hoher Kapazität und Selbstinduktion **14**, 1031.

Heydweiller, A., Zur Theorie der magneto-elastischen Wechselbeziehungen. (Entgegnung an Hrn. R. Gans) **14**, 1036. — Zur Bestimmung der Selbstinduktion von Drahtspulen **15**, 179. — Über die Villarische Wirkung beim Nickel. Entgegnung an die Herren Honda und Shimizu **15**, 415.

Himstedt, F., Quantitative Versuche über den Rowlandeffekt **13**, 100. — Über die radioaktive Emanation der Wasser- und Ölquellen **13**, 573.

Himstedt, F. u. Meyer, G., Über die Bildung von Helium aus der Radiumemanation **15**, 184.

Hodson, F., Resonanzversuche über das Verhalten eines einfachen Kohärers **14**, 973.

Hofmann, K. A., Gonder, L. u. Wölfl, V., Über die induzierte Radioaktivität 15, 615.

Holborn, L., vgl. Kohlrausch.

Hollmann, R., Über die Volumenänderung beim Phasenwechsel binärer Gemische I 13, 325.

Honda, K. u. Shimizu, S., Über die Existenz des Villarischen kritischen Punktes beim Nickel 14, 791. — Über den Villarischen kritischen Punkt beim Nickel 15, 855.

Hornemann, M., Der heiße Oxydkohärer 14, 129.

Huber, M. T., Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper 14, 153.

J.

Jaeger, W., Die Polarisation galvanischer Elemente bei Gegenwart von festem Salz 14, 726.

James, J., Die Abraham-Lemoinesche Methode zur Messung sehr kleiner Zeitintervalle und ihre Anwendung zur Bestimmung der Richtung und Geschwindigkeit der Entladung in Entladungsröhren 15, 954.

Johnson, K. R., Zur Nernst-Planckschen Theorie über die Potentialdifferenz zwischen verdünnten Lösungen 14, 995.

K.

Kahlbaum, G. W. A., Über die Veränderlichkeit des spezifischen Gewichtes. 1. Die Änderung des spezifischen Gewichtes beim Draht ziehen 14, 578.

Kaiser, W., Über die Beziehungen zwischen Druck und Brechungsexponent der Gase bei Drucken unterhalb einer Atmosphäre 13, 210.

Kalecsinsky, A. v., Über die Akkumulation der Sonnenwärme in verschiedenen Flüssigkeiten 14, 843.

Kaufmann, W., Bemerkungen zur Absorption und Diffusion der Kathodenstrahlen 13, 836.

Kirchner, F., Über die optischen Eigenschaften entwickelter Lippmannscher Emulsionen 13, 239.

Kirchner, F. u. Zsigmondy, R., Über die Ursachen der Farbenänderungen von Gold—Gelatinepräparaten 15, 573.

Klatt, V., vgl. Lenard.

Koch, F. J., Über eine Einrichtung zur Erzeugung hochgespannten Gleichstromes im Anschluß an eine Wechsel- oder Gleichstromquelle 14, 547.

Koch, J., Einige Untersuchungen über den elektrischen Funken, besonders über die physikalischen Bedingungen für sein Erlöschen 15, 865.

Koch, K. R., Über Beobachtungen, welche eine zeitliche Änderung der Größe der Schwerkraft wahrscheinlich machen 15, 146.

Kohl, E., Über das innere Feld der Elektronen 13, 770. — Über die elektromagnetische Energie der Elektronenbewegung 15, 531.

Kohlrausch, F. u. Holborn, L., Über ein tragbares Torsionsmagnetometer 13, 1054.

Koláček, F., Über Magnetostriktion 13, 1. — Einfache Herleitung der Formeln für die Deformation eines ferromagnetischen Drahtes im Magnetfelde 14, 177.

Kunst, J., vgl. van Dijk.

Kunz, L., Die spezifische Wärme des Kohlenstoffs bei hohen Temperaturen 14, 309.

L.

Laue, M., Über die Interferenzerscheinungen an planparallelen Platten 13, 163.

Leick, A., Über künstliche Doppelbrechung und Elastizität von Gelatineplatten 14, 139.

Leithäuser, G. E., Über den Geschwindigkeitsverlust, welchen die

Kathodenstrahlen beim Durchgang durch dünne Metallschichten erleiden, und über die Ausmessung magnetischer Spektren **15**, 288.

Lenard, P., Über sekundäre Kathodenstrahlung in gasförmigen und festen Körpern **15**, 485.

Lenard, P. u. Klatt, V., Über die Erdalkaliphosphore **15**, 225, 425, 633.

von Lerch, F., vgl. Nernst.

Lessing, A., vgl. Rothmund.

Liesegang, Ed. R., Über die optischen Eigenschaften entwickelter Lippmannscher Emulsionen **14**, 680.

M.

Markowski, H., Die innere Reibung von Sauerstoff, Wasserstoff, chemischem und atmosphärischem Stickstoff und ihre Änderung mit der Temperatur **14**, 742.

Mensbrugghe, G. van der, Über Ausbreitung und Extensionskraft **15**, 1043.

Meyer, G., vgl. Himstedt.

Mie, G., Der elektrische Strom in ionisierter Luft in einem ebenen Kondensator **13**, 857.

Mills, J., Über die Wirkung eines Magnetfeldes auf die Interferenz des natürlichen Lichtes **13**, 848.

N.

Nernst, W. u. Lerch, F. von, Über die Verwendung des elektrolytischen Detektors in der Brückenkombination **15**, 836.

Nesper, E., Strahlung von Spulen **15**, 768.

P.

Papalexi, N., Ein Dynamometer für schnelle elektrische Schwingungen, Theorie und Versuche **14**, 756.

Paschen, F., Über die durchdringenden Strahlen des Radiums **14**, 164. — Über die Kathodenstrahlen des Radiums **14**, 889.

Pfaundler, L., Über die dunkeln Streifen, welche sich auf den nach Lippmanns Verfahren hergestellten Photographien sich überdeckender Spektren zeigen (Zenkersche Streifen) **15**, 371.

Pflüger, A., Die Anwendung der Thermosäule im Ultraviolett und die Energieverteilung in den Funkenspektren der Metalle **13**, 890.

Pollak, J., Notiz einen Quecksilberdestillierapparat betreffend 1049.

Precht, J., vgl. Runge.

Przibram, K., Über das Leuchten verdünnter Gase im Teslafeld **14**, 878.

Q.

Quincke, G., VIII. Bildung von Schaumwänden, Beugungsgittern und Perlmutterfarben durch Belichtung von Leimchromat, Kieselsäure, Eiweiß etc. **13**, 65, 217. — IX. Doppelbrechung der Gallerte beim Aufquellen und Schrumpfen **14**, 849; **15**, 1. — Über Ausbreitung und Extensionskraft **15**, 55.

R.

Rasch, E., Die gesetzmäßige Abhängigkeit der photometrischen Gesamthelligkeit von der Temperatur leuchtender Körper **14**, 193.

Rensing, H., Über magneto-elastische Wechselbeziehungen in paramagnetischen Substanzen **14**, 363.

Riecke, E., Über Evakuation Geisslerscher Röhren durch den elektrischen Strom **15**, 1003.

Ritter, F., Über das Funkenpotential in Chlor, Brom und Helium **14**, 118.

Robb, A. A., Beiträge zur Theorie des Zeemaneffektes **15**, 107.

Rothmund, V. u. Lessing, A., Versuche mit dem elektrolytischen Wellendetektor 15, 193.

Runge, C. u. Precht, J., Über das Funkenspektrum des Radiums 14, 418.

S.

Schaefer, K. L., u. Abraham, O., Zur Lehre von den sogenannten Unterbrechungstönen 13, 996.

Scharbe, S., Einige Bemerkungen zur Abhandlung des Hrn. Hollmann: Über die Volumenänderung beim Phasenwechsel binärer Gemische 13, 1076. — Über die Bestimmung der Kurve fest-heterogen binärer Gemische durch kalorimetrische Messungen 15, 1046.

Schaum, K. u. Schulze, F. A., Zur Demonstration elektrischer Drahtwellen 13, 422.

Schmidt, A., Werte der erdmagnetischen Elemente zu Potsdam für die Jahre 1902 und 1903 15, 895.

Schmidt, G. C., Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Aluminiumoxyd und Zinkoxyd (Antwort an Hrn. J. Tafel 13, 622.

Schmidt, G. N. St., Über den Einfluß der Temperatur und des Druckes auf die Absorption und Diffusion des Wasserstoffs durch Palladium 13, 747.

Schmidt, K. E. F., Resonanz elektrischer Schwingungen. I. Elektrische Eigenresonanz 14, 22.

Schmidt, R., Über die Diffusion von Argon und Helium 14, 801.

Schönrock, O., Über den Einfluß der Beleuchtung auf die Angaben von Saccharimetern mit Keilkompensation 14, 406.

Schütt, K., Über Zähigkeit und Festigkeit in der Oberfläche von Flüssigkeiten und über flüssige Lamellen 13, 712.

Schuh, H., Bemerkung über die Demonstration von oszillatorischen Flaschenentladungen 14, 204. — Ergänzung zu der Arbeit von H. **Schuh, zur Demonstration oszillatorischer Flaschenentladungen 14, 640.**

Schulze, F. A., Über drehende Schwingungen von dünnen Stäben mit rechteckigem Querschnitt und ihre Verwendung zur Messung der Elastizitätskonstanten 13, 583. — Über die Schallgeschwindigkeit in sehr engen Röhren 13, 1060. — Zur Erklärung schrägliegender Kundtscher Staubfiguren 13, 1067. — Die Elastizitätskonstanten und die Bruchfestigkeit des amorphen Quarzes 14, 384. — Bemerkung zu meiner Arbeit: Über drehende Schwingungen von dünnen Stäben mit rechteckigem Querschnitt und ihre Verwendung zur Messung der Elastizitätskonstanten 14, 848. Vgl. auch Schaum.

Shimizu, S., vgl. Honda.

Sieveking, H. und Behm, A., Akustische Untersuchungen 15, 793.

Simons, K., Die Dämpfung elektrischer Schwingungen durch eine Funkenstrecke 13, 1044.

Sommerfeld, A., Über das Wechselfeld und den Wechselstromwiderstand von Spulen und Rollen 15, 673.

Stark, J., Sekundäres und primäres negatives Glimmlicht 13, 375. — — Über die Entstehung der elektrischen Gasspektra 14, 506.

Straubel, R., vgl. Winkelmann.

Sturm, J., Die Kirchhoffsche Formel über Schallgeschwindigkeit in Röhren 14, 822.

T.

Tafel, J., Über die Wirkung von Kanalstrahlen auf Zinkoxyd II 14, 206.

Take, E., Über etwaige Korrektionen an der von Richarz und Krigar-Menzel ausgeführten Gravitationsbestimmung 15, 1010.

Tallqvist, Hj., Über einige aperiodische Stromvorgänge 14, 602.

Teichner, G., Untersuchungen über kritische Dichte **13**, 595. — — Untersuchungen über kritische Verdampfungswärme **13**, 611. Vgl. auch Traube.

Toepler, M., Objektive Sichtbarmachung von Funkenschallwellen nach der Schlierenmethode mit Hilfe von Gleitfunken **14**, 838. — Zur Kenntnis der negativen Streifenentladung **14**, 962.

Traube, J. u. Teichner, G., Bemerkung über die kritische Temperatur des Wassers und des Quecksilbers **13**, 620.

V.

Valenta, E., vgl. Eder.

Valentiner, S., Über die Abhängigkeit des Verhältnisses c_p/c_v der spezifischen Wärmen des Stickstoffs vom Druck bei der Temperatur der flüssigen Luft **15**, 74. — Über den maximalen Wirkungsgrad umkehrbarer Kreisprozesse **15**, 829. Vgl. auch Bestelmeyer.

Voege, W., Über den Zusammenhang von Schlagweite und Spannung **14**, 556.

Vollgraff, J. A., Zur Elastizitätstheorie (Kritik der Saint-Venantschen Methode) **14**, 620.

W.

Wachsmuth, R., Labialpfeifen und Lamellentöne **14**, 469.

Waetzmann, E., Über die Intensitätsverhältnisse der Spektra von Gasgemischen **14**, 772.

Wagner, E, Metallmanometer als Hochdruckpräzisionsmesser, geprüft mit dem Amagatschen Manometer **15**, 906.

Wallot, J., Erwiderung auf die Bemerkungen des Hrn. B. Walter **13**, 215.

Walter, B., Magnetische Ablenkungsversuche mit Röntgenstrahlen **14**, 99. — Über die Stefansche Theorie starker magnetischer Felder **14**, 106. — Über die Erzeugung sehr hoher Spannungen durch Wechselstrom **15**, 407.

Warburg, E., Über die Ozonisierung des Sauerstoffs durch stille elektrische Entladungen **13**, 464. — Über spontane Desozonisierung, Berichtigung **13**, 1080.

Wassmuth, A., Über die bei der Biegung von Stahlstäben beobachtete Abkühlung **13**, 182.

v. Wesendonck, K., Einige Bemerkungen über Entladungen in Vakuumröhren mit nur einer Elektrode **13**, 205.

Wehnelt, A., Über den Austritt negativer Ionen aus glühenden Metallverbindungen und damit zusammenhängende Erscheinungen **14**, 425.

Wien, M., Über den Durchgang schneller Wechselströme durch Drahtrollen **14**, 1. — Bemerkung zu der Abhandlung von Hrn. Drude: „Über die induktive Erregung zweier elektrischer Schwingungskreise mit Anwendung auf Perioden- u. Dämpfungsmessung, Teslatransformatoren und drahtlose Telegraphie“ **14**, 626.

Wien, W., Über die Differentialgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper. I. **13**, 641. — Über die Differentialgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper. II. **13**, 663. — — Über positive Elektronen und die Existenz hoher Atomgewichte **13**, 669. — Über die Differentialgleichungen der Elektrodynamik des Hrn. E. Cohn **14**, 632. — Erwiderung auf die Kritik des Hrn. M. Abraham **14**, 635. — Poyntingscher Satz und Strahlung **15**, 412.

Winkelmann, A., u. Straubel, R., Über die Einwirkung von Röntgenstrahlen auf Flußspat **15**, 174.

Wittmann, F., Bemerkungen zur Abhandlung des Hrn. J. Zenneck

„Objektive Darstellung von Stromkurven mit der Braunschen Röhre“ 14, 423.

Wölfl, V., vgl. Hofmann.

Wommelsdorf, H., Einfluß der Polarisatorstellung auf die Stromleistung der Influenzmaschinen mit Doppeldrehung 15, 842. — Über den Scheibenabstand der Influenzmaschinen (schädliche Ladungen, Ozongebläse) 15, 1019.

Z.

Zahn, H., Über die galvanomagnetischen und thermomagnetischen Effekte in verschiedenen Metallen 14, 886.

Zehnder, L., Ein Volumometer für große Temperaturintervalle 15, 328.

Zemplén Győző, Berichtigungen zur Arbeit: Über die Anwendung der mechanischen Prinzipe auf reibende Bewegungen 13, 216. — Über den Energieumsatz in der Mechanik 13, 840.

Zenneck, J., Objektive Darstellung von Stromkurven mit der Braunschen Röhre 13, 819. — Die Abnahme der Amplitude bei Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke 13, 822.

Namenregister

zur Festschrift für Ludwig Boltzmann.

A.

Abraham, M., Der Lichtdruck auf einen bewegten Spiegel und das Gesetz der schwarzen Strahlung 85.

Andrade, J., Chronométrie: Les régimes limites et la stabilité de la synchronisation 51.

Arrhenius, S., Die Anwendung der physikalischen Chemie auf die serumtherapeutischen Fragen 860.

B.

Bäcklund, A. V., Über elektrische Strömungen in zylindrischen Leitern 224.

Bancroft, W. D., Note on the Soret Phenomenon 553.

Barus, C., Periodic Color Distributions in Relation to the Coronas of Cloudy Condensation, with a Revision of Coronas 204.

Behn, U. u. Kiebitz, F., Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von Eis in flüssiger Luft mit schnellen Schwingungen nach Drude 610.

Benndorf, H. u. Conrad, V., Über Radiumkollektoren 691.

Berg, O., Einige Versuche über das Elektrodenpotential von Entladungsröhren 793.

Bjerkness, V., Elektrostatische, magnetische und hydrodynamische Grenzflächenbedingungen 455.

du Bois, H., Hysteretische Anwendung der Boltzmann-Maxwellschen Verteilungsfunktion 809.

Borgmann, J., Ein besonderer Fall des Leuchtens von verdünntem Gase in einem breiten Glasrohr 76.

Brace, D. B., On Double Refraktion in Matter moving through the Ether 576.

Bredig, G. u. Weinmayr, F., Über die minimale Schichtdicke des katalytisch wirkenden Quecksilbers 839.

Brunn, H., Über das durch eine beliebige endliche Figur bestimmte Eigebilde 94.

Bryan, G. H., The Law of Degradation of Energy as the fundamental Principle of Thermodynamics 123.

Burbury, S. H., On certain theorems in probability 542.

C.

Cardani, P., Sulla dispersione elettrica dei raggi X otternuti mediante le scariche dei condensatori 501.

Chwolson, O., Notiz über die Vergleichung des Meters mit der Wellenlänge des Lichtes 28.

Conrad, V., vgl. Benndorf.

Curry, Ch. E., A Peculiar Class of Waves 282.

Czermak, P., Zur Demonstration der Klanganalyse 80.

Czuber, E., Zur Geometrie der gewöhnlichen Differentialgleichungen 266.

D.

Duhem, P., Sur la stabilité électrique d'un milieu homogène et illimité 13.

E.

Ebert, H., Wirkung der anomalen Dispersion von Metalldämpfen 448.

Edelmann, M. Th., Vertikalvariometer für erdmagnetische Messungen im Luftballon 815.

Exner, Fel. M., Über das sogenannte „Nachschauen" von Bildern 652.

Exner, Fr. u. Hofmann, R., Über die Potentialdifferenzen der Metalle in ionisierten Gasen 600.

F.

Feussner, W., Über zwei Sätze der Elektrostatik 537.

Finger, J., Über die einer allbekannten Kapillarerscheinung analogen Resultate eines bestimmten Problems der Kinematik starrer Körper 752.

Forch, C., Spezifische Gewichte und Wärmeausdehnung von Naphtalinlösungen in verschiedenen organischen Lösungsmitteln 696.

Frege, G., Was ist eine Funktion? 656.

Frischauf, J., Ableitung der Gleichgewichtsbedingungen eines starren Punktsystemes aus dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten und aus der Starrheit 1.

G.

Garbasso, A., Su la teoria dell' analisi spettrale 469.

Goldhammer, D. A., Über die Natur der flüssigen Luft 410.

Graetz, L., Über die elektrische Dispersion der Kristalle 477.

Granqvist, G., Über die Periode und die Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung im singenden Flammenbogen 799.

Grunwald, J., Über die Ausbreitung der Wellenbewegungen in optisch-zweiachsigen elastischen Medien 518.

Grunmach, L., Über den Einfluß der Zähigkeit auf die Kapillarkonstanten bei Essigsäure-Wassermischungen 460.

Guglielmo, G., Intorno ad un igrometro-bilancia ad indicazioni assolute e continue 341.

H.

Hall, E., The van der Waals a in Alkohol and in Ether 899.

Haschek, E. u. Kostersitz, K., Über einen Versuch der Ausmessung von Sternspektrogrammen nach der objektiven Methode der Wellenlängenbestimmung 497.

Hasenöhrl, F., Über die Anwendbarkeit der Hamiltonschen partiellen Differentialgleichung in der Dynamik kontinuierlich verbreiteter Massen 642.

de Heen, P., Idées fondamentales d'un essai de théorie mécanique de l'électricité et de la chaleur 48.

Heydweiller, A., Über Selbstinduktions- und Permeabilitätsvergleichungen 4.

van't Hoff, J. H., Einfluß der Änderung der spezifischen Wärmen auf die Umwandlungsarbeit 233.

Hofmann, R., vgl. Exner.

Houllevigue, L., Etude des lames minces de cuivre obtenues par ionoplastie 62.

J.

Jäger, G., Über die Verteilung einer nicht dissoziierenden Substanz zwischen zwei Lösungsmitteln 313.

Jahnke, E., Eine einfache Anwendung der Vektorrechnung auf die Theorie der veränderlichen Ströme 487.

Jones, H. C., The Effect of One Associated Solvent on the Association of Another Associated Solvent 105.

K.

Kayser, H., Zur Temperaturbestimmung strahlender Gase 38.

Kiebitz, F., vgl. Behn.

Killing, W., Der Bau einer besonderen Klasse von Transformationsgruppen 715.

Knott, C. G., Magnetization and resistance in Nickel at high temperature 333.

Kobald, E., Über die allgemeinen Differentialgleichungen der Kristalloptik nach der elektromagnetischen Theorie des Lichtes 422.

König, W., Einige Bemerkungen über die Beziehung zwischen künstlicher Doppelbrechung und Elastizität 882.

Kohl, E., Über die elektromagnetischen Feldgleichungen innerhalb bewegter elektrischer Massen 678.

Korn, A. u. Strauss, E., Über eine Beziehung zwischen dem Lösungsdruck und der Ionisationswärme der Metalle 277.

Kossonogoff, J., Über mögliche Größe der optischen Resonatoren 882.

Kostersitz, K., vgl. Haschek.

Kuenen, J. P., Zur Theorie der Destillation von Gemischen 483.

L.

van Laar, J. J., Über die spezifische Wärme in flüssigem Zustande bei niedrigen Temperaturen 316.

Lampa, A., Aus der Statistik der Prüfungsstelle für Normalstimmgabeln in Wien 146.

Lampe, E., Der schiefe Wurf im luftleeren Raume als Zentralbewegung 215.

Larmor, J., On the Intensity of Natural Radiation from Moving Bodies and its Mechanical Reaction 590.

Le Blanc, M. u. Levi, M. G., Über die Passivität des Nickels 183.

Lecher, E., Ein elektrischer Aberrationsversuch 739.

Lehmann, O., Das Vakuum als Isolator 287.

Levi, M. G., vgl. Le Blanc.

Lorentz, H. A., Bemerkungen zum Virialtheorem 721.

M.

Mach, E., Objektive Darstellung der Interferenz des polarisierten Lichtes 441.

Mache, H., Zur Definition der spezifischen Ionengeschwindigkeit 137.

Margules, M., Über die Beziehungen zwischen Barometerschwankungen und Kontinuitätsgleichung 585.

Mathias, E., Sur la loi de distribution régulière de la composante nord du magnétisme terrestre, en France au 1er janvier 1896 817.

Matthiessen, L., Gibt es unendlich große Geschwindigkeiten? 141.

Melander, G., Über Verdichtung der Gase an der Wand der Gefäße 789.

Merritt, E. u. Nichols, E. L., The Influence of Low Temperatures upon Certain Color Indicators 890.

Meyer, St., Über Magnetisierung durch Tonerregung 68.

Meyer, W. Fr., Zur Theorie der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen 386.

Mie, G., Über eine Methode, das spezifische Gewicht sehr verdünnter Lösungen zu bestimmen 326.

Moser, J., Wie ist positive Elektrizität mit negativem Potential und negative Elektrizität mit positivem Potential leicht dar- und vorzustellen? 745.

N.

Nagaoka, H., Mechanische Analogien zwischen Torsion und Magnetismus 916.

Neesen, F., Über die Frage der gegenseitigen Einwirkung von Kathodenstrahlen 742.

Nernst, W., Chemisches Gleichgewicht und Temperaturgefälle 904.

Neumann, C., Über die sogenannte absolute Bewegung 252.

Nichols, E. L., vgl. Merritt.

O.

von Obermayer, A., Über sogenannte Heiligenscheine u. andere gleichen Ursachen entspringende Erscheinungen 299.

P.

Pellat, H., Du rôle de corpuscules dans la formation du faisceau anodique des tubes à gaz raréfiés 150.

Pfaundler, L., Apparate zur Versinnlichung der kinetischen Wärmetheorie 71.

Planck, M., Über die mechanische Bedeutung der Temperatur und der Entropie 113.

Polis, P., Zur Hydrographie von Ahr, Erft und Roer, ein Beitrag zur Aufschließung der Wasserverhältnisse der nördlichen Eifel 766.

R.

Reinganum, M., Über den von Wirkungssphären freien Raum in einer Flüssigkeit und über das Gesetz der relativen Dampfdruckerniedrigung 876.

Richarz, F., Theorie verdünnter Lösungen ohne Benutzung des osmotischen Druckes 706.

Riecke, E., Elektrische Strömung in einem ionisierten Luftraume, der von zwei konzentrischen Zylinderflächen begrenzt ist 168.

Righi, A., Sul moto dei ioni nel campo elettrico 730.

Runge, C., Die thermodynamischen Beziehungen 260.

S.

Sagnac, G., Lois de la propagation anomale des ondes au voisinage d'un foyer 528.

Schiller, N., Einige Bedenken betreffend die Theorie der Entropievermehrung durch Diffusion der Gase beieinander gleichen Anfangsspannungen der letzteren 350.

Schiötz, O. E., Über die Abhängigkeit des osmotisch. Druckes und der Dampfspannung von dem Druck 618.

Schuster, A., The Propagation of Waves through dispersive media 569.

Siertsema, L. H., Magnetische Drehung der Polarisationsebene in verflüssigten Gasen unter atmosphärischem Drucke. Messungen mit Stickoxydul 780.

v. Smoluchowski, M., Über Unregelmäßigkeiten in der Verteilung von Gasmolekülen und deren Einfluß auf Entropie und Zustandsgleichung 626.

Sommerfeld, A., Eine besondere anschauliche Ableitung des Gaussschen Fehlergesetzes 846.

Starke, J., Elektrischer Massentransport in Gasen, Druckerhöhung an der Kathode 399.

Starke, H., Über den Potentialverlauf bei der unselbständigen Elektrizitätsleitung durch Gase für den Fall des Sättigungsstromes 667.

v. Sterneck, R., Beweis eines in der Akustik verwendbaren arithmetischen Satzes 687.

Strauss, E., vgl. Korn.

Streintz, F., Die spezifische Wärme einiger Schwefelmetalle in ihrer Beziehung zum elektrischen Leitvermögen 196.

Sutherland, W., The Principle of Dynamical Similarity in Molecular Physics 373.

T.

Traube, J., Über den Raum der Atome und Moleküle 430.

Trevor, J. E., The Expansion-Work of a Dissociating gas 493.

W.

van der Waals, J. D., De verandering van de grootheid *b* der toestandsvergelijking als quasiverkleining van het molekuul 305.

Wachsmuth, R., Akustische Bestimmung der Dichte von Gasen und Dämpfen 923.

Walker, G. W., On some Problems in the Distribution of a Gas 242.

Walter, B., Photographische Abbildungen elektrischer Schwingungen 647.

Wassmuth, A., Über die Bestimmung der thermischen Änderungen der Elastizitätskonstanten isotroper Körper aus den Temperaturänderungen bei der Drillung und der gleichförmigen Biegung 555.

Webster, A. G., On the Mechanical Efficiency of the Production of Sound 866.

Wegscheider, R., Über die Größe der Kristallmoleküle 367.

Wehnelt, A., Über eine Röntgenröhre mit veränderlichem Härtegrad und über einen neuen Härtemesser 160.

Weinmayr, F., vgl. Bredig.

Weinstein, B., Entropie u. innere Reibung 510.

Wiedemann, E., Über Verbindungsspektren 826.

Wien, W., Theorie eines bewegten leuchtenden Punktes 174.

Z.

Zindler, K., Über die liniengeometrische Darstellung der Trägheitsmomente eines starren Körpers 34.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

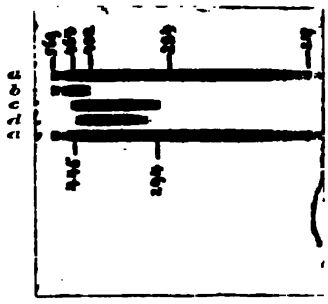


Fig. 1.

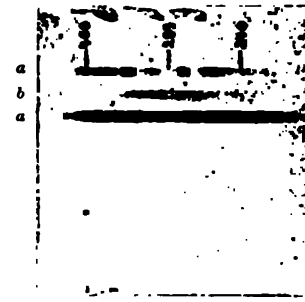


Fig. 4.

Fig. 2.

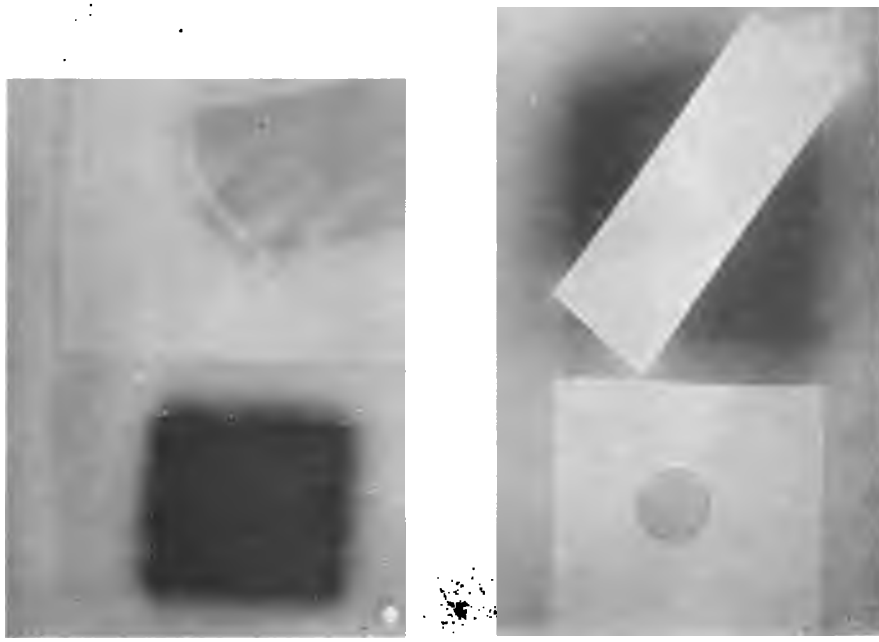
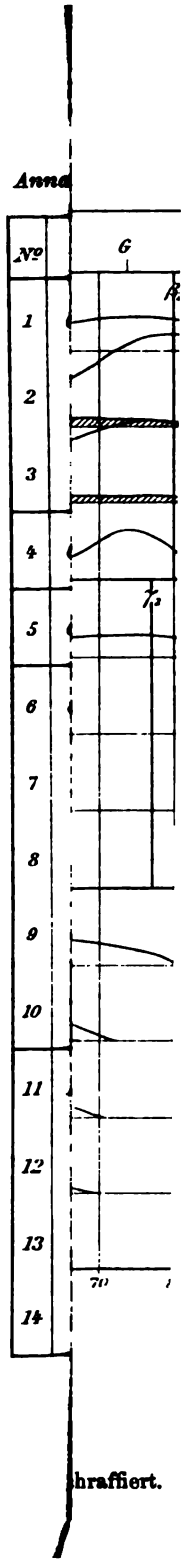
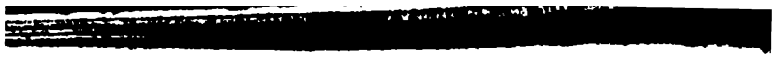
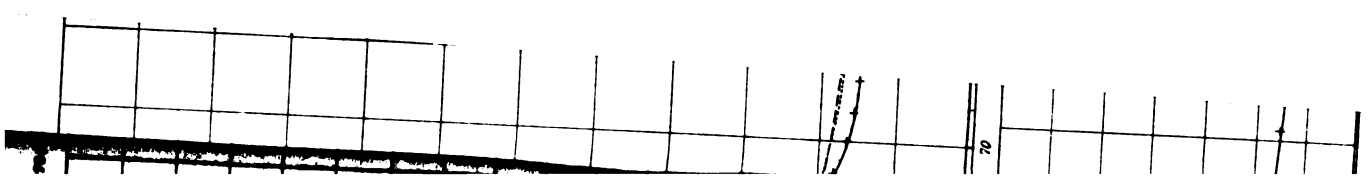


Fig. 3.



hraffiert.





70
'0

Gesucht

für das

physikalische Institut der Universität Königsberg

zum sofortigen Eintritt

ein promovierter Physiker.

Bewerbungen mit Lebenslauf, Studiengang und Zeugnisabschriften sind zu richten an das **Direktorat des physikalischen Institutes.**

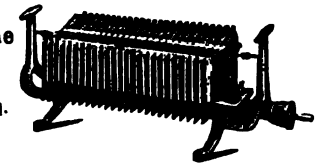
Gülcher's Thermosäulen mit Gasheizung.

Vorteilhafter Ersatz für galvanische Elemente.

Konstante elektromotorische Kraft.

Geringer Gasverbrauch.

Hoher Nutzeffekt.



Keine Dämpfe kein Geruch.

Keine Polarisation, daher keine Erschöpfung.

Betriebsstörungen ausgeschlossen.

Alleiniger Fabrikant: Julius Pintsch, Berlin O., Andreasstr. 72/73.

Saiten-Galvanometer

nach **Prof. Einthoven.**

Physikalisch-mechanisches Institut

von

Prof. Dr. M. Th. Edelmann, München.

Illustrierte Preisliste über physikal. Präzisionsinstrumente gratis und franko.

Universal-Projektions-Apparat

Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Eingerichtet für die Projektion von Glasdiapositiven, Experimenten (horizontal und vertikal), undurchsichtigen Gegenständen (episkopische Projektion), mikroskopische Projektion, ferner für Versuche mit parallelem Lichtstrahlenbündel.

Der Übergang von der einen Projektionsweise zur anderen wird bewirkt durch Drehung eines Spiegels.

Unser

Universal-Projektions-Apparat

ermöglicht es, horizontal und vertikal angeordnete Experimente, Abbildungen aus Büchern, Glasdiapositive, undurchsichtige Gegenstände in beliebiger Reihenfolge zu projizieren, **ohne Pause zwischen den einzelnen Darstellungen.**

Näheres finden Sie in Liste Nr. 86.

ED. LIESEGANG,
Düsseldorf a. Rh.,
Vollmerswertherstrasse.

Werkstätten für Projektions-Apparate.
Gegründet 1854.

Leppin & Masche

Berlin SO. **Engelufer 17.**

Fabrik wissenschaftlicher Instrumente.

Neu:

Säure- und alkalibeständiges Imprägnieren von Experimentiertischen, Praktikantentischen usw.

Große Projektionsanlage, Näheres siehe „Berichte" III. No. 3 und 4.

Athen 1904: Höchste Auszeichnung „Goldene Medaille",

Weltausstellung St. Louis 1904: Höchste Auszeichnung „Grand Prix".

RICHARD MÜLLER-URI, Braunschweig,

neben der Techn. Hochschule.

Neueste glastechnische Constructionen. Quecksilber-Bogenlampen. Quecksilberlicht-Röhren. Lichtelektrische Apparate. Thermometer für flüssige Luft. Elektroskope. Braun'sche Röhren. Stromdemonstrationsapparat D. R. G. M. Wärmeleitungsapparat D. R. G. M. Original-Vacuumscala etc. etc.

Genauigkeit der Kreisteilungen: 0,3—0,4" Sek. (mittlerer Teilungsfehler).

Gegründet 1876. **J. Wanschaff Sohn** Gegründet 1876.

Wissenschaftliche Instrumente.

Berlin S.O., Elisabeth-Ufer 1.

Insbesondere: **Sämtliche Instrumente, welche genauester Kreis- und Längenteilungen bedürfen, als:**

Refraktoren (Schweden). **Meridian-Kreise** (Eidgen. Sternwarte, Zürich). **Passage-Instrumente, Univ.-Instrumente, Mikr. Theodolite** für Triangulationen etc. (Kgl. Preuß. Landesaufnahme, Reg. v. Dänemark, Niederland, Belgien, Rußland, Schweden, Amerika). **Spiegelprismen-Kreise, Exzentrizitätsfreie Sextanten** (Kaiserl. Deutsche, Kaiserl. Russ. Marine etc.). **Spektrometer** erster Ordnung (Phys.-Techn. Reichsanstalt, mehrere Priv.). **Goniometer, Photometer** (Kgl. Geod. Institut Potsdam). **Zenithteleskope** (Kgl. Geod. Institut, Intern. Erdmessung, Potsdam. Sternwarten in: Italien, Japan, Niederland, Rußland, Amerika). **Magnetische Theodolite** u. **Registrier-Apparate** jeder Art (Magnet. Observat. Potsdam, viele Bergwerks-Observat.). **Längenteilmaschinen** u. a. m.

Ausrüstungen für Expeditionen.

Illustrierte Kataloge in Deutsch, Englisch, Französisch gratis und franko.

Neukonstruktionen jeder Art. | Paris 1900: Grosser Preis. Goldene Medaille: Melbourne, Chicago.

Instrumente für die Tropen (ohne Stahl).

Ehrhardt & Metzger Nachf. (Inhaber: K. Friedrichs.)

Darmstadt.

Fabrik und Lager chemischer, elektrochemischer und physikalischer Apparate und Gerätschaften.

Komplette Einrichtungen chemischer und physikalischer Laboratorien. Mikroskopische Utensilien. Sterilisierungsapparate. Brutschränke. Resistenzglas. Weber'sches Glas. Jenaer und Böhmische Glaswaren.

Spezialapparate für Elektrochemie und Physik.

Mechanische Werkstätten. Tischlerei.

Chemikalien erster Firmen zu Originalpreisen.

Vielfache Auszeichnungen. — Export nach allen Weltteilen.

Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Messinstrumente.

Berlin W., Carlsbad 15.

Spezialität seit 1890:

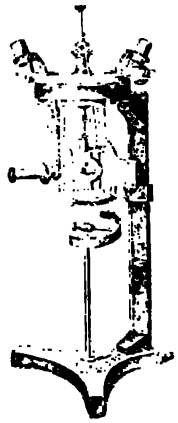
Präcisions-Widerstände a. Manganin

nach der Methode der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.

(Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde, Juli 1889, Januar 1890, Nov.-Dezember 1895.)

Normal-Widerstände von 0,0001—100000 Ohm. — Abzweig-Widerstände von 1—0,00001 Ohm mit Petroleum- oder Luftkühlung, für Strommessung bis 5000 Amp. — Rheostaten, Wheatstone'sche Brücken, Thomson'sche Doppelbrücken für alle Messbereiche, mit Stöpsel- oder Kurbelschaltung, in jeder gewünschten Ausführung. — Kompensations-Apparate für genaue Spannungsmessung in 5 Modellen. — Normal-Elemente, beglaubigt von der Physik.-Techn. Reichsanstalt. — Sämtliche Widerstände auf Wunsch als Präcisionswiderstände beglaubigt. — Verkaufslager von Manganin-Draht und -Blech von der Isabellenhütte in Dillenburg.

— *Illustrierte Preisliste.* —



W. APEL, Universitäts-Mechaniker, Inh. Dr. M. APEL.

Geschäftsgründung 1808. **Göttingen.** Geschäftsgründung 1865.

Chemische und physikalische Apparate.

Specialität:

Rauchgasapparate, Calorimeter zur Bestimmung des **Brennwertes** der verschiedenen Brennstoffe und von **Gasen, nach Ferd. Fischer.**

Thermometer nach Ferd. Fischer. (Taschenbuch für Feuerungstechniker.)

Apparat z. Bestimmung d. Dielektricitätsconstanten nach Nernst. (Zeitschr. f. physik. Chemie. XIV, 4.)

Totalreflectometer nach Kohlrausch.

Demonstrationsapparate n. Behrendsen und Grimsehl.

Krystallmodelle aus Holz und Glastafeln nach Klein, Naumann und Rose.

Milchprüfungsbestecke nach Tollens.

!! Selen-Zellen und -Apparate !!

für

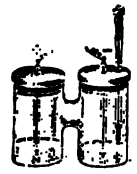
Telephonie ohne Draht

sowie sämtliche elektrophysikalische Demonstrations-Apparate liefern

CLAUSEN & v. BRONK, Berlin SO. 26, Reichenbergerstr. 36.

Man verlange gratis und franco illustr. Preisliste.

Fabrik-Marke.



Emil Gundelach,

Gehlberg in Thüringen.

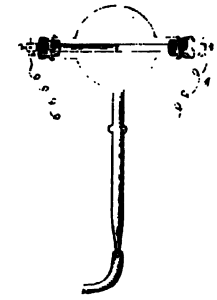
Glasgeräte und Apparate

für

wissenschaftlichen und technischen Gebrauch.

Welt-ausstellung St. Louis höchste Auszeichnung **Grand Prix.**

= Glasröhren. =



Elektrische Vakuum-Röhren

nach **Geißler, Crookes. Puluj, Tesla. Moore** usw.

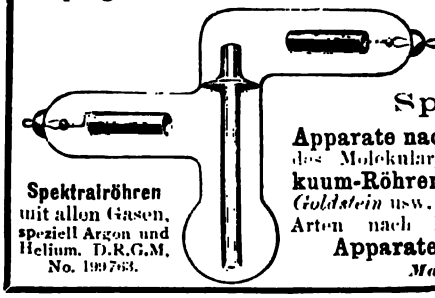
Röntgen-Röhren.

(Bis jetzt über 43000 Röntgen-Röhren geliefert.)

Die Firma besteht seit 1852.

Leipziger Glasinstrumentenfabrik F. O. R. GOETZE,

Leipzig, Härtelstr. 4.



Spektralröhren mit allen Gasen, speziell Argon und Helium. D.R.G.M. No. 199763.

Spezialitäten:

Apparate nach Beckmann zur Bestimmung des Molekulargewichtes. **Elektrische Vakuum-Röhren** nach *Geissler, Puluj, Crookes, Goldstein* usw. **Normal-Thermometer** aller Arten nach Bestellung. **Glastechnische Apparate** nach Skizze und Angabe.

Man verlange Listen!

PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämmtlichen beschickten Ausstellungen.

Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.

Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Specialität:

Physikalische und analytische Wagen

in garantirt vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

Schnellschwingende

Waagen für Chemiker.

Preislisten kostenfrei.

Keiser & Schmidt

Berlin N., Johannisstr. 20.

Neues hochempfindliches Spiegelgalvanometer,

Präzisionswiderstände, Meſsbrücken, Kompensationsapparate,

Präzisions-Ampère- und Voltmeter, D.R.P.,

Funkeninduktoren, Kondensatoren, Spiegelgalvanometer,

Thermosäulen nach Prof. Dr. Rubens,

Pyrometer für Temperaturen bis 600, 1600 bezw. 4000° C.,

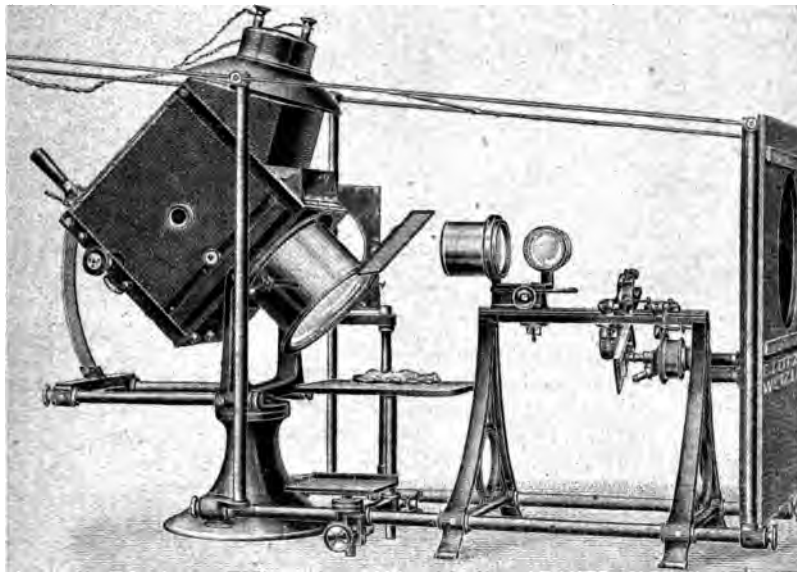
Galvanometer für Kältemessungen,

Trockenelemente.

E. LEITZ

Optische Werkstätte

Wetzlar.



Mikroskope

Über 75000 Leitz-Mikroskope im Gebrauch.

Mikrotome, Mikrophotogr. und Projektions-Apparate.

Zweiggeschäfte:

Berlin NW., Luisenstr. 45. **Frankfurt a. M.**, Kaiserstr. 64.
St. Petersburg, Woskressenski 11.
New York, 30 East 18th Str. **Chicago**, 32–38 Clark Str.

Vertretung für München: **Dr. A. Schwalm**, Sonnenstr 10.

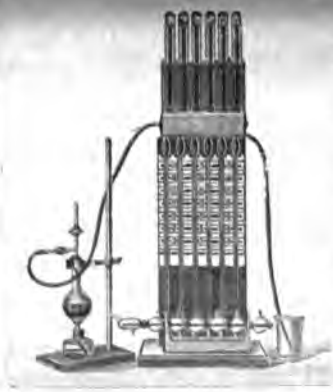
Elektrizitäts-Gesellschaft Gebr. Ruhstrat, Göttingen,

liefert als Spezialität:
Laboratoriumwiderstände
und **Meßapparate.**

— Man verlange Preisliste. —
Experimentierschalttafeln,
Projektionslampenwiderstände.

Physikalische Apparate.

Projektionsapparate. Modelle jeder Art.
Röntgen-Apparate.



Neu!

Differential- und Doppel-Thermoskop und **sechsfaches Manometer** nach Kolbe.

Spinthariskop nach Crookes. Prospekt zu Diensten.

Apparat für elektrische Drahtwellen nach Coolidge-Blondlot.

Universal-Instrumentarium nach Seibt-Ernecke für Resonanz elektr. Schwingungen, elektr. Wellen in Spulen, Tesla-Versuche, Abstimmung in der Marconi-Telegraphie.

Neue Preisliste, über
4000 Nummern und 1600 Abbildungen enthaltend,
erschienen.

Ferdinand Ernecke,

Hoflieferant Seiner Majestät des Kaisers.

Königgrätzerstr. 112. **Berlin S.W.,** Königgrätzerstr. 112

Begründet 1859.

Dr. Schleussner's Trockenplatten

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen Beliebtheit.

Spezialitäten: Momentplatten für Astronomische und **Röntgenaufnahmen**, für Aufnahmen fliegender Geschosse, **Microphotographie** und Spectralphotographie. — **Orthochromatische** Platten. **Abziehplatten** für Lichtdruck, Celluloïdfolien. — **Rollfilms** für Tageslichtcameras.

Trockenplattenfabrik a. Actien

Dr. C. Schleussner. Aktiengesellschaft in **Frankfurt a. M.**

Koch & Sterzel, Fabrik elektrischer Apparate

Dresden-A.,

Zwickauerstrafse 42

Resonanz-Transformatoren Funken-Transformatoren

Laboratoriums-Transformatoren in vielfach. Spannungsunterteilung. f. alle Nieder- u. Hochspannungen bis 200 000 Volt. Hochspannungs-Gleichrichter. Funkeninduktoren bis 50 cm Schlagweite. komplette Röntgen-Einrichtungen. Wechselstrom-Gleichrichter System Koch.

Doppelwandige Glasgefäße zur flüssigen Luft, **Pentanthermometer bis 200° C.** einfache und [illegible] **Quecksilberluftpumpen**, Röntgenröhren mit und ohne Vakuumregulierung, ff. Glasschliffe und -Hähne, Marconiröhren [illegible]

R. BURGER & CO., Berlin N. 4. Chausseestr. 2 E.

Präcisions Uhr- und Laufwerke.

sowie Räder [illegible] Zahnstangen

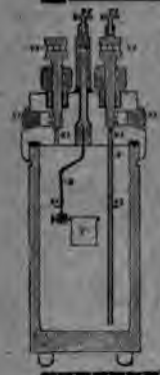
[illegible] Uhrfabrik, Glashütte, Sa.

Günther & Tegetmeyer, Braunschweig.

Werkstatt für wissenschaftliche und technische Präzisions-Instrumente.

Weltausstellung St. Louis 1904 Goldene Medaille.

Transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektrizität nach **Exner**. Elektroskope mit innerer Isolation aus Bernstein, Natriumtrocknung und Einrichtung zum parallaxenfreien Ablesen (D.R.G.M.). Apparate zur Messung der Elektrizitätszerstreuung in der Luft. Zambonische Säulen. Hochspannungs-Trockensäulen (D.R.G.M.). Instrumentarien zur Bestimmung der Radioaktivität von Luft- und Bodenproben. Quadrantenelektrometer. Aktinometer (Neukonstruktion). Wasserstrahlduplikatoren nach **Elster** und **Geitel**. Hochspannungselektroskope (Braunsches Prinzip) mit innerer Isolation und Natriumtrocknung nach **Elster** und **Geitel**. Transportable Elektronen-Aspirationsapparate nach **Ebert** nebst Zusatzkondensatoren zur Bestimmung der Ionengeschwindigkeiten und des elektrischen Leitvermögens der Luft nach der Methode **Mache**. Kondensatoren nach **Harms** zur Bestimmung der Kapazitäten von Elektrometern.



Julius Peters, Berlin NW. 21, Thormstr. 4.

Polarisations-Apparate

in allen Konstruktionen für wissenschaftl. u. technischen Bedarf.

Neu! *Neu!*

Calorimeter

nach **Berthelot-Mahler**,
verbessert nach **Dr. Krocker**
(gesetzlich geschützt).

Alt, Eberhardt & Jäger,

Ilmenau in Thür.

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläsereien, Glasschleiferei, Holzwarenfabrik, mechanische Werkstatt, Schriftmalerei und Emaillieranstalt.

Reparaturen prompt u. billigst.

Fabrizieren:

Glasapparate, -Instrumente und -Utensilien für wissenschaftl. Gebrauch in jeder Ausführung.

Einrichtungen von Laboratorien für Lehranstalten, Universitäten und Fabriken.

Elektrolytische Apparate für Demonstration und praktischen Gebrauch.

Elektrische Röhren jeder Art und allen Autoren und nach besonderen Angaben.

Standgefäße für Museen.

Dewargefäße.

Apparate für Pflanzenphysiologie.

Chem. tief- und hochgradige Thermometer von — 200° oder bis + 550° C., prima fein gekühlt, aus widerstandsfähigem, weißbelegten Glase, gut ablesbar.

Glasgefäße aus Spiegelglas für mikroskopischen, spektralanalytischen und speziellen Gebrauch, widerstandsfähig gegen Wasser, Alkohol und Säuren.

Gewissenhafte Anfertigung. ✻ ✻ ✻ **Nachprüfung im eigenen Laboratorium.**

400 Arbeiter.

Hartmann & Braun, A.-G., Frankfurt a. M.

Elektrische und magnetische Messinstrumente und Hilfsapparate.

Kgl. Preussische Goldene Staatsmedaille.

Kompensationsapparat mit Kurbelschaltung.

Katalogе auf Verlangen zur Verfügung.

Man verlange gratis und franko

Spezialpreisverzeichnis über

Selen-Zellen und Apparate, System Ruhmer.

von

Ruhmer's Physikalischem Laboratorium. Berlin S.W. 48.

D.R.P. 136031, 142871, 146262, 147113, 149...

D.R.G.M. 191134, 169259, 179490, 204140

Für die Le... zeichnen ist... eine Entfernung ... auch nicht ... *17 km* ...

Ein neuer Erfolg! ...

Versuche über *800 km*. ... Selenzellen System Ruhmer. ...

MEISER & MERTIG,

Dresden-N. e.

Werkstätten
für Präzisionsmechanik.

Physikalische Apparate
jeder Art
in praktischer, solider und eleganter Ausführung.

Funkeninduktoren.
Hochspannungsapparate,
Apparate für drahtlose Telegraphie.
Röntgenapparate.
Chemische Geräte.
Viele Empfehlungen und Anerkennungen.
Neue Preisliste kostenlos.

STRASSER & ROHDE,

Glashütte i. S.
Werkstätten f. Präzisionsuhrmacherei und Feinmechanik. Gegründet 1875.
Weltausstellung Paris 1900 Goldene Medaille.
Deutsche Städteausstellung Dresden 1903 I. Preis.
Spezialität: **Präzisionspendeluhren.**

Ausführung von **Uhrwerken u. Apparaten** für wissenschaftliche und technische Zwecke.
Mikrometertaster $^1/_{100}$—$^1/_{500}$ mm direkt. Ables.

Max Stuhl, Berlin.

Glastechnische Werkstätte

jetzt

130 Friedrichstrasse 130

(früher Philippstr. 22).

Präcisions-Reisszeuge

Astronomische Uhren, Compensationspendel.

Grand Prix: Paris 1900 St. Louis 1904

Illustrirte Preislisten gratis.

Clemens Riefler
Fabrik mathemat. Instrumente
Nesselwang u. München.
Gegründet 1841.

SIEMENS & HALSKE A.-G.

Berliner Werk

Berlin SW., Markgrafenstrasse 94.

Präzisions-Wattmeter, -Voltmeter und -Amperemeter für Wechselstrom. Meßeinrichtungen zur Bestimmung der Induktionskonstanten und des Energieverlustes von Wechselstromapparaten. Präzisionsnormale der Selbstinduktion. Zeiger-, Spiegel- und Panzergalvanometer. Meßbrücken. Kompensationsapparate, Zweigwiderstände, Dekadenwiderstände, Kondensatoren.

F. Sartorius, Göttingen.

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

Waagen und Gewichte

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

Specialität:

Analysenwaagen

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nachahmungen in den Handel gebracht werden.

Sartorius' neuer Wärmekasten

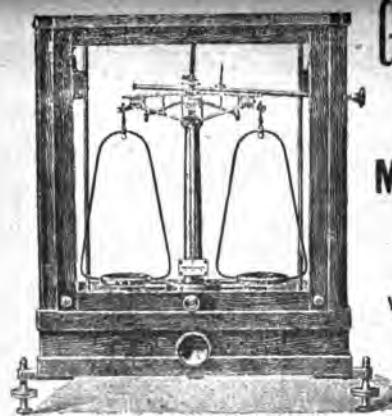
zum Brüten von Bacillen und zum Einbetten mikroskopischer Präparate in Paraffin für beliebiges Heizmaterial, unabhängig von Gasleitung, mit vielfach prämiirter Wärmeregulirung.

Patentirt in Deutschland, England, Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen beschickten Ausstellungen prämiirt, zuletzt Weltausstellung Brüssel, Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für beste Construction in Feinwaagen.

Kataloge in 3 Sprachen gratis und franco.

Vertreter in allen Ländern.



GEORG WESTPHAL,

Celle (Hannover).

Mechanisches Institut

(gegründet 1860).

Wagen und Gewichte für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke

in vorzüglicher Ausführung und allen Preislagen.

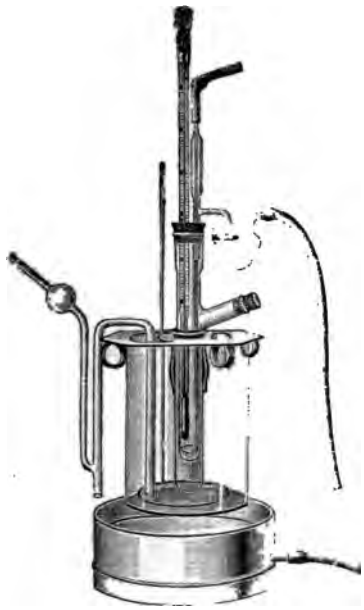
C. M. J. Bodien, Hamburg IV. 200.

Fertigt als Specialität alle Arten Electrischer Glühlichtlampen nach Muster oder Zeichnung.

Ferner: Geissler-Röhren, Crookes-Apparate & Glasinstrumente für wissenschaftlichen und technischen Gebrauch.

A. Haak, Jena.

Glastechnische Werkstätten.



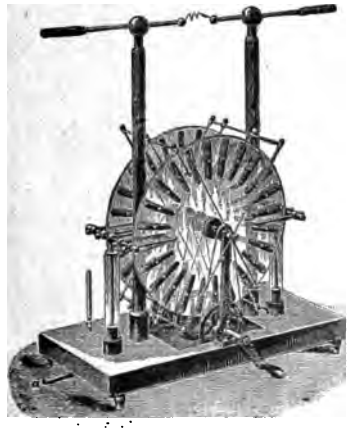
Thermometer
für
Wissenschaft und Technik,
von —200 bis +575°.

Barometer
mit constantem Nullpunkt,
eigene Construction.

Elektrische Apparate u. Röhren
nach
Geissler, Crookes, Hittorff, Röntgen,
Puluj, Hertz, Lenard.

Volumetrische Messinstrumente.

Illustrirte Preislisten zu Diensten.



J. Robert Voss,
Mechaniker,
Berlin N.O. 18, Pallisadenstr. 20.

Specialität:
Influenz-Elektrisir-Maschinen
aller Systeme
(auch die dazu gehörigen Nebenapparate)
und
Metall-Spiral-Hygrometer
in allen Ausführungen.

Induktorien

mit Präcisions-Spiralstaffelwicklung Pat. Klingelfuss von bisher unerreichter Leistungsfähigkeit und Haltbarkeit.

Auf wissenschaftlicher Basis construirt.

Für physikalische Arbeiten, Röntgenapparate, Herz'sche Schwingungen, drahtlose Telegraphie, Teslaströme und zum Laden von Condensatoren

auch bei Dauerbetrieb

gleich hervorragend. Reich illustrirte Preisliste zu Diensten.

Fabrikanten: Fr. Klingelfuss & Co. Basel (Schweiz).

DIE UMSCHAU

BERICHTET ÜBER DIE FORTSCHRITTE HAUPTSÄCHLICH DER WISSENSCHAFT UND TECHNIK, IN ZWEITER LINIE DER LITERATUR UND KUNST.

Jährlich 52 Nummern. Illustriert.

»Die Umschau« zählt nur die hervorragendsten Fachmänner zu ihren Mitarbeitern.

Prospekt gratis durch jede Buchhandlung, sowie den Verlag H. Bechhold, Frankfurt a. M., Neue Kräme 19/21.

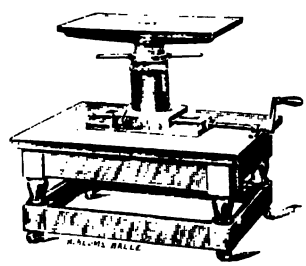
Wegelin & Hübner, A.-G., Halle (Saale)

Maschinenfabrik und Eisengiefserei

liefern in vorzüglichster Ausführung:

Gestelle für den Halbring-Elektromagnet

nach Dubois, konstruiert von **Professor Dr. Dorn** in **Halle,**



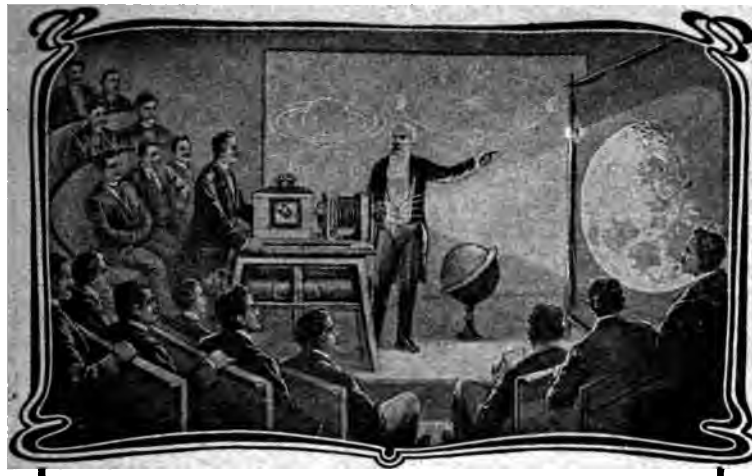
auf fahrbarem Eichenholztisch.

Ermöglichen feine Einstellung horizontal u. vertikal, sowie Drehung des Magneten um eine Vertikalachse.

Weiter: **Filterpressen, Extraktions-Apparate, hydraulische Pressen** und **Eismaschinen** für **Laboratorien.**

Besonders zweckmäßig für magneto-optische Beobachtungen.

Offerten auf gefl. Anfrage.



Unger & Hoffmann, Aktien-Gesellschaft.

Gegründet 1878 **DRESDEN-A. 16** Gegründet 1878

Projektionsapparate

für wissenschaftliche Zwecke, für Schulen, Lehranstalten, öffentl. Vorträge.

Sämtl. Gebrauchsartikel für Projektion.

Alle Lichtquellen. Laterndiapositive in reichster Auswahl.

Preislisten und fachmännische Auskunft jederzeit zu Diensten.

Reserviert

für die Firma

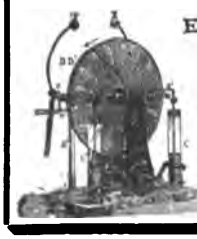
Paul Gebhardt Söhne

Berlin NW.

E. DUCRETET

PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.

Grands-Prix { Paris 1889 — Anvers
Expositions Universelles { Bruxelles 1897 — Paris



Cabinets de physique complets.

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff-Ducretet **garantie** p
les grandes distances. **Téléphone haut-parleur R. G**
lard, type 1903, R. G. et E. D. Matériels comp
Rayons X Röntgen, et courants de haute fréque
Photothéodolites de M. le Colonel Laussedat
Pile primaire du Dr. A. Vincent.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Die nachstehend angezeigten zwei Vorträge wurden in den allgemeinen Sitzungen der Naturforscher-Versammlung (Sept. 1904) in Breslau gehalten und haben weit über den Rahmen der Versammlung hinaus Beachtung gefunden:

Die deutsche Südpolarexpedition, ihre Aufgaben, Arbeiten und Erfolge. Von Dr. med. Gazert, Arzt der Expedition (Berlin). [31 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Berliner klinische Wochenschrift: Herr Gazert gab einen kurzen Reisebericht mit Andeutungen der wichtigsten geographischen und biologischen Ergebnisse . . . der Vortrag wurde dem Wunsche gerecht, nicht blos die theoretische Seite der Naturerkenntnis, sondern auch die praktische Verwertung unseres Wissens und Könnens an wichtigen Beispielen zu erörtern.

Zellenmechanik und Zellenleben. Von Dr. L. Rhumbler, Prof. an der Universität Göttingen. [48 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Berliner klinische Wochenschrift: . . . noch energischer auf dem Boden der mechan. Naturauffassung stellte sich Herr Rhumbler. Der Verf. sucht, wesentlich durch Analogiebeweise, darzutun, daß das Plasma in allen seinen Bewegungen mechanischen Einflüssen physiologischer oder chemischer Art gehorche. Die von ihm angeführten Versuche sind gewiß äußerst lehrreich und dürften namentlich denen zu denken geben, die heute noch daran denken, die weißen Blutzellen gar nicht als echte Bestandteile des menschlichen Körpers, sondern als tierische Amoben anzusprechen. Das eigentliche Problem des Lebens wird aber, scheint mir, durch diese Dinge so wenig erklärt, wie s. Z. der bekannte Traubesche Versuch das Verständnis für die Bildung der Zelle und ihrer Membran gefördert hat.

Ferner wurde ausgegeben:

BALFOUR, Ministerpräsident, A. J., Unsere heutige Weltanschauung. Einige Bemerkungen zur modernen Theorie der Materie. Ein Vortrag, gehalten zu Cambridge am 17. August 1904 in der Plenarversammlung British-Association. Autorisierte Übersetzung von Dr. M. Ernst. [36 Seiten.] 1904. kart. M. 1.—

Mit diesem Vortrag begrüßte der englische Ministerpräsident als diesjähriger Vorsitzender der berühmten „British-Association" die im August zum Kongreße in Cambridge zusammengetretenen Vertreter der exakten Wissenschaften aller Länder. Die Rede hat weit über Englands Grenzen außerordentliches Aufsehen erregt.

HOFMANN, Karl, Die radioaktiven Stoffe nach dem neuesten Stande der wissenschaftlichen Erkenntnis. 2. vermehrte und verbesserte Auflage. [76 Seiten.] 1904. M. 2.—

Elektrotechnische Zeitschrift: Wenn es der Verfasser unternommen hat, durch vorliegendes Werk die Kenntnisse von den radioaktiven Stoffen und ihren Wirkungen auch in den Kreisen zu verbreiten, die diesem Gebiete bisher fern gestanden, so hat er sich damit sicherlich eine sehr verdienstvolle Aufgabe gestellt. Das Werk enthält einen vollständigen Überblick über unser gesamtes Wissen von den Erscheinungen der Radioaktivität und zwar in kurzer, prägnanter Darstellung. Trotz dieser Kürze wird es jedoch auch für denjenigen von Nutzen sein, der sich eingehend über das vorliegende Gebiet unterrichten will, oder der es durch eigene Forschungen weiter auszubauen gedenkt.

A. E. G.-Funken-Induktoren

für jede gewünschte Funkenlänge.

Quecksilber-Turbinen-Unterbrecher

für Gleichstrom.

Gleichstrom-Turbinen-Unterbrecher,
einfaches Modell.

Quecksilber-Turbinen-Unterbrecher

für Wechselstrom mit Synchronismus-Anzeiger,

ermöglicht das Laden von Akkumulatoren aus Wechselstromnetzen.

Röntgen-Röhren.

Allgem. Elektrizitäts-Gesellschaft,

BERLIN.

MAX KOHL. Werkstätte für Präzisionsmechanik, Chemnitz i. S.

liefert als langjährige Spezialität:

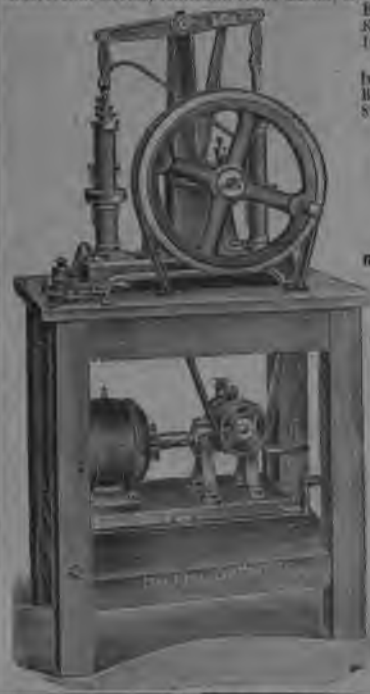
Physikalische und chemische Einrichtungsgegenstände für Schulen, wie z. B. **Experimentiertische** nach Prof. Dr. Weinhold und Prof. Arendt, **Fensterverdunkelungen, Oberlichtverdunkelungen** für **Elektromotor- und Handbetrieb, Absaugnischen** mit Gas- und Wasserleitungsventilen, **Wandtafelgestelle, Projektionsrollschirme** mit oder ohne Elektromotorbetrieb.

Experimentiertisch nach Prof. Dr. Weinhold.

Vollständige Einrichtungen von physikalischen und chem. Auditorien in gediegener, zweckmäßigster Ausführung.

Derartige komplette Einrichtungen wurden jetzt u. a. für das I. Chemische Institut der Universität Berlin, Hofmann Haus Berlin, Laborat. f. angew. Chemie d. Univ. Leipzig, Ecole d. Mines du Hainaut, Mons (Belg.), Kommerzschule Riga (Russl.), Technolog. Institut Tomsk (Sibirien), höhere Masch.-Bauschule Stettin u. v. a. m. geliefert.

Im Auftrage der Reichs-Regierung habe ich den Hörsaal der deutschen Unterrichts-Ausstellung St. Louis für das Prouv. Kunst-Min. ausgestattet.



Physikalische und chemische Apparate und Gerätschaften.

Neu!

Öl-Luftpumpen

mit Teleskopkolben, System Kohl,

D.R.P. angemeldet.

Die Pumpe verdichtet bis auf 0,0000 mm; sie verspritzt beim Betrieb kein Öl, braucht infolgedessen seltener gefüllt zu werden und stellt die vollkommenste aller existierenden ähnlichen Konstruktionen dar!

Man verlange Spezial-Prospekt!

Neu!

Spinthariskope

mit Fluorescenzschirm u. einer kleinen Menge Radiumbromid auf beweglichem Zeiger, um d. außerordentlichen radioaktiven Eigenschaften des Radiums zu erzeugen. *Preis M. 12.— s. 28.—.*

Radiumbromid

von überraschender Wirkung;

chemisch rein. Preis auf Anfrage.

Ehrendiplom der Ausstellung der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte, Düsseldorf 1898. Goldene Medaille Leipzig 1897, Weltausstellung Paris 1900, Aussig 1902, Athen 1904.

Listen mit ausführlichen Kostenanschlägen, Beschreibungen, Referenzen usw. gratis u. franko.

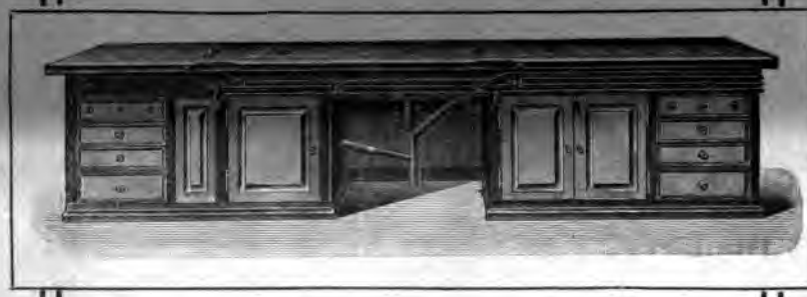
E. Leybold's Nachfolger

Cöln a. Rh.

Spezialfabrik für Einrichtung wissenschaftlicher Institute

liefern

vollständige Einrichtungen von Hörsälen und Laboratorien mit Experimentiertischen, Verdunkelungsvorrichtungen, Arbeitstischen, Sammelschränken usw.



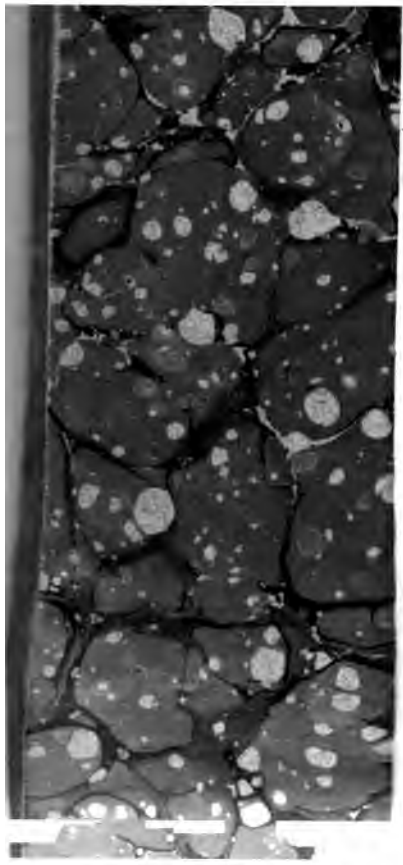
Elektrische Stromanlagen, Schalttafeln, Umformer usw., **Projektionsapparate, physikalische Apparate**

für Vorlesungen und Übungen im Praktikum.

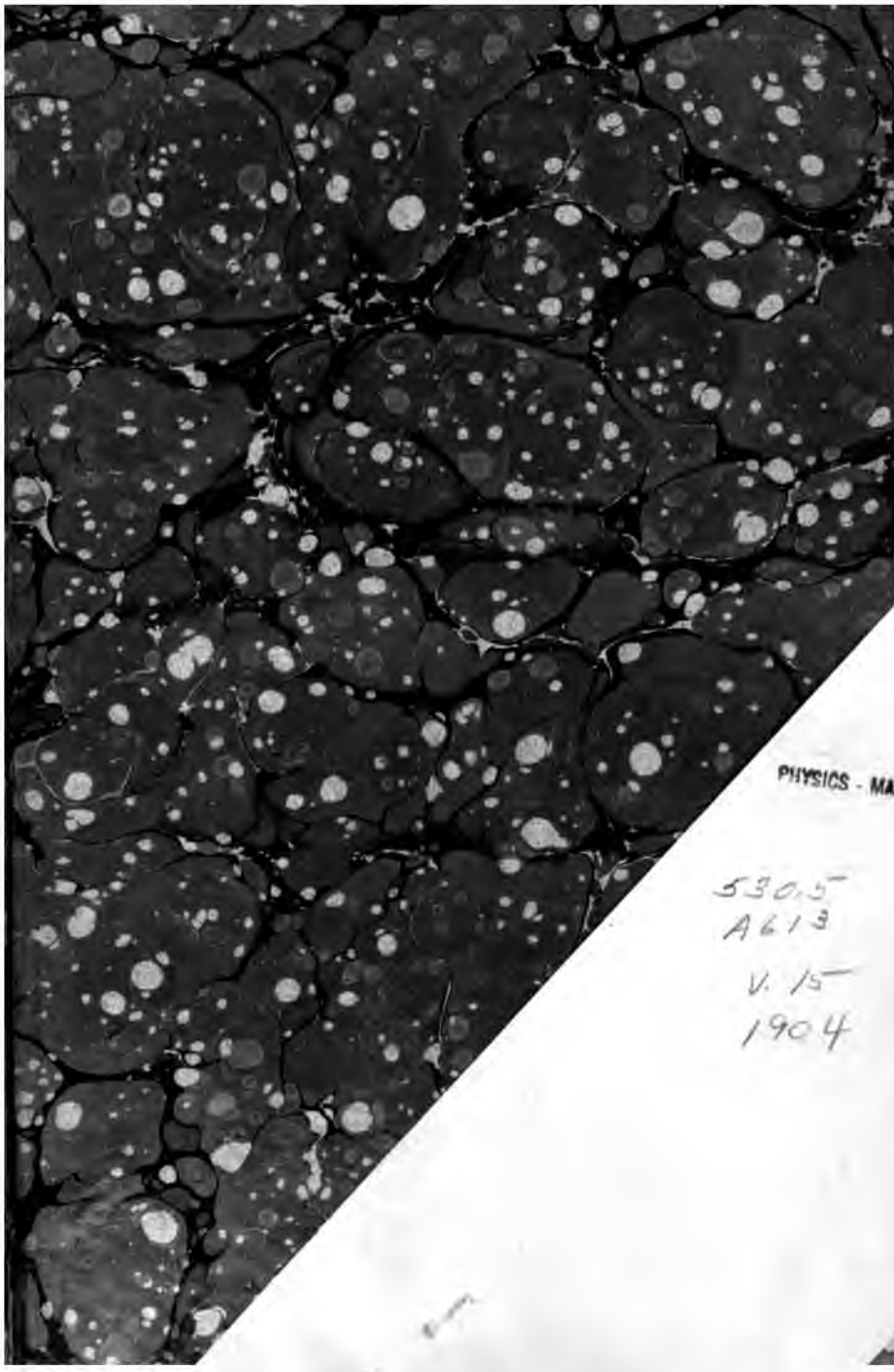
Illustrierte Preislisten auf Verlangen.

Alleinige **Inseratenannahme durch: Max Gelsdorf, Leipzig-Gohlis, Böhmestr. 9.**

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.



To avoid fine, this book should be returned on or before the date last stamped below



PHYSICS - MATH

530.5
A613
V. 15
1904